Übungen zur theoretischen Mechanik

Übungsblatt I

Besprechung in den Übungen am 23. oder 25. 10. 2017

I. Kugelkoordinaten

- a) Betrachten Sie den Raum \mathbb{R}^3 . Geben Sie die Transformationsgleichungen zwischen kartesischen Koordinaten (x, y, z) und Kugelkoordinaten (r, θ, ϕ) an.
- b) Berechnen Sie das Volumen einer dreidimensionalen Kugel mit Radius R aus dem Volumenintegral

$$V = \int_{V} dV. \tag{1}$$

c) Berechnen Sie die Oberfläche einer dreidimensionalen Kugel mit Radius R aus dem entsprechenden Flächenintegral.

II. Teilchen unter dem Einfluss von Reibung

Ein Teilchen (Massenpunkt) der Masse m fällt unter dem Einfluss der Schwerkraft. Zum Zeitpunkt $t=t_0$ fällt es senkrecht in einen (sehr tiefen) Behälter mit Öl. Dort wirkt zusätzlich die Reibungskraft

$$\vec{F}_R = -\kappa \vec{v} \tag{2}$$

auf das Teilchen.

- a) Welche Kräfte wirken insgesamt auf das Teilchen? Stellen Sie aus der Kräftegleichung die Bewegungsgleichung für das Teilchen auf.
- b) Berechnen Sie die Geschwindigkeit v(t) des Teilchens als Funktion der Zeit für $t > t_0$. Finden Sie zunächst die Lösung der homogenen Differentialgleichung und dann eine spezielle Lösung der inhomogenen Differentialgleichung. Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich das Teilchen für große Zeiten?
- c) Berechnen Sie den Abstand x(t) des Teilchens von der Öloberfläche als Funktion der Zeit t für $t > t_0$.