Tutorium zur Theoretischen Mechanik

Lagrange, Kurvenfahren

Betrachten Sie einen Massenpunkt der Masse m, der sich auf einer gleichförmig rotierenden sinusförmigen Bahn

$$\gamma = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid y(t) = \sin x \cos(\omega t) \wedge z(t) = \sin x \sin(\omega t)\}$$

bewegt.

Finden Sie eine geeignete Parametrisierung von γ.

Wie sieht allgemein die kinetische Energie T einer dreidimensionalen Bewegung aus?

Bestimmen Sie die kinetische Energie T für die Bewegung des Massenpunkts entlang γ durch eine Koordinatentransformation der allgemeinen kinetischen Energie.

Wie sieht die Lagrangefunktion für den Fall aus, dass *keine* weiteren Kräfte wirken?

Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung des Massenpunkts für den Fall, dass er *keinen* weiteren Kräften unterliegt.

Diskutieren Sie zunächst mit ihrem Nachbarn den Begriff Ruhelage und stationäre Lösung. Geben Sie dann an welche stationären Lösungen es gibt.

Nun wirkt zusätzlich auf den Massenpunkt eine konservative Kraft der Form

$$(F_x, F_y, F_z) = \vec{F} = ma\vec{e}_y = (0, ma, 0)\,.$$

Wie sieht die Lagrangefunktion aus?

Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.

Für welche x erhalten Sie stationäre Lösungen?

Statt der eben betrachteten konservativen Kraft in y-Richtung wirkt folgende konservative Kraft

$$(F_x, F_y, F_z) = \vec{F} = ma\vec{e}_x = (ma, 0, 0)\,.$$

Wie sieht die Lagrangefunktion aus?

Stellen Sie die Bewegungsgleichung auf.

Für welche x erhalten Sie stationäre Lösungen?