

## Übungen zur theoretischen Mechanik

### Übungsblatt VI

Besprechung in den Übungen am 27. und 29. November 2017

#### I. Rutherford-Streuprobblem

In der Vorlesung wurde die Berechnung des Streuwinkels  $\Theta$  für beliebiges radiales Streupotential  $V(r)$  vorgestellt. Mit Hilfe der in Abbildung 1 eingeführten Koordinaten ergibt sich

$$\Theta = \pi - \frac{2sp}{\sqrt{2m}} \int_{r_0}^{\infty} \frac{dr}{r^2 \sqrt{\frac{p^2}{2m} - \frac{s^2 p^2}{2mr^2} - V(r)}}. \quad (1)$$

Hierbei ist  $s$  der Stoßparameter, d.h. der Abstand des einlaufenden Teilchens von der gezeigten Achse bei  $r \rightarrow \infty$  vor der Streuung, und  $p$  der Betrag des Impulses des einlaufenden Teilchens. Weiterhin wurde gezeigt, dass das Perihel  $r_0$  durch die Gleichung

$$E \left( 1 - \frac{s^2}{r_0^2} \right) - V(r_0) = 0 \quad (2)$$

gegeben ist, mit  $E = p^2/(2m)$ .

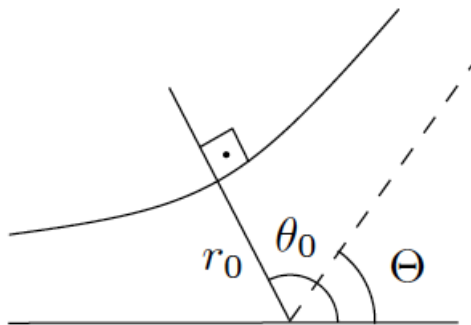


Abbildung 1. Zeitumkehrsymmetrie der Bahn eines am Zentralpotential gestreuten Teilchens.

Wir betrachten nun als Beispiel die Rutherfordstreuung am Coulomb-Potential

$$V(r) = \frac{\alpha}{r}. \quad (3)$$

a) Berechnen Sie den Streuwinkel  $\Theta$  für die Rutherford-Streuung als Funktion von  $E$ ,  $s$  und  $\alpha$ .

b) Berechnen Sie den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die Streuung am Coulomb-Potential und leiten Sie damit die *Rutherfordsche Streuformel* her:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{16E^2 \sin^4 \frac{\Theta}{2}}. \quad (4)$$

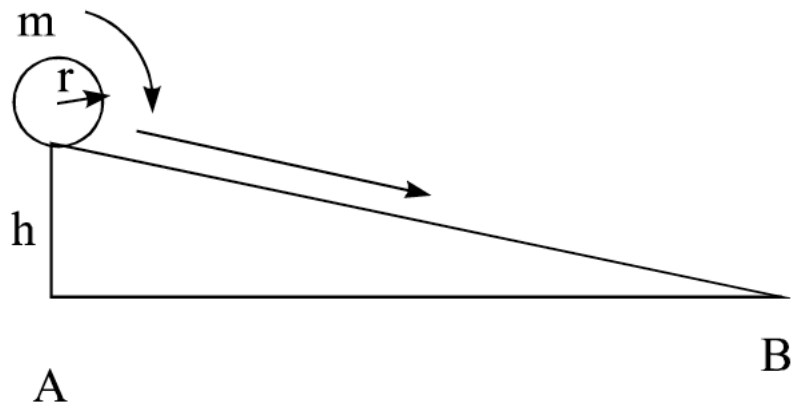


Abbildung 2: Eine Kugel rollt eine schiefe Ebene hinab.

## II. Starrer Körper I

- Berechnen Sie das Trägheitsmoment einer dreidimensionalen Kugel von konstanter Dichte mit Gesamtmasse  $M$  und Radius  $R$ .
- Die Kugel rollt eine schiefe Ebene hinab (siehe Abbildung 2). Berechnen Sie ihre Translationsgeschwindigkeit im tiefsten Punkt der Ebene.

(bitte wenden)

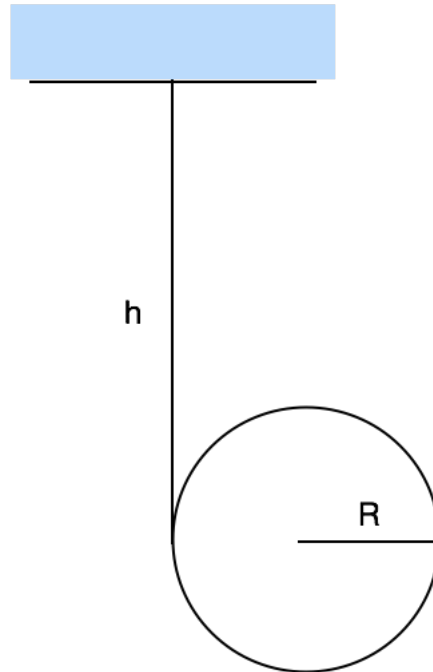


Abbildung 3: Jo-jo.

### III. Starrer Körper 2: Jo-Jo

Wir betrachten einen homogenen Zylinder der Masse  $M$ , dem Radius  $R$  und dem Hauptträgheitsmoment  $I$  bezüglich der Längsachse unter dem Einfluss der Schwerkraft.

Auf den Zylinder ist ein Faden der Länge  $L$  aufgewickelt, dessen freies Ende an der Zimmerdecke befestigt ist. Wir nehmen an, dass sich der Schwerpunkt des Zylinders nur in vertikaler Richtung bewegen kann und die Längsachse des Zylinders immer in dieselbe Richtung zeigt. Die Anordnung ist ein einfaches Modell für ein Jo-jo.

Bestimmen Sie die Bewegungsgleichung des Systems und deren Lösung für den Fall, dass die Rolle am Anfang in einer bestimmten Höhe losgelassen wird, wenn eine Strecke  $h$  des Fadens bereits abgewickelt ist.

*Hinweis:* Lösen Sie die Bewegungsgleichungen zunächst für beliebige Anfangsbedingungen für den Zeitraum bis zum Erreichen des Fadenendes und danach für die anschließende Aufwärtsbewegung. Setzen Sie diese Teillösungen dann geeignet zusammen. Nehmen Sie dabei an, dass  $R \ll L$  und dass der Faden masselos, sehr dünn, nicht dehnbar und sehr leicht biegsam ist. Vernachlässigen Sie den genauen Bewegungsverlauf beim Übergang von der Abwärts- zur Aufwärtsbewegung.