

Übungen zur theoretischen Mechanik**Übungsblatt XIII****Besprechung in den Übungen am 29. und 31. Januar 2018****I. Relativistische Mechanik: Längenparadoxon**

Im Jahr 2300 macht ein Astronaut ausserhalb seines Raumschiffs einen sehr ausgedehnten Raumpaziergang, während dessen er nicht mehr mit dem Raumschiff verbunden ist.

Um ihn wieder abzuholen, hat er mit seiner Crew im Raumschiff verabredet, dass dieses fast mit Lichtgeschwindigkeit längs an ihm vorbeifliegt. Dabei öffnet es eine Luke, und er fliegt im richtigen Moment, in dem die Luke genau neben ihm ist, senkrecht zur Bewegungsrichtung des Raumschiffs durch die Luke ins Raumschiff, wo ihn seine Crewkollegen augenblicklich abbremsen können (siehe Abbildung).

Als das Raumschiff schon mit $v \leq c$ im Anflug ist, kommen dem Astronauten Bedenken: Er weiss, dass die Lukenöffnung gerade einige Zentimeter größer ist als er selbst. Nun aber erscheint ihm die Lukenöffnung aufgrund der relativistischen Längenkontraktion verkürzt - wird er durch die Luke passen? Seine Crewkollegen auf dem Raumschiff hingegen machen sich keine Sorgen: aufgrund der Längenkontraktion erscheint ihnen der Astronaut verkürzt, er wird also bequem durch die Luke passen.

Wer ist länger - der Astronaut oder die Lukenöffnung am Raumschiff? Was ist die Auflösung des Paradoxons? Sind die Bedenken des Astronauten berechtigt?

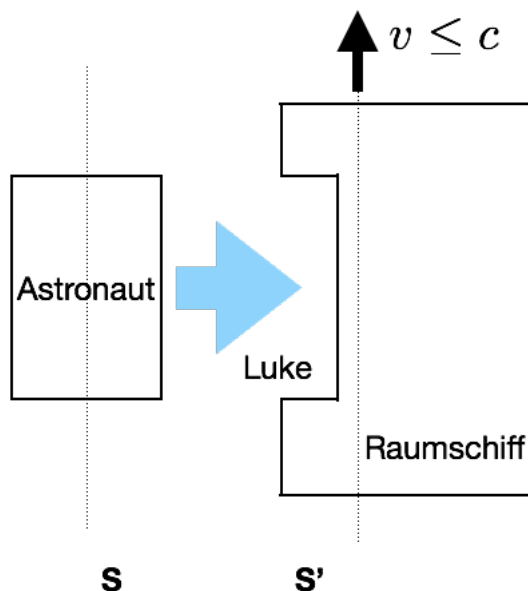


Abbildung: Raumschiff und Astronaut.

(bitte wenden)

II. Wiederholung: Variationsrechnung mit Nebenbedingung

Problem der Dido

In der antiken Sage flüchtet die phönizische Königstochter Dido nach der Ermordung ihres Mannes durch ihren Bruder an die afrikanische Küste. Dort gewährt ihr der König Iarbas soviel Land, wie sie mit einer Ochsenhaut umspannen kann.

Dido schneidet daraufhin die Ochsenhaut in einen langen dünnen Riemen der Länge ℓ und maximiert die Fläche, die sie mit diesem Riemen umschließen kann. Wieviel Fläche Land erhält sie? Wir nehmen das Küstengebiet als flach an (wie der \mathbb{R}^2).

Zur Lösung dieses *isoperimetrischen Problems* stellen Sie zunächst als Nebenbedingung den Zusammenhang zwischen der Parametrisierung des Weges und der Gesamtlänge ℓ auf. Dann wenden Sie die Variationsrechnung auf alle Wege an, die die Nebenbedingung erfüllen.