

Julius-Maximilians-Universität Würzburg  
Fakultät für Physik und Astronomie  
Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik

Schriftliche Hausarbeit zur ersten Staatsprüfung  
für das Lehramt an Gymnasien

## **Thema: Fahrradphysik**

Eingereicht von:  
Carsten Bielmeier  
März 2012  
Betreuer: Thomas Geßner  
Prüfer: Prof. Dr. Thomas Trefzger

<b>1</b>	<b>VORWORT</b> .....	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>DANKSAGUNG</b> .....	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>BREMSEN</b> .....	<b>6</b>
3.1	THEORETISCHE BETRACHTUNG .....	6
3.1.1	<i>Bremsvorgang in der Ebene</i> .....	6
3.1.1.1	Hinterradbremse .....	10
3.1.1.2	Vorderradbremse .....	11
3.1.1.3	Vorder- und Hinterradbremse.....	14
3.1.2	<i>Bremsen in der schiefen Ebene</i> .....	16
3.1.2.1	Hinterradbremse .....	17
3.1.2.2	Vorderradbremse .....	18
3.1.3	<i>Luftwiderstand beim Bremsen</i> .....	19
3.1.4	<i>Energie und Arbeit beim Bremsen</i> .....	21
3.1.4.1	Hubarbeit beim Bremsen .....	21
3.1.4.2	Wärmeenergie beim Bremsen .....	23
3.1.5	<i>Bremsen in der Kurve</i> .....	25
3.1.6	<i>Technische Umsetzung von Bremsen</i> .....	26
3.1.6.1	Seilzugbremse .....	27
3.1.6.2	Hydraulikbremse .....	29
3.1.6.3	Vergleichsbeispiel der beiden Bremstypen .....	30
3.2	VERSUCHE: BREMSEN.....	32
3.2.1	<i>Schwerpunktbestimmung</i> .....	32
3.2.2	<i>Versuch 1 (Gewichtsverlagerung)</i> .....	33
3.2.3	<i>Versuch 2 (Bremswegbestimmung)</i> .....	34
3.2.4	<i>Versuch 3 (Gleitreibung / Haftreibung)</i> .....	40
3.2.5	<i>Versuch 4 (Beschleunigungsmessung)</i> .....	41
<b>4</b>	<b>KURVENFAHRT UND GLEICHGEWICHT</b> .....	<b>45</b>
4.1	THEORETISCHE BETRACHTUNGEN.....	46
4.1.1	<i>Gleichgewichtsbedingung</i> .....	46
4.1.2	<i>Zentripetalkraft</i> .....	46
4.1.3	<i>Knickkraft</i> .....	49
4.1.4	<i>Lenkergeometrie</i> .....	50
4.1.4.1	Nachlauf .....	51
4.1.4.2	Steuerwinkel.....	56
4.1.5	<i>Gesamtchema Gleichgewichtsregulierung</i> .....	60
4.1.6	<i>Radstand</i> .....	61
4.1.7	<i>Kreiselkräfte</i> .....	62
4.1.8	<i>Zusammenfassung der einzelnen Parameter</i> .....	63
4.2	VERSUCHE: GLEICHGEWICHT UND KURVENFAHRT.....	65
4.2.1	<i>Versuch 1 (Starrer Lenker)</i> .....	65
4.2.2	<i>Versuch 2 (Nachlauf)</i> .....	66
4.2.3	<i>Versuch 3 (Kreiseffekte)</i> .....	67
4.2.4	<i>Versuch 4 (Neigungsmessung)</i> .....	68
4.2.5	<i>Versuch 5 (Kurvenfahrt durch Antippen des Lenkers)</i> .....	74
<b>5</b>	<b>FAHRWIDERSTÄNDE, ANTRIEB UND BIOMECHANIK</b> .....	<b>75</b>
5.1	THEORETISCHE BETRACHTUNG .....	75
5.1.1	<i>Fahrwiderstände</i> .....	75
5.1.1.1	Rollreibung .....	75
5.1.1.2	Luftreibung .....	79
5.1.1.2.1	Luftdichte .....	81
5.1.1.2.2	Windschatten.....	82
5.1.1.2.3	Einfluss des Windes.....	83
5.1.1.3	Steigungswiderstand .....	84
5.1.1.4	Gesamtwiderstand .....	86
5.1.2	<i>Übertragung der Antriebskraft</i> .....	87
5.1.3	<i>Biomechanische Aspekte</i> .....	90
5.2	VERSUCHE : FAHRWIDERSTÄNDE, ANTRIEB UND BIOMECHANIK.....	94

5.2.1	Versuch 1 (Bestimmung des $c_w$ -Werts).....	94
5.2.2	Versuch 2 (Biomechanischer Wirkungsgradvergleich).....	98
5.2.3	Versuch 3 (Leistungsbestimmung durch Ausrollen).....	99
<b>6</b>	<b>EINORDNUNG IN DEN LEHRPLAN .....</b>	<b>102</b>
6.1	3 BREMSEN .....	102
6.2	4 KURVENFAHRT UND GLEICHGEWICHT.....	105
6.3	5 FAHRWIDERSTÄNDE, ANTRIEB UND BIOMECHANIK.....	106
<b>7</b>	<b>FAZIT .....</b>	<b>108</b>
<b>8</b>	<b>ANHANG .....</b>	<b>108</b>
8.1.1	Bremswege aus Versuch 3.2.2.....	108
8.1.2	Neigungswinkel aus Versuch 4.2.4.....	110
<b>9</b>	<b>LITERATURVERZEICHNIS.....</b>	<b>112</b>
<b>10</b>	<b>EIGENSTÄNDIGKEITSERKLÄRUNG.....</b>	<b>114</b>

# 1 Vorwort

Die Ergebnisse von Unterrichtsforschungen und öffentliche Meinungen über Physikunterricht stimmen weitgehend überein: Physikunterricht ist unbeliebt, Physikunterricht ist wenig effektiv. Ursache dafür sind u.a. fragwürdige Vorstellungen von der Aufgabe des Physikunterrichts im Speziellen und von der Schule im Allgemeinen.<sup>1</sup>

Allgemein nimmt das Interesse am Fach Physik in allen Schularten übergreifend mit steigendem Jahrgang enorm ab.<sup>2</sup> Oftmals wirkt die Physik weltfremd von täglichen Erfahrungen und viele Versuchsobjekte erscheinen künstlich und speziell für Versuche handlich gemacht. Physik in der Schule zu betreiben heißt immer auch hinreichend zu vereinfachen und schülergerechte Modelle zu schaffen. Gerade diese Vereinfachungen führen allerdings häufig zu Konflikten. Beispielsweise der freie Fall ohne Luftreibung oder reibungsfreie Bewegung auf der schiefen Ebene. Hierbei werden oftmals Erkenntnisse gewonnen, die generell nicht auf Alltagssituationen übertragen werden können, da schon von Grund auf unrealistische Voraussetzungen geschaffen wurden. Alleine der mangelnde Alltagsbezug an deutschen Schulen sollte als Grund schon ausreichend sein, das Fahrrad aus physikalischer Perspektive genauer zu betrachten. Bedenkt man darüber hinaus, wie wenig Literatur es über die Physik des Fahrrads gibt, so erscheint eine Auseinandersetzung mit dem Fahrrad als längst überfällig. Verstärkt wird dieser Sachverhalt, wenn man bedenkt, dass sich der Inhalt unter den vorhandenen Werken viel auf die technische Betrachtung anstatt einer physikalischen Analyse beschränkt.

Der Inhalt dieser Arbeit soll primär ein fundamentales Verständnis für einige Bereiche der Physik des Fahrrads schaffen, sodass umfangreiches Hintergrundwissen vermittelt wird. Auch hier müssen natürlich für die geschaffenen Modelle Vereinfachungen und Näherungen getätigt werden, da die Realität eben nicht exakt und einfach zu beschreiben ist. Bei der Erstellung der Abhandlungen wurde sehr viel Wert auf eine genaue und verständliche Beschreibung geachtet, sodass diese ohne Sekundärliteratur für jeden mit einem physikalischen Grundstudium nachvollziehbar sein sollten. Darüber hinaus wurde bei den entsprechenden Modellierungen bzw. Elementarisierungen darauf geachtet, dass diese so viel Alltagsbezug wie möglich aufweisen, ohne unnötig kompliziert zu werden. Insgesamt gliedert sich diese Arbeit in drei verschiedene Bereiche, in denen das Fahrrad physikalisch analysiert wird. Dabei handelt es sich um die Betrachtung der Bremsen, eine Analyse von Gleichgewicht / Kurvenfahrt und im letzten Abschnitt werden Fahrwiderstände, Übertragung von Antriebskräften sowie biomechanische Aspekte betrachtet. Jedes Kapitel beinhaltet zunächst ausführliche theoretische Betrachtungen und im Anschluss ausgewählte Versuche zu der angeführten Theorie. Für einige Versuche wurden zusätzlich exemplarische Videos erstellt. Diese sind im Dateiodner Videos geordnet nach Kapitel und Versuchsnummern einzusehen. Bei vielen Versuchen ist allerdings durch ein Video kein nennenswerter Effekt ersichtlich. Für diese wurden keine Videos gedreht. Diese Arbeit soll demnach als didaktische Grundlage der Fahrradphysik dienen und bietet daher gerade im Bereich der Versuche zahlreiche Möglichkeiten darauf aufzubauen. So wären beispielsweise Auszüge der Arbeit als Schülerlabor mit zugehöriger Evaluation denkbar oder auch mit Exzerpten der Theorie und den zugehörigen Versuchen Unterrichtsentwürfe zu erstellen. Als grobe Orientierung der bearbeiteten Inhalte wird am Ende der Arbeit, wenn man sich einen Überblick über die Ausführungen verschafft hat, auch eine Einordnung der einzelnen Bereiche in den Lehrplan getätigt. Auf Grund der geringfügigen Literatur habe ich mich allerdings für einen fachlich umfangreicheren Einblick in die Fahrradphysik mit entsprechenden Elementarisierungen entschieden und hoffe daher, dass diese Arbeit wohlmöglich noch weitere Verwendung findet

---

<sup>1</sup> BRAUN: Kurzbeschreibung

<sup>2</sup> HÖTTECKE: S. 123

– für jemand, der sich ebenso für die Physik des Fahrrads interessiert und gerne in der Schule anbringen möchte.

## 2 Danksagung

Der Dank für diese Arbeit gebührt vielen Menschen, die auf ihre Weise mitgewirkt haben. Zunächst möchte ich den Lehrstuhl für Didaktik der Physik und hierbei insbesondere Herrn Prof. Dr. Thomas Trefzger und Herrn Thomas Geßner für die Betreuung und Annahme des Arbeitsthemas danken. Unter meinen Studienkollegen gebührt Jonas Lorenz, Markus Stürmer und Thomas Anschütz ein ganz besonderes Dankeschön. Sie haben mir bei der Durchführung einiger Versuche geholfen und standen für theoretische Probleme mit ihren Ratschlägen stets zur Seite.

Für die eine oder andere Umbaumaßnahme an Rädern für einige Versuchsdurchführungen möchte ich mich bei meinem Studienkollegen Veit Müller, sowie meinem langjährig hilfreichen Nachbarn Bernd Jänicke bedanken. Die Modifikationen an den Rädern haben viel Freude bereitet und Dank der großartigen Hilfe waren sie meist zügig bestritten. Im Kapitel der Bremsdynamik möchte ich Herrn Ernst Brust (Leiter der Velotech GmbH Schweinfurt) danken, der sich viel Zeit bei der Analyse und Interpretation der Bremswertergebnisse genommen hat und mit seinem jahrzehntelangen Wissen über die Physik des Fahrrads geholfen hat.

Im Bereich der Gleichgewichtsproblematik hat mir Herr Hans Rudolf Zeller mit seinem fundierten Fachwissen großartig zur Seite gestanden. Erst durch sein präzises Gleichgewichtsmodell wurde es möglich ein stark vereinfachendes mit allen wichtigen Aspekten zu erstellen. Darüber hinaus hat er durch persönliche Gespräche geholfen, mir ein besseres Verständnis über das Gleichgewicht zu vermitteln. Ganz besonderer Dank gilt auch meinen Eltern, die mich jahrelang im Studium finanziell unterstützt haben und mir somit auch das kostspielige Hobby Radsport ermöglicht haben. Ohne die finanziellen Möglichkeiten im Radsport wäre das Interesse dieser schönen Freizeitbeschäftigung wohlmöglich schon verfolgen und ich wäre nie auf die Idee gekommen eine Arbeit über die physikalischen Hintergründe des Fahrrads zu schreiben. Abschließend möchte ich noch meinen beiden Brüdern danken. Heiko für die Hilfe zahlreicher Grafiken und Videobearbeitungen am Computer. Frank für die Hilfestellungen einiger Videoaufnahmen und Versuchsdurchführungen.

## 3 Bremsen

Im Alltag stellen die Fahrradbremsen eine zweckmäßige, allerdings laut StVZO auch vorschriftsmäßige, Komponente dar.<sup>3</sup> Die meisten Räder besitzen jeweils eine Bremsanlage an Vorder- und Hinterrad. Selbstverständlich betätigen wir die Bremse(n), um das Fahrrad gewollt bis zu einem gewissen Punkt zum Stillstand zu bringen. Doch es gibt beim Bremsen viel zu analysieren und auch in der Praxis zu beachten. Gerade über den Bremsvorgang existiert in der breiten Bevölkerung viel Unwissen, allerdings auch zahlreiche Fehlvorstellungen. Wie kommt man beispielsweise möglichst schnell zum Stehen? Haben die Vorder- bzw. Hinterradbremse die gleiche Verzögerung? Wo liegen die Grenzen beim Bremsweg und durch was werden sie bestimmt? Um diesen Fragen nachzugehen ist es notwendig ein physikalisches Modell zu bilden, das es erlaubt den Bremsvorgang ausreichend gut, aber auch einfach darzustellen. Dabei können natürlich nicht alle Feinheiten, die in der Realität auf den Prozess Einfluss nehmen berücksichtigt werden. Von diesem Standpunkt aus betrachtet wird das Modell soweit vertieft, wie es im Rahmen dieser Betrachtung als sinnvoll erachtet wird. Zunächst soll eine ausführliche theoretische Betrachtung stattfinden. Um ein umfangreiches Verständnis über den Bremsvorgang zu erhalten, wird im folgenden Abschnitt der Bremsvorgang erst sehr genau in der Ebene besprochen und mit hilfreichen Beispielen veranschaulicht. Das hilft, um sich mit den vorhandenen Phänomenen bei einem Zweirad vertraut zu machen. Erst im Anschluss wird die Bremsproblematik auch auf die schiefe Ebene übertragen, was mit dem vorangestellten Inhalt allerdings keine großartige Veränderung und somit auch keine Verständnisprobleme mehr birgt. In allen Betrachtungen wird auf eine Berücksichtigung der Rotationsenergie der Laufräder, sowie wirkende Kreiseffekte verzichtet. Diese werden im Vergleich zu den anderen betrachteten Größen als vernachlässigbar angesehen. Nach dem kompletten theoretischen Part werden einige Versuche mit Fahrrädern zur Bremsthematik gemacht. Außerdem wird auf eine mögliche Relevanz für den Schulunterricht eingegangen.

Im Rahmen dieser Arbeit kann allerdings nicht auf die zahlreichen technischen Unterschiede der verschiedenen Bremssysteme, die auf dem Fahrrad-Markt üblich sind eingegangen werden. Folglich ist ein Eingehen auf technische Lösungsansätze für manche Phänomene bzw. Probleme, die beim Bremsen auftreten, nur teilweise möglich. Nichtsdestotrotz wird auch eine fundamentale Besprechung der Funktionsweise von wenigen Bremstypen vorgenommen.

### 3.1 Theoretische Betrachtung

#### 3.1.1 Bremsvorgang in der Ebene

Anfangs wird eine Betrachtung des Fahrrads vorgenommen, wenn es sich in der Ebene mit einer konstanten Geschwindigkeit  $\vec{v}_0$  bewegt. Das System (Fahrrad und Fahrer) besitzt seinen Schwerpunkt S in der x-z Ebene (annähernd). Die im Schwerpunkt angreifende Gewichtskraft  $\vec{F}_G$  teilt sich auf das Vorder- und Hinterrad auf, wo entsprechend die Gegenkraft durch die Fahrbahn, auf der wir uns befinden, aufgebracht wird.

---

<sup>3</sup> Laut StVZO muss ein Fahrrad zwei unabhängig voneinander funktionierende Bremsen besitzen (StVZO, 3. Andere Straßenfahrzeuge, § 65 Bremsen).

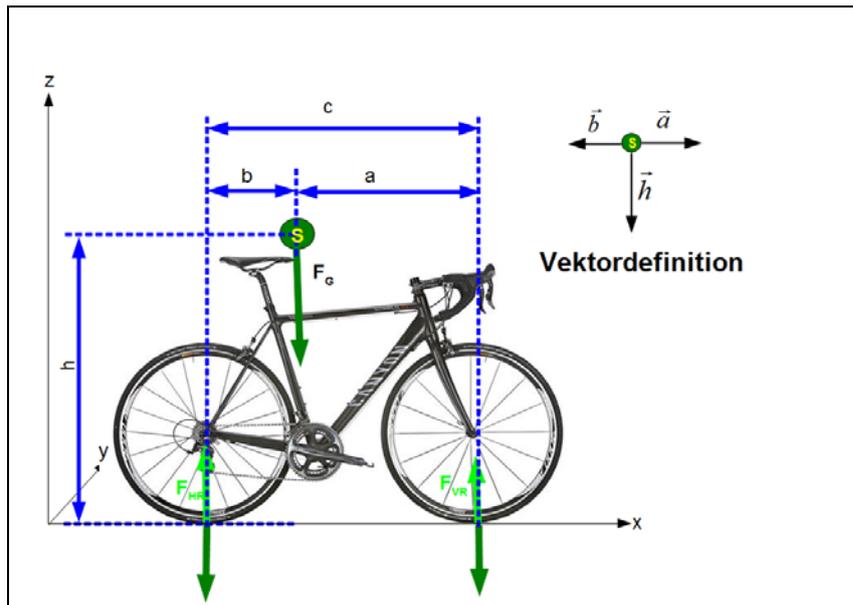


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Fahrrads bei konstanter Geschwindigkeit ohne äußere Reibungseinflüsse<sup>4</sup>

Gemäß dem ersten Newton'schen Axiomen (Trägheitsgesetz) bewegt sich ein Körper mit gleich bleibender Geschwindigkeit weiter oder bleibt in Ruhe, wenn keine resultierende äußere Kraft auf ihn wirkt<sup>5</sup>. Sieht man von äußeren Reibungseinflüssen (Rollwiderstand, Luftreibung etc.) ab, würde das Fahrrad in der Ebene ohne die Einwirkung der Bremsen mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_0$  weiter rollen. Die einzige wirkende Kraft ist die Gewichtskraft  $\vec{F}_G$ , die im Schwerpunkt als vereint gedacht angesehen wird. Wie bereits erwähnt teilen sich die Reaktionskräfte der Fahrbahn in  $\vec{F}_{HR}$  und  $\vec{F}_{VR}$  auf. Es gilt:

$$\vec{F}_G = (-\vec{F}_{HR}) + (-\vec{F}_{VR}) \text{ bzw.: } F_G = F_{HR} + F_{VR} \quad (1)$$

Da das System nicht entlang der Y-Achse kippt (man kippt nicht um das Vorder- oder Hinterrad, sondern beide Räder haben in der Regel ständig Bodenkontakt), muss die Summe der resultierenden Drehmomente null ergeben.

$$\sum_i \vec{M}_i = 0 \quad (2)$$

Für den vektoriellen Drehmomentansatz wird der Koordinatenursprung durch den Schwerpunkt S definiert. Die Drehachse gehe durch den Ursprung entlang der Y-Achse. Die Kräfte sind vektoriell gemäß der Pfeilrichtung in der Abbildung orientiert. Es folgt somit die Beziehung:

$$\vec{a} \times \vec{F}_{VR} = -\vec{b} \times \vec{F}_{HR} \quad (3)$$

Da die Kräfte und Hebelarme jeweils senkrecht zueinander stehen (siehe Abbildung 1) kann fortlaufend vereinfacht mit den Beträgen gearbeitet werden und es wird nicht mehr die vektorielle Darstellung mittels Vektorprodukt (Kreuzprodukt) benötigt. Es folgt:

$$F_{VR} \cdot a = F_{HR} \cdot b \quad (4)$$

Aus den bisherigen Gleichungen kann nun die Information gewonnen werden, wie sich das Gewicht auf das Vorder- bzw. Hinterrad verteilt. Dazu stellt man (1) auf  $F_{VR}$  bzw.  $F_{HR}$  um und setzt dann in Gleichung (4) ein. Folglich erhält man:

<sup>4</sup> Anmerkung: In allen Zeichnungen wurde die Normalkraft (als Gegenkraft zur Gewichtskraft) nicht im Schwerpunkt angetragen. Ansonsten wurde am Schwerpunkt stets die Summe aller einwirkenden Gesamtkräfte addiert. Normalkräfte wurden lediglich in den Auflagepunkten mit eingefügt. Bei dem abgebildeten Fahrrad handelt es sich um das Rennrad für die späteren Versuche.

<sup>5</sup> TIPLER, MOSCA: S. 78

$$F_{VR} = F_G \frac{b}{a+b} \quad (5)$$

$$F_{HR} = F_G \frac{a}{a+b} \quad (6)$$

Für gewöhnlich gilt  $a > b$ , was dazu führt, dass das Hinterrad bei konstanter Fahrt in der Ebene stärker belastet wird, als das Vorderrad ( $F_{HR} > F_{VR}$ ).

Da beim Bremsen jedoch nicht mit gleich bleibender Geschwindigkeit weitergefahren wird, muss folglich bei Betätigung der Bremsen auf das System gemäß dem zweiten Newton'schen Axiom, eine äußere Kraft wirken, wodurch der Bewegungszustand des Fahrrads laut der Formel  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  geändert wird<sup>6</sup>. Hierbei ist  $m$  die Gesamtmasse (Fahrrad + Fahrer – im Folgenden auch oft einfach als System bezeichnet),  $\vec{F}$  die resultierende äußere Kraft und  $\vec{a}$  die wirkende (beim Bremsen negativ) Beschleunigung. Bei konstanter Geschwindigkeit rollen die Reifen bekannter Weise gleichmäßig und nahezu schlupffrei auf der Straße ab. Wird durch den Fahrer eine Bremse betätigt, so greift diese in der Regel am Laufrad des Fahrrads an und verlangsamt dessen Winkelgeschwindigkeit  $\vec{\omega}$ . Das Resultat ist eine Verringerung der Umfangsgeschwindigkeit  $\vec{v}_u$  des Laufrads. Da das gesamte System seine Translationsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0$  aus der Abrollbewegung der Laufräder ( $\vec{v}_u$ ) erhält, muss mit einer Reduzierung der Winkelgeschwindigkeit der Räder auch die Translationsgeschwindigkeit  $\vec{v}_0$  abnehmen. Dies liegt daran, dass die eingeleitete Verzögerung an den Laufrädern einen Reibungsvorgang der Reifen an den Berührstellen (HR und VR) mit dem Untergrund hervorruft (für gewöhnlich Asphalt). Sollte das System dadurch nicht langsamer werden, so hätte dies zur Folge, dass das Fahrrad nicht rollt, sondern die Reifen blockierend über den Boden gleiten. Es wird daher zunächst von einem Bremsvorgang ohne Schlupf ausgegangen<sup>7</sup>. Bei einem schlupffreien Abbremsvorgang gilt:  $v_u = v_0$ . Beim gleichmäßigen Abbremsvorgang soll also zwischen Bremse und Laufrad Gleitreibung und im Kontaktbereich zwischen Reifen und Fahrbahn Haftreibung herrschen. Nun ist bekannt, dass die entscheidende Bremskraft an den Berührflächen zwischen den Reifen und der Fahrbahn wirkt (vorausgesetzt die funktionstüchtige Bremse baut hinreichend große Bremsmomente auf, was in der Regel der Fall ist). Diese (maximal mögliche) Bremskraft wird prinzipiell über den Haftreibungskoeffizient  $\mu_H$  und der wirkenden Gewichtskraft (Normalkraft) am entsprechenden Reifen bestimmt. Es gilt also betragsmäßig für die Kraft der beiden Bremsen:

$$F_{BH} = F_{HR} \cdot \mu_H \quad (7)$$

$$F_{BV} = F_{VR} \cdot \mu_H \quad (8)$$

Sieht man nach wie vor von äußeren Reibungseinflüssen ab, gilt für die insgesamt zur Verfügung stehende Bremskraft  $F_{BG}$ :

$$F_{BG} = F_{BH} + F_{BV} \quad (9)$$

---

<sup>6</sup> TIPLER, MOSCA: S. 78

<sup>7</sup> In der Realität kann beim Abbremsvorgang ganz ohne Schlupf keine Kraftübertragung stattfinden: (GRESSMANN: S. 143)

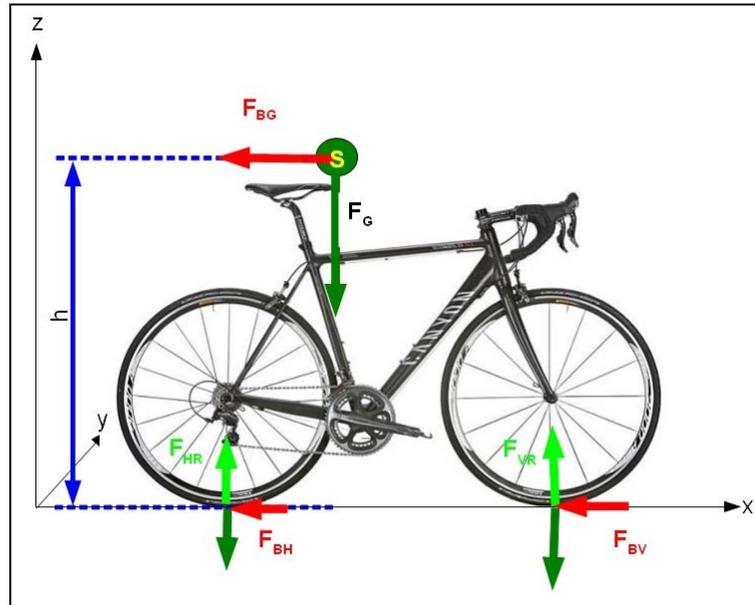


Abbildung 2: Schematische Darstellung des Fahrrads beim Bremsvorgang

An dieser Stelle soll also zunächst festgehalten werden, dass die gesamte Bremskraft nach momentanem Stand maximal der Gewichtskraft  $F_G$  multipliziert mit dem Reibungskoeffizienten  $\mu_H$ <sup>8</sup> zwischen Reifen und Fahrbahn entsprechen kann.

$$F_{BG \max} = F_G \cdot \mu_H \quad (10)$$

Jetzt wäre es also interessant zu wissen, wie sich die Gewichtskraft beim Bremsvorgang auf die Laufräder verteilt. In den Gleichungen (5) und (6) wurde eine solche Betrachtung bereits getätigt. Doch diese Formeln können nicht verwendet werden, da Gleichung (3) und somit auch (4) keine Gültigkeit mehr besitzen. Es spielt nun ein weiteres einwirkendes Drehmoment eine Rolle. Das Koordinatensystem wird wie bisher gewählt und aufs Neue die Summe der Drehmomente betrachtet. Das zusätzlich wirkende Drehmoment wird durch die gesamte Bremskraft  $F_{BG}$  und die Schwerpunkthöhe  $h$  bestimmt. Vektoriell gilt somit:

$$\vec{a} \times \vec{F}_{VR} = -[\vec{b} \times \vec{F}_{HR} + \vec{h} \times (\vec{F}_{BV} + \vec{F}_{BH})] \quad (11)$$

Auch hier kann auf Grund der Orthogonalität der einzelnen Komponenten wieder auf die Betragsschreibweise zurückgegriffen und zusätzlich die gesamte Bremskraft eingesetzt werden. Es folgt somit:

$$F_{VR} \cdot a = F_{HR} \cdot b + F_{BG} \cdot h \quad (12)$$

Mit Hilfe von Gleichung (1), die logischer Weise noch immer Gültigkeit besitzt, gelingt es somit die Radlastverteilung beim Bremsvorgang zu ermitteln. Dazu wird (1) wieder auf  $F_{VR}$  bzw.  $F_{HR}$  umgeformt und in (12) eingesetzt. Man erhält:

$$F_{VR} = \frac{F_G \cdot b + F_{BG} \cdot h}{a + b} = \frac{F_G \cdot b + F_{BG} \cdot h}{c} \quad (13)$$

$$F_{HR} = \frac{F_G \cdot a - F_{BG} \cdot h}{a + b} = \frac{F_G \cdot a - F_{BG} \cdot h}{c} \quad (14)$$

Betrachtet man diese beiden Gleichungen, so ist leicht zu erkennen, dass das Hinterrad bei steigender Bremskraft  $F_{BG}$  entlastet, während das Vorderrad stärker belastet wird. Dieser Sachverhalt sollte aus dem Alltag bekannt sein. Beim starken Abbremsen werden wir regelrecht aus dem Sattel heraus nach vorne gedrückt. Zunächst erst einmal unabhängig davon, ob vorne oder hinten abgebremst wird. Doch diese Gewichtsverlagerung stellt nicht nur eine nebenbei gewonnene physikalische Erkenntnis dar. Sie ist von entscheidender

<sup>8</sup> Mit guten Reifen und trockener asphaltierter Fahrbahn gilt in etwa  $\mu_H = 0,8 - 1,0$  (GRESSMANN: S. 141)

Bedeutung für den gesamten Bremsvorgang des Systems. Diese Verlagerung ist deshalb von so großer Bedeutung, da die wirksame Bremskraft durch die auf die Fahrbahn übertragene Gewichtskraft ( $F_{VR}$  bzw.  $F_{HR}$ ) des Reifen, sowie den Reibungskoeffizienten  $\mu_H$  bestimmt wird. Um klare Verhältnisse zwischen den Funktionen der beiden Bremsen zu schaffen, werden hier zunächst die beiden Bremsen separat betrachtet.

### 3.1.1.1 Hinterradbremse

Ein Effekt ist wahrscheinlich jedem vertraut und er tritt bei den meisten wohl eher ungewollt auf. Das Hinterrad neigt beim starken Abbremsen leicht dazu zu blockieren, was dazu führt, dass der Reifen dann lediglich noch über den Boden rutscht und nicht mehr rollt. Das erste Problem hierbei ist die Tatsache, dass das Fahrrad dann wesentlich schwieriger zu kontrollieren ist, außerdem wird der Reifen dadurch enorm abgenutzt und erfährt somit starken Abrieb. Wenn das Rad erst mal in den Rutsch- bzw. Gleitvorgang übergegangen ist, hilft auch ein stärkeres Anpressen der Bremsen durch Erhöhung der Handkraft nichts mehr, da man bis zum Stillstand einfach weiter gleiten wird. So lange der Reifen noch rollt, herrscht zwischen Reifen und Fahrbahn Haftreibung mit zugehörigen Haftreibungskoeffizient  $\mu_H$  vor. Beginnt man hingegen beim Bremsen zu rutschen, da der Reifen blockiert, so herrscht zwischen Reifen und Fahrbahn Gleitreibung mit entsprechendem Gleitreibungskoeffizienten  $\mu_G$ . Da für gewöhnlich die Beziehung  $\mu_H > \mu_G$  gilt, gelingt es die maximale Bremskraft zu erzielen, wenn die Bremse so stark betätigt wird, dass gerade noch Haftreibung zwischen Reifen und Fahrbahn herrscht. Folglich soll die Bedingung

$$F_{BH} \leq \mu_H \cdot F_{HR} \quad (15)$$

erfüllt werden.

Daraus folgt die erste Beziehung, die maximale mögliche Bremskraft der Hinterradbremse abzuschätzen:

$$F_{BH \max} = \mu_H \cdot F_{HR} \quad (16)$$

Nun verwendet man die Hinterradlast  $F_{HR}$ , die für den Bremsvorgang in (14) schon ermittelt wurde und setzt diese in (16) ein. Da nur mit dem Hinterrad abgebremst wird, gilt

$F_{BG} = F_{BH \max}$ . Umgestellt ergibt sich dann:

$$F_{BH \max} = \frac{\mu_H \cdot a \cdot F_G}{c + \mu_H \cdot h} \quad (17)$$

Für die maximal erreichbare Bremsverzögerung  $a_{b \max}$  ergibt sich demnach

$$a_{b \max} = \frac{F_{BH \max}}{m} = \frac{\mu_H \cdot a \cdot F_G}{(c + \mu_H \cdot h) \cdot m} = \frac{\mu_H \cdot a \cdot m \cdot g}{(c + \mu_H \cdot h) \cdot m} = \frac{\mu_H \cdot a \cdot g}{c + \mu_H \cdot h} \quad (18)$$

$g$  ist hierbei der Betrag des Ortsfaktors (Schwerebeschleunigung)  $\bar{g}$ <sup>9</sup>.

Was zunächst auffällt, dass die maximale Bremsverzögerung unabhängig von der Systemmasse ist, allerdings von der Haftreibungszahl abhängt (jedoch offensichtlich nicht direkt proportional). Da diese Formeln noch keinen guten Eindruck über die erreichbare Bremskraft schaffen, wird hier nun ein kleines Beispiel für eine trockene Fahrbahn ( $\mu_H=0,8$ )<sup>10</sup> und einer nassen Straße ( $\mu_H=0,5$ )<sup>11</sup> durchgeführt.

Außerdem wird mittels Gleichung

$$s = \frac{v_0^2}{2 \cdot a_{b \max}} \quad (19)$$

<sup>9</sup> Dieser wird für spätere Betrachtungen mit dem Betrag von  $9,8 \frac{m}{s^2}$  angenommen (WINKLER: S. 484)

<sup>10</sup> [http://m.schuelerlexikon.de/mobile\\_physik/Reibung\\_und\\_Reibungskraefte.htm](http://m.schuelerlexikon.de/mobile_physik/Reibung_und_Reibungskraefte.htm), Zugriff am 22.09.2011 (Dabei handelt es sich nur um Beispielwerte, die Koeffizienten bei modernen Reifenmischungen liegen höher)

<sup>11</sup> Siehe Fußnote 10

<sup>12</sup> GERHART, KARSTEN: S. 31

der benötigte Bremsweg abgeschätzt.

Beispiel Hinterradbremse:

Es verwenden hier Werte verwendet, die von einem sportlichen Trekking-Rad stammen.

$$c = 1,10 \text{ m}, a = 0,65 \text{ m}, h = 1,10 \text{ m}, m = 80 \text{ kg}, v_0 = 30 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 8,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Vor der Berechnung wird hier noch die Gewichtsverteilung von Vorder- und Hinterrad nach Gleichungen (5) und (6) angegeben, bevor gebremst wird.

$$F_{VR} = 321N = 0,41F_G \tag{20}$$

$$F_{HR} = 463N = 0,59F_G \tag{21}$$

	Trockene Fahrbahn	Nasse Fahrbahn
$F_{BH \text{ max}}$ nach (17)	$205N = 0,26F_G$	$154N = 0,20F_G$
$a_{b \text{ max}}$ nach (18)	$2,56 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$1,92 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
$s$ nach (19)	$13,56\text{m}$	$18,1\text{m}$
$F_{HR}$ nach (14)	$258N = 0,32F_G$	$309N = 0,40F_G$
$F_{VR}$ nach (13)	$526N = 0,67F_G$	$475N = 0,60F_G$

**Tabelle 1: Beispiel Hinterradbremse in der Ebene**

Die Bremswege erscheinen doch etwas groß, wenn man bedenkt, dass es sich hierbei um ein bestmögliches Bremsmanöver mit der Hinterradbremse handelt und es nach dem Modell nicht möglich ist, mit dieser Bremse alleine in der Ebene schneller zum Stillstand zu kommen. Was an diesem Beispiel jedoch auch festgestellt werden kann, dass das Vorderrad wesentlich stärker belastet, während das Hinterrad entlastet wird (obwohl vorne nicht gebremst wird). Als nächstes wird das Bremsverhalten der Vorderradbremse betrachtet.

**3.1.1.2 Vorderradbremse**

Bei der Hinterradbremse bestand gerade die Problematik, dass der Reifen ab einer gewissen Bremskraft ins Rutschen gerät. Dieses Phänomen stellte den primären limitierenden Faktor für die zur Verfügung stehende Bremskraft dar. Ein blockierender Vorderreifen beim Abbremsen sollte jedoch kaum jemand vertraut sein. Doch woran liegt es, dass der so gut wie nie ins Rutschen gerät? Es hat nicht in etwa damit zu tun, dass viele die Vorderradbremse zaghafter einsetzen. Dahinter steckt die Tatsache, dass die Gewichtskraft mit steigender Bremskraft auf das Vorderrad verlagert wird. Da die wirksame Bremskraft durch die Gewichtskraft multipliziert mit dem Reibungskoeffizienten bestimmt wird, verliert das Vorderrad demnach viel später die Haftreibung und kann auf Grund dessen wirksamer bremsen. Doch wenn es in aller Regel auf trockener Fahrbahn nicht ein gleitender Reifen ist, der die Bremskraft beschränkt, was beschränkt dann die mögliche Bremskraft? Sie wird generell auch nicht durch die Bauart der Vorderradbremse selbst bestimmt. Schon vorher setzt ein Phänomen ein, das dem ein oder anderen wohl unangenehm im Gedächtnis geblieben ist. Es handelt sich hierbei um den gefürchteten Sturz über den Lenker. Ab einer gewissen Bremskraft kippt das Fahrrad mit samt dem Fahrer um den Auflagepunkt des Vorderrades nach vorne (Rotation um die Y-Achse). Ab dann ist keine weitere Steigerung der wirksamen

Bremskraft mehr möglich. Doch wann kann dies passieren und kann man wirklich immer über den Lenker stürzen? Um dies herauszufinden sind ein paar weitere Überlegungen nötig. Eine notwendige Bedingung ist demnach, dass noch immer ein Teil der gesamten Gewichtskraft  $F_G$  auf dem Hinterrad lastet, wäre dies nicht der Fall und  $F_{HR} = 0$ , so würde es vom Boden abheben und der Überschlag wäre nicht mehr weit. Daher muss gelten:

$$F_{HR} \geq 0 \quad (22)$$

Doch diese Bedingung alleine reicht nicht aus, denn es muss trotzdem, wie bei der Hinterradbremse auch, gewährleistet werden, dass das Vorderrad auf dem Boden haftet und nicht in den Gleitvorgang übergeht. Deswegen muss zusätzlich

$$F_{BV} \leq \mu_H \cdot F_{VR} \quad (23)$$

erfüllt werden.

Diese beiden Gleichungen veranlassen zu einer Fallunterscheidung. Dazu wird ein Blick auf die Gewichtskraft am Hinterrad aus Gleichung (14) geworfen diese gleich null ( $F_{HR} = 0$ ) gesetzt. Dies führt zu folgender Beziehung:

$$F_G \cdot a - F_{BG} \cdot h = 0 \quad (24)$$

für die gesamte verfügbare Bremskraft  $F_{BG}$  verwendet man Gleichung (10) und setzt diese in Gleichung (24) ein. Das führt zur Bedingung

$$\mu_H = \frac{a}{h} \quad (25)$$

Das heißt, wenn  $\mu_H \geq \frac{a}{h}$  gilt, ist ein Abheben des Hinterrads möglich. Die gesamte Gewichtskraft  $F_G$  kann demnach auf dem Vorderrad lasten, wodurch der Überschlag entstehen kann (siehe Abbildung 3). Gilt hingegen  $\mu_H \leq \frac{a}{h}$ , so ist es nicht möglich so stark zu

bremsen, um das Hinterrad völlig zu entlasten. In diesem Fall wird es nicht zum Sturz über den Lenker kommen können. Hier wird das Vorderrad bei zu starkem Abbremsen wie das Hinterrad blockieren. Das ist wesentlich schlimmer als ein rutschendes Hinterrad, da ein gleitendes Vorderrad sehr schwer zu beherrschen ist und selbst einen sehr geübten Fahrer meist früh zum Sturz bringt.

1. Fall:  $\mu_H \leq \frac{a}{h}$

Hier wird die maximale Bremskraft abgeschätzt, indem man bei Gleichung (23) die Gleichheit fordert.

$$F_{BV \max} = \mu_H \cdot F_{VR} \quad (26)$$

Dabei wird analog wie bei der Betrachtung der Hinterradbremse vorgegangen und es wird in Gleichung (26) Gleichung (13) eingesetzt und aufgelöst. Schließlich folgt:

$$F_{BV \max} = \frac{\mu \cdot b \cdot F_G}{c - \mu_H \cdot h} \quad (27)$$

Die bestmögliche Verzögerung ergibt sich hier zu:

$$a_{b \max} = \frac{F_{BV \max}}{m} = \frac{\mu_H \cdot b \cdot F_G}{(c - \mu_H \cdot h) \cdot m} = \frac{\mu_H \cdot b \cdot m \cdot g}{(c - \mu_H \cdot h) \cdot m} = \frac{\mu_H \cdot b \cdot g}{c - \mu_H \cdot h} \quad (28)$$

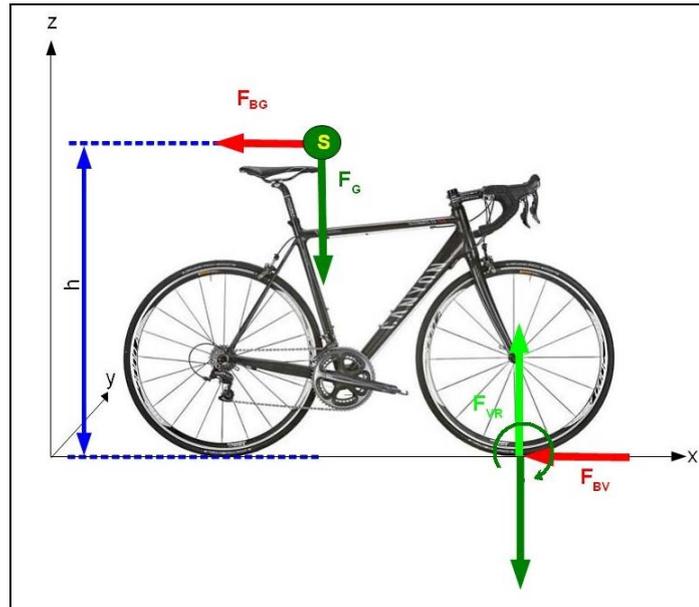
In diesem Fall lastet noch immer ein kleiner Anteil der Gewichtskraft auf dem Hinterrad, wodurch dieses auch noch eine kleine Steigerung der gesamten Bremskraft ermöglichen würde. Dieser Umstand wird im Abschnitt 3.1.1.3 Vorder- und Hinterradbremse behandelt.

Für die Lastverteilung der Räder ergibt sich demnach in diesem Fall mit Hilfe von den Gleichungen (13) und (14) unter Annahme der Bremskraft aus Gleichung (27):

$$F_{VR} = \frac{b \cdot F_G}{c - \mu_H \cdot h} \quad (29)$$

$$F_{HR} = \frac{F_G \cdot (a - \mu_H \cdot h)}{a + b - \mu_H \cdot h} \quad (30)$$

2. Fall:  $\mu_H \geq \frac{a}{h}$



**Abbildung 3: Kräfteverteilung bei maximaler Bremskraft am Vorderrad / Sturz über den Lenker**

Dieser Fall birgt die interessante Besonderheit im Vergleich zu den bisherigen Betrachtungen, dass die maximale Bremskraft aus Gleichung (26) bzw. (10) bis hin zum Verlust der Haftreibung, sodass ein Gleiten eintritt, nicht erreicht werden kann. Denn schon vorher, ab

einem  $\mu_H = \frac{a}{h}$ , das in Gleichung (25) ermittelt wurde, verliert der Hinterrreifen - wie

besprochen - den Bodenkontakt. Jede weitere Steigerung der Bremskraft  $F_{BV}$  führt zu einer Drehung um den Auflagepunkt des Vorderrades (VR) und somit zum Sturz.

Dies bedeutet, dass für die maximale Bremskraft die einfache Beziehung

$$F_{BV \max} = \frac{a}{h} \cdot F_{VR} = \frac{a}{h} F_G \quad (31)$$

gilt. Das hat interessanterweise die Folge, dass ein besserer Haftreibungswert als

$\mu_H = \frac{a}{h}$  beim Bremsen keinen Nutzen mehr bringt. Auch die Betätigung der Hinterradbremse

bringt natürlich keinen Effekt mehr ( $F_H=0$ ). Sofern der Schwerpunkt nicht weiter nach hinten ( $a$  vergrößern) bzw. nach unten ( $h$  verkleinern) verlagert wird, gibt es keine Möglichkeit mehr, eine noch stärkere Bremskraft zu erreichen. Das getätigte Beispiel der Hinterradbremse wird hier erneut mit gleichen Werten aufgegriffen, um einen Vergleich zu schaffen.

### Beispiel Vorderradbremse:

Vor Einleitung des Bremsvorgangs gilt die Gewichtsverteilung aus den Gleichungen (20) / (21). Fall 1 entspricht der nassen und Fall 2 der trockenen Fahrbahn.

	Trockene Fahrbahn	Nasse Fahrbahn
$F_{BV \max}$ nach (31)	$463N = 0,59F_G$	$321N = 0,41F_G$
$a_{b \max}$ nach (28)	$5,79 \frac{m}{s^2}$	$4,01 \frac{m}{s^2}$
$s$ nach (19)	$6,00m$	$8,66m$
$F_{HR}$ nach (29)	$0,00N = 0,00F_G$	$143N = 0,18F_G$
$F_{VR}$ nach (30)	$784N = 1,00F_G$	$641N = 0,82F_G$

**Tabelle 2: Beispiel Vorderradbremse in der Ebene**

Verglichen mit dem Beispiel der Hinterradbremse sind das doch sehr beeindruckende Werte. Die Bremswege sind von der Größenordnung sogar etwas weniger als die Hälfte. Allerdings muss hier berücksichtigt werden, dass ein Bremsvorgang dieser Art wirklich nur sehr geübte Fahrer bei guten Fahrbahnbedingungen beherrschen. Dann gelingt es auf trockener Fahrbahn fast den gesamten Bremsvorgang auf dem Vorderrad zu absolvieren, während das Hinterrad leicht in der Luft schwebt. Bei nasser Fahrbahn hingegen vermag es wohl kaum einer herauszufinden, wie groß der Haftreibungswert zwischen Vorderreifen und Fahrbahn noch ist. Wie schon erwähnt wird auch kein Profi einen rutschenden Vorderreifen und somit einen Sturz riskieren wollen. Demnach ist der Bremsweg für eine Fahrbahn mit schlechteren Reibungseigenschaften lediglich eine theoretische Betrachtung und wird in der Realität so kaum erreichbar sein.

Realistischer ist hier wohl eher das Szenario, wie ohnehin nahezu jeder seine Bremsen betätigt. Die Vorderradbremse wird bis zu einem Maße, wie sie sicher erscheint genutzt und zusätzlich wird auch am Hinterrad durch Bremsen noch eine Verzögerung stattfinden. Daher wird noch eine gleichzeitige Benutzung der Vorder- und Hinterradbremse besprochen.

### **3.1.1.3 Vorder- und Hinterradbremse**

In diesem Abschnitt soll nicht zu sehr ins Detail vorgegangen werden, in welchem Maße die geforderte Verzögerungskraft auf die beiden Bremsen aufgeteilt werden kann bzw. soll. Dies hängt maßgeblich vom persönlichen Bremsverhalten und den entsprechenden Umständen der

Bremssituation ab. Für die Situation, dass  $\mu_H \geq \frac{a}{h}$  gilt, besteht hier auch kein Interesse mehr,

da bei maximal möglicher Bremsverzögerung ohnehin die ganze Last auf dem Vorderrad liegt und die Hinterradbremse keinen Nutzen mehr bringt. Zweifellos kann allerdings für die

Bedingung  $\mu_H < \frac{a}{h}$  durch Betätigung der Hinterradbremse noch eine Steigerung stattfinden.

Das komplexe Zusammenwirken der beiden Bremsen wird hier gleich anhand des Beispiels für die nasse Fahrbahn betrachtet. Gemäß Tabelle 2 konnte die Vorderradbremse eine maximale Bremskraft von  $F_{BV \max} = 321N$  erreichen. Es ist nicht möglich nun die

$F_{BH \max} = 154N$  (Tabelle 1) einfach zu addieren, um an die gesamte Bremskraft zu kommen, da das Hinterrad durch die Bremskraft des Vorderrades schon stark entlastet ist (Tabelle 2 -  $F_{VR}$ ) und bei Betätigung der Hinterradbremse noch weiter entlastet wird, da die gesamte zur Verfügung stehende Bremskraft weiter steigt. Somit kann auch nicht einfach  $F_{HR}$  aus Tabelle 2 mit  $\mu$  multipliziert werden, um an die additive Bremskraft der Hinterradbremse zu gelangen. Um die mögliche Steigerung herauszufinden, ist ein Blick auf Gleichung (14) für die Hinterradlast notwendig. Für die gesamte Bremskraft  $F_{BG}$  wird Gleichung (9) eingesetzt. In diese Gleichung kann die bereits vorherrschende Bremskraft am Vorderrad  $F_{BV}$  eingesetzt werden. Es entsteht also der Ausdruck:

$$F_{HR} = \frac{F_G \cdot a - (F_{VR} + F_{HR}) \cdot h}{c} \quad (32)$$

Nun ist durch Gleichung (16) die maximale unterstützende Bremskraft des Hinterrads mit einer einfachen Umformung berechenbar und man erhält noch

$$F_{BH \max} = 47N \quad (33)$$

hinzu, bevor das Hinterrad in den Gleitvorgang übergeht.

Für diesen Fall, dass also zusätzlich nach der Unterstützung der Hinterradbremse gegriffen wird, entsteht eine gesamte Bremskraft von

$$F_{BG \max} = 369N = 0,47F_G \quad (34)$$

Doch die maximal mögliche Bremskraft für diesen Fall ist noch nicht erreicht. Was ist passiert als die Hinterradbremse eine zusätzliche, wenn auch kleine, Verzögerungskraft beigesteuert hat? Es wurde nicht nur das Hinterrad weiter entlastet, sondern das Vorderrad zusätzlich noch belastet. Das heißt man kann nun vorne durch die stärkere Gewichtskraft die Bremskraft erhöhen, während hinten die Bremse leicht zu lösen ist, um ein Rutschen zu verhindern. Durch optimale Wahl erhält man die höchste nur mögliche Bremskraft gemäß Gleichung (10). Wir könnten also im besten Fall

$$F_{BG \max} = 392N = 0,50F_G \quad (35)$$

als Bremskraft erreichen. Auf eine strenge mathematische Analyse in Form eines Optimierungsproblems soll hier verzichtet werden, da diese Beziehung schon aus der qualitativen physikalischen Perspektive einsichtig ist. Doch dabei handelt es sich um einen Wert, der (vorausgesetzt die verwendeten Werte stimmen) wohl kaum erreichbar ist. Der Sachverhalt lässt sich recht einfach beschreiben. Man kann die Bremskraft nur erhöhen, da die Vorderradbremse - durch die zusätzliche Verzögerungskraft der Hinterradbremse - noch stärker betätigt werden kann. Das heißt, man müsste im perfekten Verhältnis die gesamte Bremskraft gleichzeitig auf beide Bremsen aufteilen. Wieso gleichzeitig, kann man sich schnell klar machen. Was würde passieren, wenn die Bremskraft der Vorderradbremse über die 321 N hinaus gesteigert wird, nur weil hinten noch etwas Bremskraft hinzu kommt und dann die Kraft der hinteren Bremse wieder weggenommen bzw. zu schwach dosiert wird? Das Vorderrad würde wegrutschen bzw. in Gleitreibung übergehen, da die erforderliche Normalkraft plötzlich nicht mehr gegeben wäre. Insgesamt also eine heikle Angelegenheit, vorne auf nasser Fahrbahn Wegzugleiten, nur weil hinten nicht mehr oder schwächer gebremst wird.

Bis hier fand eine umfangreiche theoretische Betrachtung des Bremsvorgangs in der Ebene ohne die Einflüsse von Roll- und Luftreibung statt. Während eine Vernachlässigung der Luftreibung im Bremsvorgang (zumindest bei kleineren Geschwindigkeiten) noch annehmbar wäre, so wäre es fatal diese Bremsbetrachtung während einer Abfahrt am Berg zu Grunde zu legen.<sup>13</sup> Daher soll das Modell für einen Bremsvorgang auf einer schiefen Ebene angepasst bzw. erweitert werden. Dabei wird es nicht nötig sein, alles noch mal derart detailliert zu betrachten, sondern lediglich an den Stellen, wo es notwendig erscheint.

<sup>13</sup> Wird im Abschnitt 3.1.3 Luftwiderstand beim Bremsen gezeigt.

### 3.1.2 Bremsen in der schiefen Ebene

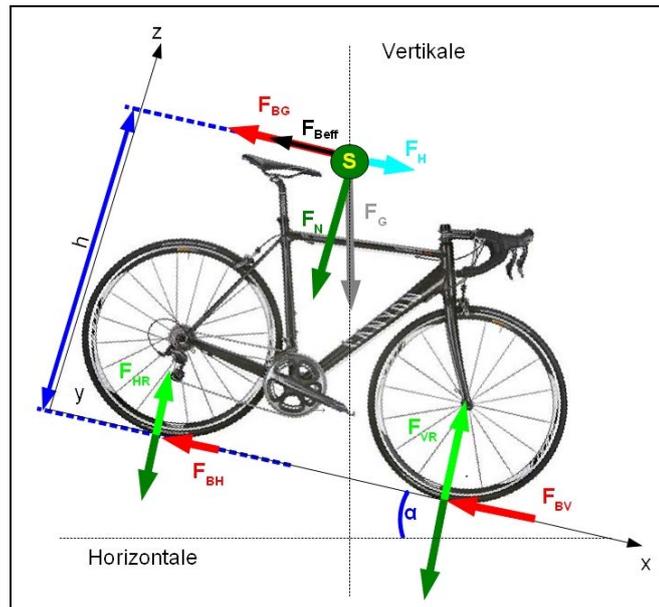


Abbildung 4: Darstellung eines Bremsvorgangs bei einer Bergabfahrt

Um die Betrachtung zu erleichtern werden die Koordinatenachsen entsprechend der Neigung  $\alpha$  der schiefen Ebene gegenüber der Horizontalen orientiert. Die wirkende Gewichtskraft  $F_G$  steht in diesem Fall nicht mehr senkrecht zu der Fahrbahn. Dies veranlasst zu einer Aufteilung in eine Normalkomponente ( $F_N$ ), sowie tangential wirkenden Kraftanteil ( $F_H$  – die Hangabtriebskraft). In diesem Fall gilt also

$$F_N = F_G \cdot \cos(\alpha) = F_{VR} + F_{HR} \quad (36)$$

für die Kraftaufteilung auf die Laufräder

Mit trigonometrischen Beziehungen erhält man mittels der Gleichungen (5) und (6)

$$F_{VR} = F_G \frac{b}{a+b} \cdot \cos(\alpha) \quad (37)$$

$$F_{HR} = F_G \frac{a}{a+b} \cdot \cos(\alpha) \quad (38)$$

für die wirkenden Kräfte ohne zusätzliche Bremskraft. An dieser Stelle ist es wichtig zu vermerken, dass diese beiden Kräfte für das freie Rollen an Berghängen gelten (nicht während der Fahrt, wenn bergauf getreten wird!). Zusätzlich wirkt hier die Hangabtriebskraft, die bergab beschleunigt (positiv), bergauf abbremst (negativ). Der Betrag ergibt sich zu:

$$F_H = F_G \cdot \sin(\alpha) \quad (39)$$

Wenn man also den Bremsvorgang einleitet, so wirkt die Hangabtriebskraft bergab der gesamten Bremskraft entgegen und unterstützt sie bergauf. Die von den Bremsen ausgehende gesamte Bremskraft wird nach wie vor  $F_{BG}$  genannt und teilt sich noch immer gemäß Gleichung (9) auf beide Räder auf. Schließlich erhält man eine effektiv wirkende Bremskraft, die durch die Hangabtriebskraft und die gesamte Bremskraft bestimmt wird.

$$F_{B_{eff}} = F_{BG} \pm F_H \quad (- \text{ bei bergab, } + \text{ bei bergauf}) \quad (40)$$

Mit den neu gewonnenen Informationen ist es möglich, die Lastverteilung während eines Bremsvorgangs auf Vorder- und Hinterrad zu berechnen. Nach wie vor besitzt Ansatz (12) Gültigkeit. In diese muss jetzt allerdings, auf Grund der zusätzlichen Hangabtriebskraft, Gleichung (36) umstellen und einsetzen. Nach einfacher Umformung gilt

$$F_{VR} = \frac{F_G \cdot \cos(\alpha) \cdot b + F_{BG} \cdot h}{c} \quad (41)$$

$$F_{HR} = \frac{F_G \cdot \cos(\alpha) \cdot a - F_{BG} \cdot h}{c} \quad (42)$$

für die Lastverteilung bei einer Hangbremsung (sowohl bergauf wie auch bergab). Es hat sich also nicht mehr geändert, als die Gewichtskraft durch die wirkende Normalkomponente zu ersetzen. Es wird im Anschluss das Bremsverhalten der Hinterradbremse bei einer Steigung/Gefälle mit dem in der Ebene verglichen.

### 3.1.2.1 Hinterradbremse

Die Abschätzungen für die maximale Bremskraft aus Gleichung (15) und (16) bleiben nach wie vor erhalten. Analog folgt somit durch Hilfe von (41) und (42)

$$F_{BH \max} = \frac{\mu_H \cdot a \cdot F_G \cdot \cos(\alpha)}{c + \mu_H \cdot h} \quad (43)$$

$$a_{b \max} = \frac{F_{BH \max}}{m} = \frac{\mu_H \cdot a \cdot g \cdot \cos(\alpha)}{c + \mu_H \cdot h} \quad (44)$$

für die maximale, durch die Bremse aufzubringende Beschleunigung. Allerdings bestimmt diese Beschleunigung nicht komplett darüber, wie schnell ein Anhalten möglich ist. Wie (40) zeigt, kommt noch die durch den Hang wirkende Beschleunigung  $a_H$  hinzu. Für die effektiv wirkende Beschleunigung gilt somit:

$$a_{\text{eff}} = a_{b \max} \pm a_H = a_{b \max} \pm \frac{m \cdot g \cdot \sin(\alpha)}{m} = \frac{[\mu_H \cdot a \cdot \cos(\alpha) \pm \sin(\alpha) \cdot (c + \mu_H \cdot h)] \cdot g}{c + \mu_H \cdot h} \quad (45)$$

(- bergab, + bergauf)

#### Beispiel Hinterradbremse:

Mit diesen neu gewonnenen Kenntnissen wird erneut das ursprüngliche Beispiel der Hinterradbremse betrachtet. Dabei werden alle Werte gleich gehalten. Als Neigungswinkel wird  $\alpha = 5,71^\circ$  gewählt, was einer Steigung von 10 % entspricht und somit im Straßenverkehr schon recht steil ist. Das Beispiel wird einmal bergauf, sowie bergab durchgeführt. In beiden Fällen gilt für die Lastverteilung vor dem Bremsvorgang nach (37) und (38)

$$F_{VR} = 319 \text{ N} = 0,41 F_G \quad (\text{In der Ebene waren es } 321 \text{ N}) \quad (46)$$

$$F_{HR} = 461 \text{ N} = 0,59 F_G \quad (\text{In der Ebene waren es } 463 \text{ N}) \quad (47)$$

	Trockene Fahrbahn		Nasse Fahrbahn	
$F_{BH \max}$ nach (61)	$204 \text{ N} = 0,26 F_G$		$153 \text{ N} = 0,20 F_G$	
	Bergauf	Bergab	Bergauf	Bergab

$F_{Beff}$ nach (58)	282N	126N	231N	75N
$a_{eff}$ nach (63)	$3,54 \frac{m}{s^2}$	$1,57 \frac{m}{s^2}$	$2,89 \frac{m}{s^2}$	$0,94 \frac{m}{s^2}$
$s$ nach (19)	9,8m	22m	12m	37m

**Tabelle 3: Beispiel Hinterradbremse bei 10 % Neigung**

Der benötigte Bremsweg hängt somit dramatisch davon ab, ob wir bergauf oder bergab mit der hinteren Bremse anhalten wollen. Bei nasser Fahrbahn braucht man abwärts gar über den doppelten Bremsweg (Vgl. Tabelle 1). Es sei hier allerdings noch mal vermerkt, dass sich an der Situation der Bremskraft, die die Bremsen aufbringen können bevor man in den Gleitvorgang übergeht fast nichts geändert hat (nur etwa 1 N, im Vergleich zur Ebene).

### 3.1.2.2 Vorderradbremse

Die beiden Fälle bleiben erhalten, dass das Vorderrad ab einem gewissen Reibungskoeffizient  $\mu_H$  nicht mehr durchrutschen kann. Dazu gilt wieder, dass die Hinterradlast aus Gleichung (42) verschwindet. Dadurch verändert sich der benötigte Haftreibungskoeffizient zu  $\mu_H \geq \cos(\alpha) \cdot \frac{a}{h}$ . Es werden wieder kurz die beiden Fälle unterschieden, bevor zum Beispiel übergegangen wird.

1. Fall:  $\mu_H \leq \frac{a}{h} \cos(\alpha)$

Die Abschätzung der maximalen Bremskraft nach (26) bleibt, wobei nun (41) eingesetzt wird. Daraus folgt:

$$F_{BV \max} = \frac{\mu_H \cdot b \cdot F_G \cdot \cos(\alpha)}{c - \mu_H \cdot h} \quad (49)$$

$$a_{b \max} = \frac{\mu_H \cdot b \cdot g \cdot \cos(\alpha)}{c - \mu_H \cdot h} \quad (50)$$

2. Fall:  $\mu_H > \frac{a}{h} \cos(\alpha)$

Hier lastet durch die Wahl des Koordinatensystems für die Drehmomentwirksame Kraft nicht die gesamte Gewichts-, sondern Normalkraft auf dem Vorderrad. Daraus folgt.

$$F_{BV \max} = \cos(\alpha) \cdot \frac{a}{h} \cdot F_{VR} = \cos(\alpha) \cdot \frac{a}{h} F_N = \cos^2(\alpha) \cdot \frac{a}{h} \cdot F_G \quad (51)$$

Das Hinterrad ist in diesem Fall – wie in der Ebene auch - vollständig entlastet.

#### Beispiel Vorderradbremse:

Das Beispiel wird hier mit den gleichen Werten wie zuvor bei der Hinterradbremse durchgeführt.

	Trockene Fahrbahn		Nasse Fahrbahn	
$F_{BV \max}$	$461N = 0,59F_G$ (nach (69))		$319N = 0,40F_G$ (nach (67))	
	Bergauf	Bergab	Bergauf	Bergab
$F_{Beff}$ nach (58)	$539N$	$383N$	$397N$	$241N$
$a_{eff}$ nach (63)	$6,74 \frac{m}{s^2}$	$4,79 \frac{m}{s^2}$	$4,96 \frac{m}{s^2}$	$3,02 \frac{m}{s^2}$
$s$ nach (19)	$5,2m$	$7,25m$	$6,99m$	$11,50m$

**Tabelle 4: Beispiel Vorderradbremse bei 10 % Neigung**

Ein recht starkes Gefälle nimmt also keinen großen Einfluss auf den benötigten Bremsweg mit der vorderen Bremse. Lediglich ein Gefälle in Kombination mit einer rutschigeren Fahrbahn führt dann in diesem konkreten Beispiel fast zu einer Verdoppelung des Bremsweges im Vergleich zu einer trockenen, ebenen Fahrbahn. Was allerdings auffällt ist die Tatsache, dass die Hinterradbremse bei einer Vollbremsung auf trockener, ebener Fahrbahn noch immer schlechter ist, als die Vorderradbremse bei 10% Gefälle auf nasser Fahrbahn. Dies sollte noch mal eindrucksvoll die enorme Bedeutung der Gewichtsverlagerung und die damit verbundene Bremskraftsteigerung belegen. Entgegen der intuitiven Vermutung ist die maximal mögliche Bremskraft bei 10% Gefälle kaum kleiner, als in der Ebene, bevor man nach vorne umkippen würde. Dies ist ein Umstand der aus dem alltäglichen Gefühl beim Radfahren nicht unbedingt gestützt wird. Das wird einerseits daran liegen, dass die Kraft mit der wir uns am Lenker abstützen müssen, um nicht selbst nach vorne geschleudert zu werden – was fatale Folgen hätte – durch den Hangabtrieb größer wirkt (wir versuchen intuitiv bergab den gleichen Bremsweg und nicht die gleiche Bremskraft anzustreben). Andererseits schrumpft der Kippwinkel um den Neigungswinkel  $\alpha$  der Fahrbahn, bis man wirklich nach vorne überstürzen würde<sup>14</sup>. Hinzu kommt ein bislang nicht angesprochenes Risiko. Wenn man erst einmal um einen kleinen Winkel gekippt ist und das Hinterrad in Folge dessen schon in der Luft hängt, so ist auf Grund des geringeren Hebelarms auch weniger Kraft - als die ursprünglich nötige - erforderlich, um den Kippvorgang weiter zu treiben. Diese erforderliche Kraft schrumpft immer weiter bis der Schwerpunkt S schließlich über dem Auflagepunkt VR des Vorderrades hinaus liegt und der Kippvorgang irreversibel (auch ohne Bremskraft) eintreten wird.

Auf eine weitere Betrachtung von Vorder- und Hinterradbremse wird an dieser Stelle verzichtet, da die wirksamen Effekte und Mechanismen nun ausreichend behandelt wurden und eine Fortsetzung des obigen Beispiels als nicht nötig erachtet wird.

### 3.1.3 Luftwiderstand beim Bremsen

In diesem Abschnitt wird lediglich ganz kurz aufgezeigt, wieso es legitim ist, den sonst so dominanten Luftwiderstand beim Bremsen zu vernachlässigen. Dazu wird Newton-Reibung

<sup>14</sup> Wird im Abschnitt 3.1.4 Energie und Arbeit beim Bremsen noch gezeigt.

in Luft verwendet, sie gibt die wirkende Kraft beim Radfahren gut wieder.<sup>15</sup> Für die wirkende Kraft bei Windstille gilt folgende Formel:

$$F_L = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho_L \cdot A \cdot v^2 \quad 16 \quad (52)$$

$c_w$ : Aerodynamischer Widerstandskoeffizient,  $\rho_L$ : Luftdichte,  $A$ : Stirnfläche des Systems,  $v$ : Fahrgeschwindigkeit. In diesem Beispiel wird noch immer ein Fahrrad mit den obigen Werten betrachtet, allerdings wird nun von  $v_0 = 50 \frac{km}{h} = 13,9 \frac{m}{s}$  (statt 30 km/h) abgebremst.

Da stets von konstanter Bremskraft und somit auch Negativ-Beschleunigung der Bremsen ausgegangen wird, wird man während des Bremsvorgangs annähernd gleichmäßig langsamer, bis man schließlich zum Stillstand kommt. Es wirkt also kein Luftwiderstand bei 50 km/h während des gesamten Bremsvorgangs als Unterstützung. Um eine möglichst gute Näherung als mittleren wirkenden Luftwiderstand zu erhalten, bedarf es etwas Mathematik. Da man davon ausgeht, dass beim Bremsen  $v$  und  $t$  linear zusammenhängen und  $F_L(v)$  eine stetige

Funktion im Intervall zwischen  $v_0 = 13,9 \frac{m}{s}$  und  $v_1 = 0 \frac{m}{s}$  ist, kann man als guten

Näherungswert den Mittelwert dieser Funktion im betrachteten Intervall ausrechnen.

Dieser mittlere wirkende Luftwiderstand berechnet sich zu:

$$\bar{F}_L = \frac{1}{v_0 - v_1} \cdot \int_{v_1}^{v_0} F_L(v) dv \quad 17 \quad (53)$$

Daraus folgt schließlich für den Anhaltvorgang:

$$\bar{F}_L = \frac{1}{6 \cdot v_0} \cdot c_w \cdot \rho_L \cdot A \cdot v_0^3 \quad (54)$$

Für die Luftdichte wird ein Wert bei 20°C von  $\rho_L = 1,20 \frac{kg}{m^3}$ <sup>18</sup> angenommen.

Der Widerstandskoeffizient wird für eine sehr aufrechte Position mit  $c_w = 1,1$ <sup>19</sup> enorm hoch eingeschätzt. Für die Stirnfläche wird  $A = 0,50 m^2$ <sup>20</sup> großzügig abgeschätzt. Nun sind alle Parameter ermittelt und es ergibt sich:

$$\bar{F}_L = 21,3 N = 0,028 F_G \quad (55)$$

Das sind gerade mal 28% des enorm schlechten Hinterradbremswertes bei nasser Fahrbahn bergab. Im Vergleich zur starken Vorderradbremse auf trockener Fahrbahn sind es gerade einmal 4,6 %. Hinzu kommt dass man hier schon bei 50 km/h sehr schnell ist. Bei 30 km/h wäre der wirkende Bremswiderstand durch die Luft noch mal deutlich kleiner. Dieses Beispiel zeigt also auf, dass der Luftwiderstand bei der Betrachtung des Bremsvorgangs zu Recht vernachlässigt wurde. Zu diesem Luftwiderstand kommen bei modernen Reifen, die normal aufgepumpt sind (Druck größer als 4 bar) in etwa maximal noch 5 N Bremskraft durch die wirkende Rollreibung hinzu.<sup>21</sup> Dieser Vergleich soll allerdings nicht vermitteln, dass die Luftreibung beim Abbremsen stets zu vernachlässigen ist. Dies gilt lediglich bei einem rapiden Abbremsen. Auf langen Abfahrten in den Alpen mit zahlreichen scharfen Kurven, wo gebremst werden muss, stellt die Luftreibung als zusätzliche dauerhaft bremsende Kraft eine enorm wichtige Komponente dar. Ohne Einwirken der Luftreibung würden die Bremsen mit Sicherheit heiß laufen. Außerdem ist es möglich Roll- und Luftreibung bei absehbaren

<sup>15</sup> MEHLITZ: S. 31

<sup>16</sup> GERTHSEN: S. 41 (wird in Abschnitt 5.1.1.2 Luftreibung noch genauer betrachtet)

<sup>17</sup> DANCKWERTS, DANKWART: S. 322

<sup>18</sup> <http://de.wikipedia.org/wiki/Luftdichte> (letzter Zugriff: 1.10.2011)

<sup>19</sup> MÜLLER: S. 29

<sup>20</sup> Aus Versuchsteil 5.2.1 Bestimmung des  $c_w$ -Werts mit Computerprogramm bestimmt.

<sup>21</sup> Aus Fachzeitschrift Tour 9/2007 Reifentest S. 46 – 55. Werte für Asphalt.

Anhaltvorgängen in den Dienst zu spannen. Beispielsweise bei einer Ampel die schon von der Ferne auf Rot steht. Hier ist es sinnvoll sich bis zum nötigen Bremsen ausrollen zu lassen, um dadurch die Bremsbeläge zu schonen und vielleicht hat man sogar Glück und die Ampel schaltet bis dahin wieder auf grün. Das spart Energie, Zeit und mindert den Verschleiß

### 3.1.4 Energie und Arbeit beim Bremsen

Bis hier wurden lediglich wirkenden Kräften und daraus resultierenden Beschleunigungen behandelt. Doch bevor wir man überhaupt in die Lage kommt Abbremsen zu müssen / wollen muss in das System vorerst ein gewisser Betrag an Energie zugeführt worden sein. Die im System noch verbliebene Energie liegt, wenn vor dem Abbremsen mit  $\vec{v}_0$  gefahren wird, in Form von kinetischer Energie vor. Sie ist allgemein über die Formel

$$E_{kin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \quad (56)$$

definiert (m: Systemmasse). Da Energie bekannter Weise nicht verloren geht, sondern lediglich in eine andere Form übergeführt werden kann, muss also während des Bremsvorgangs eine Umwandlung von statten gehen. Es dürfte kaum überraschen, dass fast die gesamte Energie in Form von Wärmeenergie an die bremsenden Bauteile und schließlich an die Umgebung abgeführt wird. Doch bevor der gängige Vorgang betrachtet wird, soll ein interessanter Sonderfall behandelt werden.

#### 3.1.4.1 Hubarbeit beim Bremsen

Die nötigen Kräfte für den so genannten Vorderlenkersturz wurden obigen Abschnitt schon ausgiebig betrachtet. Doch welche Energie und damit verbunden Geschwindigkeit ist nötig, um den Schwerpunkt weit genug anzuheben, um wirklich zu stürzen? Der Grenzbereich ist erreicht, wenn der Schwerpunkt in der vertikalen Flucht des Vorderrades liegt. Ab dann ist das Fahrrad instabil und wird entlang der Y-Achse um den Auflagepunkt des Vorderrades nach rechts rotieren.

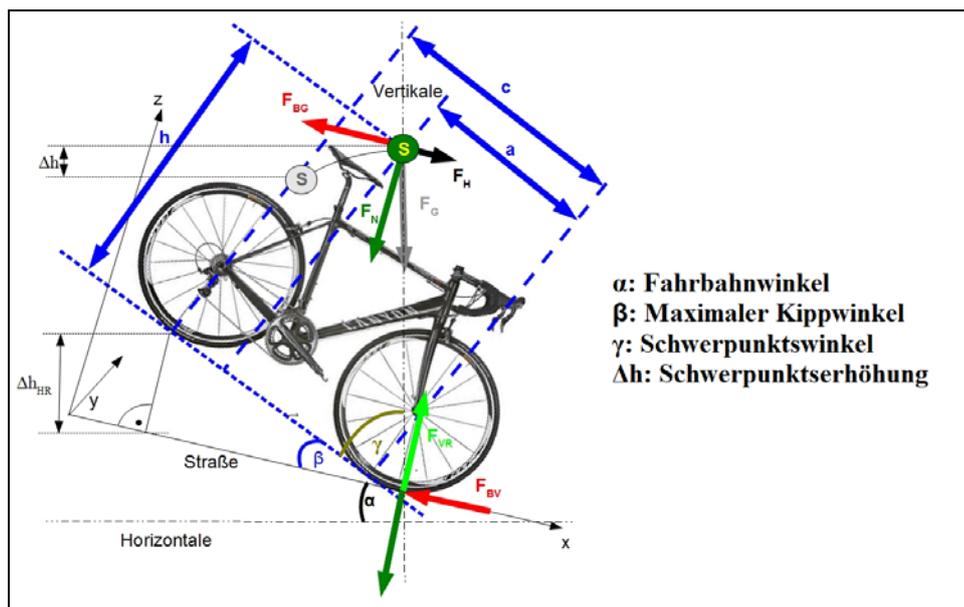


Abbildung 5: Skizze für maximalen Kippwinkel beim Bremsen vor Sturz

<sup>22</sup> TIPLER, MOSCA: S. 141

In diesem Fall wird davon ausgegangen, dass die kinetische Energie  $E_{kin}$  durch die Rotation in potentielle Energie  $E_{pot}$  übergeführt wird (Haftreibung in der Bremse)<sup>23</sup>. Die benötigte Geschwindigkeit  $v_{krit}$ , ab der man überhaupt stürzen kann, ist hier von besonderem Interesse. Als Basis für die Betrachtung wird ein Energieerhaltungsansatz verwendet.

$$E_{pot} = E_{kin} \text{ somit gilt } m \cdot g \cdot \Delta h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot \Delta h} \quad (57)$$

Um den Höhenunterschied  $\Delta h$  zu berechnen sind noch einige trigonometrische Überlegungen notwendig. Mit Hilfe von Abbildung 5 kommt man auf folgende Beziehung:

$$\Delta h = \sqrt{a^2 + h^2} \cdot (1 - \sin(\alpha + \gamma)) \text{ mit } \gamma = \arctan\left(\frac{h}{a}\right) \quad (58)$$

Für den maximalen Kippwinkel gilt:

$$\beta = 90^\circ - (\alpha + \gamma) \quad (59)$$

Außerdem kann noch die maximale Anhebung des Hinterrades  $\Delta h_{HR}$  mit Hilfe des Radstandes und des maximalen Kippwinkels ausgerechnet werden.

$$\Delta h_{HR} = \cos(\alpha) \cdot c \cdot \sin(\beta) \quad (60)$$

Wie weit eine Anhebung bis zum Kippen möglich ist, hängt also nur von der Schwerpunkthöhe, sowie dessen Abstand zum Vorderrad ab. Die Fahrbahneigung geht natürlich auch mit ein. Dazu soll ein kurzes Beispiel mit den Geometriedaten wie bisher ( $a = 0,65\text{m}$  und  $h = 1,10\text{m}$ ) gezeigt werden. Zusätzlich findet eine Betrachtung das Szenario bei 10% Steigung und Gefälle statt.

	Ebene ( $\alpha = 0^\circ$ )	Gefälle ( $\alpha = -5,71^\circ$ )	Steigung ( $\alpha = 5,71^\circ$ )
$\Delta h$	0,18 m = 18 cm	0,12 m = 12 cm	0,25 m = 25 cm
$v_{krit}$	1,9 m/s = 6,8 km/h	1,5 m/s = 5,5 km/h	2,2 m/s = 7,9 km/h
$\beta$	31°	25°	36°
$\Delta h_{HR}$	0,57 m = 57 cm	0,46 m = 46 cm	0,65 m = 65 cm

**Tabelle 5: Beispiel für kritische Geschwindigkeit bei Vorderradsturz**

Immerhin bedeutet dies, dass man unter den gegebenen Bedingungen theoretisch keinen Bremsweg benötigen würde, abgesehen von dem Platz (Abrollweg) während der Kippbewegung. In der Ebene könnte man somit bei ca. 7 km/h unverzüglich anhalten (Bei konventioneller Vorderradbremse nach obiger Betrachtung gilt als minimaler Bremsweg  $s = 33$  cm). Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass man sich auf keinen Fall aus dem Sattel heben lassen dürfte, da sonst der Schwerpunkt zusätzlich nach vorne und oben wandert. Außerdem wird man entsprechend nach der Wipp-Bewegung wieder nach hinten kippen und müsste den Aufschlag gut abfangen.

Was allerdings wohl auch wider der Erwartung ist, dass es lediglich 18 cm sind, um die der Schwerpunkt angehoben wird. Bei einer Beobachtung des Vorgangs in der Realität wirkt es doch deutlich mehr, um das der Schwerpunkt bei einer Drehung angehoben wird. Sehr wahrscheinlich liegt die Ursache für diese Fehlbeobachtung in der großen Diskrepanz zur Anhebung des Hinterrads  $\Delta h_{HR}$ .

Bei einer praktischen Ausführung dieses Versuchs ist es allerdings kaum möglich, dass die Vorderradbremse nahezu unverzüglich die volle Bremsleistung für eine Blockade des Vorderrads aufbringt. Daher wird man erst ganz kurz weiterrollen, bevor es schließlich in die

<sup>23</sup> In der Realität besitzt die Bremse jedoch eine kurze Ansprechzeit, sodass die Bremse nicht sofort blockieren kann. Daher wird hier eine Mindestgeschwindigkeit abgeschätzt, ab der man kippen kann.

Kippbewegung übergeht. Während des Vorgangs wirken relativ starke Trägheitskräfte auf den Fahrer und er muss sich gut abstützen<sup>24</sup>.

### 3.1.4.2 Wärmeenergie beim Bremsen

Da in aller Regel allerdings eine Abbremsung ohne Schwerpunkterhöhung abläuft, wird nun die gängige Betrachtung vollzogen – der Umwandlung in Wärmeenergie. Diese Betrachtung soll ein wenig allgemeiner ausgeführt werden und diesmal nicht nur ein schnellstmöglicher Abbremsvorgang, mit dementsprechend optimierten Bremskräften betrachtet werden. Daher wird zusätzlich eine mittlere wirkende Abbremskraft eingeführt, die sich aus der mittleren Luftreibung  $\bar{F}_L$  und dem mittleren Rollwiderstand  $\bar{F}_R$  zusammensetzt. Diese Zusatzkraft wird einfach mit  $\bar{F}_{Zu}$  bezeichnet. Daraus entsteht eine Gleichung für die Energiebilanz.

$$\Delta E_{kin} = s \cdot (F_{BG} + \bar{F}_{ZU} - F_H) \quad (61)$$

Dabei wird die von der Bremse verrichtete Bremsarbeit massiv in Wärmeenergie  $Q$  umgewandelt, während die durch die zusätzliche Bremskraft verrichtete Arbeit keine merkliche Temperaturänderung an dem System oder der Umgebung bewirkt (Man wird durch den Fahrtwind und die Rollreibung nicht warm). Das heißt der Bremse und den damit verbundenen Bauteilen wird die Energie in Form von Wärme

$$Q_{zu} = \Delta E_{kin} - (\bar{F}_{zu} - F_H) \cdot s = F_{BG} \cdot s \quad (62)$$

zugeführt.  $s$  muss hierbei nicht unbedingt der Anhaltweg sein, sondern ist lediglich die Strecke, auf der die Bremse mit der Kraft  $F_{BG}$  betätigt wurde, wodurch sich die Systemgeschwindigkeit von  $v_0$  zu  $v_1$  geändert (verringert) hat. Die Bremse wird diese zugeführte Wärme natürlich je nach Außentemperatur und Bremsdauer wieder an die Umgebung abführen. Eine allgemeine Berechnung der Abkühlung ist allerdings nicht möglich, da hier zu viele Faktoren und nicht zuletzt die konkrete Bauart der Bremse Einfluss nehmen. Würde die Bremse allerdings nicht durch die Umgebung gekühlt werden, würde sie bei längeren Bremsvorgängen bergab in kürze enorme Temperaturen erreichen und heiß laufen. Bei andauerndem Abfahren ist allerdings eine Überhitzung nicht auszuschließen. Auf Grund der Tatsache, dass der Bremsvorgang über die Strecke  $s$  eine gewisse Zeit  $\Delta t$  andauert, ist es möglich der Bremse eine mittlere Bremsleistung  $P_{BR}$  zuzuordnen. Dabei handelt es sich um die an der Bremse verrichtete Arbeit (Wärme) pro Zeit. Es gilt die Beziehung:

$$P_{BR} = \frac{Q_{zu}}{\Delta t} = \frac{F_{BG} \cdot s}{\Delta t} = F_{BG} \cdot \bar{v} \quad (63)$$

Wenn man in grober Näherung bei abrupten Bremsvorgängen von keinem Wärmeaustausch der Bremsenden Teile mit der Umgebung ausgeht, so ist die zugeführte Wärmemenge proportional zur auftretenden Temperaturänderung  $\Delta T$ . Es folgt der Zusammenhang:

$$Q_{ZU} = c \cdot m \cdot \Delta T \quad (64)$$

$c$ : Spezifische Wärmekapazität der Bremssteile,  $m$ : Masse der Bremssteile.

Um eine Vorstellung für die wirkenden Energie- und Leistungsgrößen beim Bremsen zu bekommen wird hier wieder ein kleines Beispiel aufgeführt.

#### Beispiel Bremsenergie- und Leistung:

Es wird einmal eine Vollbremsung (also Vorderradbremse) von 30 km/h, sowie von 50 km/h in der Ebene und einem 10 %-Gefälle auf einer trockenen Fahrbahn betrachtet. Es wird - wie

<sup>24</sup> Bei einem 65 kg schweren Fahrer sind es immerhin komplett verteilt 376 N, die es durch Arme und Beine zu kompensieren gilt (entspricht etwa 38 kg).

<sup>25</sup> TIPLER, MOSCA: S. 140 (Grundformel für mechanische Energie bei konstanter Kraft)

<sup>26</sup> TIPLER, MOSCA: S. 153

<sup>27</sup> TIPLER, MOSCA: S. 554

im Abschnitt der Luftreibung beim Bremsen gezeigt - in diesem Fall also  $\bar{F}_{zu}$  vernachlässigt. Zusätzlich schätzt man die Temperaturänderung  $\Delta T$  (nach (64)) der Bremsteile weit nach oben ab. Dabei wird von keinem Wärmeaustausch während der Energiezufuhr ausgegangen und die Wärme (Änderung der inneren Energie) nur der Felge (600 g, Aluminium:  $c_A = 0,90 \frac{kJ}{kg \cdot K}$ ) und einer Bremsscheibe (110 g, Stahl:  $c_S = 0,50 \frac{kJ}{kg \cdot K}$ ) zugeführt.<sup>28</sup>

$v_0$	30 km/h = 8,33 m/s		50 km/h = 13,9 m/s	
$F_{BG}$	463 N		463 N	
Steigung	Ebene	10% Gefälle	Ebene	10 % Gefälle
Bremsweg	6,00 m	7,25 m	16,7 m	20,7 m
Bremszeit t	1,44 s	1,73 s	2,40 s	2,89 s
$Q_{zu}$	2,78 kJ	3,36 kJ	7,73 kJ	9,63 kJ
$P_{BR}$	1,93 kW	1,940 kW	3,22 kW	3,33 kW
$\Delta T_{Felge}$	5,1 K	6,3 K	14,3 K	17,8 K
$\Delta T_{Scheibe}$	50 K	62 K	141 K	176 K

**Tabelle 6: Beispiel Bremsenergie- und Leistung**

Diese Werte geben einen guten Anhaltspunkt darüber, was eine Fahrradbremse im Ernstfall zu leisten hat. Gerade bei der Scheibenbremse tritt offensichtlich eine hohe Hitzeentwicklung auf. Bei der Felgenbremse ist diese Erwärmung bei einer Bremsung in etwa um den Faktor 10 kleiner. Auch die aufgebrachte Bremsleistung ist beeindruckend und entspricht in etwa der eines Wasserkochers oder einer Herdplatte bei voller Leistung. Bei lang anhaltenden Abbremsungen wie etwa bei einer Talfahrt eines Alpenpasses sollten also beide Bremsen verwendet werden, um die Bremsenergie und damit verbundene Abwärme aufzuteilen. Natürlich wird man dabei nicht dauerhaft mit der vollen Bremsleistung hinabfahren. Doch man sollte darauf verzichten permanent auf die Bremse zu drücken, auch wenn es vielleicht nur 50 N sind, um einen Teil der Hangabtriebskraft zu kompensieren, sodass man nicht zu schnell wird. Wer auf diese Art und Weise dauerbremst riskiert – egal ob Scheiben oder Felgenbremse – dass die Bremsbeläge selbst und das aufnehmende Bremsteil (Felge / Scheibe / Rahmen) enorm heiß werden. Ab einer gewissen Temperatur tritt das so genannte Fading ein. Dabei wird die Reibungszahl in der Bremse (zwischen Belägen und Scheibe / Felge) und somit die Bremskraft drastisch herabgestuft. Es kann hierbei fast zum vollständigen Verlust der Bremskraft kommen. Bei Hydraulikbremsen kann die Hydraulikflüssigkeit so warm werden, dass in Folge der Ausdehnung die Bremsanlage undicht wird und somit gar keine Bremskraft mehr aufgebaut werden kann oder die Bremskolben herausgedrückt werden, wodurch die Reifen im schlimmsten Fall blockieren und man stürzt. Bei Felgenbremsen mit sehr leichten und dünnen Felgen (wie bei Rennrädern) kann die Hitzeentwicklung so groß werden, dass der anliegende Fahrradschlauch platzt. Im ungünstigen Fall führt auch das zum Sturz. Ein Fahrrad besitzt also zu recht eine vordere und hintere Bremse. Das gewährleistet nicht nur redundante Sicherheit für den Fall, dass eine Bremse ausfällt, sondern ermöglicht es bei entsprechenden Situationen die Bremskraft aufzuteilen, um eine Bremse nicht zu überlasten.

<sup>28</sup> Massenangaben von eigenen Bauteilen gewogen, spezifische Wärmekapazität aus: CZICHOS, HENNECKE: S. 70

### 3.1.5 Bremsen in der Kurve

Alle bisher getätigten Betrachtungen, wurden unter der Annahme eines eindimensionalen Abbremsvorgangs getätigt. Nicht selten kommt es allerdings zu einer Abbremsung während einer Kurve. Wer glaubt, dass hier die gleiche Verzögerung wie bei einer linearen Abbremsung möglich ist, der irrt. Wieso dies der Fall ist, wird am Beispiel der Hinterradbremse betrachtet. Ursprünglich wurde die maximale Bremskraft durch  $F_{BH\max} = \mu_H \cdot F_{HR}$  bestimmt. Doch der Fahrradreifen kann insgesamt maximal eine Reibungskraft von  $F_R = \mu_H \cdot F_{HR}$  aufnehmen bevor er in den Gleitvorgang übergeht. Bei der Fahrt durch eine Kurve muss der Reifen allerdings auch die Zentripetalkraft als Seitenführungskraft  $F_S$  kompensieren, um haftend auf der Straße abzurollen. Dieser Betrachtung nach zu Folge bleibt für die maximal verfügbare Bremskraft also lediglich noch

$$F_{BH\max} = \sqrt{F_R^2 - F_S^2} \quad (65)$$

bestehen. Das Prinzip der Kräfteaufteilung ist in Abbildung 6 gut ersichtlich.

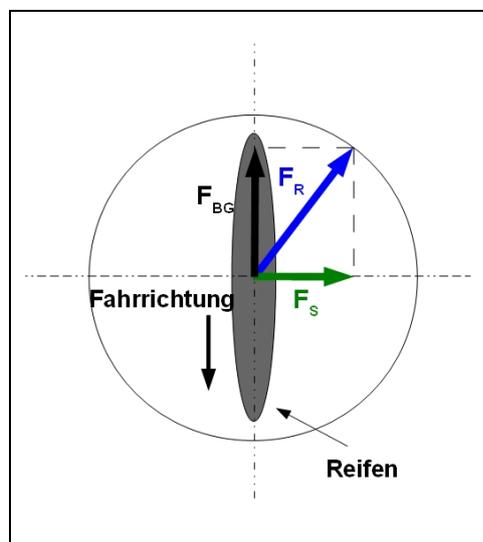


Abbildung 6: Aufteilung der Reibungskraft in einer Kurve beim Bremsen

Da  $F_S$  generell senkrecht zur Fahrtrichtung, während die Bremskraft tangential wirkt, können die Beträge stets mittels Satz des Pythagoras ausgerechnet werden. Dies bedeutet, dass man in einer sehr steilen Kurve die Bremse wesentlich schwächer betätigen darf, als es bei einer geraden Abbremsung der Fall ist. In einer Kurve ist ein rutschender Hinterrreifen obendrein auch wesentlich gefährlicher, da er die erforderliche Seitenführungskraft dann auch nicht mehr aufbringen kann, um das Fahrrad mit Fahrer in der Kurve zu halten. Dementsprechend wird man dadurch förmlich aus der Kurve fliegen und zum Kurvenmittelpunkt hin umkippen (der Reifen rutscht nach außen (tangential) weg und man stürzt auf die Seite). Gleiche Überlegung gilt natürlich auch für das Vorderrad, wobei dieses im Drift noch schwerer beherrschbar ist. Gemäß dieser Überlegung würde ein Reifen bei maximaler Bremskraft allerdings gar keine Seitenführungskraft mehr haben. Dies ist in der Realität natürlich nicht der Fall, da der Reifen durch vorhandenen Schlupf und den inhomogenen Straßenbelag immer wieder greift. Hingegen hat man bei maximaler Kurvenfahrt auch fast keine Bremskraft mehr in Reserve. Dies entspricht der Realität, dass dann die Bremse lediglich noch sehr dezent gedrückt werden kann. Daher sollte man nach Möglichkeit das Rad vor einer starken Abbremsung erst wieder aufrichten und in starken Kurven die Bremskraft sehr gleichmäßig auf beide Bremsen verteilen.

### 3.1.6 Technische Umsetzung von Bremsen

Zu Beginn ist es nötig, allgemein einen Einblick darüber zu erhalten, wie die geforderte Bremskraft überhaupt durch die Bremse selbst erst aufgebaut wird.

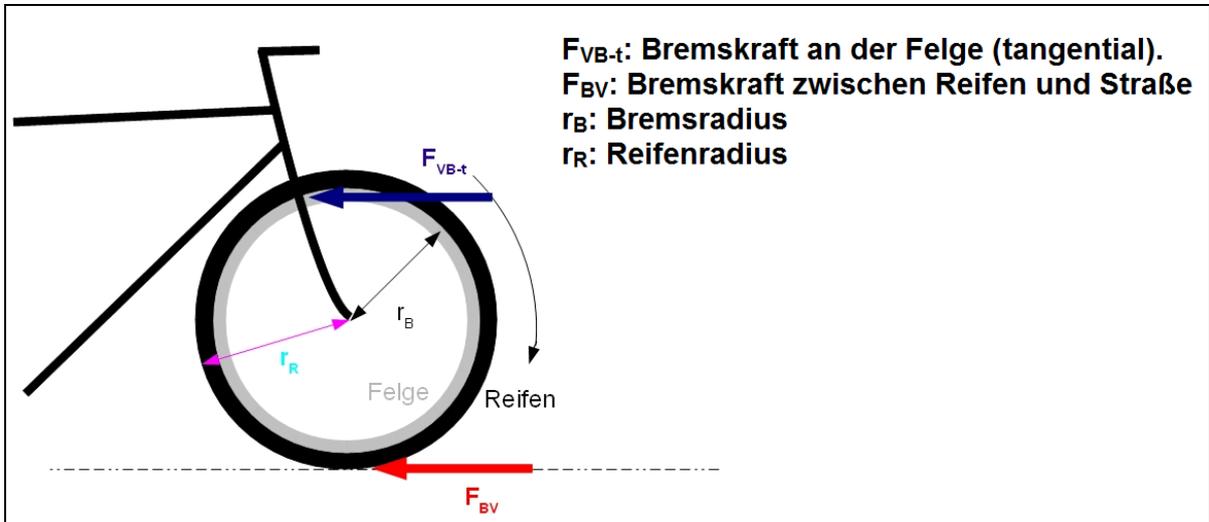


Abbildung 7: Kräfteverhältnis zwischen Bremse und Reifenauflage

Wenn der Reifen nicht blockiert, sondern gerade noch dreht, muss betragsmäßig Drehmomentgleichheit zwischen dem Drehmoment  $\vec{M}_{Stra\beta e}$  an der Straße und dem Drehmoment  $\vec{M}_{Brems}$  an der Bremse gelten.

$$\vec{M}_{Stra\beta e} = -\vec{M}_{Brems} \quad \text{bzw.} \quad M_{Stra\beta e} = M_{Brems} \quad (66)$$

$$M_{Stra\beta e} = F_{B^*} \cdot r_R \quad \text{und} \quad M_{Brems} = F_{*B-t} \cdot r_B$$

Dabei ist  $F_{B^*}$  die Bremskraft zwischen Reifen und Fahrbahn und  $F_{*B-t}$  die tangential wirkende Bremskraft zwischen dem Belag und der Felge/ Scheibe (mit: \* := V Vorder- und \*:= H Hinterrad). Da die Vektoren paarweise senkrecht zueinander liegen, kann für die Beträge einfach folgende Formel angegeben werden:

$$F_{*B-t} \cdot r_B = F_{B^*} \cdot r_R \quad (67)$$

Die tangential wirkende Bremskraft muss also größer sein, als die wirkende Kraft an der Straße, da die Bremse zwangsläufig immer einen kleineren Radius vom Mittelpunkt der Felge als der Reifen selbst hat. Doch die Tangentialkraft ist nicht die Kraft, mit der die Bremsbeläge angepresst werden müssen. Die Anpresskraft  $F_{*B-N}$  wirkt senkrecht zum rotierenden Bremsteil (Felge / Schreibe). Sie ist größer und wird durch Gleitreibung (mit Reibungskoeffizient  $\mu_{G-Bremse}$  zwischen Belägen und Felge / Schreibe) auf die Felge/ Scheibe übertragen.

$$F_{*B-N} = \frac{F_{*B-t}}{\mu_{G-Bremse}} = \frac{F_{B^*} \cdot r_R}{r_B \cdot \mu_{G-Bremse}} \quad (68)$$

Da jede Bremse allerdings zwei Bremsbeläge besitzt, muss ein Bremsklotz nur die halbe Normalkraft (Spannkraft) aufbringen, um die gesamte tangential Reibungskraft zu erzeugen. Folglich gilt für jeden Bremsbelag:

$$F_{*B-N1} = F_{*B-N2} = \frac{1}{2} F_{*B-N} = \frac{1}{2} \frac{F_{*B-t}}{\mu_{G-Bremse}} = \frac{1}{2} \frac{F_{B^*} \cdot r_R}{r_B \cdot \mu_{G-Bremse}} \quad (69)$$

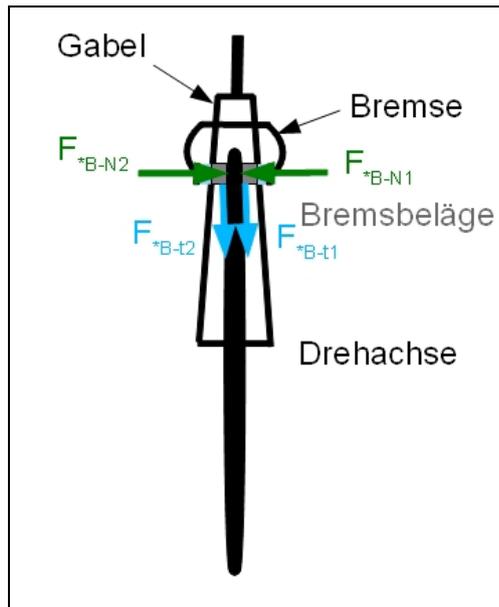


Abbildung 8: Wirken der Bremskräfte auf eine Felge

Doch wie jeder weiß, wird diese Normalkraft letztendlich durch den Fahrer am Bremsgriff aufgebracht. Wie groß ist allerdings diese erforderliche Handkraft im Vergleich zur letztendlich wirkenden Bremskraft? Dazu werden zwei grundlegend unterschiedliche Bremssysteme betrachtet, die Hydraulik- und Seilzugbremse.

### 3.1.6.1 Seilzugbremse

Als häufigsten Repräsentant aus der Rubrik der Seilzugbremsen wird die V-Bremse betrachtet. Das erläuterte Prinzip an dem konkreten Beispiel dieser Bremsenart lässt sich auch leicht auf die gängigen Rennrad-Bremsen übertragen. Auch wenn die Aufbauart und Wirkweise beider Bremsen etwas verschieden voneinander ist, so kann die hergeleitete Formel auch für Rennrad-Bremsen verwendet werden, da das physikalische Prinzip identisch ist. Der Bremshebel wirkt als Winkelhebel um ein Scharnier. Dabei wird davon ausgegangen, dass die Handkraft im Abstand  $c$  zu dem Drehpunkt wirkt. Das Bremsseil ist innen im Griff befestigt und wird über den Hebel  $d$  mitgezogen und somit verkürzt. Es gilt wieder ein einfacher Drehmomentansatz (siehe Abbildung 9) mit betragsmäßig folgender Beziehung:

$$F_{Hand} \cdot d = F_{Seil} \cdot c \quad (70)$$

Über das Seil wird mit Hilfe einer festen Bremshose<sup>29</sup> die Seilkraft und die Verkürzung am Hebel bis hin zur eigentlichen Bremse geführt. Dort werden die Bremschenkel durch die Verkürzung bis auf die Felge hingezogen, wo sie schließlich durch die Seilkraft angepresst werden. Dabei gilt

$$F_{Seil} \cdot b = F_{*B-N} \cdot a \quad (71)$$

als Drehmomentansatz.

<sup>29</sup> Eine Bremshose ist im Prinzip ein fester Schlauch, durch den das Bremsseil vom Griff bis hin zur Bremse geführt wird.

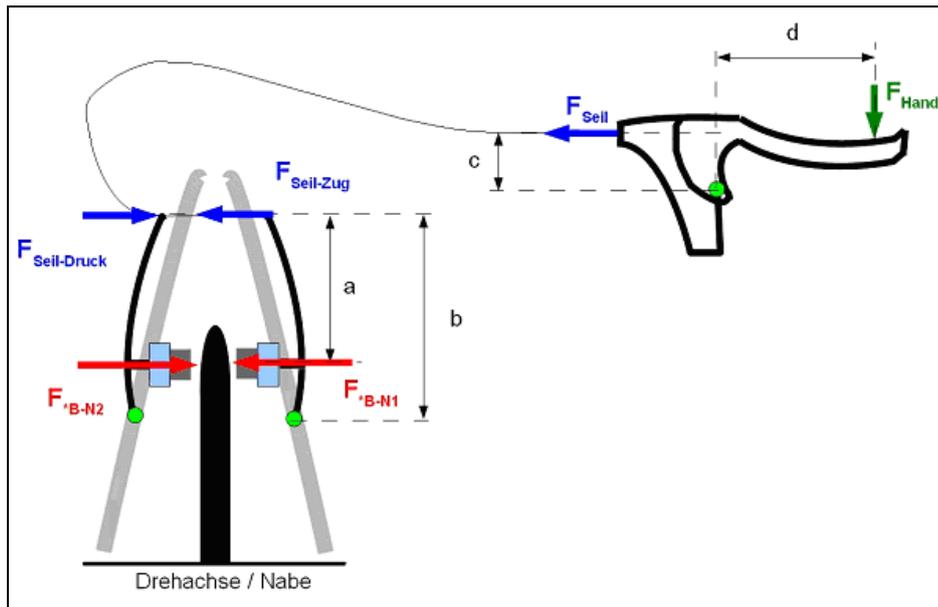


Abbildung 9: Prinzipieller Aufbau einer V-Bremse

Indem (71) auf  $F_{\text{Seil}}$  umgestellt und in (70) eingesetzt wird, kann die Handkraft

$$F_{\text{Hand}} = \frac{F_{*B-N} \cdot c \cdot a}{b \cdot d} \quad (72)$$

ermittelt werden. Die Bremse besitzt also das Übersetzungsverhältnis  $k$  zwischen der Hand- und Normalkraft (Handkraft wird um den Faktor  $k$  verstärkt) von:

$$k = \frac{b \cdot d}{c \cdot a} \quad (73)$$

$k$  stellt quasi ein Maß für die Leichtgängigkeit der Bremse dar.

Wenn man letztendlich wissen will, welche Handkraft nötig ist, um eine Bremskraft  $F_{B^*}$  zwischen Reifen und Fahrbahn zu bewirken, ist es noch nötig (68) in (72) einzusetzen.

$$F_{\text{Hand}} = \frac{F_{B^*} \cdot r_R \cdot c \cdot a}{b \cdot d \cdot r_B \cdot \mu_{G-Bremse}} \quad (74)$$

Bei dieser Rechnung wurde nicht auf Reibungskräfte in der Bremschose eingegangen. Zusätzlich fand keine Berücksichtigung der Rückstellkraft des Bremshebels sowie der Bremsschenkel (an der Bremse) statt. Der Bremshebel braucht schon eine kleine Kraft bis die Bremsbeläge überhaupt die Felge erreichen, ohne eine Bremswirkung aufzubauen. Die wirkliche benötigte Handkraft liegt somit in etwa noch mal (10 – 15) N höher<sup>30</sup>. An Gleichung (74) ist gut erkennbar, dass die Handkraft indirekt Proportional zum Reibungskoeffizienten der Bremse ist. Das heißt, wenn dieser enorm sinkt (wegen einer verschmutzten (öligen) Felge oder starker Nässe) benötigt man viel mehr Kraft, um die entsprechende Bremskraft zwischen Reifen und Fahrbahn aufrechterhalten zu können. Dabei tritt bei starker Nässe ein gefährlicher Effekt auf. Bevor man die Bremse betätigt, befindet sich ein Wasserfilm auf der Felge. Dieser setzt die Reibung zwischen den Bremsbelägen und der Felge anfangs enorm herab. Das führt folglich dazu, dass die Bremse wesentlich stärker betätigt wird als üblich, um eine moderate Bremskraft zu erzielen. Doch nach wenigen Umdrehungen des Laufrades wurde der Schmierfilm durch die Bremsbeläge so gut wie beseitigt und die Bremskraft nimmt schlagartig zu, womit viele nicht rechnen. Dies kann dann auf der Straße zu durchrutschenden Reifen führen oder weil man nicht darauf gefasst ist, fliegt man nach vorne.

<sup>30</sup> Erforderliche Handkraft wurde an verschiedenen Bremsen von eigenen Rädern gemessen.

### 3.1.6.2 Hydraulikbremse

Das Prinzip der Hydraulikbremse wird anhand einer üblichen Scheibenbremse erläutert.

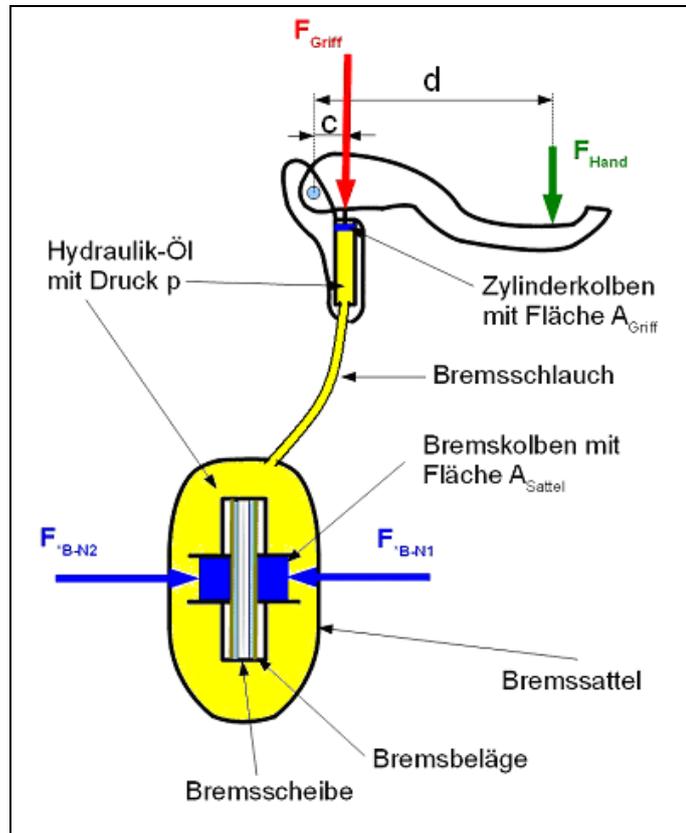


Abbildung 10: Schematischer Aufbau einer Scheibenbremse

Auch hier fungiert der Bremshebel wieder als Hebelarm, um die Handkraft (auf Kosten des Hebelweges) zu verstärken. Die wirkende Kraft wird allerdings auf einen Zylinderkolben (Fläche  $A_{\text{Griff}}$ ) gegeben. Dieser wird dadurch mit der Kraft  $F_{\text{Griff}}$  in den Zylinder hinein gedrückt. Es gilt auch hier der Ansatz.

$$F_{\text{Hand}} \cdot d = F_{\text{Griff}} \cdot c \quad (75)$$

Dabei wird auf das im Zylinder befindliche Öl (Flüssigkeiten sind nahezu inkompressibel) ein Druck  $p$  ausgeübt, der im gesamten geschlossenen Bremssystem vorherrscht. Der Druck  $p$  wird über die Formel

$$p = \frac{F_{\text{Griff}}}{A_{\text{Griff}}} \quad (76)$$

beschrieben. Dieser Druck  $p$  wirkt folglich auch auf die Bremskolben im Bremssattel und drückt diese insgesamt mit der Kraft

$$F_{*B-N} = p \cdot 2 \cdot A_{\text{Sattel}} = \frac{2 \cdot F_{\text{Griff}} \cdot A_{\text{Sattel}}}{A_{\text{Griff}}} \quad (77)$$

gegen die Bremsbeläge, die dann mit gleicher Kraft auf die Scheibe drücken. Je größer also die das Flächenverhältnis zwischen Brems- und Griffkolben ist, desto stärker wird die anpressende Normalkraft. Indem (75) wieder auf  $F_{\text{Griff}}$  umgestellt und in (77) eingesetzt wird, kann unter zu Hilfenahme von (68) erneut die erforderliche Handkraft für eine effektiv wirkende Bremskraft ermittelt werden.

$$F_{Hand} = \frac{F_{B^*} \cdot r_R \cdot c \cdot A_{Griff}}{2 \cdot \mu_{G-Bremse} \cdot r_B \cdot d \cdot A_{Sattel}} \quad (78)$$

Das Übersetzungsverhältnis von Hand- zur Anpresskraft wird bei einer Hydraulikbremse demnach über die Gleichung

$$k = \frac{d \cdot 2 \cdot A_{Sattel}}{c \cdot A_{Griff}} \quad (79)$$

bestimmt. Bei einer Hydraulikbremse muss auch erst eine gewisse Rückstellkraft überwunden werden, bevor die Beläge auf die Scheibe gepresst werden. Diese fällt jedoch mit (5 – 10) N etwas kleiner als bei einer Seilzugbremse aus.

### 3.1.6.3 Vergleichsbeispiel der beiden Bremstypen

Hier wird ein Vergleich zwischen einer modernen Rennrad- und Mountainbike-Bremse (Scheibenbremse) durchgeführt. Dabei handelt es sich um zwei Modelle von denen die nötigen Daten der Vorderradbremse selbst erfasst wurden. Der Reibungswert in der Bremse wird bei beiden Rädern mit  $\mu_{G-Bremse} = 0,9$  abgeschätzt (trockene gute Bedingungen). Als Vergleich wird bei beiden Rädern eine relativ scharfe Abbremsung mit einer Bremskraft  $F_{BV} = 300$  N gefordert.

#### Rennrad (Felgenbremse):

$d = 8,0$  cm;  $c = 2,0$  cm;  $a = 4,5$  cm,  $b = 4,0$  cm;  $r_R = 34$  cm;  $r_B = 31,5$  cm.

#### Mountainbike (Scheibenbremse):

$d = 8,5$  cm;  $c = 1,5$  cm;  $A_{Griff} = 0,79$  cm<sup>2</sup>;  $A_{Sattel} = 2 \cdot 3,8$  cm<sup>2</sup>;  $r_R = 33$  cm;  $r_B = 8,5$  cm.

	Rennrad (Felgenbremse)	Mtb (Scheibenbremse)
K nach (73) / (79)	3,56	54,5
$F_{VB-N}$ nach (68)	360 N	1375 N
$F_{Hand}$ nach (74) / (78)	101 N + 11 N	26 N + 6 N
Druck in der Bremse	-----	17,5 bar

**Tabelle 7: Vergleich der Kräfte zwischen Felgen und Scheibenbremse**

Das Beispiel zeigt einerseits einen Umstand, der im Vorweg schon klar war. Die Scheibenbremse muss auf Grund ihres kleinen Durchmessers mit wesentlich höherer Kraft gegen die Scheibe pressen. Die Kraft, die an der Scheibe angreift ist knapp 4 Mal so groß wie die an der Felge. Doch das bedeutet nicht, dass auch eine größere Handkraft nötig ist – im Gegenteil. Durch das exzellente Übersetzungsverhältnis  $k$  der Bremse (über 15-mal höher als beim Rennrad), sind am Ende nur knapp 30 % der erforderlichen Handkraft einer Seilzugbremse notwendig, um die gleiche Bremskraft zu erhalten. Dieser Eindruck dürfte jedem Radfahrer, der beides schon ausprobiert hat, geläufig sein. Dieser geringere Kraftaufwand hat Vorteile. Die menschliche Hand kann bei kleineren Kräften feiner dosieren, als unter stärkerer Belastung. Das ermöglicht eine präzisere Einteilung der Bremskraft. Allerdings ist anzumerken, dass die Bremsen eines Rennrads ein recht schlechtes Übersetzungsverhältnis haben und eine gute V-Bremse höchstens die halbe Handkraft benötigt. Wieso werden allerdings an Rennräder entsprechende Seilzug- und an Mountainbikes hydraulische Scheibenbremsen gebaut? Kaum jemand wird bisher ein Rennrad mit einer Scheibenbremse gesehen haben. Hingegen gibt es auch immer weniger Mtb mit Felgenbremsen. Um das zu verstehen, werfen wir einen kurzen Blick auf die gängigen Vor- und Nachteile der verschiedenen Bremsen.

Ein Mountainbike wird viel auf nicht asphaltierten Untergrund bewegt. Häufig durch Schlamm, Pfützen oder nassen Waldwegen. Dabei verschmutzt die Felge sehr leicht und im profilierten Reifen bleibt viel Dreck hängen, der sich nicht selten an den Bremsschenkeln festsetzt. Die Funktionstüchtigkeit der Bremse wird also stark beeinträchtigt und der Fahrer kann sich auf keine gleichmäßige Bremswirkung verlassen. Hinzu kommt, dass mit dem Mtb fahrtechnisch sehr anspruchsvolle Strecken gefahren werden (Wurzelschläge, Bodenwellen, Felsen). Der Fahrer muss sich dabei voll auf den Weg konzentrieren und den Lenker fest mit der Hand umschließen. Dabei kann er pro Hand für das Bedienen der Bremse, maximal 2 Finger lösen, um weiterhin den Lenker sicher im Griff zu haben. Deswegen also das enorme Übersetzungsverhältnis der Scheibenbremse, um mit einen oder zwei Fingern die Bremse sicher bedienen zu können. Wieso also diese hervorragende Dosierbarkeit, gekoppelt mit der Witterungsunempfindlichkeit nicht auch bei Rennrädern? In erster Linie sind Scheibenbremsen wesentlich schwerer als Felgenbremsen. Die Scheiben, der Bremsattel, das eingefüllte Öl. Das gesamte System wiegt mehr als eine Seilzugbremse und dieses höhere Gewicht ist bei schnellen Rennrädern nicht erwünscht. Hinzu kommt dass die Scheibenbremse enorm nah an der Nabe angreift (Scheibendurchmesser in etwa (16 – 18) cm). Diese hohe Kraft (siehe Beispiel Tabelle 7) muss einerseits über die Speichen auf die Außenfläche übertragen werden, greift zusätzlich aber auch enorm die Gabelseite an, bei der die Bremse montiert ist. Es wirkt folglich eine wesentlich stärkere Belastung auf die Fahrrad-Gabel, die Speichen und auch die Nabe. Rennrad-Laufräder sollen aber auch besonders leicht und aerodynamisch sein, sowie ihre Gabel. Für eine Scheibenbremse müssten sie also anders dimensioniert und somit wieder schwerer sein. Das schwache Übersetzungsverhältnis stellt auch kein großes Problem dar, da viele Rennräder so aufgebaut sind, dass man ohnehin mit 3 oder 4 Fingern permanent auf dem Bremshebel zugreift, wodurch man wesentlich fester zupacken kann, als beim Mtb. Lediglich bei starker Nässe bekommen viele Fahrer mit dem Rennrad Probleme. Dies wird durch hochmoderne Karbon-Felgen noch verstärkt, da diese einen enorm schlechten Reibungswert  $\mu_{G-Bremse}$  bei Nässe haben.

Tendenziell (wie schon angesprochen) ist die Scheibenbremse allerdings Hitzeanfälliger (moderne Bremsanlagen halten allerdings problemlos Bremsbelag-Temperaturen von 500°C aus). Bei einer Hydraulikbremse besteht obendrein noch die Gefahr, dass Luft in die abgeschlossene Bremsanlage kommt oder diese gar undicht ist. Das kommt in aller Regel zwar nicht vor, gefährdet allerdings die Funktion der Bremse enorm.

Bis hier wurden nun ausreichend theoretische Betrachtungen für die Bremsthematik beim Fahrrad durchgeführt und es können im Anschluss Versuche und Auswahlen für den Schulunterricht getätigt werden.

## 3.2 Versuche: Bremsen

### 3.2.1 Schwerpunktbestimmung

Um den Schwerpunkt der Versuchssysteme zu bestimmen wird das spätere Versuchsfahrrad mit dem Fahrer in zwei Positionen gewogen.

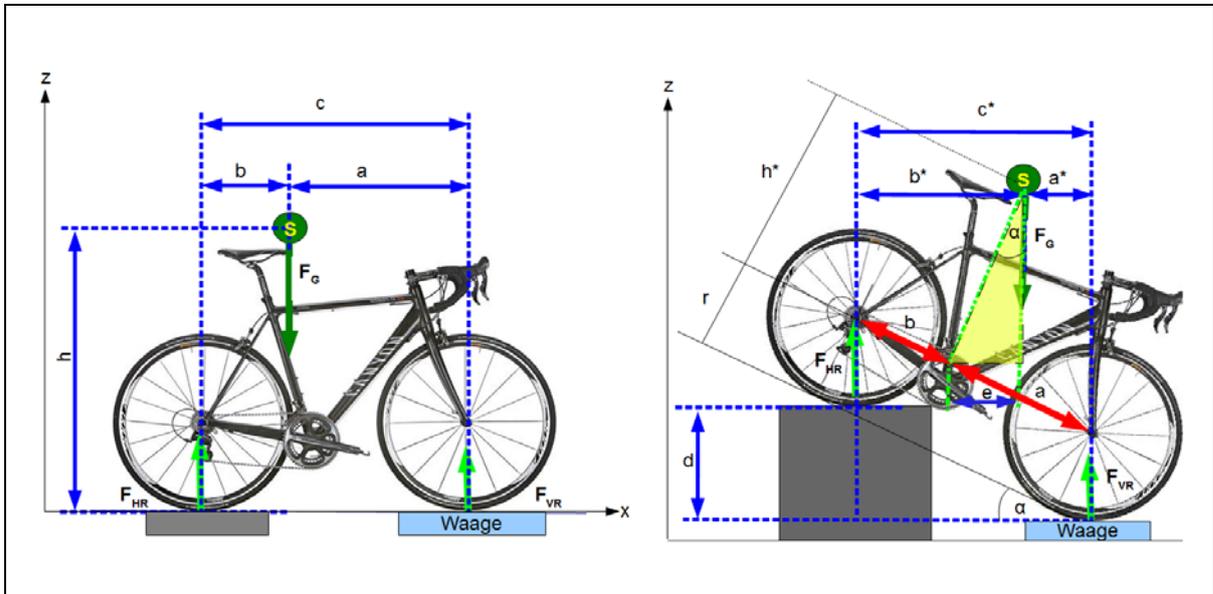


Abbildung 11 Schwerpunktbestimmung experimentell

Zunächst wird ein Rad des Fahrrads (hier Vorderrad) auf eine Waage gestellt, das andere wird hingegen mit einem geeigneten Objekt (z.B. Brett) untergelegt, sodass das Fahrrad horizontal steht. Der Versuchsfahrer setzt sich nun auf das Fahrrad und nimmt die gewohnte Fahrposition ein. Dabei muss er von ein bis zwei Personen leicht gehalten werden, sodass das Fahrrad nicht kippt. Wobei es wichtig ist, darauf zu achten, dass der Fahrer nur ganz leicht seitlich gehalten wird, um die Messung nicht zu verfälschen. In diesen Versuchsmessungen wurde immer jeweils die Gewichtskraft des Vorderrads gewogen. Im zweiten Teil wird bei dem Fahrrad das Hinterrad möglichst hoch unterstützt. Beispielsweise durch einen stabilen Stuhl oder Hocker (nach Möglichkeit etwa 40 cm hoch, um Fehler zu minimieren). Hier sind zwei Personen zur Hilfestellung dringend zu empfehlen, da es nicht leicht fällt auf dem schräg gestellten Rad die gewohnte Fahrposition einzunehmen. Es sollten hierbei von der Versuchsperson beide Bremsen stark betätigt werden, um ein Wegrollen des Rades zu verhindern. Nachdem die gewohnte Position eingenommen wurde, wird erneut die Gewichtskraft, die auf das Vorderrad wirkt bestimmt. Mit Hilfe von trigonometrischen Formeln ist es nun möglich die Lage des Schwerpunkts in der x-z-Ebene zu bestimmen, indem die Parameter h und a ausgerechnet werden. Die Herleitung läuft wie folgt ab:

Aus Gleichung (6) folgt:  $a = \frac{F_{HR} \cdot c}{F_G}$ , sowie  $a^* = \frac{F_{HR}^* \cdot c}{F_G} \cdot \cos \alpha$  mit  $c^* = c \cdot \cos \alpha$

Außerdem folgt aus Abbildung 11 die Beziehung:

$$e = a \cdot \cos \alpha - a^* = \frac{F_{HR} \cdot c}{F_G} \cdot \cos \alpha - \frac{F_{HR}^* \cdot c}{F_G} \cdot \cos \alpha = \frac{\cos \alpha \cdot (a \cdot F_G - F_{HR}^* \cdot c)}{F_G}$$

Damit lässt sich in dem farbig hinterlegten Dreieck die Höhe  $h^*$  ausrechnen und es gilt:

$$h^* = \frac{e}{\sin \alpha} = \frac{\cos \alpha \cdot (a \cdot F_G - F_{HR}^* \cdot c)}{F_G \cdot \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha \cdot (F_{HR} \cdot c - F_{HR}^* \cdot c)}{F_G \cdot \sin \alpha} = \frac{\cos \alpha \cdot c^2 (F_{HR} - F_{HR}^*)}{F_G \cdot d}$$

Wobei der Winkel  $\alpha$  einfach aus  $\sin \alpha = \frac{d}{c}$  bestimmt wird. Somit kann für die Höhe  $h$  mit Hilfe des Reifenradius  $r$  gefolgert werden:

$$h = r + h^* = \frac{\cos \alpha \cdot c^2 (F_{HR} - F_{HR}^*)}{F_G \cdot d} + r \quad (80)$$

Für die später verwendeten Versuchsräder wurden folgende Parameter ermittelt. Die Räder werden dabei einfach nach dem Bautyp benannt. Alle Daten wurden mit der gleichen Versuchsperson bestimmt.

	a	b	c	h	$F_G^{31}$
Mountainbike (Mtb)	64	44	108	104	725
Trekking	60	42	102	109	785
Rennrad (Rr)	55	42	97	100	706

Tabelle 8: Parameter der Testräder

### 3.2.2 Versuch 1 (Gewichtsverlagerung)

Dies ist ein Einstiegsversuch für die dynamische Gewichtsverlagerung von Vorder- und Hinterrad beim Bremsen. Den meisten Schülern ist eine Analyse der entsprechenden „Hebelarme“  $a$  und  $b$ , sowie die zugehörigen Gewichtskräfte im statischen Fall, ohne wirkende Bremsbeschleunigung noch relativ klar. Auf Grund vielseitiger Alltagserfahrung ist es vielen auch eingängig, dass das Vorderrad bei einer starken Verzögerung mit der zugehörigen Bremse stark belastet, während das Hinterrad entlastet wird. Was jedoch eher nicht erkannt und auch schwer eingesehen wird, ist die Tatsache, dass auch bei der Betätigung der Hinterradbremse eine entsprechende Ent- bzw. Belastung stattfindet. Dieses Phänomen kann mit Hilfe eines beliebigen Rades leicht eingängig gemacht werden. Zunächst setzt sich eine Versuchsperson auf das Fahrrad, während sie sich an einem Geländer anhält oder gehalten wird. Anschließend wird von einer weiteren Person langsam aus dem Vorderreifen Luft entlassen, bis gerade noch ein kleines Luftpolster zwischen Felge und Fahrradmantel ist – die Felge also nicht direkt aufliegt. Nun können die Schüler leicht einsehen, dass die Felge komplett aufliegt, wenn man sich etwas stärker auf den Lenker stützt, ansonsten bei normaler Fahrhaltung jedoch ein kleines Luftpolster besitzt. Das heißt bei einer Erhöhung von  $F_{VR}$  beginnt die Felge leicht aufzuliegen. Nun wird das Ventil des Fahrradschlauchs mit Hilfe der dafür vorgesehenen Außenmutter etwas weiter in die Felge hineingedreht, sodass es bei normaler Fahrt mit dem geringen Luftdruck noch nicht den Boden berührt. Im Anschluss kann eine Person gemäßigt mit dem Rad fahren, wobei sich keine Einschränkung (außer der hohe Rollwiderstand) bemerkbar macht. Nun soll ein etwas stärkerer Bremsvorgang von einer mittleren Geschwindigkeit (ca. 20 km/h) mit der Hinterradbremse durchgeführt werden. Dabei wird in der Regel ein stotternder Ton bei jeder Radumdrehung hörbar, wobei der Fahrer deutlich einen ungleichmäßigen Abrollvorgang spürt. Der Grund dafür ist, dass der Abstand bevor die Felge direkten Reifenkontakt bekommt, an der Stelle des Ventils etwas kleiner ist. Durch die höhere Belastung des Rades, wird der Abstand am Ventil so klein, dass dieses entsprechend bei jeder Umdrehung leicht aufschlägt. So lässt sich auf sehr einfache Weise Vermitteln, dass es auch bei einer Hinterradbremse zu einer Gewichtsverlagerung kommt. Die einzige Schwierigkeit bei diesem Versuch ist es eigentlich nur, den richtigen Luftdruck zu finden, um den Effekt gut beobachten zu können. Natürlich muss darauf geachtet werden,

<sup>31</sup>  $F_G$  gilt zusammen mit Versuchsfahrer von einer Masse  $m = 65$  kg

dass der Versuch nicht mit deutlich zu wenig Luftdruck durchgeführt wird, um Schaden vom Laufrad abzuwenden. Darüber hinaus ist von einer Durchführung mit entsprechend modernen, kostspieligen Laufrädern (z. B. Carbon) abzusehen. Falls es bei einem Fahrrad nicht funktioniert das Ventil etwas tiefer zu stellen (z. B. Autoventile ohne Stellmutter), kann man als außenstehender den Effekt auch leicht visuell überprüfen. Beim Abbremsen wird auch so sehr gut ersichtlich wie die Felge zu Boden gedrückt wird und die Reifendicke im Bereich des Bodenkontakts deutlich abnimmt.

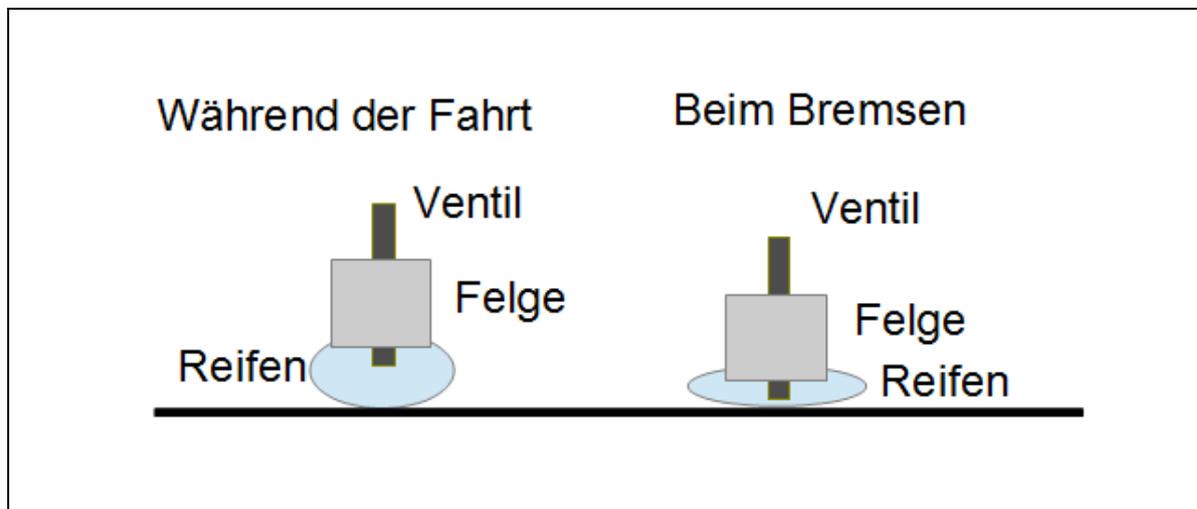


Abbildung 12: Schematische Versuchsdarstellung als Frontquerschnitt

### 3.2.3 Versuch 2 (Bremswegbestimmung)

Ermittlung der Bremswege mit Vorder- und Hinterradbremse bei verschiedenen Rädern und Geschwindigkeiten. Dieses Experiment dient mehreren Erkenntnissen. Hier kann einerseits ermittelt werden, dass sich die Bremsstrecke der beiden Bremsen enorm unterscheidet, andererseits kann auch der quadratische Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und dem Bremsweg überprüft werden. Darüber hinaus sind ein Vergleich und eine mögliche Abweichung mit dem aus der Theorie (3.1.1 Bremsvorgang in der Ebene) entsprechend erwarteten Bremsweg möglich. Der Versuch selbst kann in einigen Varianten durchgeführt werden, so ist eine Durchführung mittels Videoanalyse, Computersensoren oder auch mit Tachometer und Streckenmessung möglich. Hier wurde die auf die Durchführung mit Hilfe eines handelsüblichen Fahrradtachometers zurückgegriffen. Für eine möglichst gute Durchführung ist eine lange, ebene Strecke mit guten Asphaltbedingungen sehr empfehlenswert. Dabei ist zu bedenken, dass die Strecke wesentlich länger als nur der erforderte Bremsweg sein muss, da das Fahrrad zunächst auf die gewollte Geschwindigkeit beschleunigt werden muss. Um die jeweilige Anfangsgeschwindigkeit möglichst genau zu erhalten, muss der Testfahrer das Fahrrad vor dem Abbremsen einige Sekunden konstant mit diesem Tempo fahren. Dadurch werden Fehler durch die Trägheit der Tachoanzeige, sowie kurzfristige Messwertschwankungen vermieden. Aus diesem Grund werden gerade bei Geschwindigkeiten über 30 km/h große Beschleunigungsstrecken benötigt. Die folgenden Versuchsreihen wurden auf einem ebenen wenig befahrenen Radweg durchgeführt. Somit kam es zu keiner Gefährdung des Straßenverkehrs und es herrschten gute Versuchsbedingungen.

Zu Beginn wurde mittels Straßenkreide eine Messskala auf dem Boden eingezeichnet. Dabei wurde insgesamt eine Strecke von 25 m in 50 cm Intervallen markiert. Zur besseren Orientierung für den Fahrer wurde die Startlinie besonders gekennzeichnet (siehe Abbildung 13). Der Fahrer bremst, sobald das Vorderrad die Startlinie passiert, wobei der Bremsweg folglich bis zum Stillstand des Vorderrades bemessen wird (siehe Abbildung 14).

Mit verschiedenen Rädern wurden Messungen in 5 km/h Intervallen durchgeführt. Dabei beobachte am besten eine Hilfsperson, wo das Rad genau angehalten hat und ob der Fahrer ab der Startlinie gebremst hat.



Abbildung 13: Messskala für Bremsversuche

Es ist von großer Bedeutung, dass der Fahrer das Fahrrad mit den entsprechenden Bremsen gut beherrscht, um möglichst nah an die bestmögliche Verzögerung heranzukommen. Hilfreich ist es für ein optimales Ergebnis, die Bremse vor der eigentlichen Abbremsung schon vorzuspannen. Das heißt den Bremshebel schon einige Meter zuvor gerade so weit anziehen, dass sich noch keine relevante Bremskraft ergibt. Dadurch kann die sog. Ansprechzeit der Bremse deutlich verkürzt werden. Das führt dazu, dass die maximale Bremskraft schneller erreicht wird. Bei jeder Geschwindigkeit wurden drei Messungen durchgeführt und die zugehörige Bremsstrecke gemittelt. Dies ist sinnvoll, da es gerade bei der Bedienung der Bremse durch den Fahrer zu erheblichen Schwankungen kommen kann.

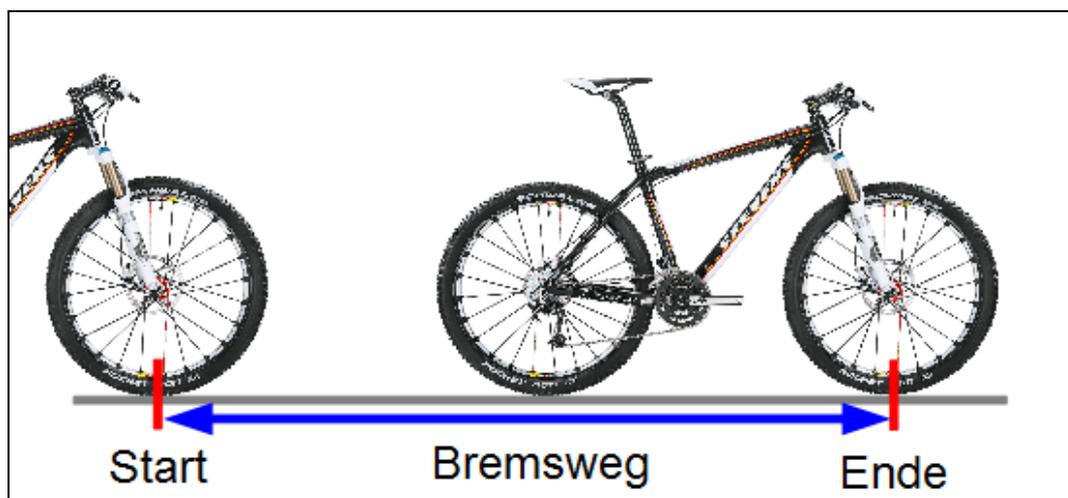
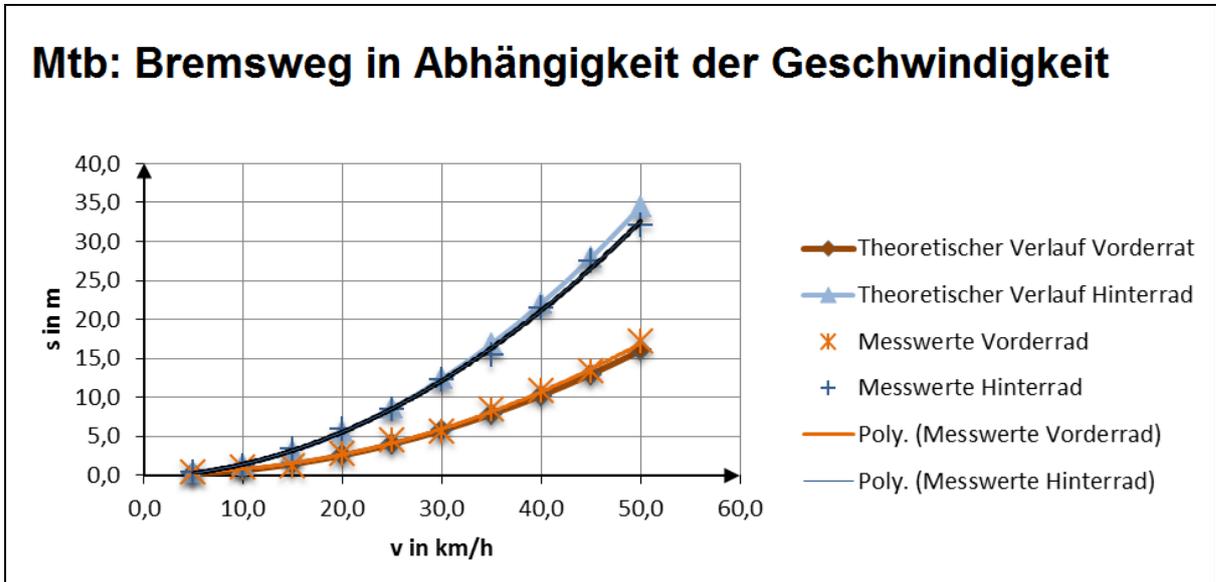


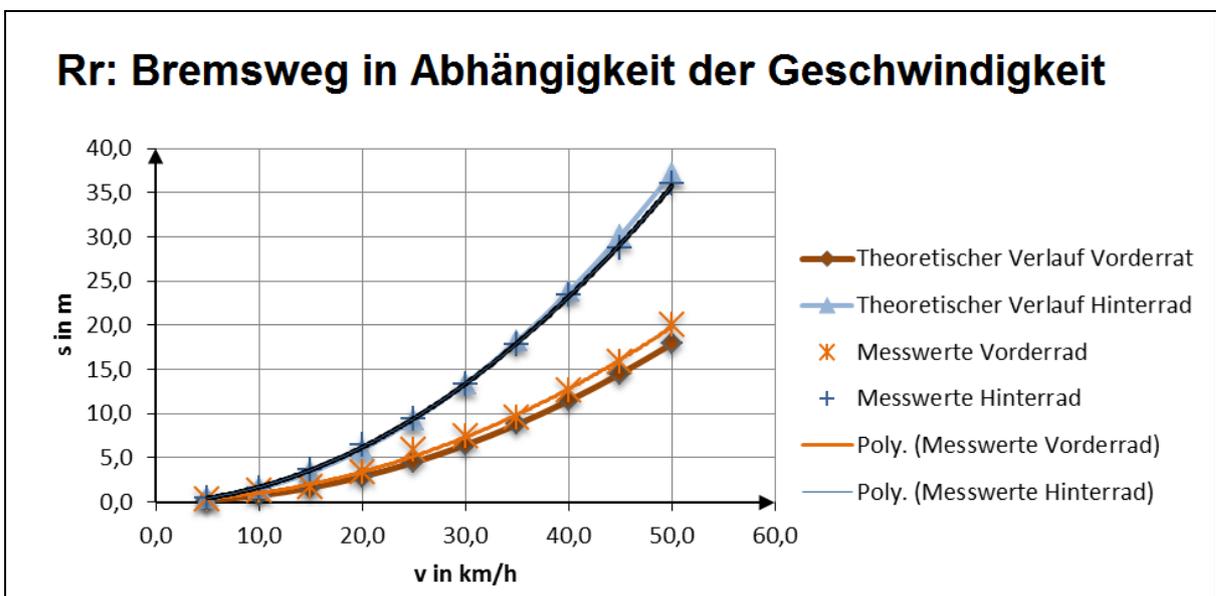
Abbildung 14: Bremsweg Versuch

Die folgenden Messungen wurden jeweils von der gleichen Versuchsperson auf trockener Fahrbahn und ca. 20°C Lufttemperatur durchgeführt. Als Bremsstrecke  $s$  wird gleich die gemittelte Strecke angegeben.

Für eine quantitative Auswertung wurden zahlreiche Messdaten aufgenommen. Dabei wurden jeweils alle Daten eines Rades in einem Graphen für einen besseren Vergleich festgehalten. Da durch die großen Differenzen der Bremswege beider Bremsen in der Skalierung das Verhältnis der einzelnen Werte nicht mehr so gut erkennbar ist, wurden direkt unter den Graphen noch die Tabellen der Auswertung und Messwerte mit angefügt.

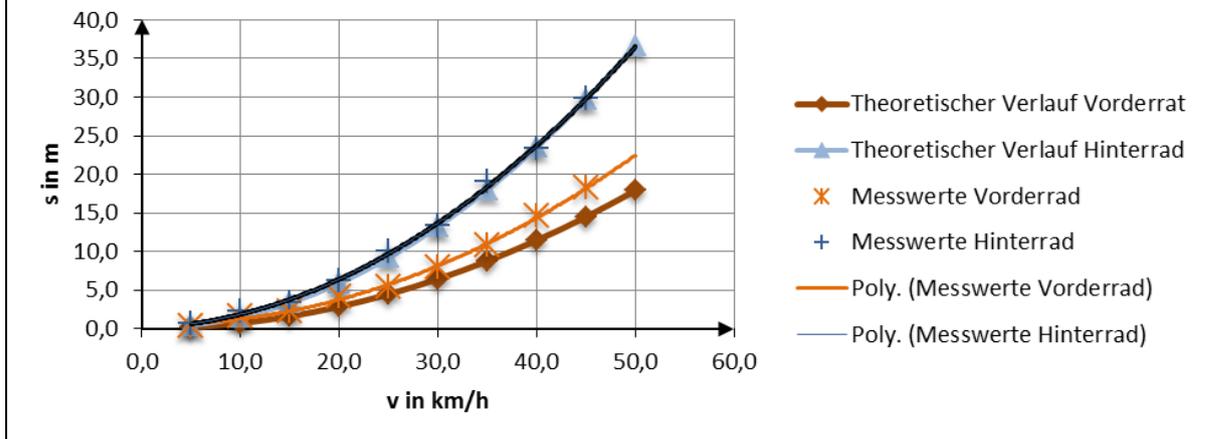


Graph 1: s-v Diagramm Stevens (Mtb)



Graph 2: s-v-Diagramm (Rr)

## Trekking: Bremsweg in Abhängigkeit der Geschwindigkeit



Graph 3: s-v-Diagramm Trekkingrad

## Mountainbike:

	Vorderrad				Hinterrad			
$v_o / \frac{km}{h}$	$a_{theoretisch} / \frac{m}{s^2}$ <sup>32</sup>	$s_{theoretisch} / m$ <sup>33</sup>	$\bar{a} / \frac{m}{s^2}$	$\bar{s} / m$	$a_{theoretisch} / \frac{m}{s^2}$ <sup>34</sup>	$s_{theoretisch} / m$	$\bar{a} / \frac{m}{s^2}$	$\bar{s} / m$
5,0	6,0	0,2	2,4	0,4	2,8	0,3	2,4	0,4
10,0	6,0	0,6	3,9	1,0	2,8	1,4	3,5	1,1
15,0	6,0	1,4	7,2	1,2	2,8	3,1	2,6	3,3
20,0	6,0	2,6	5,7	2,7	2,8	5,5	2,6	5,9
25,0	6,0	4,0	5,4	4,5	2,8	8,6	2,9	8,4
30,0	6,0	5,8	6,2	5,6	2,8	12,4	2,8	12,3
35,0	6,0	7,8	5,6	8,4	2,8	16,9	3,1	15,4
40,0	6,0	10,2	5,7	10,8	2,8	22,0	2,9	21,5
45,0	6,0	13,0	5,9	13,3	2,8	27,9	2,8	27,5
50,0	6,0	16,0	5,6	17,1	2,8	34,4	3,0	32,0

Tabelle 9: Messdaten (Mtb)

<sup>32</sup> Ermittelt nach Gleichung (28)

<sup>33</sup> Ermittelt nach Gleichung (19)

<sup>34</sup> Ermittelt nach Gleichung (18): Für alle weiteren Tabellenwerte wurden entsprechend die gleichen Formeln verwendet

## Rennrad:

	Vorderrad				Hinterrad			
$v_o / \frac{km}{h}$	$a_{theoretisch} / \frac{m}{s^2}$	$s_{theoretisch} / m$	$\bar{a} / \frac{m}{s^2}$	$\bar{s} / m$	$a_{theoretisch} / \frac{m}{s^2}$	$s_{theoretisch} / m$	$\bar{a} / \frac{m}{s^2}$	$\bar{s} / m$
5,0	5,4	0,2	3,2	0,3	2,6	0,4	2,4	0,4
10,0	5,4	0,7	3,2	1,2	2,6	1,5	2,6	1,5
15,0	5,4	1,6	5,1	1,7	2,6	3,3	2,3	3,7
20,0	5,4	2,9	4,7	3,3	2,6	5,9	2,4	6,5
25,0	5,4	4,5	4,1	5,9	2,6	9,3	2,6	9,4
30,0	5,4	6,4	4,7	7,4	2,6	13,4	2,6	13,3
35,0	5,4	8,8	5,0	9,5	2,6	18,2	2,7	17,8
40,0	5,4	11,5	4,9	12,6	2,6	23,8	2,6	23,4
45,0	5,4	14,5	4,9	15,9	2,6	30,1	2,7	28,8
50,0	5,4	17,9	4,8	20,1	2,6	37,2	2,7	36,0

Tabelle 10: Messdaten (Rr)

## Trekkingrad:

	Vorderrad				Hinterrad			
$v_o / \frac{km}{h}$	$a_{theoretisch} / \frac{m}{s^2}$	$s_{theoretisch} / m$	$\bar{a} / \frac{m}{s^2}$	$\bar{s} / m$	$a_{theoretisch} / \frac{m}{s^2}$	$s_{theoretisch} / m$	$\bar{a} / \frac{m}{s^2}$	$\bar{s} / m$
5,0	5,4	0,2	2,4	0,4	2,6	0,4	1,6	0,6
10,0	5,4	0,7	2,4	1,6	2,6	1,5	1,8	2,2
15,0	5,4	1,6	3,8	2,3	2,6	3,3	2,6	3,4
20,0	5,4	2,9	3,8	4,1	2,6	5,9	2,5	6,2
25,0	5,4	4,5	4,4	5,5	2,6	9,2	2,4	10,0
30,0	5,4	6,4	4,4	7,9	2,6	13,2	2,6	13,4
35,0	5,4	8,8	4,4	10,8	2,6	18,0	2,5	19,1
40,0	5,4	11,4	4,2	14,6	2,6	23,5	2,6	23,3
45,0	5,4	14,5	4,3	18,2	2,6	29,7	2,6	29,8
50,0	5,4	17,9	---	---	2,6	36,7	---	---

Tabelle 11: Messdaten Trekkingrad

## Diskussion der Ergebnisse:

Bei allen Messungen ist der quadratische Zusammenhang zwischen der Anfangsgeschwindigkeit und dem erfordernten Bremsweg sehr gut erkennbar.

Darüber hinaus stimmt bei allen Versuchsrädern der gemessene, mit dem theoretisch erwarteten Wert für die Hinterradbremse erstaunlich gut überein. Die getätigten Überlegungen für den Bremsweg stimmen also sehr gut für realistische Bedingungen. Wobei zu beachten ist, dass für den Reibungswert  $\mu_H = 0,9$  (für optimale Bedingungen müsste etwa  $\mu_H = 1,0$  gelten) für alle Messungen angenommen wurde. Hier sind Abweichungen von ca.

(10 – 15) % gut denkbar.<sup>35</sup> Die Versuche mit dem Hinterrad stellten sich auch für den Fahrer als relativ leicht realisierbar heraus. Da die Bremse sehr schnell ein wenig gelöst werden kann, falls man leicht überbremst und der Reifen blockiert. Ein sehr kurz blockierendes Hinterrad ist außerdem nicht so schwer beherrschbar, sodass keine akute Sturzgefahr besteht. Bis zu einer Geschwindigkeit von 30 km/h ist dieser Versuch auch gut von Schülern durchführbar. Der Erwartung entsprechend ist der enorme Unterschied der Bremsleistung zwischen Vorder- und Hinterradbremse auch sehr gut erkennbar. Bei allen Versuchsrädern hingegen ist dagegen ein besser beobachtbarer Unterschied zwischen dem berechneten und gemessenen Wert für die Vorderradbremse ablesbar. Allerdings sind die Abweichungen bei den Rädern verschieden stark ausgeprägt. Allgemein ist die Abweichung einfach erklärbar. Der Fahrer besitzt nicht das motorische Feingefühl, die Verzögerung stets am Limit zu halten. Entweder bremst er etwas zu schwach, wodurch das Hinterrad noch Bodenkontakt hat oder er bremst zu stark, sodass das Hinterrad merklich in der Luft steht. Dies hat allerdings wie zuvor besprochen den Effekt zu Folge, dass der Schwerpunkt sowohl weiter nach vorne, als auch nach oben wandert und somit die Bremskraft wieder leicht gemindert werden muss, um nicht zu überschlagen.<sup>36</sup> Daraus kann also gefolgert werden, dass der theoretisch ermittelte Bremsweg wirklich das Optimum darstellt und somit als bestmögliche Untergrenze gesehen werden kann. Außerdem kommt noch hinzu, dass die Bremse nicht sofort ihre volle Leistung entfaltet sondern eine kleine Ansprechzeit benötigt (auf Grund der höheren Bremskraft eine größere Ansprechzeit als die Hinterradbremse). Dies lässt sich sehr schön bei niedrigen Geschwindigkeiten erkennen. Hier ist eine deutliche Diskrepanz der Bremsbeschleunigungen zwischen Theorie und Realität erkennbar, da die Zeit zu kurz ist um im Mittel eine hohe Bremskraft zu erzielen.

Auch die Erklärung für die unterschiedlich starken Abweichungen der einzelnen Räder ist leicht erklärbar. Das Mountainbike war mit einer sehr modernen Scheibenbremse mit enormem Verstärkungsfaktor ausgestattet. Diese Bremse besaß die beste Dosierbarkeit und kürzeste Ansprechzeit. Dadurch war es möglich Bremsvorgänge mit fast entlastetem Hinterrad zu absolvieren. Das Rennrad hingegen benötigte enorm viel Handkraft und auch noch eine wesentlich höhere Ansprechzeit, bis die Beläge ordentlich verzögert haben. Doch alleine schon auf Grund der benötigten hohen Kraft, war es nicht möglich entsprechend gut zu dosieren. Lediglich ganz am Ende eines Vorgangs konnte ein leichtes abhebendes Hinterrad erreicht werden. Ähnliches gilt auch für das Trekkingrad. Somit nimmt die Bremse also sehr wohl einen nennenswerten Einfluss auf den benötigten Bremsweg. Dosierbarkeit, Verstärkung und Ansprechzeit sind dabei (von trockenen Bedingungen ausgegangen) entscheidende Parameter. Noch viel schlechter würden die Ergebnisse ausfallen, wenn hier ein Rad mit einer älteren Bremse herangezogen würde, welche nicht die nötige Bremskraft für ein blockierendes Vorderrad aufbringen würde.

Für die Schule sind die Versuche mit der Vorderradbremse kritisch zu sehen. Schüler sollten in jedem Fall behutsam und nicht übermotiviert an diesen Versuch herangehen. Der Sturz über den Lenker kann bei falscher Handhabung sehr rasch eintreten und natürlich schwere Verletzungen (trotz Helm) mit sich ziehen. Da andererseits allerdings viele Kinder mit dem Fahrrad unterwegs sind (teilweise auch zur Schule), kann dies durchaus sinnvoll sein in einem schulischen Rahmen die Wirkungsweise der Vorderradbremse nicht nur zu behandeln, sondern auch zu testen. Dadurch kann es den Schülern ermöglicht werden sicherer mit dem

---

<sup>35</sup> Da es sich hierbei um sog. viskoelastische Reibung handelt, hängt der Koeffizient von vielen Parametern wie Anpressfläche, Reifendruck, Außentemperatur, Gewichtskraft, Gummimischung, Straßenbelag etc. ab.  $\mu_H = 0,9$  stellt für sehr feinporigen Asphalt einen gemittelten Literaturwert dar. Mehr dazu unter:

[http://www.vsvi-blndbg.de/pdf/vsvi\\_griffigkeit.pdf](http://www.vsvi-blndbg.de/pdf/vsvi_griffigkeit.pdf) (03.06.2012)

<http://epub.uni-regensburg.de/10132/1/DissEJSchramm2002.pdf> (03.06.2012)

<sup>36</sup> Der Versuch wurde noch mit weiteren qualitativen Rädern und sehr erfahrenen Testfahrern durchgeführt. Keine Versuchsperson hat es allerdings geschafft im Mittel den theoretischen Bremsweg zu erreichen bei Geschwindigkeiten über 25 km/h.

Fahrrad im Alltag und auch Gefahrensituationen zu agieren. Nur wer sich dem Potential und auch damit verbundenen Risiko der Vorderradbremse bewusst ist, kann sie effektiv und sicher einsetzen. Auf Grund der begrenzten physischen Leistungsfähigkeit und dem höheren Gefahrenrisiko sollte jedoch von Messungen über 30 km/h abgesehen werden.

Als Alternative zu einem Schulexperiment ist auch eine theoretische Betrachtung in Kombination mit einem kleinen Versuchsvideo denkbar, das die Lehrkraft zuvor erstellt hat. Dabei ist auch nur eine eher qualitative Untersuchung möglich, indem die Schüler nur auf die wirkende Trägheitskraft am Schwerpunkt, welche dann ein wirksames Drehmoment für die Gewichtsverlagerung zur Folge hat, aufmerksam gemacht werden. Eine komplette quantitative Erkenntnis ist nicht zwingend notwendig, um die bessere Wirkung der Vorderradbremse zu verstehen.

Als interessante Variation des Versuchs wäre eine vergleichende Durchführung zwischen den obigen Bremsversuchen unter trockenen Bedingungen und einer nassen Bremsanlage denkbar. Dabei könnte man die Felge und Bremsbeläge ausreichend mit Wasser benetzen, um zu untersuchen was dies für Auswirkungen auf die Reibung in der Bremsanlage hat. Als Steigerung könnte die gesamte Bremsstrecke noch befeuchtet werden, wodurch die Reibung zwischen Reifen und Straße noch gemindert wird. Bei einem älteren Rad könnte man sogar testen, wie sich wenige Tropfen Öl auf einer Felge / Scheibe auswirken.

### 3.2.4 Versuch 3 (Gleitreibung / Haftreibung)

Als kleiner gesonderter Versuchsteil ist noch ein kurzer Vergleich zwischen einer Abbremsung am Hinterrad mit und ohne Schlupf denkbar. Gerade unter Jugendlichen erlebt man häufig diese Art des Anhaltens. Wobei es teilweise nicht nur als besonders lässig, sondern auch noch sehr wirksam angesehen wird.

In diesem Fall wurden nur mit einem Rad (Mtb) wenige Vergleichsmessungen durchgeführt, um den Sachverhalt zu überprüfen. Dazu wurden bei 15 km/h und 25 km/h jeweils noch Messungen durchgeführt. Sowohl auf Grund der schwierigen Kontrollierbarkeit des Rades, wie auch der enormen Materialabnutzung bei Wettkampfreifen, wurde von weiteren Messungen abgesehen (siehe Abbildung 15).

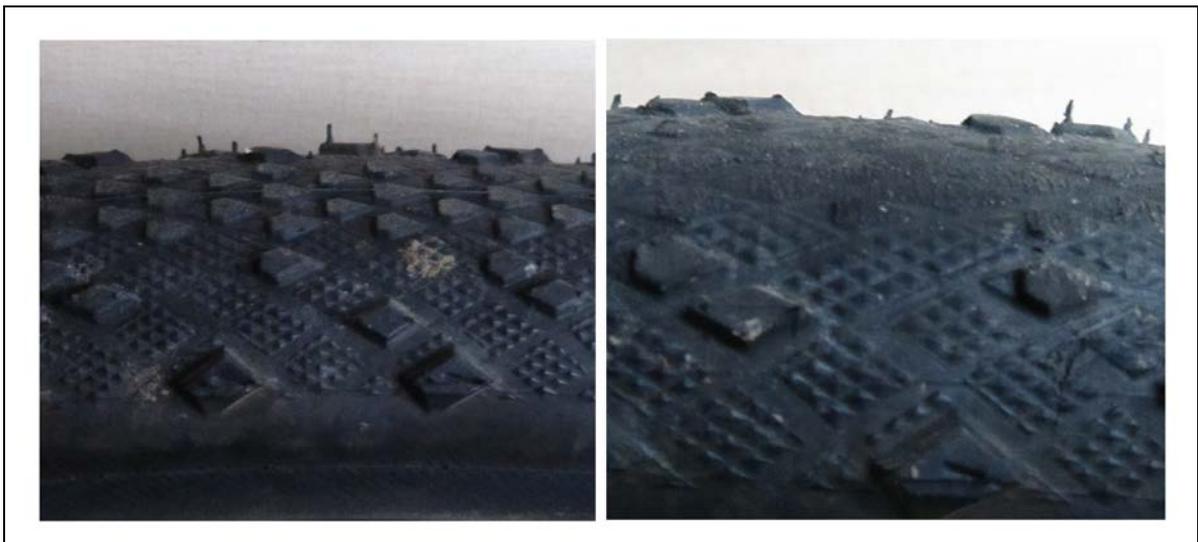


Abbildung 15 Reifenverschleiß nach nur einer Abbremsung bei 25 km/h (links davor, rechts danach)

Für ein Gelingen des Versuchs, ist es ratsam ihn auf neuem, feinporigem Asphalt durchzuführen. Hier ist in der Regel der Gleitreibungskoeffizient ausreichend niedriger, um einen signifikanten Unterschied beobachten zu können. Als Schwierigkeit kommt hinzu, dass

der Haftreibungskoeffizient bei einer Hinterradbremung ohne Schlupf nicht voll ausgenutzt werden kann, während ein blockierender Hinterreifen  $\mu_G$  stets im vollem Maße ausnutzt. Um den Versuch nicht zu gefährlich zu gestalten und die Abnutzung im Rahmen zu halten, genügt eine Ausführung bei 20 km/h eigentlich völlig, um den Schülern zu zeigen, dass auch hier die Gleitreibung schwächer ist als Haftreibung.<sup>37</sup> Für die Gleitreibung  $\mu_G$  kann ein Wert zwischen 0,5 – 0,7 zwischen Gummi und Asphalt als Vergleich herangezogen werden.<sup>38</sup> Da hier nur für zwei Geschwindigkeiten Messwerte aufgenommen wurden, wird von einer graphischen Auftragung abgesehen.

	Haftreibung Hinterrad ( $\mu_H = 0,8$ )				Gleitreibung Hinterrad ( $\mu_G = 0,6$ )			
$v_o / \frac{km}{h}$	$a_{theoretisch} / \frac{m}{s^2}$	$s_{theoretisch} / m$	$\bar{a} / \frac{m}{s^2}$	$\bar{s} / m$	$a_{theoretisch} / \frac{m}{s^2}$	$s_{theoretisch} / m$	$\bar{a} / \frac{m}{s^2}$	$\bar{s} / m$
15,0	2,9	3,0	2,6	3,3	2,4	3,6	2,3	3,8
25,0	2,9	8,4	2,9	8,4	2,4	10,1	2,3	10,0

**Tabelle 12: Vergleich zwischen Haft und Gleitreibung auf trockener Fahrbahn**

Auch bei diesem Versuch ist ohne eine große Anzahl an Durchführungen der Effekt deutlich beobachtbar. Die einzige Schwierigkeit besteht darin, das gleitende Fahrrad zu beherrschen. Dies stellt allerdings für die meisten geübten Radfahrer kein großes Problem dar, sowie bei den Bremsversuchen mit Haftreibung sich möglichst nah an der Bestmarke zu bewegen, um den entsprechenden Unterschied in den Bremswegen zu beobachten.

In der Schule lässt sich dieser Versuch normalerweise auch sehr gut im Pausenhof durchführen. Es genügt natürlich, wenn die Lehrkraft oder ein Schüler, der mit dem Radfahren vertraut ist diesen Versuch durchführt, während andere die Daten protokollieren und den Effekt direkt beobachten können. Neben der physikalischen Erkenntnis über die verschiedenen Arten von Reibung, kann dieses Experiment darüber hinaus als verkehrsdidaktisch betrachtet werden. Manche Schüler können dadurch ihre Fehlvorstellung ablegen und erkennen, dass eine derart materialverschleißende Bremsmethode auch noch ineffizient ist.

### 3.2.5 Versuch 4 (Beschleunigungsmessung)

Messung der Beschleunigung mit Hilfe von Computersensoren. Für diesen Versuch wurde das Messsystem von Vernier verwendet. Für eine handliche und geräteschonende Durchführung wurde zunächst auf dem Vorbau des Fahrrads etwas Schaumstoff aufgeklebt. Danach wurde der Datenlogger mit Hilfe von Klebeband sicher darauf befestigt.

<sup>37</sup> Es ist allerdings zu erwähnen, dass Gleitreibungskraft auch größer sein kann als Haftreibungskraft. Zum Beispiel bei einer etwas dickeren Schneedecke oder auf Schotter/ Kies, ist durch die Verdrängung des Untergrunds der Gleitreibungskoeffizient größer.

<sup>38</sup> [http://www.uni-magdeburg.de/ifme/l-festigkeit/pdf/AB\\_Reibung.pdf](http://www.uni-magdeburg.de/ifme/l-festigkeit/pdf/AB_Reibung.pdf) Seite 1. (5.6.2012)



**Abbildung 16: Befestigung des Datenlogger am Vorbau**

Nun wurde der 3-D Beschleunigungssensor verwendet, wobei nur ein Kanal (X-Achse) entlang der Translationsrichtung angeschlossen wurde. Der Sensor selbst wurde unterhalb des Fahrradsattels festgeklebt und das Verbindungskabel sauber zum Datenlogger verlegt.

Bevor die Versuche durchgeführt werden, ist unbedingt darauf zu achten, dass alle Teile sturzfest angebracht wurden. Dabei geht es nicht alleine um die Tatsache, dass die Sensoren Schaden nehmen könnten, darüber hinaus könnten Teile in die Laufräder hängen, was zu schweren Stürzen führen kann.

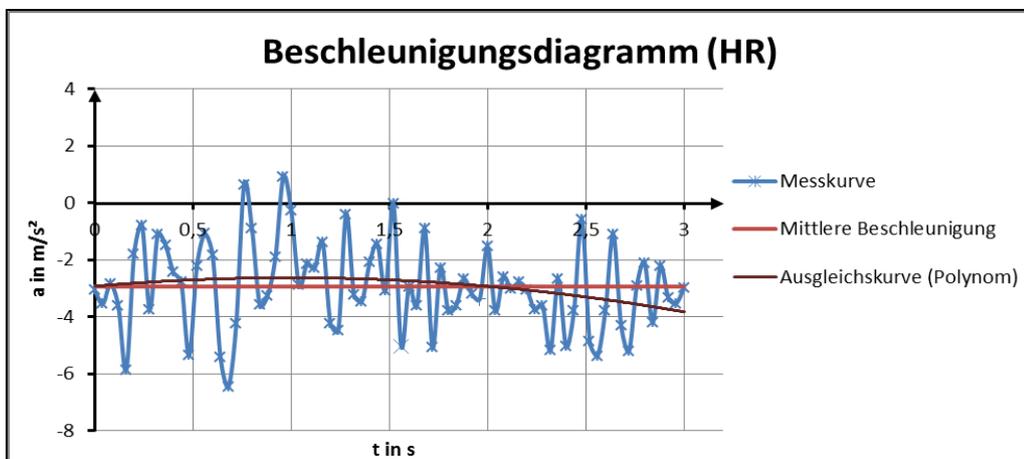


**Abbildung 17: Montage des Beschleunigungssensors**

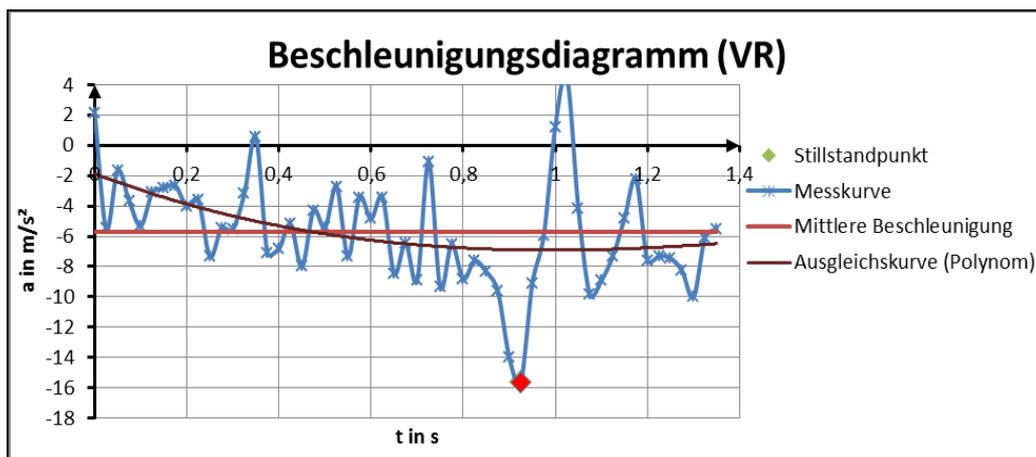
Gerade der Beschleunigungssensor sollte sehr fest sitzen, um nicht wackeln oder vibrieren zu können. Dadurch würden ungewollte Beschleunigungen gemessen werden. Vor den Versuchen muss der Sensor in der Waagrechten noch auf 0 Kalibriert werden, sowie die Messdauer und Intervalle eingestellt werde. Für diese Versuche wurde als Zeit 10 Sekunden und als Intervall 40 Hz (0,025 s/Messung) oder 20 Hz (0,04 s/Messung) eingestellt. Danach wird das Fahrrad wie in den Vorversuchen auf eine gewollte Geschwindigkeit gebracht. Einige Sekunden vor der Abbremsung drückt der Fahrer auf den Start-Knopf für die Aufzeichnung, um im Anschluss den Lenker wieder fest mit beiden Händen zu halten und sich auf die eigentliche Abbremsung gut vorzubereiten. Die aufgenommenen Daten können

als Textdatei auf eine SD-Karte exportiert werden. Diese können in einem Tabellenkalkulationsprogramm analysiert und ausgewertet werden, wobei der Nullpunkt als Beginn der Abbremsung definiert wird und die Daten zuvor einfach entfernt werden.<sup>39</sup>

Die Messungen mittels Sensor wurden mit dem Mountainbike durchgeführt. Es wurden nur einige Versuche durchgeführt, um das Verhalten zu untersuchen. Bei allen Versuchen ergab sich sowohl für Vorder- wie auch Hinterrad ein charakteristisch ähnlicher Verlauf, welcher zunächst überhaupt nicht die Erwartungen widerspiegelte. In den Graphen 4 – 6 ist zu erkennen, dass die Beschleunigung nicht wie angenommen annähernd konstant ist. Es lässt sich eher eine sehr unregelmäßige Oszillation in allen Messungen beobachten. Außerdem ist bei Versuchen mit der Vorderradbremse ein ungewöhnlich hoher Peak (Stillstandpunkt) erkennbar. Das arithmetische Mittel der einzelnen Messdaten spiegelt allerdings  $\bar{a}$  (vgl. Tabelle 9) des Testrades sehr gut wieder. Die ausgleichende Polynomkurve hingegen entspricht eher dem erwarteten Bremsverlauf in den Versuchen.

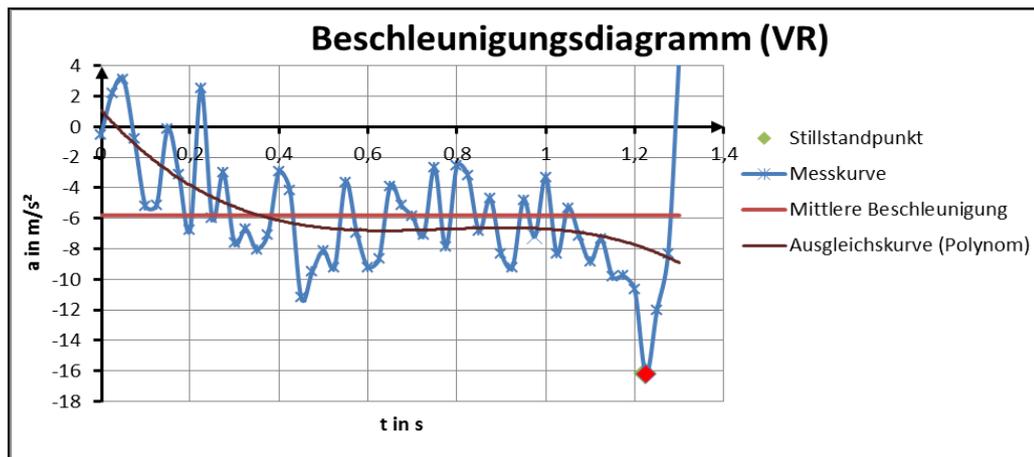


Graph 4: a-t-Diagramm Hinterrad (Mtb)



Graph 5: a-t-Diagramm Vorderrad (Mtb)

<sup>39</sup> Der Datenlogger speichert Kommas mit einem Punkt ab. Excel erkennt diese Formatierung jedoch als Datum. Daher wurde zuvor im Word in allen Datensätzen eine Ersetzung von „. “ durch „, “ durchgeführt.



Graph 6: a-t-Diagramm Vorderrad (Mtb)

Diskussion der Ergebnisse:

Der größte Anteil der oszillierenden Beschleunigung rührt vermutlich von dem Schlupf der Reifen auf dem Untergrund. Reibung zwischen Gummi und Asphalt ist in der Realität stets mit einem gewissen Schlupfanteil. Gerade bei so enormen Kräften, die tangential zur Oberfläche am Vorderreifen wirken, wird der Reifen immer wieder greifen und sich somit im Boden regelrecht verhaken (Minima), allerdings auch stets mal wieder im kleinsten Maße über die Oberfläche gleiten (Maxima). Dies alleine würde allerdings vermutlich nicht derart starke Schwankungen erklären. Hinzu kommt, dass das Fahrrad ein beabsichtigt flexibel gebautes Objekt ist. Demnach wird es durch die Schwankungen der Reibungskraft zu Schwingungen angeregt, welche Rahmen und gerade Sattelstütze im Mikrobereich in Schwingungen versetzen und den direkt damit verbundenen Sensor ebenso.

Bei den Versuchen mit dem Vorderrad kommt hinzu, dass das Fahrrad am vorderen Auflagepunkt verzögert wird. Dies hat zur Folge, dass ein Großteil der Systemmasse durch die Trägheitskraft auf den Steuersatz (Verbindung mit Gabel und Rahmen) drückt, während die Fahrradgabel mit samt Laufrad als Hebelarm dient, wo letztendlich am Auflagepunkt die Reibungskraft angreift. Die Fahrradgabel wird also sehr stark zum Rahmen hingedrückt, bis sie schließlich im kleinen Maße elastisch gegenfedert, um erneut gestaucht zu werden. Diese Gabelschwingung wird die Schwankung der Beschleunigung zusätzlich noch beeinflussen.

Besonders markant ist dies am Umkehrpunkt (Graph 5/6) erkennbar. Hierbei handelt es sich um den letzten Teilabschnitt des Bremsweges. Das Vordere Laufrad blockiert hier komplett, während die Gabel enorm gestaucht wird bis hin zum Peak (Stillstandpunkt). Ab nun beginnt die Drehung um den Auflagepunkt des Vorderrades, bis schließlich die Beschleunigung enorm abnimmt und das Hinterrad wieder auf dem Boden aufschlägt und die Gabel sich wieder entspannt (Positiver Ausschlag nach dem Minimum).

Für die schulische Durchführung ist dieser Versuch durchaus auch von Interesse. Besonders weil er in erster Linie Abweichungen und Grenzen von physikalischen Modellen aufzeigt werden. Hier ist deutlich zu erkennen, dass es neben der Gesamtverzögerung des Körpers auch Feinstrukturen und weitere Phänomene und Effekte gibt, die nicht bedacht wurden. Die Schüler lernen hier auch mit Interpretation von Daten umzugehen und sehen, dass die Realität eben exakt so wie die physikalischen Modelle ist. Hier bereitet die Auswertung der vielen Datenpunkte und Interpretationen der Ergebnisse schon wesentlich größere Schwierigkeiten, als die Daten aus Versuch 2. Dieser Versuch könnte im Übrigen auch mittels Videoanalyse durchgeführt werden, wobei hier die Feinstrukturen nicht so gut beobachtet werden können, da Videoprogramme wie Measure Dynamics großflächig erfassen und es dabei eher gelegentliche Beschleunigungsabweichungen gibt und nicht wie hier gut erkennbare Oszillationen um einen mittleren Beschleunigungswert.

## 4 Kurvenfahrt und Gleichgewicht



Abbildung 18: Kurvenfahrt

Wer das Radfahren erst mal gelernt hat, fährt mit einer Selbstverständlichkeit, ohne sich des komplexen Zusammenhangs der erforderlichen Gleichgewichtsbedingungen bewusst zu sein. Diese eindrucksvolle Leichtigkeit das Gleichgewicht zu halten wird durch Phänomene wie freihändiges Fahren oder im Stehen zu sprinten, während das Rad regelrecht herumeiert noch unterstützt. Doch wer sich zurück erinnert, der weiß – Radfahren will gelernt sein. Kinder, die das Radfahren noch nicht erlernt haben, benötigen zu Beginn meist Stützräder und besitzen oftmals große Schwierigkeiten das Gleichgewicht zu halten. Es scheint also doch nicht kinderleicht zu sein, auf dem Zweirad nicht umzukippen. Der Eindruck der Schwierigkeit wird dadurch untermauert, dass ein Fahrrad schließlich auch nicht von alleine stehen bleibt. Es befindet sich im äußerst labilen Gleichgewicht, wenn man versucht es ohne Ständer frei abzustellen. Jede kleinste Störung (die praktisch stets vorhanden ist) sorgt dafür, dass das Fahrrad seitlich umkippt. Doch hier würde auch ein Mensch auf dem Rad nicht viel ändern, wenn er nicht fährt. Auf dem stehenden Rad das Gleichgewicht zu halten benötigt in der Tat akrobatische Fähigkeiten und viel Übung. Ganz andere Bedingungen herrschen hingegen in der Bewegung. Dynamische Kräfte helfen uns das Gleichgewicht leichter zu halten. Die Untersuchung der Bewegungsdynamik des Fahrrads hat Physiker und Mathematiker schon vor langer Zeit gefordert und es wurden viele verschiedene Modelle vorgestellt. Häufig waren diese jedoch mangelhaft und konnten Alltagsphänomene (z. B. freihändiges Fahren) nicht erklären oder widersprachen gar alltäglichen Erfahrungen mit dem Rad. Betrachtet man die Komplexität der Problematik mit all ihren unterschiedlichen Parametern, so erscheint ein streng mathematisch formuliertes Modell, das alle gängigen Phänomene vereint, nahezu als illusorisch. Die unterschiedlichen Fahrerhaltungen, Rahmengenometrien, Geschwindigkeiten etc., all diese Größen müssten in ein vernünftiges Modell mit einfließen. Nicht umsonst werden für technische Untersuchungen inzwischen aufwändige Computersimulationen verwendet, in die alleine 25 Parameter des Fahrrads mit eingehen.<sup>40</sup>

Im Folgenden soll daher kein umfassendes Modell geschaffen werden, das Kurvenfahrten und Gleichgewicht auf dem Fahrrad in einem ausreichend vertieften Maße darstellt. Es sollen vielmehr die wichtigsten Einflussfaktoren und ihr Zusammenspiel qualitativ erläutert werden, wobei natürlich auch quantitative Abschätzungen mit einbezogen werden. Dabei wird vor allem neben gängigen physikalischen Effekten (z. B. Zentripetalkraft, Kreiseffekten ...) ein Augenmerk auf technische Details der Fahrradkonstruktion und geometrische Faktoren

<sup>40</sup> <http://www.weltdерphysik.de/thema/alltag/stabilitaet-von-fahrraedern/> (letzter Aufruf: 29. Juni 2012)

gelegt, die maßgeblich am Regelverhalten mit beteiligt sind. Im Anschluss werden ausgewählte Versuche zur Kurvenfahrt und Gleichgewichtsproblematik durchgeführt.

## 4.1 Theoretische Betrachtungen

### 4.1.1 Gleichgewichtsbedingung

Im statischen Fall muss für die Gleichgewichtserhaltung gelten, dass die am Schwerpunkt angreifende Gewichtskraft noch innerhalb der sog. Stützfläche (Grundfläche) liegt.<sup>41</sup> Dabei handelt es sich um die Fläche, auf der ein Körper aufliegt bzw. die durch seine Auflagepunkte aufgespannt wird. Demnach wäre beim Fahrrad die Stützfläche lediglich die schmale Verbindungsfläche zwischen den beiden Reifenauflegepunkten. Der Schwerpunkt liegt jedoch durch eine kleine Störung bereits außerhalb dieser Fläche (labiles Gleichgewicht). Dies führt in Kombination mit der Gewichtskraft zu einem wirksamen Drehmoment, das das Fahrrad zum umstürzen bringt, bis die potentielle Energie an ihrem Minimum angelangt ist.

Auch während der Fahrt befindet sich der Schwerpunkt nicht ständig innerhalb dieser Grundfläche. Es entstehen viel mehr wirksame Drehmomente, die dem durch die Schwerkraft verursachten Drehmoment entgegen wirken. Es muss allerdings im Bezugssystem des bewegten Fahrrads die Bedingung erfüllt bleiben, dass die resultierende Kraft auf die Stützfläche projiziert wird. Ist dies nicht der Fall so kippt das Fahrrad in eine Richtung

### 4.1.2 Zentripetalkraft

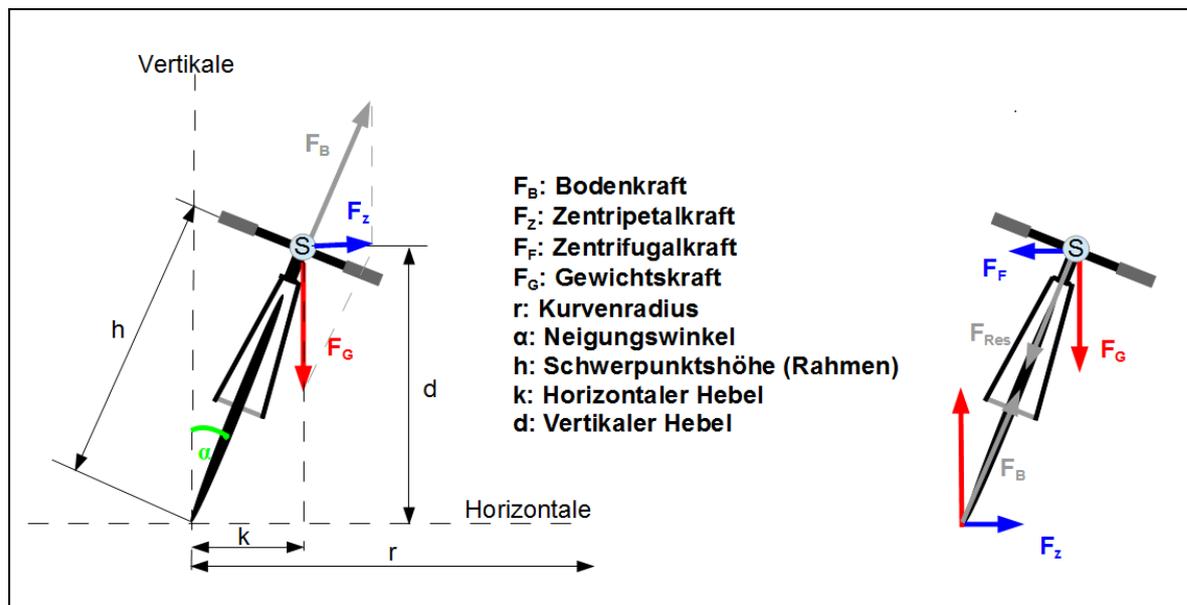


Abbildung 19: Kurvenfahrt: Links Laborsystem, rechts Beschleunigtes Bezugssystem (Fahrer)

Es wird vorausgesetzt, dass sich das Fahrrad mit einer gewissen Mindestgeschwindigkeit (üblicher Weise mind. 10 km/h) in der Ebene bewegt. Bei einer kleinen Störung wandert der Schwerpunkt S nach außen und verursacht mit dem Hebelarm  $k$  ein Drehmoment, welches das Fahrrad zu einer Kippbewegung leitet, wobei  $k$  mit zunehmendem Winkel auch größer wird. Es gilt betragsmäßig die Beziehung:

$$M_{FG} = F_G \cdot k = F_G \cdot h \cdot \sin \alpha \quad (81)$$

Dieses Drehmoment muss durch ein einschlagen des Lenkers kompensiert werden. Dadurch beginnt das Fahrrad eine Kurvenfahrt mit dem Radius  $r$  zu beschreiten, was eine

<sup>41</sup> TIPLER: S. 379

Zentripetalkraft Richtung Kurvenmittelpunkt gerichtet zur Folge hat.<sup>42</sup> Der Fahrer spürt jedoch in seinem Bezugssystem die Zentrifugalkraft (Scheinkraft). Diese Kraft drückt ihn nach seinem Empfinden auf Grund der Trägheit nach außen, während er die Kurve fahren will.

Es folgt somit

$$F_Z = F_F = m \frac{v^2}{r} \quad (82)$$

für die Beträge der Kräfte.

Dabei ist zu beachten, dass sich  $F_Z$  auf das Vorder- und Hinterrad entsprechend der Lastverteilung aus Gleichung (5) und (6) aufteilt und nur gedanklich im Schwerpunkt wirkt. Das heißt auf das Hinterrad wirkt ein größerer Kraftanteil als auf das Vorderrad bei einer stationären Kurvenfahrt.<sup>43</sup> Wie im Kapitel Nachlauf / Lenkgeometrie noch gezeigt wird, ist es für eine automatische Gleichgewichtsregulierung enorm wichtig, wo die Zentripetalkraft am Vorderreifen angreift. Hier soll zunächst aber nur die Wirkung auf den Schwerpunkt untersucht werden. In der rechten Skizze (Abbildung 19) ist die geforderte Drehmomentgleichheit schön ersichtlich. Für das wirksame Drehmoment durch die Zentripetal- bzw. Fugalkraft gilt

$$M_{FZ} = F_Z \cdot d = F_Z \cdot h \cdot \cos \alpha = m \frac{v^2}{r} \cdot h \cdot \cos \alpha \quad (83)$$

und somit folglich

$$M_{FG} = M_{FZ} \Rightarrow m \frac{v^2}{r} \cdot h \cdot \cos \alpha = F_G \cdot h \cdot \sin \alpha \Rightarrow \alpha = \arctan \left( \frac{v^2}{g \cdot r} \right) \quad (84)$$

als Bedingung, dass das Fahrrad stabil bleibt und nicht zur Kurvenaußen- oder Innenseite kippt. Ein vertrautes Resultat daraus ist demnach, dass der Neigungswinkel  $\alpha$  bei der Kurvenfahrt zur Aufrechterhaltung des dynamischen Gleichgewichts, umso größer ist, je größer  $v$  und je kleiner  $r$  (engere Kurve) ist. Dies bestätigt Alltagserfahrungen. Will man eine Kurve sehr schnell oder eng fahren, so muss man sich sehr stark hineinlegen, sonst würde man aus eigener Sicht regelrecht durch das wirkende Drehmoment  $M_{FZ}$  nach außen umkippen. Anhand der Formel ist allerdings auch zu erkennen, dass die Kurvenneigung nur von der Geschwindigkeit und dem Kurvenradius abhängig ist und etwa nicht wie beim Bremsen von der Lage des Schwerpunkts. Somit wäre noch zu klären, wo nach dieser Betrachtung die Grenze für eine Kurvenfahrt erreicht wird. Was ist also das maximal mögliche Tempo für einen vorgegebenen Kurvenradius oder wie eng kann eine Kurve mit einer gewissen Geschwindigkeit genommen werden? Da die nötige Zentripetalkraft durch die Seitenführungskraft der beiden Reifenauflegepunkte aufgebracht wird, liegt hier die Grenze des Möglichen. Demnach gilt also betragsmäßig die Beziehung:

$$F_z = F_s \quad (85)$$

Wobei  $F_s$  die Seitenführungskraft des Reifens bezeichnet und eine Komponente der Gesamtreibung darstellt.<sup>44</sup> Unter der Annahme, dass nicht gebremst wird und kein Anteil für die Abrollreibung benötigt wird gilt somit:

$$F_{R \max} = F_{S \max} = F_G \cdot \mu_H \quad (86)$$

Logischer Weise muss für eine stabile Kurvenfahrt die Ungleichung

<sup>42</sup> Es wird hier für die Betrachtung von einer stationären Kurve mit  $r = \text{konst.}$  ausgegangen. In der Realität ist der Kurvenradius jedoch nicht konstant.

<sup>43</sup> Gilt nicht bei raschem Lenkereinschlag, da hier das Hinterrad träge ist und der Großteil der Kraft auf das rasch eingeschlagene Vorderrad wirkt. Außerdem beschreibt das Vorderrad stets einen weiteren Kurvenradius als das Hinterrad bei einer konstanten Kreisfahrt, wie später in 4.1.6 Radstand noch gezeigt wird.

<sup>44</sup> Die Gesamtreibung setzt sich in der Regel aus der Seitenführungskraft, Abrollkraft, sowie Bremskraft zusammen.

$$F_z \leq F_{R\max} = F_G \cdot \mu_H \quad (87)$$

erfüllt werden. Der Grenzfall der maximalen Zentripetalkraft ergibt sich also aus der Gleichheit in (87), da der Reifen keine größeren Kräfte aufnehmen kann. Hier wird natürlich angenommen, dass beide Reifen den gleichen Kurvenradius  $r$  stationär beschreiten und sich die Führungskräfte entsprechend der Reifenbelastung aufteilen.

Nach dieser Überlegung ist der Grenzfall also erreicht, wenn in (83) und (84) für  $F_z$  nun  $F_{R\max}$  eingesetzt wird. Daraus folgt die Beziehung:

$$\alpha_{\max} = \arctan\left(\frac{F_{R\max}}{m \cdot g}\right) = \arctan(\mu_H) \quad (88)$$

Auch diese modellierte Abschätzung wirkt nicht sehr überraschend. Je geringer also die Haftreibung zwischen Reifen und Untergrund ist, desto geringer darf der Schwerpunkt von der senkrechten Verbindungslinie zu den Auflagepunkten nach außen wandern. Dies erklärt, warum bei Nässe Kurven nicht so schnell gefahren werden können. Darüber hinaus lässt sich damit klären, warum es so gut wie unmöglich ist auf Eis ohne Zusatzausrüstung wie Spikes zu fahren (wird im kommenden Beispiel noch gezeigt). Das geschaffene Modell besagt allerdings nicht nur, welcher Neigungswinkel für eine Kurvenfahrt nötig ist. Der eigentliche Ausgangspunkt war ursprünglich, was zu tun ist, wenn das Fahrrad auf Grund einer winzigen Störung in den Kippvorgang übergeht. Unter der Annahme, dass der Schwerpunkt nach rechts gewandert ist und das Fahrrad in die entsprechende Richtung zu kippen droht, muss der Lenker so stark nach rechts eingeschlagen werden, dass das Drehmoment  $M_{FZ}$  größer wird als  $M_{FG}$ , um das Fahrrad wieder aufzurichten. Somit folgt die für viele nicht sehr intuitiv wirkende Tatsache, dass man beim Kippen nach rechts auch nach rechts lenken muss. Viele glauben, dass man ein Kippen in die eine Richtung durch eine Lenkbewegung in die andere kompensieren muss (was das Fahrrad nur wesentlich schneller zum Umkippen führen würde). Dabei wirkt es wohl sehr überraschend, dass viele trotz dieser Fehlvorstellung Fahrrad fahren können. Dies liegt daran, dass das entsprechend korrekte Regelerhalten intuitiv vollzogen wird. Deutliche Unterschiede sind hingegen bei einem Kind, das das Radfahren gerade erlernt bemerkbar. In vielen einfachen Betrachtungen über das Gleichgewicht auf zwei Rädern wird das Drehmoment der Zentrifugalkraft als einzige nennenswerte Komponente gegen das Drehmoment aus der Gewichtskraft des verkippten Schwerpunkts herangezogen. In der Tat sind all die anderen wirkenden Kräfte und Momente im Vergleich zu der enormen Wirkung der Zentrifugalkraft, wie noch gezeigt wird sehr klein.<sup>45</sup> Doch bei so einer Sichtweise wird das Gleichgewicht als stationäre Lösung zwischen den beiden Drehmomenten auf einer konstanten Kreisfahrt angesehen. Eine derartige Sichtweise ist allerdings äußerst unbefriedigend, da keinerlei Aussage über die Stabilität der Lösung  $M_{FG} = M_{FZ}$  aus Gleichung (84) getroffen wird. Denn diese Lösung ist ebenso wenig stabil und hängt von kleinsten Einflüssen ab, wie ein Fahrrad, bei dem man versucht es im Stillstand perfekt auf beide Reifen ohne Ständer zu stellen. Daher werden im weiteren Verlauf noch einige wichtige Größen vorgestellt, die für eine stationäre Kurvenfahrt kaum Auswirkungen haben, allerdings enormen Einfluss auf die Gesamtstabilität eines fortwährenden dynamischen Gleichgewichts nehmen.

### Beispiele:

Kleine Beispiele sollen Aufschluss über die Größenordnungen geben.

---

<sup>45</sup> Vorausgesetzt, das Fahrrad fährt schnell genug, also mindestens 15 km/h – 20 km/h

### Maximaler Neigungswinkel:

$\mu_H$ <sup>46</sup>	1,1 (optimal)	0,8 (trocken)	0,6 (nass) <sup>47</sup>	0,1 (eis)
$\alpha_{\max}$ (nach 88)	47,8°	38,7°	31,0°	5,7°

**Tabelle 13: Maximaler Neigungswinkel bei Kurvenfahrt**

Demnach könnte man also unter perfekten Bedingungen sich über 45° in die Kurve legen, wobei in der Realität wegen Schwankungen und Übersteuerungsgefahr eher bei 40° das Optimum erreicht ist. Wohl kaum einer wird derartige Werte bisher erreicht oder gesehen haben, da das Risiko der Reibwertschwankung und des Reifenschlupf enorm ist. Außerdem sollte man beachten, dass hierbei enorme Seitenkräfte auf das Laufrad und die Speichen wirken. Gerade viele Leichtbauräder sind für derartige Belastungen nicht konzipiert, wodurch es die Felge verziehen kann (man fährt sich regelrecht einen Achter in das Laufrad).

Diese Tabelle gibt aber auch Aufschluss darüber, warum ein Fahren auf Glatteis so gut wie nicht möglich ist. Durch eine kleinste Störung, kann der Schwerpunkt leicht über 5° aus der Vertikalen hinauswandern. Die Reifen bringen jedoch nicht mehr die nötige Seitenführungskraft auf, um das Fahrrad durch eine leichte Kurve im Gleichgewicht zu halten. Die Folge ist, dass der Reifen ausbricht und der Fahrer stürzt.

### Nötiger Neigungswinkel:

Möchte man beispielsweise mit einer zügigeren Geschwindigkeit von  $v = 30$  km/h eine Kurve mit einem gedanklich groß wirkenden Radius von  $r = 10$  m fahren, so folgt aus (84), für den nötigen Neigungswinkel  $\alpha = 35.3^\circ$ , was schon einer äußerst scharfen Kurvenfahrt nahe am Grenzbereich entspricht.

### **4.1.3 Knickkraft**

Als Sonderfall für das Gleichgewicht auf zwei Rädern, wird noch die Knickkraft angesprochen. Bei äußerst niedrigen Geschwindigkeiten wie etwa Schrittgeschwindigkeit, müsste das Fahrrad bei einer Gleichgewichtsstörung gemäß Gleichung 84 enorm enge Kurven beschreiben, da die Kraft mit  $v^2$  zusammenhängt und demnach für sehr kleine Geschwindigkeiten enorm stark abfällt. Teilweise wäre es rein mit der Betrachtung der Zentripetalkraft nicht erklärbar, dass es möglich ist bei sehr niedrigen Geschwindigkeiten das Drehmoment durch die Gewichtskraft noch zu kompensieren. Hier kommt die sog. Knickkraft ins Spiel.<sup>48</sup> Wird der Lenker eines Fahrrades blitzartig ausgelenkt, so beschreibt die Trajektorie des Vorderrades einen Knick. Dies entspricht theoretisch einem momentan nahezu unendlich kleinen Kurvenradius und hat eine Scheinkraft analog zur Fliehkraft zur Folge. Die Trajektorie des Hinterrades dagegen zeigt keinen Knick. Am Ort des Schwerpunktes ist der

<sup>46</sup> DOBRINSKI, KRAKAU, VOGEL: S. 253

<sup>47</sup> Der etwas niedrig wirkende Wert für Nässe von  $\mu_H = 0,6$  wird von einer Testzeitschrift für Fahrradteile sehr gut bestätigt: [http://www.conti-online.com/generator/www/de/de/continental/fahrrad/allgemein/news/download/tourtest\\_de.pdf](http://www.conti-online.com/generator/www/de/de/continental/fahrrad/allgemein/news/download/tourtest_de.pdf) (10.11.2012)  
Viele andere Quellen wie Leifiphysik gehen von deutlich höheren Koeffizienten aus:  
[http://www.leifiphysik.de/web\\_ph09/umwelt\\_technik/03reifenhaftung/reifenhaftung.htm](http://www.leifiphysik.de/web_ph09/umwelt_technik/03reifenhaftung/reifenhaftung.htm) (10.11.2012)

<sup>48</sup> Für diese Kraft gibt es keine einheitliche Bezeichnung. Idee und Begrifflichkeit stammt aus: ZELLER: Gleichgewicht gegen Kippen beim gelenkten fahren (15.11.2012)

Bemerkung: Bei der Quelle von Herrn Zeller handelt es sich um eine wissenschaftliche Arbeit, die im Internet ohne Seitenzahl veröffentlicht wurde. Daher werden im Folgenden stets der Autor und das Kapitel mit Datum des letzten Aufrufs genannt. Im Literaturverzeichnis ist der Link der Arbeit.

Knick um das Verhältnis  $b^*/c^*$  reduziert ( $b^*$  = Horizontaler Abstand des Schwerpunkts von der Hinterrad-Nabe,  $c^*$  = Radstand, siehe Abbildung 11 rechts). Die realen Auslenkungen am Lenker mit endlicher Geschwindigkeit führen zwar nicht direkt zu einem Knick, aber zu momentan deutlich reduzierten (sehr kleinen) Kurvenradien des Vorderrades. Die resultierende Kraft ist proportional zum Produkt Geschwindigkeit mal Drehgeschwindigkeit des Lenkers. Es ist also im Gegensatz zur Betrachtung der Zentripetalkraft von großer Bedeutung wie schnell der Fahrer den Lenker regelt. Daraus resultiert ein Drehmoment das eingesetzt werden kann um das Kippmoment  $M_{FG}$  zu kompensieren. Die darauf basierende Stabilität ist eine dynamische. Sie erfordert laufend, rasche Korrekturen durch den Fahrer. Der Übergang von der statischen, durch die Zentrifugalkraft vermittelten Stabilität, zur dynamischen Stabilität der Knickkraft ist leicht zu spüren, wenn man langsam die Fahrgeschwindigkeit reduziert. Sobald rasche Korrekturbewegungen des Lenkers erforderlich werden und ein freihändiges Fahren gar unmöglich wird, befindet man sich im Regime der Knickkraft. Die Übergangsgeschwindigkeit liegt wie erwähnt ungefähr bei Fußgängertempo. Die Knickkraft ist proportional zu  $b^*$ , dem horizontalen Abstand des Schwerpunktes von der Hinterrad-Nabe. Gute Mountainbike-Fahrer stehen in heiklen Passagen in den Pedalen und schieben den Schwerpunkt  $S$  nach vorne, um  $b^*$  zu vergrößern. Die Knickkraft liefert auch eine Erklärung, wieso extrem steile Anstiege mit dem Mountain Bike nicht nur konditionell anspruchsvoll, sondern auch fahrtechnisch schwierig sind. Im steilen Anstieg schiebt sich der Schwerpunkt nach hinten,  $b^*$  und lässt damit die Knickkraft kleiner werden. Am Punkt an dem das Vorderrad den Kontakt zu verlieren droht, wird  $b^* = 0$  und die Knickkraft verschwindet. Das Zweirad ist zum Einrad geworden. Deshalb der Ratschlag, sich möglichst weit nach vorne zu lehnen, um den Schwerpunkt möglichst nach vorne zu schieben. Die Knickkraft hat eine einfache physikalische Interpretation. Verkippungen des Schwerpunkts korrigiert man, indem man laufend mit der Rahmenebene wieder unter den Schwerpunkt fährt. Dieses Vorgehen ist ähnlich, wie einen Stab – etwa einen Stift hochkant auf dem Zeigefinger zu balancieren. Auch hier sorgt eine Scheinkraft auf Grund der Trägheit des Stifts dafür, dass er nicht umkippt. Betragsmäßig gilt für das Drehmoment der Knickkraft, das dem Kippen entgegen wirkt:

$$M_{knick} = d \cdot m \cdot \frac{b^*}{r} \cdot v \cdot \frac{d\delta}{dt} \quad (89)$$

Wobei  $d$  die vertikale Schwerpunkthöhe (siehe Abbildung 19),  $m$  die Gesamtmasse,  $b^*$  der horizontale Abstand des hinteren Auflagepunktes vom Schwerpunkt (siehe Abbildung 11),  $r$  der Reifenradius,  $v$  die Fahrgeschwindigkeit und  $\frac{d\delta}{dt}$  das Einlenktempo des Vorderrades (siehe Abbildung 21) ist.

#### 4.1.4 Lenkgeometrie

Auf das Gleichgewichts- und Fahrverhalten nimmt allerdings gerade die Geometrie der Fahrradgabel einen enormen Einfluss. Die wichtigsten Einflussfaktoren werden durch die folgenden Kenngrößen der Lenkgeometrie angesprochen.

---

<sup>49</sup> ZELLER: Gleichgewicht gegen Kippen beim gelenkten fahren (16. 11. 2012)

#### 4.1.4.1 Nachlauf

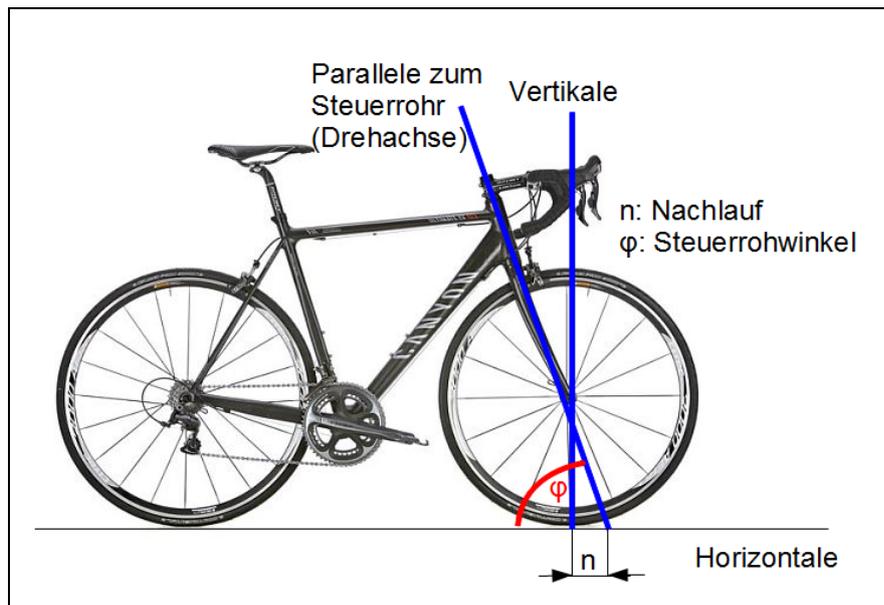


Abbildung 20: Nachlauf eines Fahrrads

Beim Nachlauf handelt es sich um eine Größe, die einem Laien zunächst nicht viel sagt. Dass es sich hierbei jedoch um eine wichtige Komponente für das Gleichgewicht auf dem Rad handelt, wird in diesem Abschnitt behandelt. Man spricht von einem Nachlauf, wenn der Auflagepunkt hinter der geometrischen Verlängerung der Drehachse auf dem Boden liegt (Abbildung 20). Anschaulich gesprochen wird somit der größere Anteil des Rades hinter der Drehachse nachgezogen. Wie aus Abbildung 20 darüber hinaus hervorgeht, wird bei einem Fahrrad der Nachlauf  $n$  dadurch verursacht, dass die Steuerachse einen Winkel mit  $\varphi < 90^\circ$  besitzt (üblich zwischen  $70^\circ - 75^\circ$ ). Bei einer reinen Betrachtung mittels Stabilisierung durch die Zentripetalkraft auf den Schwerpunkt, wird davon ausgegangen, dass das Fahrrad stets manuell nachgeregelt werden muss. Das heißt, wenn der Schwerpunkt bei einer gewissen Geschwindigkeit um einen kleinen Winkel  $\alpha$  durch eine Störung wandert, muss der Fahrer mit einem Lenkereinschlag in die gleiche Richtung reagieren. Dadurch entsteht das besagte Drehmoment  $M_{FZ}$ , verursacht durch die Zentripetalkraft, um das Fahrrad wieder aufzurichten. Allerdings würde ein derartiges Fahrverhalten viel Fingerspitzengefühl benötigen und man würde stets Über- oder Untersteuern. Darüber hinaus wäre Freihandfahren nach dieser Betrachtung natürlich undenkbar. Daher muss genau differenziert werden, wo die Kräfte an dem Fahrrad angreifen und was sie dort verursachen. Eine reine Betrachtung auf den Schwerpunkt reicht nicht aus. Der Nachlauf beim Fahrrad hat bauartbedingt zwei stabilisierende Einflussfaktoren. Dazu zählt die Rückstellkraft und die sog. Vorderradabsenkung bzw. Vorderradsturz.<sup>50</sup>

<sup>50</sup> Der Sturz kommt, wie noch gezeigt wird, nur bei einem Nachlauf mit Steuerrohrwinkel  $\varphi < 90^\circ$  vor.

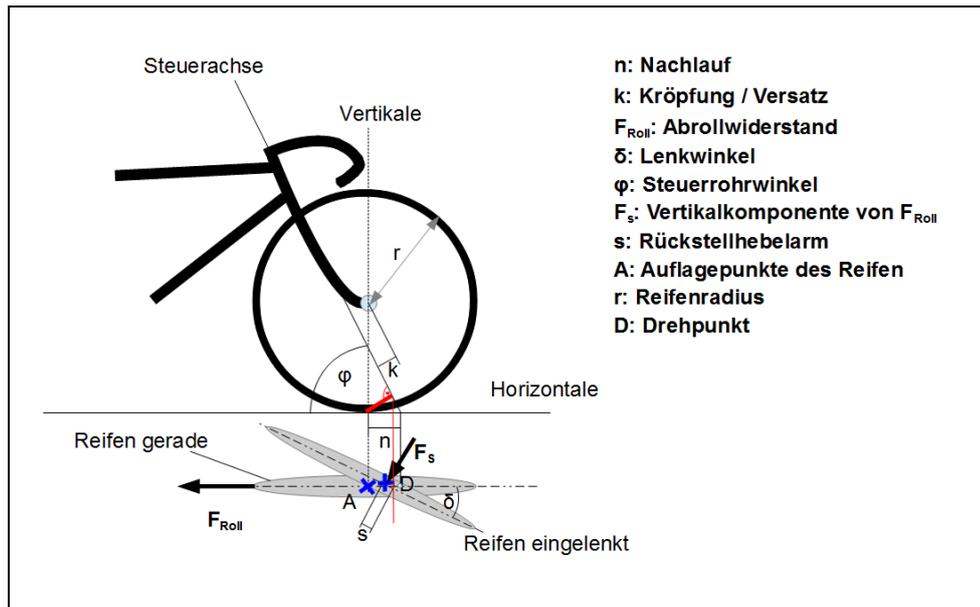


Abbildung 21: Rückstellkraft durch den Nachlauf

#### Bemerkung zu Abbildung 21:

Die Senkrechte Projektion des Reifens bei einer Lenkerdrehung  $\delta$  ist sehr kompliziert. Die skizzierte Verschiebung des Reifens mit samt Auflagepunkt erscheint zunächst nicht sehr intuitiv und bedarf etwas Vorstellungskraft. Da eine analytische Lösung der wichtigen Größen  $s$  und  $A$  in Abhängigkeit der anderen Parameter sehr aufwändig und unübersichtlich ist, wird von einer Herleitung abgesehen. Mit der Größe  $s$  wird fortwährend der effektive Nachlauf bezeichnet, bei  $\delta = 0^\circ$  ist  $s$  die rote eingezeichnete Linie.<sup>51</sup> Die Bezeichnung des Nachlaufs ist in der gängigen Literatur nicht vereinheitlicht. Überwiegend wird der Nachlauf jedoch als invarianter geometrischer Parameter eines Fahrrads angesehen und betitelt die eingezeichnete Größe bei aufrechtem Rahmen und gerade gestellten Lenker.

#### Rückstellkraft

Für eine leichtere Betrachtung wird davon ausgegangen, dass der Schwerpunkt des Fahrrads im senkrechten Lot über der Aufstandsfläche liegt. Es soll somit  $\alpha = 0$  (siehe Abbildung 19) gelten. Eine derartige Betrachtung ist natürlich nicht der Realität entsprechend, da das Fahrrad wie besprochen durch die Zentripetalkraft kippen würde, falls der Lenker eingeschlagen wird. Es soll hier allerdings nur die Wirkungsweise der Rückstellkraft mit quantitativen Abschätzungen durchgeführt werden und die Wirkung durch diese Vereinfachung deutlicher erkennbar sein. Während der Fahrt wirkt am Auflagepunkt des Reifens eine Abrollkraft, die dafür sorgt, dass der Reifen abrollt und nicht gleitet. Diese Kraft beträgt in der Ebene:

$$F_R = F_G \cdot \mu_R \quad (90)$$

Wobei zu beachten gilt, dass auf das Vorderrad nur die Rollwiderstandskomponente

$$F_{RV} = F_{VR} \cdot \mu_R \quad (91)$$

wirkt. Befindet sich der Reifen in gerader Stellung ( $\delta = 0$ ), so verursacht die Rollreibung kein wirksames Drehmoment, das den Reifen in eine Lenkbewegung versetzt, da  $F_S = 0$  N gilt. Befindet sich der Reifen hingegen in einer ausgelenkten Stellung, so verursacht die senkrechte Komponente der Rollreibung  $F_S$  im Auflagepunkt A über den Hebelarm  $s$  der Drehachse ein

<sup>51</sup> Wenn von einer stabilisierenden Wirkung des Nachlaufs im Folgenden die Rede ist, so ist damit stets der effektive Nachlauf gemeint. Für eine stabilisierende Wirkung ist der senkrechte Abstand zwischen Auflagepunkt und Drehachse maßgebend wie noch gezeigt wird.

<sup>52</sup>  $\mu_R$  beträgt etwa 0,03 – 0,005 für ein Durchschnittsrad auf Asphalt (GRESSMANN: S. 55)

Drehmoment, das den Reifen wieder gerade ausrichtet. Dabei gilt betragsmäßig die Beziehung:

$$F_s = F_{RV} \cdot \sin \delta = F_{VR} \cdot \mu_R \cdot \sin \delta \quad (92)$$

Da durch die Wahl der Kräfte  $F_s$  und  $s$  senkrecht zueinander stehen, lässt sich der Betrag des wirkenden Drehmoments über die Beziehung

$$M_R = F_s \cdot s = F_{VR} \cdot \mu_R \cdot \sin \delta \cdot s \quad (93)$$

angeben. Es handelt sich hierbei zwar in der Tat um ein sehr kleines, allerdings nicht unbedeutendes Drehmoment. Dieses Drehmoment ist mitunter dafür verantwortlich, dass sich der Lenker bei nur kleinen Störungen von alleine wieder in Fahrtrichtung ausrichtet. So ist es auch dieser Kraft mit zu verdanken, dass sich das Fahrrad nach einer Kurvenfahrt, wenn es aus Sicht des Fahrers durch die Fliehkraft wieder aufgerichtet wird, nach und nach gerade stellt, da das Rückstellmoment kontinuierlich den Reifen mit einer kleinen Kraft wieder ausrichtet. Da somit der momentane Kurvenradius  $r$  abnimmt (Lenkwinkel wird kleiner) wird auch die wirkende Zentripetalkraft kleiner. Dies ist natürlich wichtig, da das Fahrrad langsam aufgerichtet wird und somit das kippende Drehmoment durch die Schwerkraft auch stets kleiner wird.<sup>53</sup> Beschreibt das Fahrrad hingegen bereits eine Kurvenfahrt und ist zuvor nicht gerade aus gefahren, so addiert sich parallel zu der Rückstellkraft durch die Rollreibung noch eine wesentlich bedeutsamere Komponente der Zentripetalkraft auf das Vorderrad.

Für diese Komponente auf das Vorderrad gilt:

$$F_{ZV} = v^2 \cdot \frac{F_{VR}}{r \cdot g} \approx 0,4 \cdot F_Z \quad \text{mit } F_Z \text{ aus (82)} \quad (94)$$

Somit folgt für das wirksame Drehmoment:

$$M_{ZV} = F_{ZV} \cdot s = \frac{F_{VR} \cdot v^2 \cdot s}{r \cdot g} \quad (95)$$

Diese Kraft und das somit wirkende Drehmoment ist um ein vielfaches größer als die alleinige Rollreibung. Das ist die primäre Ursache dafür, dass sich ein Fahrrad in einer sehr steilen Kurve wie von selbst wieder aufrichten möchte und man den Lenker fest eingeschlagen halten muss, falls die Kurve weiter mit gleicher Krümmung durchfahren werden soll. Mit der Muskelkraft am festgehaltenen Lenker muss also die Seitenführungskraft aus Zentripetalkraft und Rollreibungskraft kompensiert werden, die zusammen mit dem effektiven Nachlauf das rückstellende Drehmoment bewirkt. Ein kleines Beispiel soll eine Vorstellung über die Größenordnung vermitteln.

#### Beispiel Rückstellmoment:

Angenommen das Fahrrad hat folgende übliche Parameter:  $F_{VR} = 340 \text{ N}$ ,  $\mu_R = 0,05$ ,  $s = 6 \text{ cm}$ <sup>55</sup> und der Lenker wurde um  $\delta = 15^\circ$  eingeschlagen. So Folgt mittels (93) für das Rückstellmoment  $M_R = 0,26 \text{ Nm}$ . Dies ist offensichtlich sehr klein. Durch die Tatsache, dass es allerdings dauerhaft bei eingeschlagenem Lenker wirkt und darüber hinaus nur sehr kleine Momente nötig sind, um die Lenkerachse zu bewegen, hat dieses Drehmoment einen nennenswerten Effekt. Wäre der Lenker darüber hinaus nicht nur durch eine kurze Störung in der Lenkachse ausgeschlagen, sondern das Fahrrad in einer leichten Kurvenfahrt mit dem Radius  $r$  (was nahezu stets der Fall ist), dann würde – wie erwähnt – noch ein zusätzliches Moment  $M_{ZV}$  durch den Vorderradanteil der Zentripetalkraft wirken, wobei dieser Anteil Geschwindigkeitsabhängig ist.

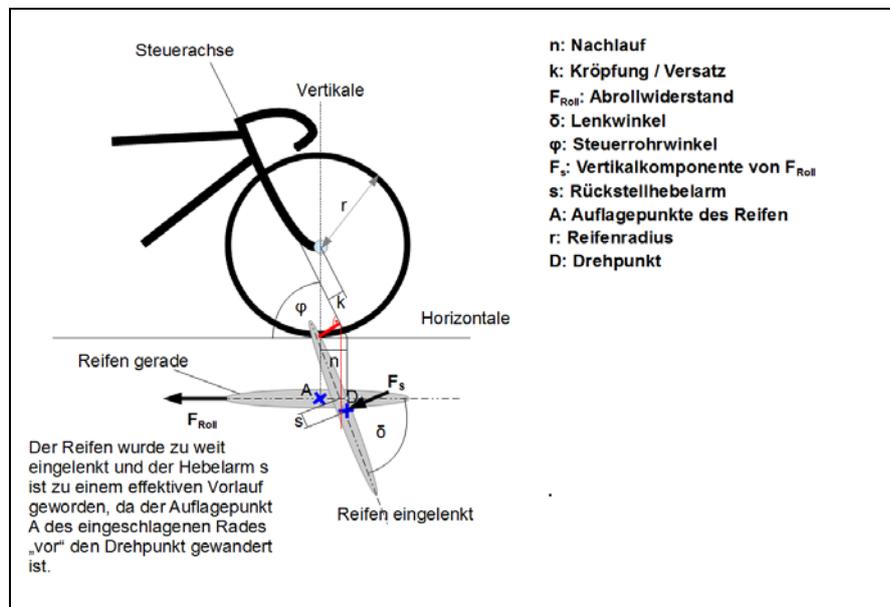
<sup>53</sup> Das reale Regelverhalten ist deutlich komplexer und es fließen weitere kleine Parameter und Faktoren mit ein. Dies soll jedoch eine grundlegende Veranschaulichung darstellen und somit die prinzipielle Wirkung vermitteln.

<sup>54</sup> Der Faktor 0,4, da in etwa 40 % der Gewichtskraft auf dem Vorderrad lastet.

<sup>55</sup> Üblicher Wert für den Nachlauf  $n = 6 \text{ cm}$ , für kleine Winkel  $\delta$  gilt etwa  $n = s$  (ZELLER: Home (10.08.2012))

Der zum Einschlagswinkel  $\delta$  gehörende Radius kann in guter Näherung mit Hilfe von Gleichung (97) im Unterpunkt 4.1.6 Radstand ermittelt werden und beträgt hier etwa  $r = 4,1$  m. Unter der Annahme, dass der Radfahrer in diesem Beispiel nur  $v = 10$  km/h = 2,8 m/s fährt, ergibt sich für das Drehmoment  $M_{ZV} = 5$  Nm und somit im Vergleich zu dem Drehmoment  $M_R$  enorm größer.<sup>56</sup>

Nachlauf wandelt sich in einen Vorlauf:



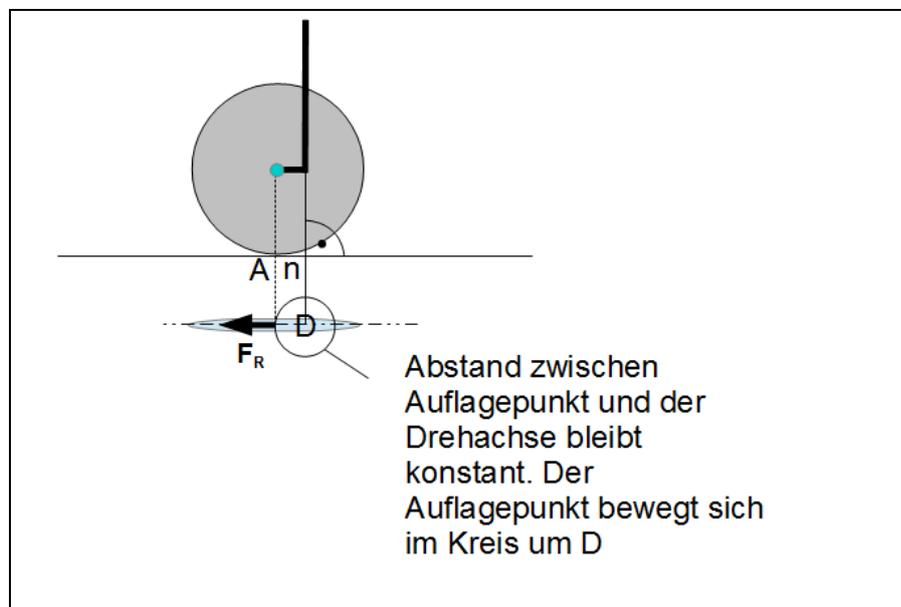
**Abbildung 22: Zu großer Lenkereinschlag führt zu effektivem Vorlauf**

Wie aus Abbildung 22 erkennbar ist, wandelt sich der ursprüngliche Nachlauf  $s$  bei einer Drehung des Lenkers über einen gewissen Auflagepunkt  $A_{krit}$  hinaus zu einem effektiven Vorlauf. Der Aufstandspunkt  $A$  befindet sich dann entlang der Achse des eingeschlagenen Reifens vor der senkrechten Projektion der Drehachse. Dies führt dazu, dass sich der Lenker nicht mehr zurückstellt, wenn das Fahrrad geschoben bzw. gefahren wird. Das Gegenteil ist der Fall, der Lenkwinkel  $\delta$  wird immer größer und würde sich, falls der Lenker nicht am Rahmen anschlagen würde bis  $180^\circ$  vergrößern. Dabei handelt es sich um einen im Alltag nachvollziehbaren Effekt. Wenn das Fahrrad am Sattel gehalten geschoben wird, ist dies so lange möglich, bis der Lenker einmalig zu weit ausgeschlagen ist und die Auflagefläche des Reifens über  $A_{krit}$  hinausgewandert ist. Nun ist ein weiterschieben ohne Eingriff in den Lenker oder neigen des Rahmens nicht mehr möglich, da das Rückstellmoment den Lenker bis zum Rahmenanschlag auslenkt. Im Grunde handelt es sich bei einem wirkenden Vorlauf also um gar kein Rückstellmoment mehr, sondern vielmehr um ein instabiles auslenkendes Drehmoment. Die Wirkung eines Vorlaufs lässt sich auch sehr schön beobachten, wenn man versucht ein Fahrrad am Sattel verkehrt herum zu schieben. Der ursprüngliche Nachlauf ist in Gegenrichtung ein Vorlauf, der das Fahrrad instabil werden lässt und das Vorderrad beim Schieben ständig weiter verdreht. Dies macht ein einhändiges Schieben am Sattel nahezu unmöglich. Wäre die Kröpfung des Fahrrads nicht vorhanden, so würde der effektive Nachlauf genau ab  $\delta = 90^\circ$  verschwinden und in einen Vorlauf übergehen. Durch eine übliche Kröpfung von wenigen cm ist dies in der Regel allerdings bei etwa  $\delta = 60^\circ$  der Fall.<sup>57</sup> Dabei muss natürlich für den Steuerrohrwinkel  $\varphi < 90^\circ$  gelten, da sonst kein Nachlauf mehr

<sup>56</sup> In der Realität wäre das Fahrrad allerdings bei einer so steilen Kurvenfahrt gemäß Gleichung (82) enorm verkippt, was das Drehmoment abändern würde.

<sup>57</sup> ZELLER: Lenkergometrie und Nachlauf (letzter Aufruf: 10. 08. 2012)

vorhanden wäre. Würde die Kröpfung  $k$  zu groß dimensioniert werden, so würde der Nachlauf in einen Vorlauf übergehen, wie aus Abbildung 22 leicht ersichtlich ist. Ein solches Fahrrad wäre im Vergleich zu einem herkömmlichen Rad deutlich instabiler.<sup>58</sup> Bei enorm stark eingeschlagenen Lenkern kann das Drehmoment ohnehin nicht nur noch durch eine Komponente der Rollreibung bzw. Zentripetalkraft ermittelt werden. Gerade bei  $90^\circ$  Einschlag gegenüber der Translationsrichtung ist das leicht nachvollziehbar, der Reifen blockiert voll und rollt gar nicht mehr ab, wodurch die Seitliche Kraft auf dem Reifen nahezu der Schubkraft entspricht. Dies führt zu einer wesentlich stärkeren und schnelleren Ausstellung des Lenkers. Die Ursache des entstehenden Vorlaufes, mit einer (während der Fahrt) neuen stabilen Lage ( $180^\circ$  verdrehter Lenker) wird durch den Steuerrohrwinkel  $\varphi < 90^\circ$  verursacht. Dies kann man sich leicht anhand des Einkaufswagens klarmachen. Hier beträgt  $\varphi = 90^\circ$  und der Nachlauf  $n$  wird nur über eine negative Kröpfung bzw. einen Versatz nach hinten erzeugt. Beim Schieben des Wagens stellen sich hier die Räder allerdings im Gegensatz zum Fahrrad stets „nach hinten“ aus, auch wenn sie um  $90^\circ$  oder gar mehr verdreht sind.



**Abbildung 23: Nachlauf bei einem Einkaufswagen**

Wie aus Abbildung 23 hervorgeht ist die Stellung des Auflagepunktes in Abhängigkeit vom Lenkereinschlag bei  $\varphi = 90^\circ$  wesentlich leichter zu betrachten. Der Auflagepunkt wandert bei einer Drehung um die Drehachse  $D$  mit auf einem Kreis mit dem Radius des Nachlaufs  $n$ . Dies hat wie geometrisch leicht einsichtig ist stets zur Folge, dass der Senkrechteil  $F_S$  der Abrollkraft das Rad bis zu einer Drehung von  $\delta = 180^\circ$  wieder versucht in die Anfangsstellung zu versetzen, bevor es umschlägt. Doch dass eine derartige Konstruktion beim Fahrrad mit vielen Nachteilen verbunden wäre, wird im nächsten Abschnitt über den Steuerwinkel  $\varphi$  geklärt.

<sup>58</sup> Für die Instabilität sind noch weitere Faktoren verantwortlich wie in 4.1.4.2 Steuerwinkel noch gezeigt wird.

#### 4.1.4.2 Steuerwinkel

##### Vorderradabsenkung/ Vorderradsturz

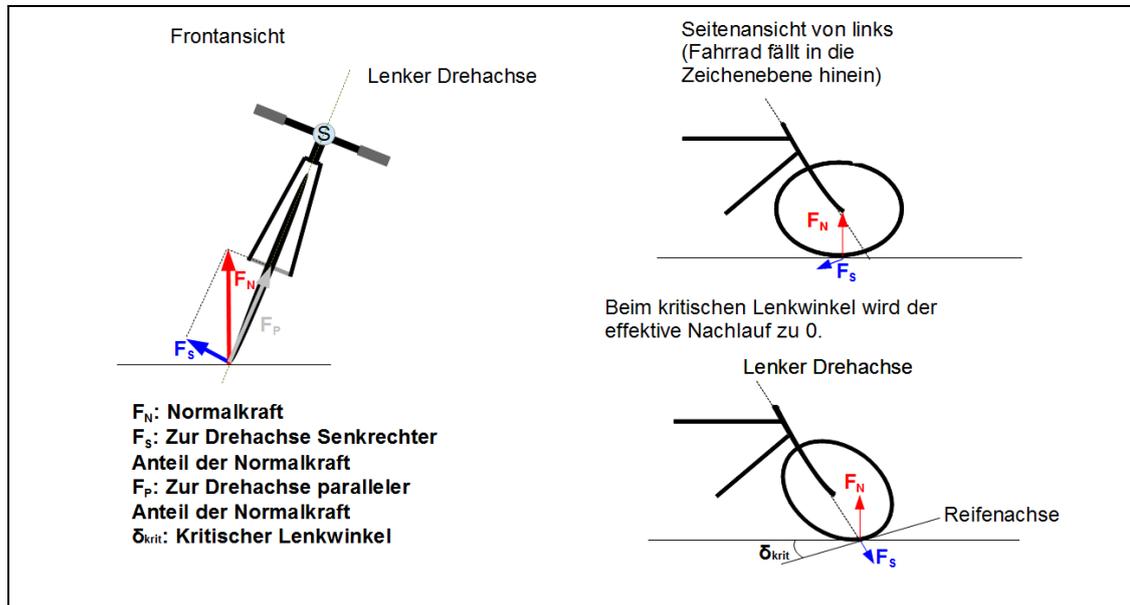


Abbildung 24: Vorderradsturz bei geneigtem Rahmen

Das Rückstellmoment des Nachlaufs kann – wie am Beispiel des Einkaufswagens betrachtet – auch mit einer senkrechten Steuerachse erzeugt werden. Dies hätte dann sogar den Vorteil zur Folge, dass sich das Laufrad während der Fahrt in jeder Stellung durch die Schleppkräfte nach und nach wieder gerade ausstellen würde, ohne die Eigenschaft, dass es ab einem kritischen Winkel dazu tendiert sich um  $180^\circ$  zu verdrehen. Doch ein senkrechtcs Steuerrohr hätte in jeder Stellung des Vorderrades die gleiche potentielle Energie zur Folge. Das heißt es ist egal wie stark das Rad ausgelenkt wird, der darüber befindliche Schwerpunkt bleibt stets auf gleicher Höhe. Ganz anders ist dies jedoch bei einem Winkel  $\varphi < 90^\circ$ . Hier ist die Lenkerstellung  $\delta = 0^\circ$  (und  $\delta = 180^\circ$ ) ein Maximum der potentiellen Energie und somit im Stand ein äußerst labiles Gleichgewicht.<sup>59</sup> Dies lässt sich leicht beobachten, indem man das Fahrrad auf einem glatten, ebenen Untergrund zunächst sehr gerade (aufrecht) am Sattel hält, so bleibt das Vorderrad und die Gabel in gerader Stellung bei  $\delta = 0^\circ$ . Neigt man das Rad nun nach links oder rechts nur im sehr kleinen Maße, um wenige Grad so bricht vorne der Lenker in die Gleiche Richtung wie die verursachte Neigung enorm aus, weil sich dadurch der Schwerpunkt des Fahrrads so weit absenkt, bis das Minimum erreicht ist und der Lenker im Stand somit stabil bleibt. Diese stabile Lösung für ein stehendes Fahrrad lässt sich finden, indem der Hebelarm zwischen der Drehachse D und dem senkrechten Anteil der am Auflagepunkt A angreifenden Normalkraft zu null wird und es somit kein wirksames Drehmoment mehr gibt. Bei dieser stabilen Lösung ist das Vorderrad um den Winkel  $\delta_{krit}$  eingeschlagen und der effektive Nachlauf wird zu 0 (da der Hebelarm s der effektive Nachlauf ist). Das heißt ein Fahrrad fällt durch den Sturz genau bis zum kritischen Winkel

<sup>59</sup> ZELLER: Lenkgeometrie und Nachlauf . Darüber hinaus gilt, hat das Fahrrad eine zu große Kröpfung bzw. Versatz, sodass kein Nachlauf, sondern ein Vorlauf existiert, so ist die Stellung von  $\delta = 0^\circ$  ein Minimum der Potentiellen Energie. Dies liegt daran, dass für einen Vorlauf für  $\delta = 0^\circ$  der effektive Nachlauf schon minimal ist und der effektive Nachlauf somit keinen kritischen Einschlagswinkel  $\delta_{krit}$  besitzt. Dies heißt, dass bei einem Fahrrad mit Vorlauf der Lenker nicht von alleine in die Kipprichtung fällt (wird noch genauer betrachtet).

$\delta_{\text{krit}}$  in die Kurve hinein. Genau bis zu diesem Winkel wirkt allerdings während der Fahrt das gegenläufige Drehmoment durch die Rückstellkraft.

Die Stellung von  $\delta = 0^\circ$  ist natürlich deshalb „stabil“ da die am Auflagepunkt angreifende Normalkraft aus Symmetriegründen, wegen einer fehlenden senkrechten Komponente zur Drehachse kein Drehmoment hervorrufen kann. Neigt man jedoch das Fahrrad um die Drehachse der beiden Auflagepunkte sehr leicht, so existiert diese Symmetriebedingung nicht weiter und die Normalkraft verursacht ein Drehmoment, das die Gabel mit Reifen wie besprochen bis hin zum Minimum der Potentiellen Energie hin auslenkt.

Das Verhalten, dass der Schwerpunkt des Systems leicht abgesenkt wird, falls der Lenker bzw. das Vorderrad in einem Winkel  $\delta$  eingeschlagen wird, bezeichnet man als Sturz bzw. Vorderradabsenkung. Wobei wie oben angesprochen die potentielle Energie bei  $\delta_{\text{krit}}$  ein Minimum erreicht hat und bei einer noch größeren Verdrehung wieder ansteigt.

Es handelt sich also um ein hervorgerufenes Drehmoment, das dem Rückstellmoment durch den Nachlauf während der Fahrt genau entgegen wirkt. Während das Rückstellmoment das Rad wieder in die Ausgangsposition  $\delta = 0^\circ$  während der Fahrt ausrichten will<sup>60</sup>, tendiert das Drehmoment durch die Normalkraft bei einer winzigen (praktisch stets vorhandenen) Rahmenverkippung das Laufrad weiter bis hin zu  $\delta_{\text{krit}}$  auszulenken. Zunächst würde man bei einer einfachen Sichtweise annehmen, dass diese Momente stets entgegen wirken und kein ergänzendes Verhalten für das dynamische Gleichgewicht eines Fahrrads haben.<sup>61</sup>

Es wäre jedoch fatal den Vorderradsturz als destabilisierend anzusehen, denn er besitzt eine sehr wichtige Funktion für die Gleichgewichtsregulierung. In der obigen Abhandlung der Zentripetalkraft wurde besprochen, dass wenn ein Fahrrad durch eine kleine Störung beispielsweise nach rechts kippt, auch nach rechts gelenkt werden muss, sodass die entsprechende Zentrifugalkraft<sup>62</sup> das Fahrrad wieder aufrichtet. Dabei wurde bislang davon ausgegangen, dass dieser Lenkereinschlag durch den Fahrer getätigt werden muss. Doch hier setzt das Drehmoment durch die Vorderradabsenkung ein und unterstützt das Regelverhalten beim Radfahren enorm. Es wird dadurch unter anderem auch das Freihandfahren möglich. Denn durch diesen wichtigen automatischen Einschlag des Lenkers durch eine Abweichung von der aufrechten Fahrposition wird das Fahrrad eigenständig in eine Kurvenfahrt gelenkt, sodass es nicht noch weiter kippt, da durch den Einschlag die Zentripetalkraft wirken kann. Würde der Lenker nicht von alleine in die entsprechende Kipprichtung einlenken so wäre ein freihändiges Fahren nicht möglich, da das Rad einfach wie im Stand umkippen würde. Der Hauptgrund für einen Steuerrohrwinkel  $\varphi < 90^\circ$  ist also die Schwerpunktabenkung und das damit verbundene unterstützende Regelverhalten.<sup>63</sup>

Ein leicht ersichtlicher Nebeneffekt bei einem Winkel  $\varphi < 90^\circ$  ist eine besser Dämpfung des Vorderrades bei Bodenunebenheiten. Da ein senkrecht stehender Lenker (ohne separate Federung) kaum wirkende Bodenschläge in vertikaler Richtung dämpfen könnte. Darüber hinaus kann eine geneigte Fahrradgabel besser wirkende Bremsmomente aufnehmen, da eine senkrechte Fahrradgabel stärker in Richtung Rahmen durch die Bremskräfte gedrückt wird.

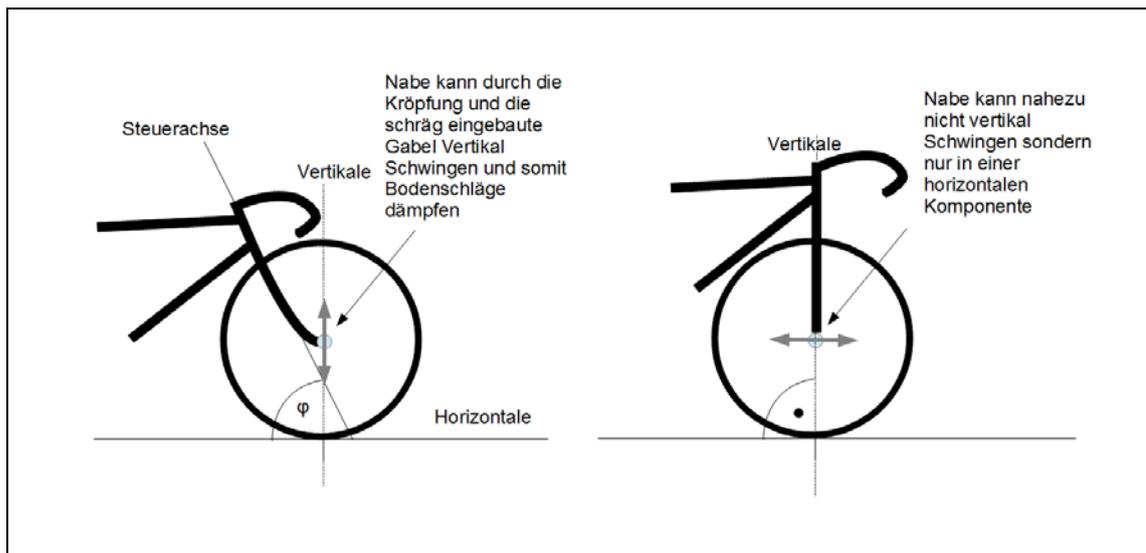
---

<sup>60</sup> Gilt solange wie der effektive Nachlauf vorhanden ist, als für die Auslenkung  $\delta < \delta_{\text{krit}}$  gilt.

<sup>61</sup> Herr Gressmann differenziert in seinem Buch Fahrradphysik und Biomechanik falscher Weise, dass das Rückstellmoment des Nachlaufs stabilisierend wirkt, während die Vorderradabsenkung / der Sturz destabilisierend wirkt. (S. 123)

<sup>62</sup> Zentrifugalkraft im bewegten Bezugssystem des Fahrrads

<sup>63</sup> Bei handelsüblichen Rädern gilt in etwa  $\varphi = 70^\circ - 75^\circ$



**Abbildung 25: Dämpfung der Fahrradgabel durch geneigtes Steuerrohr und Kröpfung**

Des Weiteren wäre das rechte Fahrrad in Abbildung 25 Richtungsinstabil, da es keinen Nachlauf hätte und das Vorderrad bei einer gewöhnlichen Fahrt gerade aus permanent flattern würde. Es müsste also zusätzlich noch mit einem Versatz wie in Abbildung 23 konstruiert werden. Doch auch bei einer Konstruktion wie in Abbildung 23 mit einer Kröpfung nach hinten kann es bei entsprechendem Nachlauf bei höheren Geschwindigkeiten zu Problemen kommen. Denn so eine Anordnung wirkt bei entsprechendem Tempo schnell übersteuernd, was auch zu enormen Oszillationen am Vorderrad führen kann<sup>64</sup>. Dies lässt sich im Alltag leicht nachvollziehen. Dafür muss man lediglich einen Einkaufswagen sehr schnell über den Boden rollen lassen. Bei hohen Geschwindigkeiten fangen die Räder teilweise an um ihre Drehachse zu rotieren oder stark zu schwingen, statt sich stabil nach hinten auszurichten. Ähnliches gilt auch für Kinderwagen oder Rollatoren. Mit Hilfe der bisher getätigten Betrachtungen über die Parameter Nachlauf und Steuerrohrwinkel sollte ein fundamentales Verständnis für deren Bedeutung und Wirkweise geschaffen werden. Wie schon erwähnt soll auf Grund der Komplexität der Problematik von einer strengen mathematischen Herleitung abgesehen werden. Trotzdem können mit Hilfe einer bislang einzigartigen Arbeit über die Gleichgewichtsthematik quantitative Einblicke gewährt werden. Während sich schon viele mit der Gleichgewichtsthematik am Fahrrad beschäftigt haben, wie beispielsweise F. Klein und A. Sommerfeld<sup>65</sup> oder auch der Pionier der Fahrradphysik F. J. W. Whipple<sup>66</sup>, hat bislang noch keiner einen analytischen Ausdruck für den effektiven Nachlauf in Abhängigkeit der Rahmenparameter und des Lenkereinschlags veröffentlicht. Dies gelang erstmals dem Physiker Hans Rudolf Zeller in seiner Arbeit über das Gleichgewicht des Fahrrads.<sup>67</sup> Hier wird nur das Ergebnis dieser Herleitung mit einem graphisch ausgeführten Beispiel angegeben. Für weiteres Interesse ist in der Arbeit im 4. Kapitel die entsprechende Herleitung mit komplett quantifizierten Gleichgewichtsmodell zu finden. Es gilt als analytisches Resultat des effektiven Nachlaufs:

<sup>64</sup> Dies liegt vor allem daran, weil die kippende Wirkung der Gewichtskraft auf das Vorderrad fehlt (kein Sturz) und somit keine lineare Regelung zwischen zwei Drehmomenten vorhanden ist.

<sup>65</sup> KLEIN, SOMMERFELD

<sup>66</sup> F. J. W. Whipple. The stability of the motion of a bicycle. Quarterly Journal of Pure and Applied Math., 30, pp. 312–348 (1899)

<sup>67</sup> ZELLER: Home (letzter Aufruf: 19.11.2012)

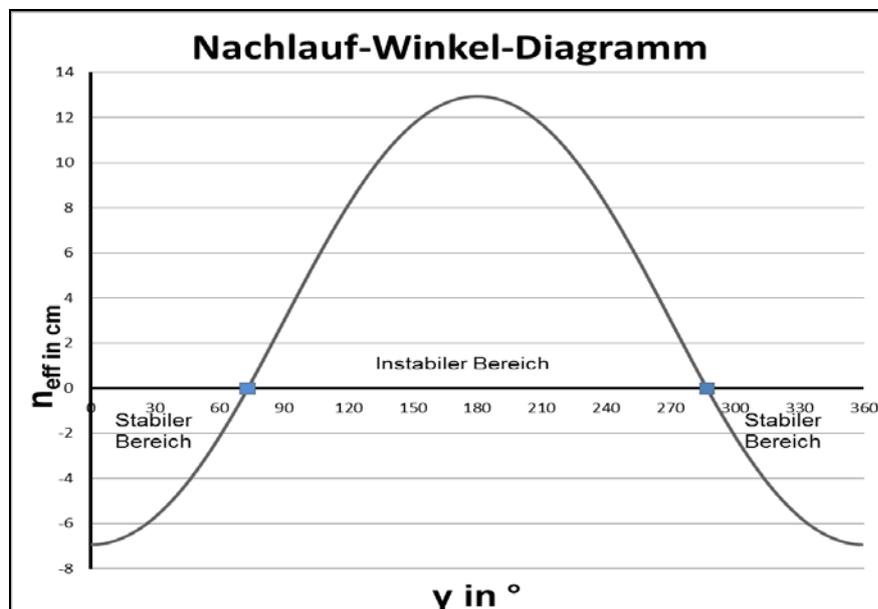
$$n_{\text{eff}} = k - r \cdot \frac{A}{\sqrt{A^2 + \sin(\varphi)^2}}, \text{ mit } A = \cos(\gamma) \cdot \cos(\varphi) - \tan(\alpha) \cdot \sin(\gamma) \quad (96)$$

Dabei ist  $\gamma$  der eingeschlagene Winkel am Lenker<sup>68</sup>,  $\alpha$  die Verkippung des Schwerpunktes (siehe Abbildung 19),  $\varphi$  der Steuerrohrwinkel,  $k$  die Kröpfung bzw. Versatz (beide siehe Abbildung 20) und  $r$  der Reifenradius. Dabei ist der effektive Nachlauf der Formel so definiert, dass dieser für  $n_{\text{eff}} < 0$  rückstellend wirkt (also ein realer Nachlauf vorhanden ist). Gilt hingegen  $n_{\text{eff}} > 0$ , so ist ein „Vorlauf“ vorhanden und das Drehmoment ist nicht rückstellend.

#### Beispiel effektiver Nachlauf:

Das Diagramm wurde gemäß Gleichung 96 ermittelt. Als gängige Parameter werden die folgenden Größen verwendet:

$r = 34 \text{ cm}$ ,  $k = 3 \text{ cm}$ ,  $\varphi = 73^\circ$ ,  $\alpha = 0^\circ$  (Rahmen nicht verkippt)



**Graph 7: Nachlauf in Abhängigkeit des Lenkereinschlags**

Verallgemeinert man die Bedingung für den Sturz des Laufrades noch weiter, so kommt man zu dem Ergebnis, dass das Laufrad bei einer Rahmenverkippung stets in Richtung eines kleiner werdenden effektiven Nachlaufs fällt. Wie in Graph 7 erkennbar ist, fällt das Laufrad bei einem Einschlag von  $0^\circ - 60^\circ$  in die Neigungsrichtung (effektiver Nachlauf wird 0 bei  $\delta_{\text{krit}}$ ). Darüber hinaus für Winkel  $\delta > \delta_{\text{krit}}$  verhält es sich genau umgekehrt und bewegt sich gegen die Neigungsrichtung, fällt allerdings wieder hin zu einem minimierenden effektiven Nachlauf. Dies erklärt auch, warum ein Fahrrad mit einer enormen Kröpfung / Versatz ein sehr schlechtes Fahrverhalten (siehe Versuch 4.2.2) zeigt. Bei einer Kröpfung von Bsp. 20 cm (siehe Abbildung 30, Versuch 4.2.2) ist die Kurve aus Graph 7 gemäß Gleichung (96) um 20 cm nach oben verschoben. Das heißt der effektive Nachlauf kann niemals 0 werden und das Laufrad hat einen minimalen Abstand zur Drehachse bei einem Lenkereinschlag von  $0^\circ$ . Daher fällt das Laufrad nicht in die Kurve wie üblich, wodurch das freihändige Fahren unmöglich wird.

<sup>68</sup> Es muss berücksichtigt werden, dass der am Lenker eingeschlagene Winkel  $\gamma$  auf Grund des Steuerrohrwinkels  $\varphi < 90^\circ$  nicht mit dem vom vorderen Laufrad eingeschlagenen Lenkwinkel  $\delta$  übereinstimmt. Mehr dazu in der Zusammenfassung der einzelnen Parameter / Steuerwinkel

#### 4.1.5 Gesamtschema Gleichgewichtsregulierung<sup>69</sup>

Mit den bisherigen Ausführungen wurden die bedeutendsten Einflussfaktoren mit ihrer Wirkweise genannt und erklärt. Abschließend wird ein kurzer, stark vereinfachter Einblick in ein zusammenhängendes Gleichgewichtsmodell getätigt. Ein Fahrrad fährt prinzipiell nie wirklich aufrecht, es befindet sich vielmehr durch vorhandene kleine Störungen ständig am Kippen. Dieser Vorgang wird an einer kleinen Beispielkette erläutert. Es wird angenommen ein übliches Fahrrad, beispielsweise ein Rennrad, wird mit 25 km/h freihändig geradeaus gefahren. Eine kleine Störung bringt das Fahrrad zum Kippen nach rechts. Auf Grund des Nachlaufs (Sturz) dreht sich das vordere Laufrad auch nach rechts, wodurch das Fahrrad automatisch beginnt eine Rechtskurve zu beschreiten. Durch die Zentrifugalkraft wird ab einem gewissen Einschlagswinkel des Lenkers ein weiteres Kippen durch die Schwerkraft verhindert. Das Laufrad wurde durch die Trägheit des Vorgangs jedoch so weit eingeschlagen, bis das Drehmoment durch die Zentrifugalkraft größer als das kippende Drehmoment durch die Schwerkraft ist. Auf Grund der ebenso durch den Nachlauf verursachten Rückstellkraft wird der Lenker nach und nach wieder in eine gerade Position gebracht. Durch die Trägheit des Systems ist es kaum zu vermeiden, dass das Drehmoment durch die Zentrifugalkraft übersteuernd wirkt. Daher wird das Fahrrad nach dem aufrichten beginnen nach links zu kippen und der Vorgang wiederholt sich erneut. Der Lenker wird automatisch links eingeschlagen usw. Bei zu geringen Geschwindigkeiten sind die Rückstellkräfte des Nachlaufs und die Komponenten Zentripetalkraft auf den Schwerpunkt bzw. den Auflagepunkt des Vorderreifens zu klein, als dass sich das System selbständig regulieren würde. Das ist der Grund, warum freihändiges Fahren erst ab einer gewissen Geschwindigkeit überhaupt möglich wird. Durch aktive Schwerpunktverlagerung kann der Fahrer das Rad im dezenten Maße zusätzlich auch noch freihändig lenken.

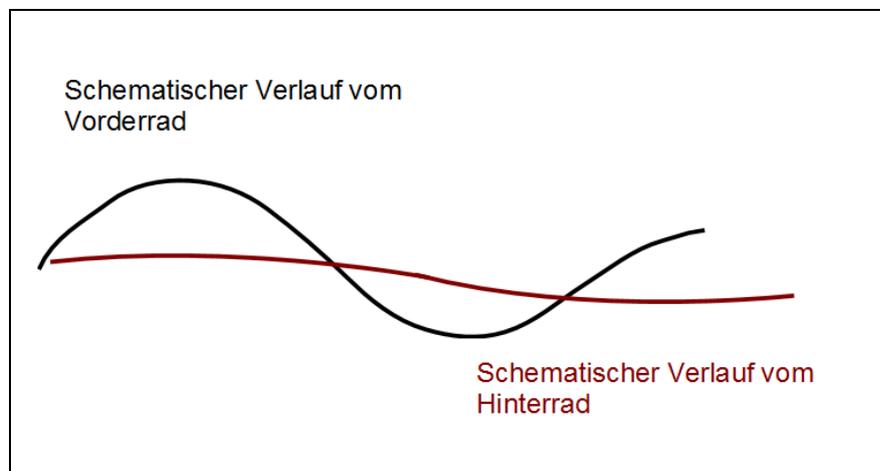


Abbildung 26: Spurverlauf von Vorder- und Hinterrad bei geradeaus Fahrt

Wie in Abbildung 26 etwas überspitzt dargestellt ist, vollführt das Vorderrad eine Art Schlangenlinie bei einer Fahrt, die vermeintlich geradeaus geht. Das Hinterrad wird etwas verschoben mit deutlich geringerer Abweichung folgen. Schön lässt sich das bei einer Fahrt mit niedriger Geschwindigkeit durch eine Pfütze oder auf einer dünnen frischen Schneedecke beobachten. Mittels der Betrachtung über die Zentripetal- und Knickkraft folgt somit auch, dass die Abweichung von einem linearen Verlauf mit steigender Geschwindigkeit abnimmt.

<sup>69</sup> In der Arbeit von Herrn Zeller ist ein sehr detailliertes Gleichgewichtsmodell zu finden, das für diese Arbeit allerdings zu umfangreich wäre und größten Teils sich zu sehr auf quantitative Analysen beschränkt. (ZELLER: Freihandfahren)

Bei enorm hoher Geschwindigkeit sind die stabilisierenden Effekte enorm, sodass selbst ein seitlicher Schlag gegen das Fahrrad das System wieder auf eine annähernd lineare Bahn lenken wird. Bei sehr kleiner Geschwindigkeit hingegen im Bereich der Knickkraft würde der Verlauf durch starkes menschliches Nachregeln noch mehr als in Abbildung 26 zu sehen abweichen.

#### 4.1.6 Radstand

Ein weiterer Parameter, in den kurz Einblick gegeben wird, ist der Radstand  $c$ . Es handelt sich wie bereits betrachtet um den Abstand der Auflagepunkte der beiden Reifen (siehe Abbildung 1).<sup>70</sup>

Auch dieser Parameter nimmt einen spürbaren Einfluss auf das Fahrverhalten. Allgemein gesehen nimmt die Richtungsstabilität und somit die Laufruhe mit größer werden Radstand zu.<sup>71</sup> Doch ein großer Radstand hat den Nachteil, dass für Lenkbewegungen in der Regel mehr Kraft aufgebracht werden muss und der Lenker für eine Kurve mit konstantem Radius  $r$  auch noch stärker eingeschlagen werden muss. Gerade die zweite Folgerung überrascht häufiger etwas. Mit Hilfe einer einfachen geometrischen Betrachtung wird jedoch schnell klar, dass ein Fahrrad mit größerem Radstand bei gleichem Lenkereinschlag auch einen größeren Kurvenradius  $r$  durchläuft.

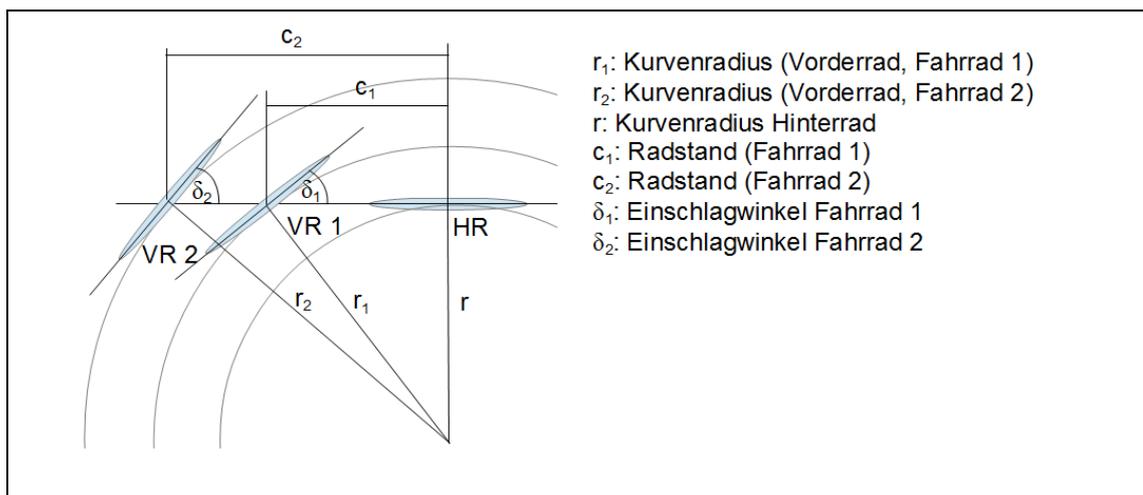


Abbildung 27: Schematische Darstellung vom Kurvenradius in Abhängigkeit des Radstandes

Gemäß der Abbildung gelten somit für die Einschlagswinkel die Beziehungen:

$$\tan \delta_1 = \frac{c_1}{r} \text{ bzw. } \tan \delta_2 = \frac{c_2}{r} \quad (97)$$

Da  $c_1 < c_2$  gilt, folgt daraus  $\delta_1 < \delta_2$ .

#### Anmerkung zu Abbildung 27:

Die Kurvenradien  $r$ ,  $r_1$  und  $r_2$  stehen jeweils senkrecht zu den Rädern/ Reifen. Gemäß der Abbildung beschreiten beide Räder mit dem Hinterrad den gleichen Kurvenradius, während das Vorderrad bei dem Fahrrad mit größerem Radstand auch eine weitläufigere Kurve durchläuft. Das Bild zeigt das Szenario für eine Kurveneinleitung bzw. den Fall für eine relativ eng genommene Kurve. Das Phänomen, der verschiedenen Kurvenradien lässt sich besonders gut bei einem Auto beobachten. Auf schneebedeckter oder feuchter Fahrbahn lässt

<sup>70</sup> Dabei wird mit dem Radstand nur der Abstand der beiden Reifen bei aufrechten Rahmen und geradem Lenker gemeint. Der Radstand eines Fahrrads wird also als invariante Größe unabhängig vom Lenkereinschlag angesehen.

<sup>71</sup> GRESSMANN: S. 125

sich bei einem Auto sehr gut erkennen, dass jedes der vier Reifen einen anderen Kurvenradius bei einer Kurvenfahrt hat. Für eine weit genommene Kurve mit großem Kurvenradius gilt hingegen  $r \approx r_1 \approx r_2$  für die Kurvenradien. Wobei sich dadurch an der Tatsache, dass der größere Radstand einen größeren Lenkereinschlag erfordert nichts ändert.

#### Beispiel Radstand:

Angenommen zwei Räder mit den Radständen  $c_1 = 1,00$  m und  $c_2 = 1,10$  m wollen eine Kurve mit einem Radius  $r = 10$  m durchlaufen (Hinterrad). Somit folgt aus Gleichung (95) für die Winkel:  $\delta_1 = 5,7^\circ$  und  $\delta_2 = 6,3^\circ$ .

Oder anders ausgedrückt, wenn man die Gleichung auf  $r$  umstellt und für den Einschlagswinkel  $\delta_2$  den Wert  $\delta_1$  einsetzt, so folgt, dass das Fahrrad mit dem größeren Radstand bei gleichem Einschlagswinkel  $\delta = 5,7^\circ$  eine Kurve mit dem Radius  $r = 11$  m (statt 10 m) durchlaufen würde.

### 4.1.7 Kreiselkräfte

Bei allen bisherigen Überlegungen wurden bislang die Auswirkungen des vorderen Laufrads als Kreisel nicht mit einbezogen. Immer wieder wurde versucht das Gleichgewicht eines Fahrrads mit den Kreiseffekten des vorderen Laufrads zu erklären.<sup>72</sup> Dabei tätigten schon viele Physiker die fatale Analogie, dass ein frei rollendes Laufrad (z. B. nur das Vorderrad) von alleine stabil rollt, falls es schnell genug angeschoben wurde. Dieses Rad alleine ist in der Tat ein physikalischer Kreisel und rollt auf Grund der entsprechenden Effekte stabil.<sup>73</sup>

Allerdings ist dieses Laufrad mit Reifen alleine in etwa um das siebzigfache leichter als das komplette Fahrrad mit Fahrer. Darüber hinaus liegt der Schwerpunkt nur auf Nabenhöhe und somit deutlich tiefer als bei dem Gesamtsystem. Ohne die komplette Grundtheorie eines Kreisels zu behandeln, soll hier kurz aufgezeigt werden, wieso es legitim ist die Kreiselsterme zu vernachlässigen, zumal es inzwischen einige Versuche gibt, die belegen, dass die Stabilisierung durch Kreiseffekte sehr gering ist. In wie weit eine solche Vernachlässigung gerechtfertigt ist, soll mit einer kurzen quantitativen Betrachtung plausible gemacht werden.

Das vordere Rad drehe sich während der Fahrt mit einer Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ , mit dem Reifenradius  $r_r$  und dem Trägheitsmoment  $J$ . Das Fahrrad habe nun einen verdrehten Lenker, um den Kurvenradius  $r$  zu beschreiten, wobei das gesamte Fahrrad die Kurve mit einer konst. Geschwindigkeit  $v$  durchlaufe und daher eine Kreisfrequenz  $\Omega$  zugeordnet werden kann.

Dann bewirkt diese aufgezwungene Präzessionsbewegung des Laufrades ein kippendes Drehmoment  $M_k$ . Wobei allgemein für den Betrag des Moments

$$M_k = J \cdot \omega \cdot \Omega^{74} \quad (98)$$

gilt. Da die Kurvenfahrt mit konstanter Geschwindigkeit und Radius durchfahren wird, kann mittels der Formel für konstante Kreisbewegungen geschrieben werden:

$$\Omega = \frac{v}{r} \text{ bzw. } \omega = \frac{v}{r_r} \quad (99)$$

Das Trägheitsmoment  $J$  kann weit nach oben abgeschätzt werden, indem die gesamte Masse des Vorderrades  $m_{VR}$  außen (am Reifen) konzentriert gedacht wird, damit hätte man das Trägheitsmoment eines Rings:

$$J = m_{VR} \cdot r_r^2 \quad (100)$$

<sup>72</sup> Das hintere Laufrad hat ohnehin keine Auswirkung, da es starr in der Schwerpunktebene eingebaut ist.

<sup>73</sup> Die Haupteffekte eines stabil rotierenden Kreisels sind Präzision und Nutation, in jeder gängigen Grundliteratur nachzulesen.

<sup>74</sup> PAUS: S. 106

<sup>75</sup> LEUTE: S. 65

Mittels der Gleichungen (98) – (100) folgt nun für das wirkende Drehmoment durch die Präzession:

$$M_K = \frac{m_{VR} \cdot v^2 \cdot r_r}{r} \quad (101)$$

Ein kurzes Beispiel soll Aufschluss über die Größenordnung gewähren.

#### Beispiel Kreiseleffekt:

Es wird angenommen, das Fahrrad fahre mit  $v = 30 \text{ km/h}$  einen Kurvenradius  $r = 30 \text{ m}$ , wobei das Vorderrad einen Durchmesser von  $r_r = 34 \text{ cm}$  hat und eine Gesamtmasse von  $m_{VR} = 1,5 \text{ kg}$  besitzt.<sup>76</sup> Somit ergibt sich aus Gleichung (101) ein kippendes Drehmoment  $M_K = 1,18 \text{ Nm}$ . Dieser Anteil ist im Vergleich zum wirkenden Drehmoment durch die Gewichtskraft (Normalkraft) auf das Vorderrad, welches auch ausdrehend wirkt jedoch sehr klein. Setzt man in (81) nur die Gewichtskraftkomponente des Vorderrades bei entsprechender Neigung für  $r = 30 \text{ m}$  ein, so gilt für den Vorderradanteil von  $M_{FG-V} = 52 \text{ Nm}$ , was bedeutend größer ist und somit der Kreiseleffekt verschwindend klein ist. So hat beispielsweise David Jones mit einem speziell umgebauten Fahrrad als erster experimentell untersucht, dass das Fahrrad auch ohne Kreiselkräfte sogar problemlos freihändig fahrbar ist. Dafür rotierte stets ein zweites identisches Vorderrad gegenläufig, um mögliche gyroskopische Effekte aufzuheben.



**Abbildung 28: David Jones beim freihändigen Fahren ohne Kreiselwirkung<sup>77</sup>**

Allerdings sei abschließend erwähnt, dass es durchaus spürbare Unterschiede gab und sich dieses Fahrrad etwas unruhiger fahren ließ.

### **4.1.8 Zusammenfassung der einzelnen Parameter**

#### **Steuerwinkel**

Der Winkel  $\varphi$  am Steuerrohr verursacht beim Fahrrad den Nachlauf  $n$ . Je größer der Winkel ist, desto kleiner ist also der Nachlauf und umso direkter reagiert die Lenkung. Für eine senkrechte Lenkachse ( $\varphi = 90^\circ$ ) wäre die Lenkung sehr direkt und das Fahrverhalten sehr agil.

<sup>76</sup> Werte wurden aus eigenen Rädern ermittelt, wobei die Radmasse im Verhältnis zu Sporträdern hoch abgeschätzt wurde.

<sup>77</sup> JONES: S. 52

Eine Drehung am Lenker um den Winkel  $\gamma$  würde einen gleichen Lenkereinschlag  $\delta$  zur Folge haben ( $\gamma = \delta$ ). Der andere Extremfall hingegen wäre ein horizontal eingebauter Lenker ( $\varphi = 0^\circ$ ).<sup>78</sup> Wie man sich leicht klar machen kann, würde eine Lenkerdrehung keine Lenkbewegung mehr verursachen, sondern das Vorderrad nur um die horizontale Achse anheben oder absenken. Der Steuerwinkel  $\varphi < 90^\circ$  verursacht den für das Gleichgewicht enorm wichtigen Lenkersturz ( $\varphi = 0^\circ$  Maximum der potentiellen Energie)

### **Kröpfung / Versatz**

Verkleinert den Nachlauf um den Wert  $k$  und trägt zu besseren Dämpfungseigenschaften der Gabel bei. Steigert den Komfort im Umgang beim Schieben des Fahrrads. Dies liegt daran, dass die Kröpfung die Ausdrehung des Lenkers im Stillstand bzw. kleinen Geschwindigkeiten von  $90^\circ$  auf etwa  $60^\circ$  herabsenkt. Das heißt bei geringem Tempo neigt das Fahrrad nicht gleich dazu mit einer Lenkerdrehung von  $90^\circ$  in die Kurve zu fallen, sondern lediglich  $60^\circ$ , was die Handhabung enorm erleichtert. Somit reduziert die Kröpfung auch alle wirkenden Drehmomente am Lenker, da der Hebelarm (Nachlauf bzw. effektiver Nachlauf) kleiner wird. Das heißt bei hohen Geschwindigkeiten wirkt das Fahrrad nicht ganz so träge und es benötigt weniger Kraft den Lenker bei steilen Kurvenfahrten zu halten. Bei kleinen Geschwindigkeiten und beim Freihandfahren ist wie erwähnt die Instabilität durch Kippneigung verringert.

### **Nachlauf**

Stabilisiert bei höheren Geschwindigkeiten durch die Rückstellkräfte (Zentripetalkraft und Rollreibung). Bei niedrigen Geschwindigkeiten wirkt der Hebelarm  $s$  in die Neigungsrichtung einlenkend (Sturz). Somit wird in jedem Geschwindigkeitsbereich das Regelverhalten des Fahrers unterstützt bis hin zur Ermöglichung der Freihandfahrt ab einer gewissen Geschwindigkeit. Bei der Konstruktion muss also das richtige Maß für eine Fahrstabilität bei allen gängigen Geschwindigkeitsbereichen, sowie einen komfortablen Umgang im Stillstand gewährleistet werden. Darüber hinaus ist auch der richtige Kompromiss zwischen Agilität und Komfort zu finden. All diese und noch viel mehr Faktoren müssen bei einer Konstruktion berücksichtigt werden. Dabei werden die einzelnen Parameter für die entsprechenden Anwendungsbereiche etwas variiert (Stadtrad, Downhill-Bike, Rennrad etc.) Dies führt auch dazu, dass Freihandfahren häufig keine Frage des Könnens ist, sondern vor allem die Geschwindigkeit und die bauartbedingten Parameter Einfluss auf ein wackeliges oder stabiles Freihandfahren haben. Oft wird der Fehler begangen, nicht still genug auf dem Sattel zu sitzen oder sich gar gegen eine vorübergehende Kipprichtung zu neigen, was das größtenteils automatische Regelverhalten enorm stört.

### **Radstand**

Der Radstand hat Einfluss auf die Laufruhe bzw. Agilität des Fahrrads. Ein großer Radstand ist für ein Tourenrad mit gemütlicher Fahrweise angebracht, während für schnelle Rennmaschinen ein kürzerer Radstand für schärferes Kurvenverhalten benötigt wird. Der Parameter des Radstands hängt jedoch bei den meisten Rädern ohnehin mit der Rahmengröße zusammen. Sprich eine größere Person, die einen größeren Fahrradrahmen benötigt, hat in der Regel auch einen (schwach) vergrößerten Radstand.

---

<sup>78</sup> Der Zusammenhang für zwischen  $\delta$  und  $\gamma$  für Steuerwinkel im Bereich  $0 < \varphi < 90^\circ$  ist analytisch äußerst komplex.

## 4.2 Versuche: Gleichgewicht und Kurvenfahrt

In diesem Bereich werden ausgewählte Versuche zur Gleichgewichts- und Kurventhematik durchgeführt. Auf Grund der großen Vielzahl an möglichen Versuchen, kann leider nur ein kleiner Anteil gezeigt werden. Wie im Kapitel 3 Bremsen, werden die Versuche mit genauer Vorbereitung und Durchführung geschildert.

### 4.2.1 Versuch 1 (Starrer Lenker)



Abbildung 29: Versuchsrad mit starrem Lenker

Dieser Versuch zeigt eindrucksvoll, wie die Gleichgewichtserhaltung mit der freien Beweglichkeit des Lenkers zusammenhängt. Dabei wird bei einem älteren Fahrrad der Lenker in gerader Position arretiert. Hierbei ist es von großer Bedeutung, dass der Lenker nahezu keine Bewegungsfreiheit besitzt. Dies kann beispielsweise, falls es sich um ein Fahrrad rein für Versuchszwecke handelt, durch einen Bolzen (Schraube), welcher durch das Steuerrohr getrieben wird erreicht werden. Andernfalls steht die Möglichkeit zur Verfügung, den Lenker mit einer ausreichenden Menge an Klebeband/ Kabelbindern und einer massiven Stange zu fixieren. Dafür muss der Lenker in eine gerade Position gebracht werden und die Stange parallel zur Rahmenebene mit dem Vorbau und dem Oberrohr verbunden werden. In den durchgeführten Versuchen wurde diese dann sowohl mit etwas Panzertape wie auch jeweils 2 Kabelbindern befestigt, wodurch es unmöglich wurde den Lenker zu bewegen.

Nachdem der Lenker fixiert wurde, kann nun ein Probefahrer versuchen mit diesem Fahrrad eine gerade Linie zu fahren. Während mit enorm viel gleichgewichtserhaltenden Maßnahmen eine kurze Distanz noch zurückgelegt werden kann, so wird schnell klar, dass bei Strecken von über 10 m das Fahrrad unweigerlich kippen wird und man nahezu keine Chance hat, das Fahrrad durch reine Schwerpunktverlagerung im Gleichgewicht zu halten. Dieser Versuch lässt die enorme Bedeutung des frei beweglichen Lenkers leicht erfahrbar machen und zeigt entgegen häufiger Annahme, dass ein Fahrrad mit gerade gestelltem Lenker eben nicht dauerhaft geradeaus fahrbar ist. Im schulischen Rahmen stellt sich bei diesem Versuch eher die Vorbereitung als schwierig dar. Die Durchführung birgt prinzipiell auch kein großes Sturzrisiko, da nur mit mäßiger Geschwindigkeit gefahren wird und die Versuchsperson im Falle eines Umkippens rasch zur Sturzseite absteigen bzw. sich mit den Füßen einfach abstützen kann. Durch die Tatsache, dass ein stehendes Fahrrad mit frei beweglichem Lenker

nur schwer im Gleichgewicht gehalten werden kann, jedoch ein fahrendes Rad mit fixiertem Lenker auch nicht fahrbar ist, können u. A. Rückschlüsse auf die nötige Zentripetalkraft geführt werden.

Als Sonderfall dieser Versuchsdurchführung ist eine Analyse von gleichgewichtserhaltenden Maßnahmen im Stand denkbar. Einige routinierte Radfahrer schaffen es problemlos mehrere Sekunden (teilweise gar Minuten) das Fahrrad im Stand ( $v = 0$  km/h) zu balancieren. Bei einer oberflächlichen Betrachtung könnte man meinen, dass dies nur auf Grund geschickter Gleichgewichtsverlagerung möglich ist. Dies ist allerdings nicht der Fall. Viel mehr spielt hier die in der obigen Theorie (4.1.3) beschriebene Knickkraft eine große Rolle. Dies zeigt auch der Versuch des starren Lenkers. Während ein balancieren mit beweglichem Lenker im Stand durch geschickte Lenkerdrehung in Kombination mit Gewichtsverlagerung problemlos möglich war, so scheiterte jeder Versuch mit starrer Lenkachse äußerst rasch. Insgesamt wird durch die Versuche zweifelsfrei vermittelt, dass das Gleichgewicht eines Fahrrads unabdingbar mit einer frei beweglichen Lenkachse zusammenhängt, wobei hier für ein tiefgreifenderes Verständnis ein differenzierter Einblick, gemäß obiger Theorie in die Mechanismen gewährt werden muss.

#### 4.2.2 Versuch 2 (Nachlauf)



Abbildung 30: "Unfahrbares" Fahrrad mit verlängerter Gabel

Die Wirkung des Nachlaufs kann mit einem umgebauten Fahrrad überprüft werden. Für diesen Versuch sind allerdings etwas umfangreichere Umbaumaßnahmen notwendig. Nachdem der Effekt und die Bedeutung des Nachlaufs (Sturz und Rückstellkraft) anhand qualitativer Skizzen eingängig gemacht wurden, kann eine Variation experimentell Zusammenhänge besser veranschaulichen. Sinnvoll ist es darüber hinaus den Versuch mit starrer Lenkachse als Vorversuch getätigt zu haben. Dieser Versuch zeigt eben auf, dass nicht nur der bewegliche Lenker ein Schlüssel für ein mehr oder minder stabiles Gleichgewicht ist. Zunächst wurde bei einem älteren Fahrrad mittels speziell angefertigter Stahlwinkel die Gabel geometrisch verlängert. Somit wurde die vorhandene Kröpfung von etwa 3 cm enorm vergrößert. Dies führt dazu, dass der übliche Nachlauf von ca. 6 cm in einen deutlichen Vorlauf gewandelt wird, da der Reifen seinen Aufstandspunkt nun enorm nach vorne verlagert hat. Das Fahrrad wird dadurch spürbar instabil und lässt sich lediglich mit deutlichem Regeln fahren. Ein freihändiges Fahren in gewohnter Weise hingegen wird

gänzlich unmöglich. Durch den enormen Vorlauf fällt das Vorderrad bei einer Rahmenneigung nicht mehr in, sondern leicht gegen die Neigungsrichtung, was ein freihändiges Fahren unmöglich macht und bei niedrigeren Geschwindigkeiten und engen Kurven sehr viel Kraft im Regelverhalten fordert. Somit wird erkennbar, dass der Nachlauf (in Kombination mit  $\varphi < 90^\circ$ ) das intuitive Regelverhalten maßgeblich unterstützt, da das Fahrrad trotz frei rotierbarem Lenker merklich instabil – wenngleich auch nicht komplett unfahrbar geworden ist.

Für die Abänderungen wurde eine spezielle verlängerte Gabel aus Vierkantstahl hergestellt. Für einen deutlichen Effekt ist eine Kantenlänge von etwa 20 - 30 cm ratsam. In diesem Fall wurden die Gabelzinken mit zwei neuen Aufnahmen für das Laufrad versehen. Dadurch war es möglich das Laufrad sowohl 15 cm, wie auch 30 cm nach vorne verlagert einzubauen. Auch hier wurde die theoretische Erwartung voll bestätigt. Das Fahrrad ließ sich mit 30 cm verlagertem Vorderrad deutlich schlechter als bei der 15 cm-Stellung fahren.

### 4.2.3 Versuch 3 (Kreiseffekte)



Abbildung 31: Laufrad mit kleinen Möbelrollen

Hierbei geht es darum experimentell zu verdeutlichen, dass die oftmals wichtig gehaltenen Kreiseffekte nur eine untergeordnete Rolle für das dynamische Gleichgewicht spielen.

Dafür wird aus einem Fahrrad an beiden Reifen die Luft abgelassen und die Mäntel mit Schläuchen entfernt. Nun ist es möglich auf der Felge kleine starre Rollen unter den Laufrädern zu montieren (siehe Abbildung 31). Diese kleinen Rollen haben mit ihrer vernachlässigbaren Masse und kleinen Radius offensichtlich keine relevanten Drehmomente durch Kreiseffekte. Bei der Montage ist es wichtig, die eigentlichen Laufräder entweder mit einer angezogenen Bremse oder einem Kabelbinder / Klebeband zu fixieren, sodass diese nicht mehr rotieren können und die kleinen Rollen am unteren Auflagepunkt bleiben. Dadurch findet die Abrollbewegung des Fahrrads lediglich noch über die kleinen Zusatzrollen statt, wobei sich an der Lage des Schwerpunktes und den Auflagepunkten geometrisch nahezu nichts geändert hat.

Problematischer Weise ist es natürlich nicht mehr möglich das Fahrrad noch mittels Kurbel und Kette zu bewegen, daher ist es nötig diesen Versuch an leichten Gefällen ohne Verkehr durchzuführen, sodass das Fahrrad von alleine in gemäßigten Geschwindigkeiten (max. 15 - 20 km/h) den Hang hinabrollt. Der Testfahrer wird erkennen, dass trotz der winzigen Rollen,

welche offensichtlich keine nennenswerten Kreiseffekte als Drehmomente verursachen, das Fahrrad noch immer stabil fahrbar bleibt. Aus sicherheitsrelevanten Gründen muss darüber hinaus darauf geachtet werden, dass der Untergrund sehr eben<sup>79</sup> ist und das Rollen auf gut überschaubaren Strecke durchgeführt wird. Wie schon erwähnt, darf die Hanglage nicht steil sein und das Fahrrad muss von alleine auslaufen können, da nun logischer Weise nicht mehr gebremst werden kann. Zur Not würde bei Bedarf auch eine kleine Rampe oder eigenständiges Anschieben (Rollern) mit den Füßen genügen, um die Gleichgewichtsverhältnisse experimentell auf ebenem Terrain erfahrbar zu machen.

#### 4.2.4 Versuch 4 (Neigungsmessung)

Mit Hilfe dieses Versuchs, soll experimentell der Zusammenhang zwischen der Rahmenverkipfung und der Fahrgeschwindigkeit bzw. dem Kurvenradius aufgezeigt werden. Für die Vorbereitung zur Durchführung muss eine großflächige, asphaltierte Ebene zur Verfügung stehen. Die Straßenbedingungen sollten darüber hinaus unbedingt trocken sein, um ein mögliches (unerwartetes) wegrutschen bei einer Kurvenfahrt zu vermeiden. Nun müssen auf dem Boden mit Straßenkreide (oder ähnliches) große Kreise gezeichnet werden. Der Einfachheit halber wählt man sich an einer Stelle den Mittelpunkt für alle folgenden Kreise und markiert diesen gut ersichtlich. Nun hält eine Person eine Schnur genau am Mittelpunkt fest, während eine andere die Schnur straff spannt und an der gewünschten Länge eine Kreide festbindet. So ist es möglich einen Kreis mit großem Radius (z.B. 20 m) zu zeichnen. Die Schnurlänge bzw. der Kreisradius kann leicht mit einem handelsüblichen Maßband abgemessen werden. Hier sind im Baumarkt problemlos Maßbänder mit 10 m erhältlich. Da später ein Testfahrer auf dem Radius entlangfahren soll, ist es hilfreich eine kleine Kreisscheibe mit 1 m Differenz zwischen Außen- und Innenradius zu zeichnen. Dies erleichtert es dem Fahrer enorm die angestrebte konstante Kreisfahrt zu absolvieren, da man bei einer einzigen Linie stets abweicht und versucht nachzuregeln. Nachdem die gewünschten Kreissegmente eingezeichnet wurden, wird jeweils ein Radius mit verschiedenen Geschwindigkeiten durchfahren und die zugehörige Radneigung / Verkipfung gemessen. Für die Messungen erwies sich der 3D – Beschleunigungssensor als unbrauchbar, da zu starke Schwankungen enorm viel Interpretation benötigten, um den resultierenden Kraftvektor korrekt zu ermitteln. Alternativ wurde daher der Drehwinkelsensor der Firma Vernier verwendet. Hiermit wurden akzeptable Messergebnisse erzielt. Allerdings birgt die Vorbereitung und Durchführung enorme Schwierigkeiten und Fehlerquellen. Vorerst ist zu erwähnen, dass falls kein sehr ebener Platz ohne Bodenwellen oder anderweitige Unebenheiten zur Verfügung steht, eine Durchführung mit dem Drehwinkelsensor nicht möglich ist und auf die unten beschriebene Videoanalyse zurückgegriffen werden sollte.

---

<sup>79</sup> Da die Rollen sehr klein ist, funktioniert der Versuch auf groben Untergrund nur schlecht und das Fahrrad stottert demnach beim Abrollen stark.

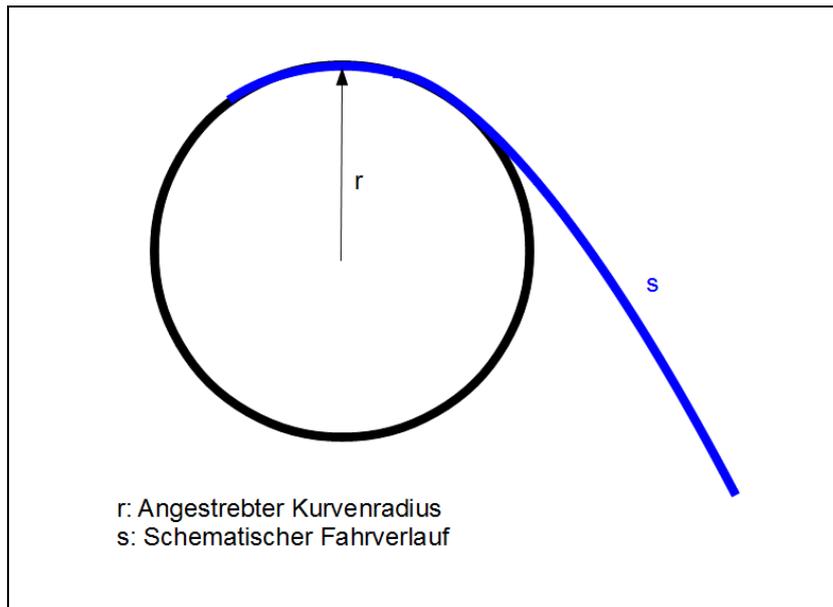


**Abbildung 32: Montage des Drehwinkelsensors**

Der Datenlogger wird genau wie in den Bremsversuchen montiert. Nun wird in einen Kanal des Datenloggers der Drehwinkelsensor eingesteckt und fest am Lenker mit Klebeband oder Kabelbindern montiert. Um Schäden durch Erschütterungen zu vermeiden kann ein Stück Filz oder Schaumstoff zwischen Sensor und Lenker geklemmt werden. Die erste Schwierigkeit an dem Versuch ist es, bei der Vorbereitung eine geeignete Masse zu finden. Diese wird an dem Drehrad außen in eine der Einbuchtungen (siehe Abbildung 32) eingebracht. In diesem Fall erwies sich eine kleine Schraube mit Mutter als gut geeignet. Die Problematik an einer zu geringen Masse ist, dass sich diese am Rad bei einer Neigung durch die Schwerkraft nicht stets nach unten ausrichtet und somit zu geringe Neigungswinkel gemessen werden. Ist hingegen die Masse zu groß dimensioniert, so oszilliert das Rad bei einer schon äußerst geringen Störung enorm, wodurch unerwünschte Schwingungen gemessen werden. Man sollte jedenfalls mehrere verschiedene Massen versuchen und im Stand das Rad neigen. So kann leicht überprüft werden, ob das Drehrad stets bei einer Steigerung des Neigungsgrades folgt. Ist dies nicht gegeben, muss die Masse erhöht oder weiter nach außen gehängt werden. Wenn man nun am Rahmen leicht wackelt oder den Lenker geringfügig bewegt, darf die Masse das Rad jedoch nicht in starke Schwingungen versetzen.<sup>80</sup> Hat man eine geeignete Masse gewählt, ist der Sensor zu kalibrieren. Hierfür genügt es, das Fahrrad in wandnähe aufzustellen und optisch zu überprüfen, ob der Rahmen aufrecht und somit parallel zur Wand steht. In dieser Stellung ist der Datenlogger auf 0° zu eichen. Die zweite große Schwierigkeit bei der Durchführung liegt bei der Anforderung an den Testfahrer. Der Fahrer muss es schaffen sich mit der passenden Geschwindigkeit dem gewünschten Kurvenradius anzunähern (Abbildung 33).

---

<sup>80</sup> Bei den Versuchen hatten schon geringfügige Änderungen der Masse enorme Auswirkungen auf das Verhalten bei Neigungen und entsprechenden Kurvenfahrten. Es bedarf in der Tat einiger Variation die geeignete Masse zu finden.

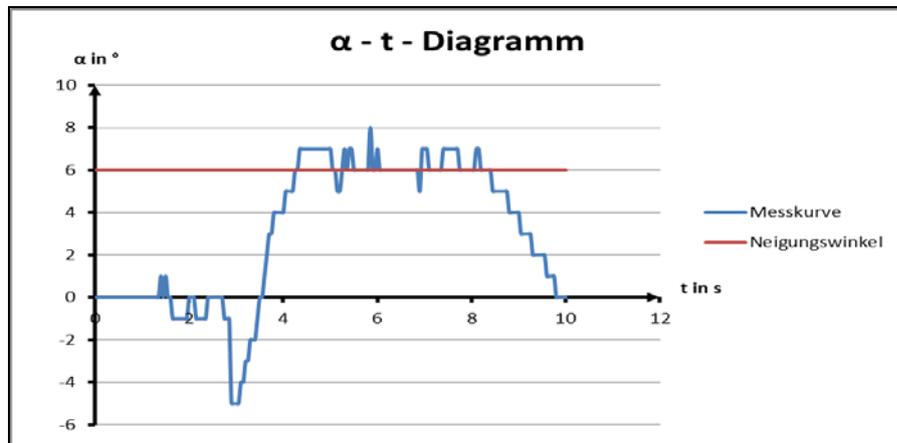


**Abbildung 33: Schematischer Verlauf bei der Kurvenfahrt**

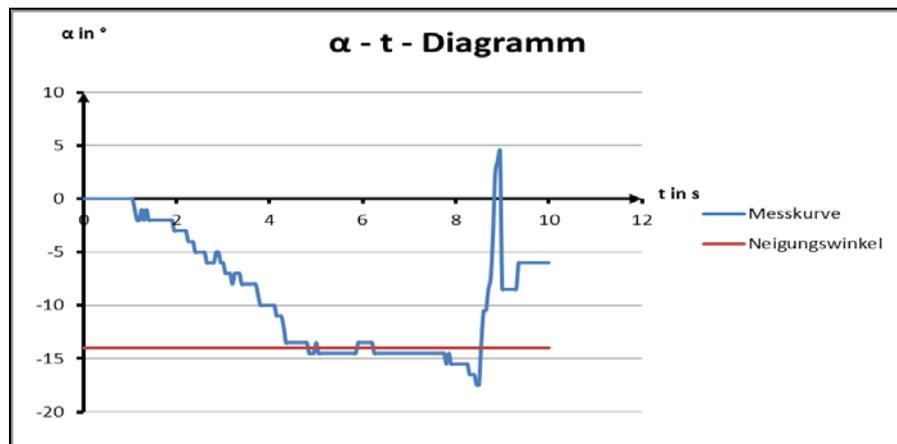
Wird die Kurve zu rasch eingeleitet, mit zu starker Krümmung, so schaukelt sich die Masse auf und man erhält kein verwertbares Messergebnis für den Winkelverlauf. Auch wenn bei der Beschleunigungsphase der Rahmen zu stark verkippt wird, wie etwa im Wiegetritt sind durch die im Vorfeld verursachte Schwingung starke Störungen in der Messung vorhanden. Da letztendlich auf dem eigentlichen Radius  $r$  die Soll-Geschwindigkeit (etwa beispielsweise 30 km/h) gefahren werden soll, muss der Fahrer das Fahrrad zuvor deutlich höher beschleunigen (etwa 35 – 40 km/h), um dann im rollenden Zustand mit sehr sanften Lenkbewegungen sich der eingezeichneten Kreislinien auf dem Boden nähern (Blaue Kurve  $s$  in Abbildung 33). Dieser Vorgang erfordert zuvor etwas Übung, um die erwünschten Werte möglichst gut zu erzielen. Wie oben schon erwähnt, ist eine Durchführung bei Bodenwellen undenkbar. Es ist auch nicht weiter schlimm, wenn statt angestrebter 30 km/h nur 28 km/h bei der Kurvendurchfahrt herrschen, denn dies kann auf dem Tachometer überprüft werden und somit für eine Auswertung eben 28 km/h als Vergleichswert herangezogen werden. Die Messzeit am Datenlogger wurde für die Versuche auf 10 Sekunden eingestellt, wobei die Messung nach der Beschleunigungsphase gestartet wurde. Für eine streng quantitative Auswertung mit Vergleich der theoretischen Erwartung von Gleichung (84) eignet sich das Verfahren auf Grund der Zahlreichen Einflüsse und Fehlerquellen weniger. Es ist viel mehr ratsam zwei bis drei verschiedene Kurvenradien mit etwa drei verschiedenen Geschwindigkeiten zu durchlaufen. Dies genügt völlig, um die entsprechenden Tendenzen und Größen zu analysieren.

Für die Durchführungen wurden die Kurvenradien 10m, 15m und 20m durchfahren. Dabei ist es sehr sinnvoll mit Hilfe von Gleichung (84) und (88) vorerst eine Abschätzung für die maximal mögliche Geschwindigkeit bei den jeweiligen Kurvenradien durchzuführen. Man sollte Sicherheit halber mit der maximalen Geschwindigkeit 5 km/h unter der theoretischen Obergrenze bleiben und den Untergrund zuvor gut auf Sand, Splitt oder andere reibungsmindernde Einflüsse prüfen. Das heißt auf trockenem Untergrund gilt für die Obergrenzen unter Annahme von  $\mu = 0,9$ ,  $v_{\max}(10 \text{ m}) = 28 \text{ km/h}$ ,  $v_{\max}(15 \text{ m}) = 35 \text{ km/h}$ ,  $v_{\max}(20 \text{ m}) = 42 \text{ km/h}$ . Wobei diese Oberwerte wie schon erwähnt herabgesetzt wurden. Dennoch handelt es sich hierbei um sehr scharf genommene Kurven mit starken Zentripetalkräften. Daher sollten sie nur von einem geübten Fahrer mit entsprechend guten Reifen durchfahren werden. Nach den Messungen können die Daten wie auch bei der Beschleunigungsmessung im Kapitel Bremsen in ein Tabellenkalkulationsprogramm (z.B. Excel) graphisch aufgetragen werden. Je besser das Kurvenmanöver absolviert wurde, desto

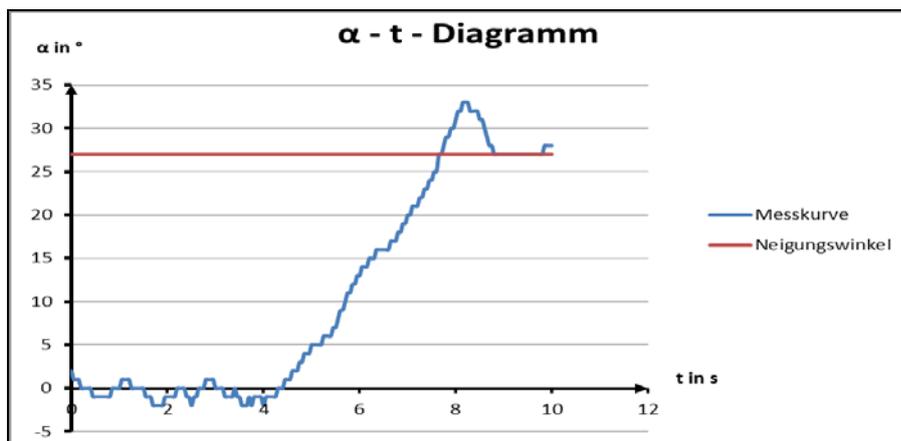
leichter fällt die Analyse des Kippwinkels. Exemplarisch werden hier die Diagramme für den Kurvenradius  $r = 10\text{ m}$  angeführt.



Graph 8: Neigungsdiagramm für  $r = 10\text{ m}$ ,  $v = 10\text{ km/h}$ <sup>81</sup>



Graph 9: Neigungsdiagramm für  $r = 10\text{ m}$ ,  $v = 20\text{ km/h}$



Graph 10: Neigungswinkeldiagramm:  $r = 10\text{ m}$ ,  $v = 25\text{ km/h}$

<sup>81</sup> Bei den Graphen wurde bewusst eine kubische (kantige) Darstellung gewählt, da der Sensor nur in Schritten von  $1^\circ$  misst und man bei „diskreter“ Darstellung den Neigungswinkel während der Kurve leichter bestimmen kann.

Hat man wie hier in den 3 Graphen ersichtlich gute Messkurven erzielt, so ist der Neigungswinkel für den Radius leicht ablesbar. In den unten stehenden Tabellen werden alle Messergebnisse kompakt zusammengefasst.

<b>r = 10 m</b>		
v in km/h	$\alpha$ in °	$\alpha$ in ° (theoretisch) <sup>82</sup>
10	6	4,5
20	14	17,5
25	27	26,2
<b>r = 15 m</b>		
v in km/h	$\alpha$ in °	$\alpha$ in ° (theoretisch)
10	1	3
20	8	11,8
30	27	25,3
<b>r = 20 m</b>		
v in km/h	$\alpha$ in °	$\alpha$ in ° (theoretisch)
20	6	8,9
30	17	19,5
35	28	25,7

**Tabelle 14: Neigungswinkel**

Aus den durchgeführten Messungen wird ersichtlich, dass sich eine Variation der Geschwindigkeit gerade im oberen Bereich enorm auf den benötigten Neigungswinkel auswirkt, wohingegen eine Änderung des Kurvenradius  $r$  nicht so sehr beeinflussend wirkt. Trotz der Schwierigkeiten und zahlreichen Einflussfaktoren der Messmethode sind die Ergebnisse nicht allzu stark von der Theorie abweichend. Zumal die enorm vereinfachte Theorie nicht komplett auf die komplexe Kurvendynamik übertragen werden kann. Es ist auch schön erkennbar, dass die Geschwindigkeit mehr als nur linear (quadratisch im Tangens) mit in die Neigung einfließt. Leider sind Messungen im Grenzbereich (wie beim Bremsen) wegen der Verletzungsgefahr im Falle eines Sturzes zu gefährlich. Allerdings existiert hierzu ein sehr lehrreicher Test der Zeitschrift *Tour* auf nasser Straße mit zugehörigem Video aus dem Jahr 2011.<sup>83</sup>

<sup>82</sup> Die theoretischen Werte wurden mittels Gleichung (84) bestimmt.

<sup>83</sup> [http://www.tour-magazin.de/technik/test\\_center/komponenten/reifen/reifentest-tour-nasshaftung/a10453.html](http://www.tour-magazin.de/technik/test_center/komponenten/reifen/reifentest-tour-nasshaftung/a10453.html)



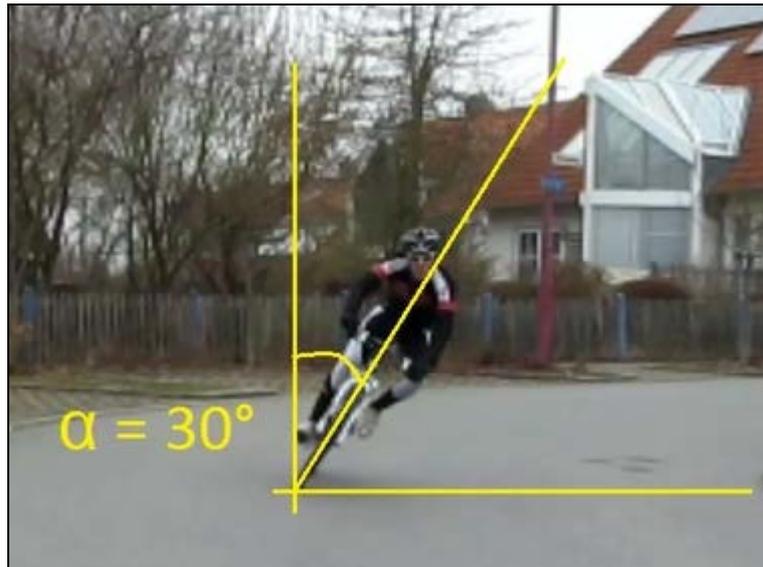
**Abbildung 34: Reifentest der Zeitschrift Tour (Quelle: Tour (83))**

In diesem Testvideo ist sehr schön zu erkennen, dass der Fahrer ab einem gewissen Neigungswinkel einfach wegrutscht. Gut ist darüber hinaus auch die enorme Belastung der Reifen durch Seitenkräfte zu sehen, wie sie im Theorieteil schon angesprochen wurde. Die Laufräder verformen sich alleine durch die nicht weiter aufnehmbare Seitenkraft (Zentripetalkraft) und werden verbogen. Dazu sollte einfach das nur etwa einminütige Video angesehen werden. Für weiteres Interesse an dem Test, kann dieser im Internet eingesehen werden.<sup>84</sup> Insgesamt ist diese Versuchsdurchführung für eine schulische Anwendung nicht zu empfehlen. Die Vorbereitungen sind sehr aufwändig und die Durchführung selbst enorm schwierig und fehlerreich. Die Durchführungen in diesem Rahmen haben sehr lange gedauert und viele Versuche in Anspruch genommen, um verwertbares Material zu erhalten. Daher soll noch kurz eine wesentlich leichtere Variante mittels Videoanalyse angesprochen werden.

Alternativ ist die komplette Versuchsdurchführung auch mit Bild- bzw. Videoanalyse möglich. Dabei wird exakt wie oben beschrieben vorgegangen. Mit dem Unterschied, dass einige Meter von dem Kreis entfernt an einer Stelle eine Kamera tangential zum Fahrkreis aufgestellt wird. Diese filmt den Testfahrer frontal in etwa auf Höhe des Schwerpunktes eingestellt beim Durchfahren. Später kann aus dem Video genau das Bild ausgeschnitten werden, auf dem das Rad frontal zur Kamera steht. Mittels Computerprogramm wie etwa Geogebra kann dann eine horizontale Bodenlinie, so wie eine parallele Gerade zum vorderen Laufrad eingezeichnet werden. Geogebra kann nun den Winkel zwischen den beiden Geraden bestimmen und dieser kann dann der jeweiligen Geschwindigkeit bei festem Radius  $r$  zugeordnet werden. Mit diesem Verfahren können auch beliebige Straßenkurven bei verschiedenen Geschwindigkeiten gemessen werden. Die Fehlerquellen sind wesentlich geringer und die Durchführung geht schneller und einfacher. Auch die Auswertung ist sehr bequem, da einfach nur das Bild aus dem Video mit frontaler Darstellung ausgeschnitten werden muss.

---

<sup>84</sup> [http://www.conti-online.com/generator/www/de/de/continental/fahrrad/allgemein/news/download/tourtest\\_de.pdf](http://www.conti-online.com/generator/www/de/de/continental/fahrrad/allgemein/news/download/tourtest_de.pdf)



**Abbildung 35: Beispiel für Videoanalyse des Neigungswinkels**

Abbildung 35 zeigt ein exemplarisches Bild, wo eine Kurvenfahrt mittels Videoanalyse durch eine handelsübliche Digitalkamera betrachtet wird. In diesem Fall wurde der Neigungswinkel  $\alpha = 30^\circ$  bei einer schnellen Kurvenfahrt bestimmt.

#### **4.2.5 Versuch 5 (Kurvenfahrt durch Antippen des Lenkers)**



**Abbildung 36: Entgegengesetzte Kurvenfahrt durch Antippen des Lenkers**

Der Umstand, dass ein Fahrrad, das beispielsweise nach rechts gelenkt wird, im Anschluss auf die Lenkbewegung nach links fährt, ist schwer vorstellbar und scheint den Alltagserfahrungen zu widersprechen. Mit sehr wenig Aufwand lässt sich dies jedoch eindeutig nachweisen. Dazu ist lediglich ein herkömmliches Fahrrad mit einer Person die es freihändig fahren kann notwendig. Zunächst wird das Fahrrad auf eine Geschwindigkeit gebracht, ab der Freihandfahren problemlos möglich ist. Nun nimmt der Probefahrer die Hände vom Lenker

und tippt den Lenker beispielsweise auf der rechten Seite kurz an (lenkt also nach rechts). Das Fahrrad macht daraufhin - der theoretischen Erwartung entsprechend - eine kurze Bewegung nach rechts und beginnt auf Grund der einsetzenden Zentripetalkraft eine Linkskurve zu fahren. Damit ist gezeigt, dass eine reine Lenkbewegung genau das Gegenteil des vermutenden und intendierten Fahrverhaltens zeigt. Somit ist nachgewiesen, dass einer gewollten Einlenkung entweder stets eine unbewusste kleine Gegenlenkung vorausgeht oder man sich erst mit dem Schwerpunkt in die gewollte Richtung bewegt wodurch das Fahrrad mit der Kurvenfahrt reagiert.<sup>85</sup> Gerade für den Schulunterricht wäre ein gelungener Einstieg - um Aufmerksamkeit für die Problematik zu schaffen - die einfache Aussage: „Wer nach rechts lenkt, fährt nach links“. Da der Versuch sehr schnell durchführbar ist und eigentlich keine Videoanalyse benötigt, eignet er sich hervorragend für eine bequeme Durchführung im Schulhof. Sofern die Lehrkraft den Versuch selbst durchführt und ihn zuvor schon etwas geübt hat, kann die gesamte Klasse das Verhalten frontal beobachten und die Durchführung ist nach wenigen Minuten beendet.

## **5 Fahrwiderstände, Antrieb und Biomechanik**

Im letzten Kapitel wird ein Einblick in die Energetik des Radfahrens getätigt. Dabei werden zunächst die gängigen Widerstände während der Fahrt betrachtet. Hierbei handelt es sich vor allem um die Rollreibung, Luftreibung und Steigungswiderstand. Darüber hinaus soll auch ein Augenmerk auf den Antrieb durch den Fahrer getätigt werden. Wie wird beispielsweise die Kraft bzw. Leistung durch den Menschen aufgebracht und mit welchem Wirkungsgrad geschieht das? Oder auch welche Voraussetzungen für ein ökonomisches Fahren erfüllt werden müssen. Es werden dabei auch Faktoren betrachtet, die dem ein oder anderen wohlmöglich aus dem Alltag vertraut sind. Weshalb es im Winter deutlich schwerer erscheint mit dem Rad die gleichen Geschwindigkeiten wie im Sommer zu erreichen.

Dank der relativ einfachen Möglichkeit quantitativer Betrachtungen der einwirkenden Widerstände, kann ähnlich wie beim Bremsen ein Modell geschaffen werden, das die Realität wie etwa erreichbare Endgeschwindigkeiten in einem ausreichenden Maße darstellt.

Abschließend werden wie zuvor auch wieder ausgewählte Versuche getätigt.

### **5.1 Theoretische Betrachtung**

#### **5.1.1 Fahrwiderstände**

Der Gesamtwiderstand beim Radfahren setzt sich nahezu ausschließlich aus drei Komponenten zusammen. Hierzu gehören der Roll-, Luft-, und Steigungswiderstand. Diese werden im Folgenden genauer betrachtet.

##### **5.1.1.1 Rollreibung**

Der Rollwiderstand bei Fahrradreifen ist ein enorm komplexes Phänomen, in das zahlreiche Parameter mit einfließen. Allgemein gesprochen entspricht der Rollwiderstand der Abnahme der kinetischen Energie, auf Grund des Abrollvorgangs durch den Reifen. Im Wesentlichen resultiert der Energieverlust aus der fortwährenden Materialverformung im Reifen.<sup>86</sup>

Herr Gressmann beschreibt in seinem Buch über Fahrradphysik den Abrollvorgang auf harten Untergrund (Asphalt) wie folgt recht anschaulich.

---

<sup>85</sup> Gerade beim sportlichen Radfahren ist dies die wohl häufigste Kurventechnik, dass sich der Fahrer in Kurvenrichtung lehnt und somit rasch scharfe Kurven fahren kann

<sup>86</sup> GORDON, PAPADOPOULOS: S. 210

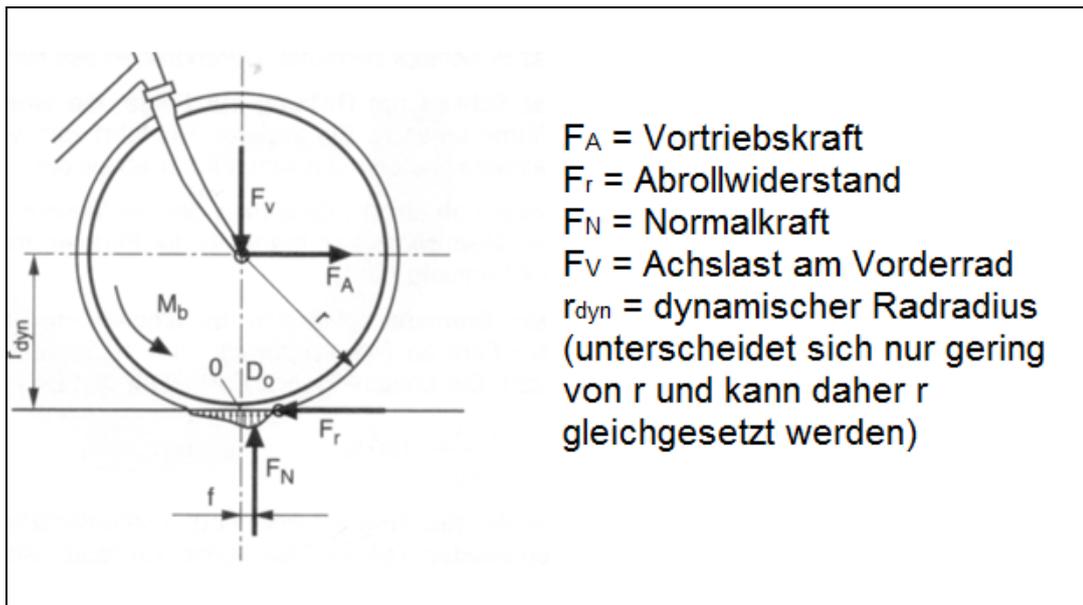


Abbildung 37: Abrollwiderstand beim Vorderreifen<sup>87</sup>

Das Rad muss ständig um die vordere Kippkante (bzw. um den eigentlichen momentanen Drehpunkt  $D_0$ ) abrollen. Auf der Fahrbahn bildet der Reifen eine Berührungsfläche, auf die im vorderen Teil eine größere Reifendruckkraft als im hinteren Teil ausgeübt wird. Das führt dazu, dass eine resultierende Kraft - die Normalkraft  $F_N$  - vor dem (theoretischen) Aufstandspunkt  $0$  angreift und den Reifen zusammendrückt. Über den Hebelarm  $f$  entsteht ein abbremsendes Drehmoment  $M_b$ , das dem Drehsinn des Rades entgegenwirkt. Für eine gleichförmige Bewegung gilt, dass das Vortriebsmoment gleich dem Bremsmoment ist. Da für den realen Abrollwiderstand Untergrundbeschaffenheiten, Materialstärke- und Mischung des Reifens, Temperatur, Luftdruck, Reifenradius, Reifenbreite etc. mit einfließen wird auf eine ausführliche mathematische Betrachtung verzichtet.<sup>88</sup> Hauptursache für die dauerhafte elastische Verformung des Reifens ist der Umstand, dass der Reifen nicht (wie idealer Weise angenommen) nur in einem Punkt sondern einer Fläche  $A$  auf der Fahrbahn aufliegt (der Reifen wird platt gedrückt). Diese Verformung wandert mit einer Drehung des Reifens wie eine Art Welle weiter, wobei stets Energie für eine Aufrechterhaltung bei konstanter Geschwindigkeit benötigt wird. Sieht man die Last durch die Gewichtskraft auf den Reifen als invariant an, so hängt die Größe der Auflagefläche nahezu nur von dem Reifendruck ab und lässt sich durch

$$A = \frac{F_{VR}}{p} \text{ bzw. } A = \frac{F_{HR}}{p} \quad (102)$$

leicht berechnen. Das heißt je höher der Reifendruck, desto geringer ist die Auflagefläche und nach obiger Überlegung sinkt somit der Rollwiderstand.<sup>89</sup> Dies ist ein allgemein bekanntes Resultat für Luftreifen und gilt auch beim Auto. Allerdings ist für den Rollwiderstand auch die Ausprägung bzw. Form der Auflagefläche von großer Bedeutung. Wichtig ist hierbei vor allem wie groß der Hebelarm  $f$  (siehe Abbildung 36) ist. Also wie sehr der Reifen in die

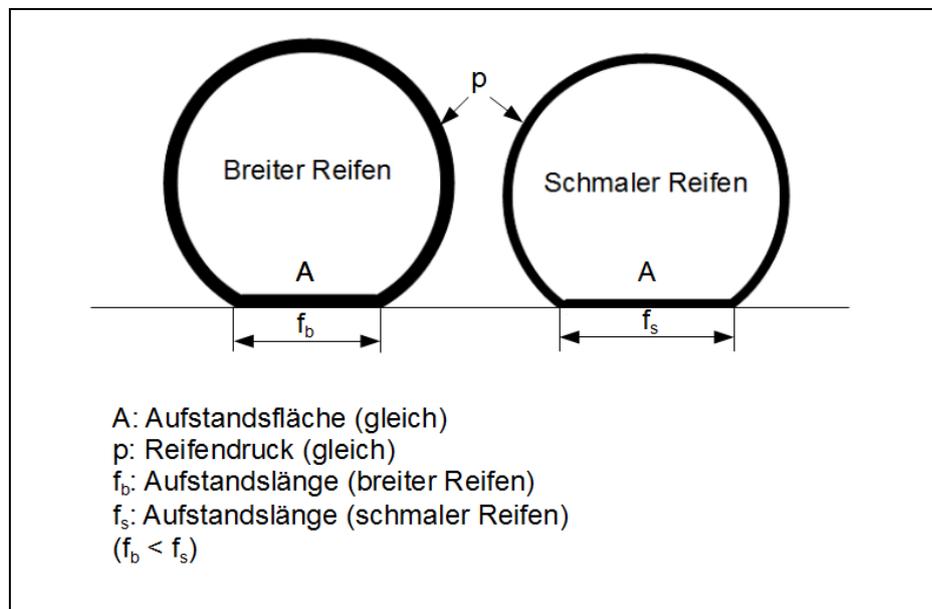
<sup>87</sup> GRESSMANN: S. 53

<sup>88</sup> Die mit Abstand größten Einflussfaktoren auf den Rollwiderstand sind der Reifendruck und der Untergrund: Aus Messungen der Diplomarbeit von Peter Nilges in Zusammenarbeit mit der Fachzeitschrift Mountainbike-Magazin. Auszüge der Ergebnisse unter:

<http://www.mountainbike-magazin.de/know-how/expertentipps/alles-ueber-rollwiderstand.35972.2.htm?skip=4> (letzter Aufruf 01.01.2013)

<sup>89</sup> So hat F. R. Whitt mit Messungen gezeigt, dass der Rollwiderstandskoeffizient von 0,05 auf 0,01 ansteigt, falls der Luftdruck von 5,2 auf 1,2 bar verringert wird. (WHITT: S. 115)

„länge“ gestaucht bzw. abgeplattet wird. Dies lässt sich leicht veranschaulichen, da der Reifen durch eine längere Auflagefläche im Vergleich zu einer breiteren für den Abrollvorgang „unrunder“ wird.



**Abbildung 38: Abrollwiderstand eines schmalen und breiten Reifens überspitzt dargestellt**

Demnach hätte in schmaler Reifen einen größeren Rollwiderstand als ein breiter Reifen, sofern beide den gleichen Druck hätten. Dies berechtigt zu der Frage, wieso Rennräder sehr schmale Reifen besitzen. Die Ursache ist in erster Linie, dass ein sehr breiter Reifen nicht so stark aufgepumpt werden kann, da der Reifen durch seine enorme Seitenkrümmung von der Felgenwand durch die enorme Kraft springen würde. Ein schmaler Rennreifen hat hingegen eine deutlich kleinere Mantelfläche, wodurch der Druck viel höher sein kann (in der Regel 8 – 10 bar). Da der schmale Rennreifen nun einen höheren Druck als der breite hat, verringert sich auch wieder der Hebelarm  $f$  und der Rollwiderstand sinkt. Darüber hinaus benötigt ein breiter Reifen mehr Material und führt somit zu einem höheren Gewicht, was bei leichten Rennrädern nicht erwünscht ist. Ein weiterer Grund, der bei Rennrädern für schmale Reifen spricht, ist die bessere Aerodynamik eines schmalen Reifens. Dies ist bei Rennrädern, wo hohe Geschwindigkeiten gefahren werden auch von besonderem Interesse. Ein breiter Reifen spielt seine Stärke überwiegend im Gelände, mit weichem nachgiebigem Untergrund aus. Hier verformt sich nicht nur wie in (Abbildung 38) der Reifen, sondern zusätzlich auch noch der Untergrund (Waldboden, Wiese, Sand etc.). Ein breiter Reifen sinkt somit nicht so tief ein, wodurch weniger Verformungsarbeit am Boden geleistet werden muss. Dies bestätigen zahlreiche Messungen aus denen hervorgeht, dass schmale Reifen mit hohem Druck im Gelände einen deutlich höheren Abrollwiderstand als dafür gebaute (breite) Geländereifen haben.<sup>90</sup> Da die genaue Auswirkung von Materialzusammensetzungen und auch Art und Form von Reifenprofilen zu komplex sind, wird darauf nicht weiter eingegangen. Für weitere Betrachtungen wird einem Fahrrad einfach ein alles umfassender Rollwiderstandskoeffizient  $\mu_R$  zugeordnet.<sup>91</sup> Für quantitative Betrachtungen kann näherungsweise der Betrag für die gesamte Rollreibung vereinfacht durch

<sup>90</sup> Selbst ein breiter Reifen hat oftmals im Gelände mit höherem Druck (4 – 5 bar) einen größeren Rollwiderstand, als bei weniger Druck (etwa 2 bar), siehe hierzu auch <http://content.delius-klasing.de/interfaces/payment/?id=3961> Seite 12 (letzter Aufruf 02.01.2013).

<sup>91</sup> Es gilt zu beachten, dass dies wie oben beschrieben keine Konstante ist, sondern nur für ein bestimmtes Systemgewicht, für einen gewissen Untergrund mit entsprechendem Reifendruck gilt.

$$F_R = \mu_R \cdot F_G \quad ^{92} \quad (103)$$

beschrieben werden. Die Rollreibungskraft wird in der Literatur weitestgehend als unabhängig von der Geschwindigkeit angesehen.<sup>93</sup> Das heißt unabhängig davon, wie schnell man mit dem Rad unterwegs ist, so wirkt durch die Rollreibung eine konstante Kraft, die das Fahrrad bremst. Für die Leistung, um das Fahrrad dauerhaft mit einer konstanten Geschwindigkeit gegen den Rollwiderstand zu bewegen folgt somit:

$$P_R = F_R \cdot v = \mu_R \cdot F_G \cdot v \quad (104)$$

Demnach hängt die aufzubringende Leistung (Rollleistung) direkt proportional mit der zu fahrenden Geschwindigkeit zusammen.<sup>94</sup>

#### Beispiele Rollwiderstand:

Auf der Straße spielt der Rollwiderstand bei höheren Geschwindigkeiten und damit verbunden Antriebsleistungen eine geringere Rolle. Im Gelände hingegen kann der Rollwiderstand trotz richtiger Reifenwahl einen enormen Anteil ausmachen. Auszüge aus den Messungen von Peter Nilges schaffen eine Vorstellung über die Verhältnisse und Größenordnungen.

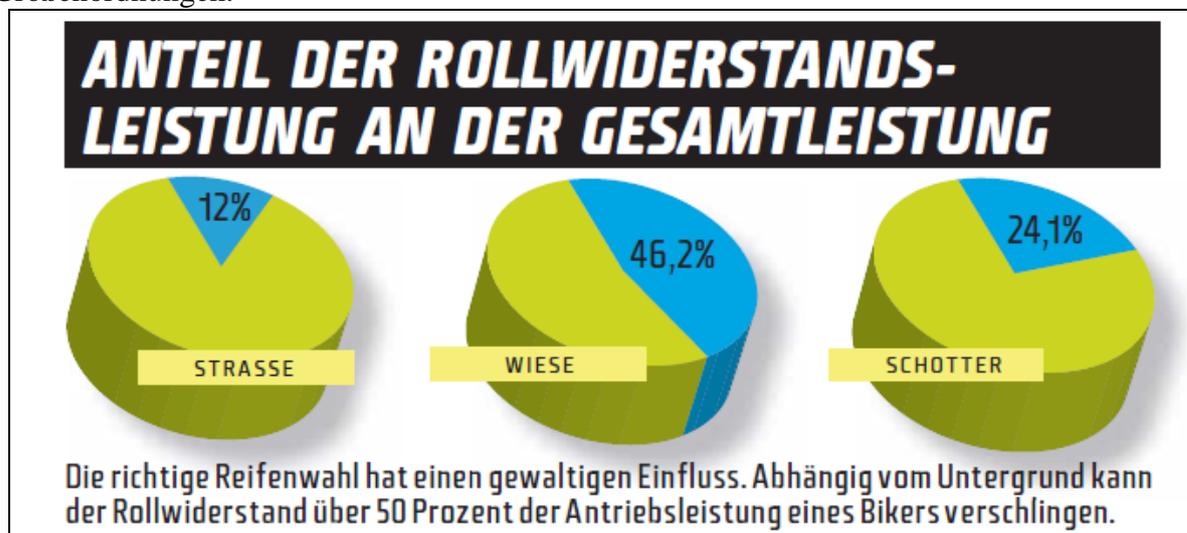


Abbildung 39: Anteil des Rollwiderstands von der Gesamtleistung<sup>95</sup>

<sup>92</sup> Streng genommen müsste die Kraft bei Steigungen zu  $\vec{F}_{Roll} = \cos \alpha \cdot \mu_R \cdot F_G$  modifiziert werden. Doch selbst bei steilen 10 % wären das nur 1,5 % Änderung der ohnehin kleinen Rollreibungskraft.

<sup>93</sup> STOFFREGEN: S. 11

(Betrachtet man  $\mu_R$  bzw. Die Rollreibungskraft bis in detaillierte Feinstrukturen, so hängen diese auch leicht von der Geschwindigkeit ab, dies ist jedoch vernachlässigbar.)

<sup>94</sup> Gilt nur für festen Untergrund wie Asphalt und nicht für weichen Untergrund wie Waldboden etc.

<sup>95</sup> <http://content.delius-klasing.de/interfaces/payment/?id=3961> (letzter Aufruf: 03.01.2012). Die Anteile der Leistungswerte stellen ein Mittel bei verschiedenen Geschwindigkeiten unter sehr sportlicher Fahrweise (hoher Antriebsleistung!) dar.

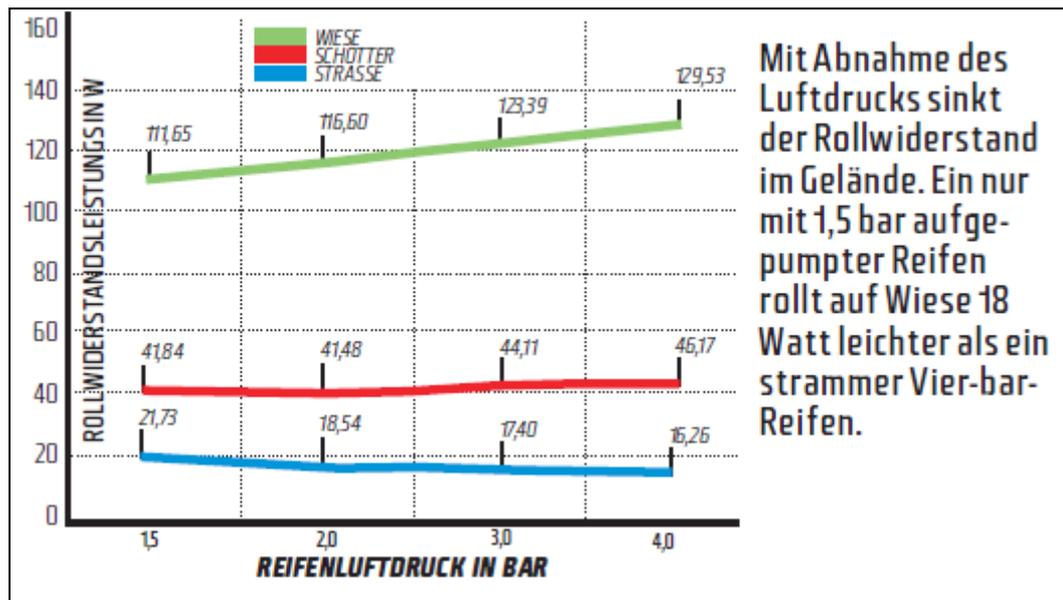


Abbildung 40: Abhängigkeit des Rollwiderstands vom Reifendruck<sup>96</sup>

Diese Abbildungen zeigen sehr schön den theoretischen Erwartungen entsprechend, dass der Rollwiderstand je nach Untergrund mit steigendem Reifendruck zu- oder abnehmen kann. Darüber hinaus wird auch aufgezeigt, welche enorme Verlustleistung beim Fahren auf Wiese durch die Rollreibung zum Tragen kommt. Doch jeder der schon mal versucht hat, auf Wiese 25 – 30 km/h zu fahren, der wird die Erfahrung gemacht haben, dass dies deutlich schwerer als auf der Straße oder gar nicht möglich ist. Wie gering der Rollwiderstand mit hohem Luftdruck auf gutem Straßenbelag in Relation zur eigentlichen Gesamtleistung beim Radfahren ist, beweist auch der Rekord des Niederländer Fred Rempelberg. Dieser fuhr mit einem Rad, das eine eigens angefertigte hohe Übersetzung besessen hat, im Windschatten eines umgebauten Rennwagens eine Spitzengeschwindigkeit von 268,8 km/h, wobei er nur die Rollreibung, sowie Lager- und Antriebsleistungen zu überwinden hatte.<sup>97</sup> Für eine beispielhafte Betrachtung der Rollreibung auf Asphalt kann für die Konstante  $\mu_R \approx 0,007$  angenommen werden. Bei einem Systemgewicht  $m = 75$  kg folgt daraus in etwa eine konstante Widerstandskraft  $F_R = 5$  N.<sup>98</sup>

### 5.1.1.2 Luftreibung

Für die Bestimmung der Luftreibung ist es notwendig, die aerodynamischen Eigenschaften des entsprechenden Körpers genauer zu betrachten. Hierbei unterscheidet die klassische Literatur zwischen sog. stumpfen und schlanken Körpern.<sup>99</sup> Die Einteilung in beide Klassen ist nicht exakt getrennt. Mit schlanken Körpern werden stromlinienförmig modifizierte Körper, wie die Tragflächen eines Flugzeugs gemeint. Hier stauen sich die Luftmassen nicht vor dem bewegten Objekt, sondern umströmen dieses und verursachen beim Passieren der Oberfläche eine Reibungskraft.<sup>100</sup> Stumpfe Körper haben hingegen eine ungünstigere Stromlinienform und werden nur bedingt von der Luft umströmt. Der Hauptanteil der Luft wird von der Frontfläche des Objekts abgebremst (ruhes Objekt wie ein Haus im Wind)

<sup>96</sup> Quelle: siehe Fußnote 95 bzw. Abbildung 39

<sup>97</sup> [www.fredrompelberg.com/de/html/algemeen/fredrompelberg/rekord.asp](http://www.fredrompelberg.com/de/html/algemeen/fredrompelberg/rekord.asp) (letzter Aufruf 04.01.2013)

<sup>98</sup> GRESSMANN: S. 58 (Wobei hier noch leichte Anteile von Lagerreibung subsummiert werden)

<sup>99</sup> HUCHO: S. 8

<sup>100</sup> Diese Kraft wird verursacht durch den Zähigkeitswiderstand und den induzierten Widerstand.

oder auf die Geschwindigkeit des Körpers Beschleunigt (Lkw, Radfahrer)<sup>101</sup>. Für das System aus Fahrrad und Fahrer gelten nahezu ausschließlich die Gesetzmäßigkeiten für stumpfe Körper, wodurch Effekte - wie sie etwa für Turbinen oder Tragflächen von Bedeutung sind - in weiteren Betrachtungen gänzlich vernachlässigt werden. Im Folgenden wird eine möglichst anschauliche Herleitung für den Strömungswiderstand unter Berücksichtigung von Einflüssen wie Windrichtung und - Geschwindigkeit durchgeführt werden.

### Strömungs- / Druckwiderstand

Der Widerstand, den die Luft auf den Radfahrer ausübt, kann man als einen unelastischen Stoß, durch den die Luft auf die Fahrgeschwindigkeit beschleunigt wird auffassen. Hierbei kommt es demnach zu einer Impulsänderung der Luftmoleküle, wobei

$$\Delta \vec{p} = \Delta m_L \cdot \vec{v}_{rel} \quad (105)$$

für den vektoriellen Impulsübertrag gilt.  $\Delta m_L$  ist hier die Gesamtmasse der beschleunigten Luft und  $\vec{v}_{rel} = \vec{v} - \vec{v}_w$  ist die Relativgeschwindigkeit zwischen dem Radfahrer ( $\vec{v}$ ) und dem Wind ( $\vec{v}_w$ ).

Für die bewirkte Impulsänderung aus Gleichung (105) muss der Radfahrer die Kraft

$$\vec{F}_L = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{\Delta m_L \cdot \vec{v}_{rel}}{\Delta t} \quad (106)$$

aufbringen.

Die Länge  $l$  der bewegten Luftsäule  $\Delta m_L$  beträgt  $l = v_{rel} \cdot \Delta t$ . Wobei zunächst davon ausgegangen wird, dass die verschobene Luftmasse genau auf der Größe der Frontfläche  $A$  des Radfahrers bewegt wurde. Daraus lässt sich nun einfach das Volumen der verschobenen Luft berechnen. Es gilt

$$V_L = v_{rel} \cdot \Delta t \cdot A \quad (107)$$

Mit der Information der Luftdichte  $\rho_L$  kann die Luftmasse

$$\Delta m_L = V_L \cdot \rho_L = v_{rel} \cdot \Delta t \cdot A \cdot \rho_L \quad (108)$$

bestimmt werden. Wird nun Gleichung (108) in (106) eingesetzt, so erhält man für den Luftwiderstand zunächst die Beziehung:

$$\vec{F}_L = A \cdot \rho_L \cdot v_{rel} \cdot \vec{v}_{rel} \quad (109)$$

Allerdings muss noch betrachtet werden, dass bei dem Ergebnis von Gleichung (109) vom energetisch ungünstigsten Fall ausgegangen wurde. Es wird nicht die gesamte frontal anströmende Luft durch das Fahrrad mitgerissen. Ein Teil schlüpft bzw. strömt an den Seiten des Radfahrers vorbei. Dieser Umstand wird durch die Einführung einer effektiven Frontfläche

$$A_{eff} = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot A \quad (110)$$

Beschrieben. Der  $c_w$ -Wert ist hierbei der sog. Strömungswiderstandskoeffizient (dimensionsloser Faktor, der Werte zwischen 0 und 2 annehmen kann)<sup>102</sup>. Substituiert man nun in Gleichung (109) die ursprüngliche durch die effektive Fläche, so erhält man schließlich die Formel für den Luftwiderstand eines Radfahrers, welche schon in 3.1.3 Luftwiderstand beim Bremsen kurz angesprochen wurde.

<sup>101</sup> Dieser Anteil der Luftreibung wird mit Strömungs- oder Druckwiderstand bezeichnet.

<sup>102</sup> Der  $c_w$ -Wert wird häufig als material- bzw. fahrzeugspezifische Konstante angenommen. Dies ist nur bei Windstille richtig. Unter realistischen Bedingungen im Freien hängt der  $c_w$ -Wert allerdings von der Anström- und somit der Windrichtung ab. So gesehen müsste man einen Winkel  $\Theta$  zwischen der Fahrgeschwindigkeit  $\vec{v}$  und der Windgeschwindigkeit  $\vec{v}_{wind}$  einführen. Daraus könnte ein genauer Wert  $c_w(\Theta)$  eingeführt werden.

$$\vec{F}_L = \frac{1}{2} c_w \cdot A \cdot \rho_L \cdot v_{rel} \cdot \vec{v}_{rel} \quad (111)$$

Die Luftreibung steigt demnach quadratisch mit der Fahrgeschwindigkeit, sofern sich der Radfahrer bei windstillen Bedingungen bewegt. Dies lässt schon im Vorfeld vermuten, dass gerade bei hohen Geschwindigkeiten der Luftwiderstand einen enormen Anteil einnimmt. Bildet man nun das Skalarprodukt aus  $\vec{F}_L$  und der Fahrgeschwindigkeit  $\vec{v}$ , kann die benötigte Leistung in Abhängigkeit von Fahrer- und Windgeschwindigkeit bestimmt werden.

$$P_L = \frac{1}{2} c_w \cdot A \cdot \rho_L \cdot v_{rel} \cdot \vec{v}_{rel} \cdot \vec{v} \quad (112)$$

Durch Ausrechnen des Skalarprodukts, unter Einführung eines Winkels  $\Theta$ <sup>103</sup> zwischen den Geschwindigkeitsvektoren, kann die Leistung in vektorfreier Darstellung geschrieben werden.

$$P_L = \frac{1}{2} c_w \cdot A \cdot \rho_L \cdot \sqrt{v^2 + v_w^2 - 2v \cdot v_{wind} \cdot \cos \theta} \cdot (v - v_{wind} \cdot \cos \theta) \cdot v \quad (113)$$

Für Windstille ergibt sich aus Gleichung (113) der einfachere Spezialfall:

$$P_L = \frac{1}{2} c_w \cdot A \cdot \rho_L \cdot v^3 \quad (114)$$

Während die benötigte Leistung zur Überwindung der Rollreibung nur linear gestiegen ist, hängt sie für die Luftreibung mit der dritten Potenz der Fahrgeschwindigkeit zusammen. Das bedeutet, dass die benötigte Leistungsdifferenz, um etwa 40 km/h statt 30 km/h zu fahren deutlich größer ist, als zwischen 20 km/h und 30 km/h, obwohl in beiden Fällen die Geschwindigkeitsdifferenz identisch ist.

### 5.1.1.2.1 Luftdichte

Gemäß Gleichung (111) bzw. (114) hängt die benötigte Kraft / Leistung linear mit der Luftdichte zusammen. Das heißt, dass beispielsweise bei einer 10 % höheren Luftdichte auch im gleichen Maße mehr Leistung benötigt wird um eine gewisse Geschwindigkeit aufrecht zu erhalten. Die Luftdichte wird maßgeblich durch die Temperatur und die Höhe bestimmt. Wie aus Abbildung 41 leicht ersichtlich ist, nimmt die Luftdichte mit steigender Höhe und Temperatur merklich ab. Dies erklärt auch, wieso man im Winter bei niedrigeren Temperaturen meist deutlich langsamer ist, als im Sommer bei über 25°C. Hinzu kommt, dass im Winter zur Isolation mehr Kleidung getragen wird, wodurch die Frontfläche des Radfahrers vergrößert und eventuell auch noch der  $c_w$ -Wert verschlechtert wird. Betrachtet man den Verlauf in Abbildung 41, so wird schnell klar, dass im Winter gut 10 % mehr Leistung nötig wären, um die gleiche Geschwindigkeit wie im Sommer zu erreichen. Erschwerend kommt bei den meisten wohl hinzu, dass sie im Winter einen schlechteren Trainingszustand aufweisen. Noch stärker als die Temperatur wirkt sich allerdings die Höhe, in der man sich befindet aus. Geht man vereinfacht von konstanten 15° C aus, erhöht sich der Leistungsbedarf auf 0 m über NN um ca. 20 % im Verhältnis zu 1500 m. Dabei gilt es allerdings zu berücksichtigen, dass die Temperatur in höheren Lagen meist niedriger ist und der menschliche Organismus auf Grund des geringeren Sauerstoffgehalts weniger mechanische Leistung vollbringen kann. Der Effekt wirkt sich allerdings sehr stark aus, wenn man lediglich bergab rollt und somit für die Antriebskraft keine Körperleistung erbringen muss. In großer Höhe wie auf Alpenpässen (über 1500 m) kann man hier in der Tat deutlich schneller als auf mittleren Höhen (0 m – 500 m) fahren, sofern es die Kurvenlage erlaubt.

<sup>103</sup>  $\Theta = 0^\circ$  bezeichnet dabei Rückenwind (Wind in Fahrrichtung) und  $\Theta = 180^\circ$  Gegenwind.

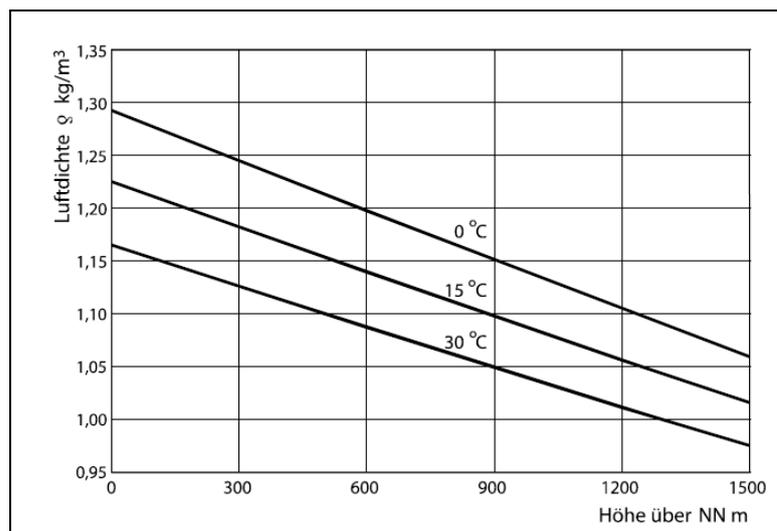


Abbildung 41: Abhängigkeit der Luftdichte von Temperatur und geographischer Höhe<sup>104</sup>

### 5.1.1.2 Windschatten

Bei obigen Betrachtungen wurde bislang stets von einem einzelnen Radfahrer ausgegangen. Allerdings sieht man gerade bei Radrennen meist große Verbände an Radfahrern. Hier kommt es durch Fahren im Windschatten zu einem verminderten Leistungsbedarf bei gleicher Geschwindigkeit. Dies liegt daran, dass der Vorausfahrende einen Großteil der Luftmoleküle bereits in Bewegung gebracht hat und diese auf den Nachfolgenden somit einen geringeren Impuls ausüben. Anders könnte man es auch damit erklären, dass der Luftdruck hinter dem vordersten Fahrer sinkt und der Nachfolger somit weniger Druckwiderstand erfährt. Dass jedoch das Fahren im Windschatten eines anderen die benötigte Leistung senkt, wird kaum jemand überraschen. Gerade bei hohen Geschwindigkeiten kann ein Radfahrer dadurch enorm viel Leistung einsparen. Erstaunlicher ist hingegen, dass auch der Vorausfahrende einen Vorteil genießt, falls der Hintermann dicht folgt. Überraschender Weise verbessert sich der cw-Wert des Radfahrers, falls ein anderer dicht auffährt. Dies lässt sich dadurch erklären, dass die Luftmoleküle, die ihn umströmen nicht komplett hinter ihn abreißen, sondern teilweise auch noch den zweiten Radfahrer stromlinienförmig passieren.<sup>105</sup> Dadurch bilden sich weniger Verwirbelungen hinter Radler 1 was ihn somit etwas aerodynamischer macht. Genauer kann man das Phänomen des Windschattens betrachten, wenn man davon ausgeht, dass ein einzelner Rennfahrer für seine übliche Geschwindigkeit 100 % Leistung benötigt. Von dieser Grundleistung ausgehend, wird nun der prozentuale Restanteil betrachtet. Dies wird vereinfacht mittels folgender Tabelle mit den Messungen von Herrn Neumann dargestellt.

Position des Fahrers	Dreiergruppe	Vierergruppe
	Leistung in %	Leistung in %
Erster	97	94
Zweiter	50	48
Dritter	45	37
Vierter	-	34

Tabelle 15: Luftwiderstand (in %) eines/einer einzelnen Radfahrers/Radfahrerin nach Gruppengröße<sup>106</sup>

<sup>104</sup> HAU: S. 561

<sup>105</sup> NEUMANN: S. 563

<sup>106</sup> NEUMANN: S. 562

Das heißt, bei vier hintereinander fahrenden Radsportlern spart der Vorderste immerhin ca. 6 % Leistung, im Verhältnis zu einer Solofahrt. Gerade bei den Hinteren ist die Ersparnis jedoch enorm.<sup>107</sup>

### 5.1.1.2.3 Einfluss des Windes

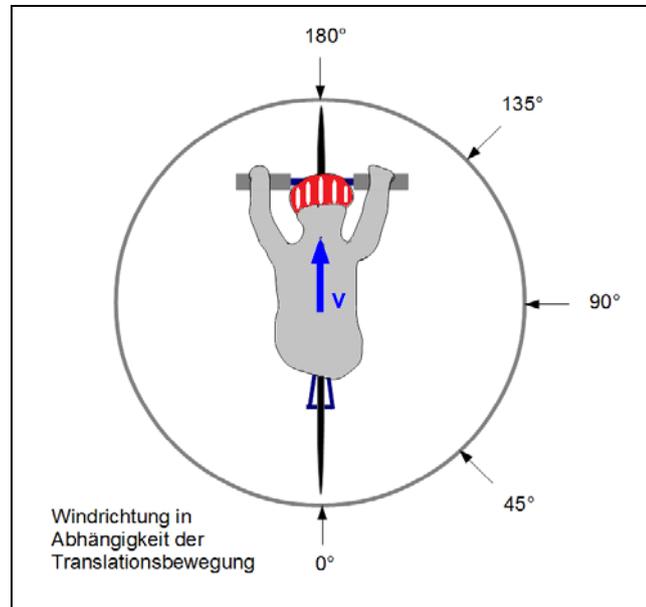


Abbildung 42: Darstellung Windrichtung

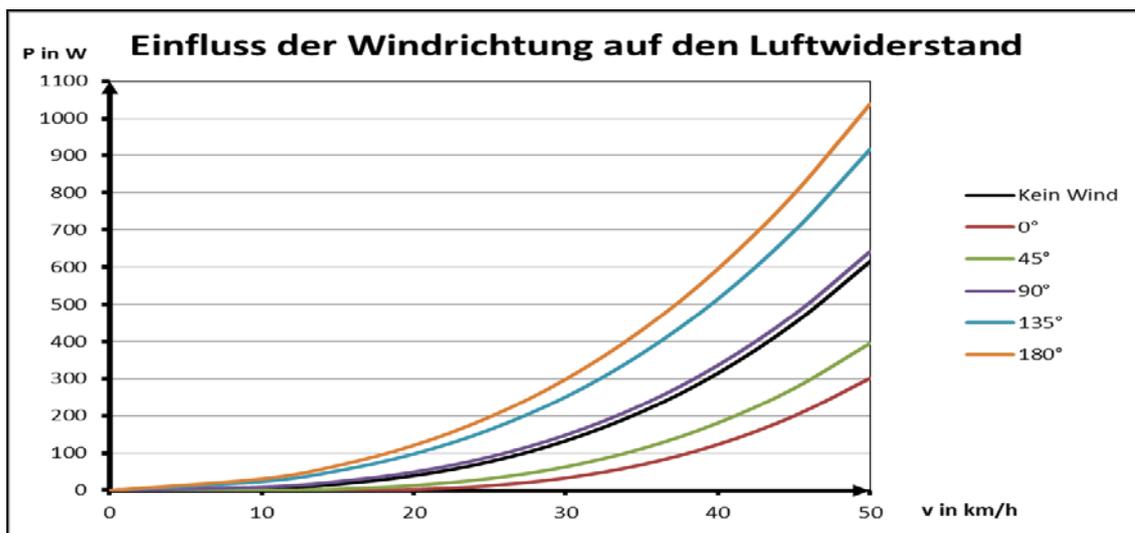
Bei der obigen Betrachtung über die Leistung und Kraft zur Überwindung des Luftwiderstands wurde zwar der Einfluss von Wind mit berücksichtigt, allerdings vermittelt Gleichung (113) keinen guten Eindruck über die Auswirkung. Daher wird der Wind hier kurz mit ein paar Beispielen betrachtet. Bei Windstille hängt die aufzubringende Leistung lediglich von der Fahrgeschwindigkeit  $\vec{v}$  ab. Wind hat allerdings auch bei unverändertem  $\vec{v}$  einen Einfluss auf die Leistung. Dies liegt leicht nachvollziehbar daran, dass durch den Wind die Länge der pro Zeiteinheit wegzuschubenden Luftsäule und somit auch die Kraft als einer der leistungsbestimmenden Faktoren beeinflusst wird. Alternativ kann man gemäß obiger Herleitung auch sagen, dass die Luftmoleküle durch eine Relativgeschwindigkeit gegen den Fahrer einen größeren Impulsübertrag leisten. Zunächst wird Gleichung (113) genauer für direkten Gegenwind ( $\Theta = 180^\circ$ ) betrachtet. Mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  gegen einen bestehenden Wind  $\vec{v}_w$ , bedeutet leistungstechnisch nicht das gleiche, wie bei Windstille mit einer Geschwindigkeit  $\vec{v} + \vec{v}_w$  zu fahren. Bei der Fahrt gegen den Wind ist die aufzubringende Leistung stets kleiner, als mit der Relativgeschwindigkeit unter windstillen Bedingungen zu fahren. Ein kurzes Beispiel soll den Sachverhalt näher erläutern. Angenommen ein Radfahrer fährt gegen einen stärkeren Wind  $v_{\text{Wind}} = 20 \text{ km/h}$  ( $\Theta = 180^\circ$ ) mit einer konstanten Geschwindigkeit  $v = 20 \text{ km/h}$ . Er müsste nach Gleichung (113) zur Überwindung der Luftreibung dauerhaft eine Leistung von  $P_L = 150 \text{ W}$  aufrechterhalten. Würde er allerdings versuchen bei Windstille mit  $v = 40 \text{ km/h}$  zu fahren, so müsste er eine Leistung  $P_L = 296 \text{ W}$

<sup>107</sup> Es gilt zu beachten, dass sich die Verhältnisse auf eine ebene Strecke ohne Wind beziehen. Das ist der Grund, weshalb in Radrennen sog. Angriffe und somit ein Lösen aus der Gruppe meist an steilen Anstiegen getätigt werden. Hier hat der Nachfolgende kaum noch einen Vorteil durch den Windschatten, da dort (wie noch gezeigt wird) die meiste Leistung zur Überwindung der Steigung benötigt wird.

aufbringen, was fast das Doppelte wäre. Anders ausgedrückt könnte man auch beschreiben, dass man bei Windstille mit  $P_L = 150 \text{ W}$  nur ca. 32 km/h statt 40 km/h fahren kann.<sup>108</sup>

Den vorliegenden Sachverhalt, kann man sich auch anhand eines Extrembeispiels klar machen. Ein normal trainierter Mensch schafft es in der Ebene ohne Wind nicht mit  $v = 50 \text{ km/h}$  zu fahren. Allerdings wird er es wohl bei stürmigen Wind  $v_w = 50 \text{ km/h}$  schaffen, wenigstens mit Schrittempo entgegen zu fahren. Dieses Beispiel hat zwar die Verhältnisse bei Wind genau entgegen der Fahrriichtung geklärt, gibt allerdings keine Auskunft über meist realistischere Bedingungen - nämlich Wind, der seitlich angreift ( $0^\circ < \Theta < 180^\circ$ ).

Diese Verhältnisse werden in einem Diagramm dargestellt. Als Betrag wurde eine konstante Windgeschwindigkeit  $v_{\text{Wind}} = 15 \text{ km/h}$  angenommen und unter verschiedenen Windrichtungen aufgetragen.



Graph 11: Einfluss der Windrichtung auf die Leistung  $P_L$  bei  $v_{\text{Wind}} = 15 \text{ km/h}$

Wie Graph 11 sehr schön vermittelt, macht es neben der Windstärke auch einen enormen Unterschied, von welcher Richtung der Wind weht. So bräuchte man für 30 km/h in der Ebene bei Windstille etwa 133 W Antriebsleistung. Bei Rückenwind nur 33 W (24 % der Ursprungsleistung), allerdings bei Gegenwind enorm hohe 299 W (225 % der Ursprungsleistung). Kommt der Wind darüber hinaus genau senkrecht ( $90^\circ$ ), so muss neben kräftezehrenden Gegenlenkungen auch eine höhere Leistung zur Überwindung des Luftwiderstands aufgebracht werden. In diesem Fall wäre es bei 30 km/h eine Leistung von 149 W. Das sind immerhin 12 % mehr als bei Windstille, obwohl der Wind senkrecht zur Bewegungsrichtung weht. Daraus lässt sich ableiten, dass aus Perspektive des Radfahrers häufiger Gegen- als Rückenwind herrscht. Zumal die Kompensation des Gegenwinds deutlich mehr Leistung fordert, als Rückenwind an Ersparnis bringt. Der Einfluss des Windes würde noch stärker ausfallen, wenn man berücksichtigen würde, dass der  $c_w$ -Wert bei seitlichen Anströmwinden höher wird.

Abschließend vermittelt die schwarze Kennlinie bei Windstille nochmals schön, wie stark die benötigte Antriebsleistung bei höheren Geschwindigkeiten expandiert, während bis ca. 20 km/h kein Nennenswerter Anstieg zu beobachten ist.

### 5.1.1.3 Steigungswiderstand

Bisher beschränkten sich alle Betrachtungen auf eine Fahrt in der Ebene. In der Realität müssen jedoch nahezu immer geringe Steigungen überwunden oder Gefälle hinab gefahren

<sup>108</sup> Für das Beispiel wurde für  $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$  (siehe Abbildung 41),  $c_w = 0,80$ ,  $A = 0,45 \text{ m}^2$  (siehe 5.2.1 Versuch  $c_w$ -Wert-Bestimmung) angenommen.

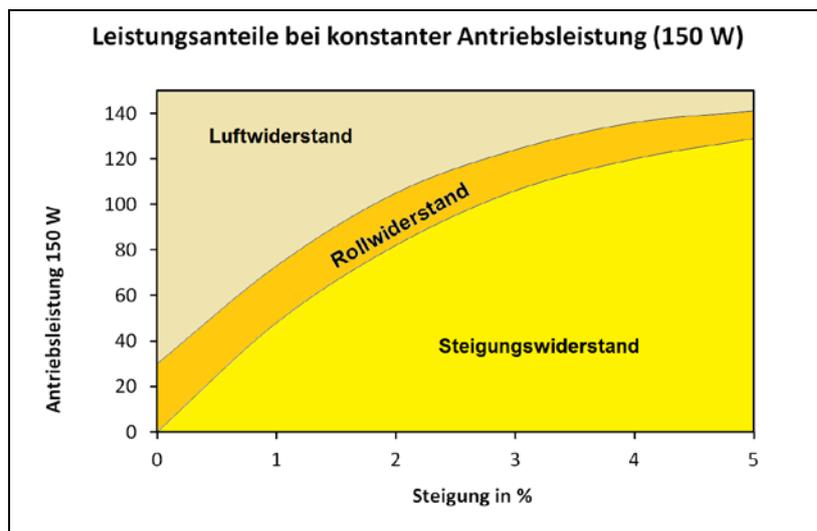
werden. Hier wirkt zusätzlich als tangentialer Kraftanteil zur Antriebsrichtung die Hangabtriebskraft. Die Neigung der Fahrbahn nimmt einen enormen Einfluss auf die Aufteilung der Fahrwiderstände. Der Betrag Hangabtriebskraft  $\vec{F}_H$  berechnet sich bekannter Weise mit der Gleichung:

$$F_H = m \cdot g \cdot \sin \alpha = F_G \cdot \sin \alpha \quad (115)$$

Dabei ist  $\alpha$  der Winkel zwischen der Fahrbahn und der Horizontalen, wie im Kaptiel 3.1.2 Bremsen in der schiefen Ebene schon behandelt (Abbildung 4). Für die Auswirkung auf die Antriebskraft wird festgelegt, dass  $F_H = \pm F_G \cdot \sin \alpha$  (+ bergauf, - bergab) gilt. Hierbei muss für Steigungen vereinfacht angenommen werden, dass diese konstant sind, was in der Regel oftmals nicht der Fall ist. Für die betragsmäßige Auswirkung auf die Antriebsleistung bergauf gilt demnach die Beziehung:

$$P_H = F_G \cdot \sin \alpha \cdot v \quad (116)$$

Wobei  $v$  wie zuvor auch die konstante Antriebsgeschwindigkeit des Fahrers ist. Die Hangabtriebskraft  $\vec{F}_H$  unterscheidet sich dahingehend von der Rollreibung  $\vec{F}_R$  und der Luftreibung  $\vec{F}_L$ , als dass sie keine Energiedissipation bewirkt (Umwandlung in Abwärme an die Umgebung), sondern beim Fahren bergauf potentielle Energie speichert und bergab diese wieder in Form von kinetischer Energie freisetzt. Wie enorm sich der Steigungswiderstand auf den Gesamtwiderstand auswirkt, soll folgender Graph vermitteln. Hier wurde angenommen, dass ein Radfahrer mit 150 W konstanter Antriebsleistung fährt und die Aufteilung der einzelnen Fahrwiderstände gegenüber verschiedenen Steigungen aufgetragen.



Graph 12: Anteil des Steigungswiderstandes bei konstanter Antriebsleistung<sup>109</sup>

Wie aus Graph 12 leicht ersichtlich ist, nimmt der Steigungswiderstand bei zunehmender Steigung einen enormen Anteil der Gesamtleistung ein. Ein Radfahrer, der 150 W auf die Pedale bringt (zügigere Fahrweise), braucht für die Überwindung von 2 % Steigung schon mehr als die Hälfte seiner gesamten Antriebsleistung. Bei einer mittleren Steigung von 5 % fallen der Roll- und Luftwiderstand nahezu nicht mehr ins Gewicht. Wie enorm die Steigleistung bei höheren Geschwindigkeiten ist, kann man sich auch leicht durch Gleichung (116) veranschaulichen. Angenommen ein Radfahrer mit einer Gesamtmasse ( Fahrrad + Fahrer) von  $m = 75 \text{ kg}$  möchte mit 30 km/h eine Steigung von 5 % überwinden. Dann bräuchte er alleine für die Steigung eine Leistung von 312 W. Gemäß obigen Beispiel nach Gleichung (114) sind in der Ebene für den Luftwiderstand bei Windstille und 30 km/h

<sup>109</sup> Für die verwendeten Parameter siehe Fußnote 108

Fahrtempo nur 133 W nötig (das sind nur 42 % der Steigleistung). Schlimmer fällt der Vergleich für Radfahrer mit mehr Gewicht aus, da der Steigungswiderstand linear mit einer Gewichtszunahme ansteigt, während der Luftwiderstand weitestgehend unabhängig von der Masse ist (abgesehen von einer möglichen Volumen- / Frontflächenzunahme durch die höhere Körpermasse).

#### 5.1.1.4 Gesamtwiderstand

Bislang wurden die Fahrwiderstände getrennt betrachtet. Allerdings wirken sie beim Radfahren alle gemeinsam und der Radfahrer spürt nur den Gesamtwiderstand. Daher werden sie nun zusammengefasst dargestellt. Der Gesamtwiderstand wird vereinfacht ohne Einfluss von Wind dargestellt, da die Richtung und Stärke des Windes sich nur auf den Luftwiderstand auswirkt und dies bereits genauer erläutert wurde. Demnach werden die Gleichungen (104), (114) und (116) addiert, um die komplette Widerstandsleistung zu erhalten.

$$P_{Ges} = P_R + P_L + P_H = F_G \cdot v \cdot (\mu_R \pm \sin \alpha) + \frac{1}{2} c_w \cdot A \cdot \rho_L \cdot v^3 \quad (117)$$

Wobei für die Gesamtleistung + sin $\alpha$  bergauf und – sin $\alpha$  bergab gilt.

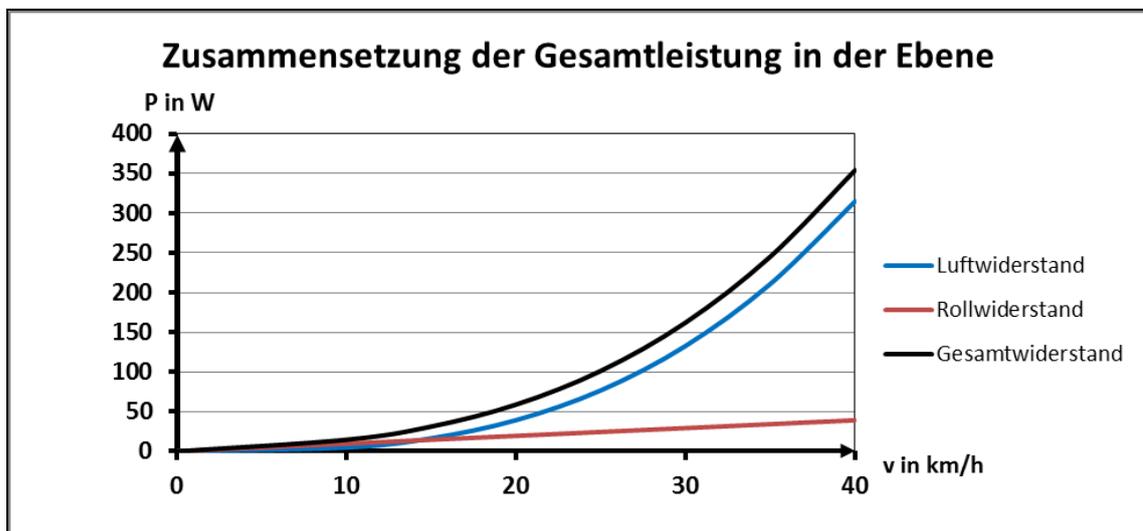
In analoger Weise kann natürlich auch der Betrag der Gesamtkraft, die der Fahrer benötigt angegeben werden.

$$F_{Ges} = F_R + F_L + F_H = F_G \cdot (\mu_R \pm \sin \alpha) + \frac{1}{2} c_w \cdot A \cdot \rho_L \cdot v^2 \quad (118)$$

Die benötigte Gesamtleistung wird nun in Abhängigkeit der Geschwindigkeit einmal in der Ebene, sowie bei 5 % Steigung aufgetragen.<sup>110</sup>

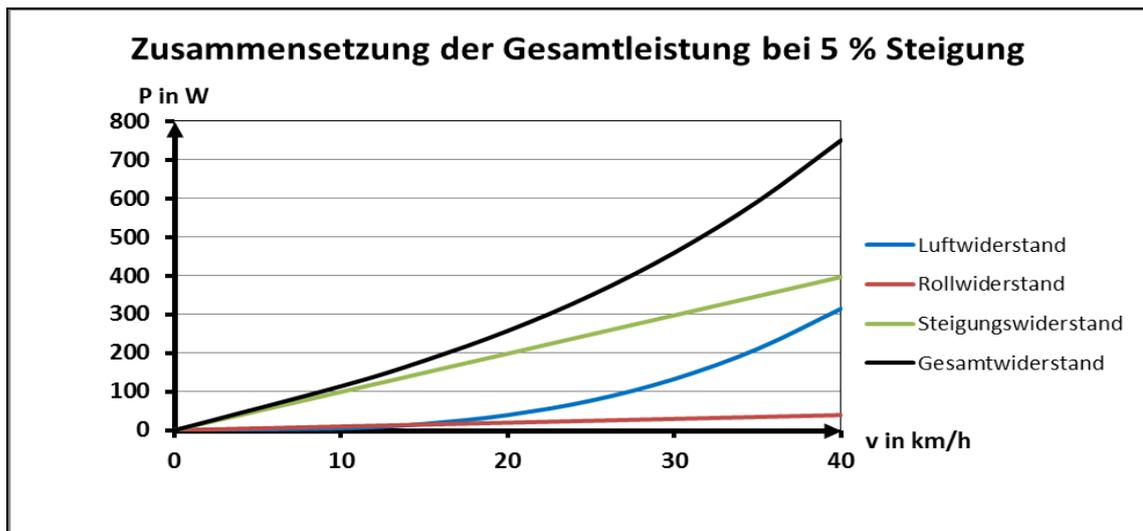
Aus der Leistung ergibt sich darüber hinaus für die mechanische Arbeit über einen Zeitraum  $t$  unter Berücksichtigung einer mittleren Gesamtleistung  $\bar{P}_{Ges}$ :

$$W_{mech} = \bar{P}_{Ges} \cdot t \quad (119)$$



Graph 13: Gesamtleistung in der Ebene

<sup>110</sup> Für die Auftragung wurden folgende Parameter verwendet:  $\rho_L = 1,2 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_w = 0,80$ ,  $A = 0,45 \text{ m}^2$ ,  $\mu_R = 0,005$ ,  $m = 72 \text{ kg}$ .



**Graph 14: Gesamtleistung bei 5 % Steigung**

Aus Graph 13 kann man gut erkennen, dass der Rollwiderstand bis etwa 13 km/h größer als der Luftwiderstand ist, wobei der Luftwiderstand schon bei 20 km/h in etwa doppelt so groß ist. Die Dominanz des Rollwiderstands bei kleineren Durchschnittsgeschwindigkeiten erklärt allerdings, wieso sog. City-Räder keine sportliche, weit vorgebeugte Sitzposition haben. Im Stadtverkehr wird mehr Wert auf eine ergonomische und somit bequeme (meist aufrechte) Sitzposition geachtet, zumal der Luftwiderstand hier nicht so relevant ist, wie bei Rennrädern oder geschwindigkeitsoptimierten Mountainbikes, wo durchschnittlich Geschwindigkeiten über 30 km/h gefahren werden. Dies zeigt allerdings, dass es sehr wohl Sinn macht, dass Stadträder leichtlaufend sind. Das heißt wenig Reibung der rotierenden Teile und einen guten Rollwiderstand besitzen. Graph 14 bezieht eine Steigung von 5 % mit ein und zeigt dadurch nochmal die Dominanz von Steigungen im Verhältnis zu den anderen Fahrwiderständen in allen (selbst schon unrealistischen) Geschwindigkeitsbereichen. Bei einem modernen Fahrrad mit Kettenschaltung beträgt der Widerstand durch Reibungen des Antriebsstrangs in etwa nur 2 % der Gesamtleistung.<sup>111</sup> Da dieser Wert derart gering und darüber hinaus äußerst schwierig analytisch zu beschreiben ist, werden Reibungswiderstände von Lagern, Kette etc. vernachlässigt. Bis hier wurde eine ausführliche Betrachtung der Fahrwiderstände in Form von Leistungs- und Kräftebetrachtungen getätigt. Dabei gab es allerdings keine Berücksichtigung wie die Leistung erbracht wird und wie sie vom Tritt an den Pedalen auf die Straße übertragen wird. Daher wird nun aufgezeigt, wie die Leistung auf das Hinterrad übertragen wird. Darüber hinaus wird ein kurzer Einblick auf den „Antriebsfaktor Mensch“, welcher schließlich die Leistung durch Muskelkraft aufbringen muss, gewährt.

### 5.1.2 Übertragung der Antriebskraft

Die Antriebskraft, um das Fahrrad zu beschleunigen oder auch entgegen der genannten Fahrwiderstände auf konstanter Geschwindigkeit zu halten, wird in mehreren Stufen auf die Straße übertragen. Dabei fungiert das Antriebssystem als Drehmoment- und Kräftewandler. Ein Radfahrer strebt in der Regel eine gleichbleibende Antriebsleistung, bei einer möglichst konstanten Trittfrequenz<sup>112</sup> an. Vereinfacht wird zunächst davon ausgegangen, dass der Radfahrer mit einer konstanten Kraft und Trittfrequenz  $v_{ku}$  senkrecht zum Kurbelarm in die Pedale tritt (jeweils eine Halbe Umdrehung das linke / rechte Bein).

<sup>111</sup> MÜLLER: S. 36

<sup>112</sup> Trittfrequenz bezeichnet die Anzahl von kompletten Kurbelumdrehungen pro Zeiteinheit. Im Radsport ist hier die Angabe in Umdrehungen pro Minute gängig. Übliche sportliche Werte sind  $v_{ku} = 90 / \text{min} = 1,5 / \text{s}$

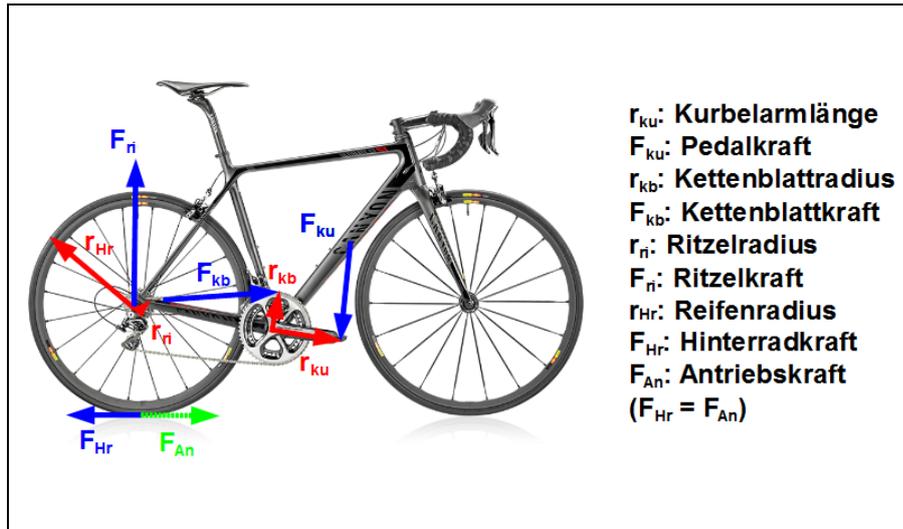


Abbildung 43: Übertragung der Antriebskraft

Demnach gilt für das Drehmoment durch den Fahrer:

$$\vec{M}_{Ku} = \vec{r}_{Ku} \times \vec{F}_{Ku} \quad \text{bzw.} \quad M_{Ku} = r_{Ku} \cdot F_{Ku} \quad (120)$$

Da der Radfahrer eine konstante Trittfrequenz  $v$  besitzt, gilt somit

$$P_{Fahrer} = \vec{M}_{Ku} \cdot \vec{\omega}_{Ku} = (\vec{r}_{Ku} \times \vec{F}_{Ku}) \cdot \vec{\omega}_{Ku} \quad \text{bzw.} \quad P_{Fahrer} = r_{Ku} \cdot F_{Ku} \cdot 2\pi \cdot v_{Ku} \quad (121)$$

mit  $\omega_{Ku} = 2\pi \cdot v_{Ku}$  für seine mechanische Muskelleistung. Da hier von einem verlustfreien Antriebsstrang ausgegangen wird, findet idealisiert keine Dissipation durch Reibung statt und die gesamte Antriebsleistung überträgt sich auf das Hinterrad. Demnach gilt:

$$P_{Fahrer} = P_{Antrieb} = \vec{M}_{Hr} \cdot \vec{\omega}_{Hr} = r_{Hr} \cdot F_{Hr} \cdot 2\pi \cdot v_{Hr} \quad (122)$$

Betrachtet man zunächst nur die Fahrerleistung vorne und Antriebsleistung am Hinterrad ohne Umwandlungsprozesse durch Kette und Zahnkränze, so kommt man durch Gleichsetzen von (121) und (122) zu der Beziehung:

$$F_{Ku} = \frac{F_{Hr} \cdot r_{Hr} \cdot \omega_{Hr}}{r_{Ku} \cdot \omega_{Ku}} \quad \text{bzw.} \quad F_{Hr} = \frac{F_{Ku} \cdot r_{Ku} \cdot \omega_{Ku}}{r_{Hr} \cdot \omega_{Hr}} \quad (123)$$

Das Verhältnis zwischen den Winkelgeschwindigkeiten  $\omega_{Ku} : \omega_{Hr}$  kann relativ leicht über das Verhältnis der Zähne zwischen Kettenblatt  $z_{Ku}$  (vorne) und Ritzel  $z_{ri}$  (hinten) ausgedrückt werden. Hier gilt die einfach nachvollziehbare Bedingung:

$$\frac{\omega_{Ku}}{\omega_{Hr}} = \frac{z_{Hr}}{z_{Ku}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{v_{Ku}}{v_{ri}} = \frac{z_{ri}}{z_{Ku}} \quad (124)$$

Das heißt beispielsweise, wenn das Kettenblatt vorne 44 Zähne hat und das hintere Ritzel über das gerade die Kette läuft, 22 Zähne besitzt, so ist die Frequenz am Hinterrad genau doppelt so groß, wie die Antriebsfrequenz an der Kurbel. Dies hängt damit zusammen, dass das kleine Ritzel bei einer Umdrehung durch die halbe Anzahl der Zähne sich genau doppelt so weit drehen muss, da an beiden Zahnkränzen schließlich die gleiche Anzahl von Zähnen die Kette passieren muss. Setzt man Gleichung (124) in (123) ein, erhält man das Übersetzungsverhältnis der Kräfte in Abhängigkeit der Wahl des eingelegten Gangs. Es folgt

$$F_{Ku} = \frac{F_{Hr} \cdot r_{Hr} \cdot z_{Ku}}{r_{Ku} \cdot z_{ri}} \quad \text{bzw.} \quad F_{Hr} = \frac{F_{Ku} \cdot r_{Ku} \cdot z_{ri}}{r_{Hr} \cdot z_{Ku}} \quad (125)$$

für Zusammenhang der Antriebskraft und des Fahrwiderstands in Abhängigkeit des Zähneverhältnisses. Diese Formel zeigt bei genauerer Betrachtung die Bedeutung der Gangschaltung sehr schön. Angenommen man fährt einen Berg mit einer gewissen

Geschwindigkeit  $v$  hinauf, dann wirkt als Fahrwiderstand die Kraft  $F_{\text{Ges}} = F_{\text{Hr}}$  und die vom Radfahrer aufzubringende Kraft  $F_{\text{Ku}}$  bewegt sich logischer Weise nur in einem gewissen Bereich, da die Kraft des Radlers stark begrenzt ist. Dann sind alle Größen in Gleichung (125) bis auf das Verhältnis der Zähne als invariant zu betrachten. Das heißt die benötigte Pedalkraft kann mittels Gangschaltung (Verhältnis der Zähne wird geändert) angepasst werden, obwohl sich der Fahrwiderstand laufend ändert. Als weiterer interessanter Zusammenhang ist neben dem Kräfteverhältnis auch die Beziehung zwischen Fahrgeschwindigkeit  $v$  und Trittfrequenz  $v_{\text{Ku}}$ . Die Geschwindigkeit lässt sich leicht durch die Anzahl der Hinterradumdrehungen pro Sekunde ausdrücken.

$$v = 2\pi \cdot r_{\text{Hr}} \cdot v_{\text{ri}} = \omega_{\text{Hr}} \cdot r_{\text{Hr}} = r_{\text{Hr}} \cdot \omega_{\text{Ku}} \cdot \frac{z_{\text{Ku}}}{z_{\text{Hr}}} = 2\pi \cdot r_{\text{Hr}} \cdot v_{\text{Ku}} \cdot \frac{z_{\text{Ku}}}{z_{\text{Hr}}} \quad (126)$$

Wobei (124) auf die Winkelgeschwindigkeit des Hinterrades umgeformt und eingesetzt wurde. Geht man beispielsweise von einem üblichen Mountainbike aus, dessen größtes Kettenblatt 44 Zähne vorne und hinten 11 Zähne das kleinste Ritzel besitzt, kann man leicht ermitteln, bis zu welcher Geschwindigkeit bei einem Gefälle der Fahrer noch wirkungsvoll mittreten kann. Üblicher Weise kann ein Radfahrer nicht schneller als  $v_{\text{Ku}} = 2$  /s treten. Mit  $r_{\text{Hr}} = 34,5$  cm folgt daher  $v_{\text{max}} = 64$  km/h. Eine Geschwindigkeit die in der Ebene durch Muskelkraft auf Grund des Leistungsbedarfs ohnehin nicht erreichbar ist, allerdings wird hier beschrieben, dass ein Radfahrer der etwa ein 10 %-Gefälle hinabrollt auf Grund der begrenzten Übersetzung der Gangschaltung auch durch Eigenleistung keine Geschwindigkeitssteigerung mehr erwirken kann.

Bislang wurden ausschließlich die Beziehungen zwischen dem antreibenden Hinterrad und an der Kurbel tretenden Fahrer betrachtet. Abschließend sollen noch kurz auf die Belastungen und Umwandlungen im Antriebsstrang selbst eingegangen werden. Im vorderen Teil des Antriebs, wo durch die Kurbel die Kraft auf die Kette übertragen wird, gilt Drehmomenterhaltung. Der Kurbelarm dient als Einseitiger Hebel, die Kraft des Fahrers vergrößert auf die Kette zu übertragen. Es gilt für die Beträge:

$$M_{\text{Ku}} = r_{\text{Ku}} \cdot F_{\text{Ku}} = M_{\text{Kb}} = r_{\text{Kb}} \cdot F_{\text{Kb}} \quad (127)$$

Da der Kurbelarm stets länger als der Kettenblatradius ist, wirkt auf die Kette stets eine größere Kraft als die Pedalkraft. Da die Kurbel mit Kettenblättern (vorne) und die Kassette mit den Ritzeln (hinten) keine gemeinsame Rotationsachse besitzen, gilt pauschal keine Drehmomenterhaltung mehr<sup>113</sup>. Ab der Übertragung zwischen vorderen und hinteren Zahnrädern wird das Fahrrad also zum Drehmomentwandler. Allerdings gilt nach wie vor die Erhaltung der Antriebsleistung.

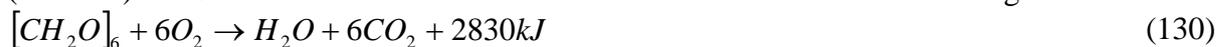
$$P_{\text{Fahrer}} = r_{\text{Ku}} \cdot F_{\text{Ku}} \cdot 2\pi \cdot v_{\text{Ku}} = P_{\text{Ritzel}} = r_{\text{ri}} \cdot F_{\text{ri}} \cdot 2\pi \cdot v_{\text{ri}} \quad (128)$$

Durch Umformung auf  $F_{\text{ri}}$  kann hier beispielsweise auch die Kraft auf das Ritzel ermittelt werden. Durch den Umstand, dass das Ritzel die Kettenkraft auf viel weniger Zähne als das vordere Kettenblatt verteilen kann und die Kurbelkraft oft verstärkt auf das Ritzel übertragen wird, verschleißt dieses meist schneller als das Kettenblatt. Besonders dramatisch ist dies oft bei den kleinen Zahnritzeln, wie dem mit 11 Zähnen beobachtbar. Hier werden enorme Antriebskräfte auf sehr wenige Zähne verteilt, wodurch diese mit der Zeit abgetragen und verbogen werden. Verschlissene Ritzel machen sich für den Fahrer beim Treten mit starker Kraft bemerkbar. Hier gibt es keinen genauen Formschluss der Zähne mit der Kette mehr, wodurch die Kette nicht mehr sauber aufliegt, sondern anfängt aus dem Ritzel zu springen.

<sup>113</sup> Diese würde nur bei gleichen Radien von Ritzel und Kettenblatt bzw. gleicher Zähnezahl gelten.

### 5.1.3 Biomechanische Aspekte

Abgesehen von einer kurzen Erwähnung der begrenzten Kraft und Trittfrequenz des Fahrers, wurde in bislang keiner Betrachtung ein biomechanischer Faktor des Menschen mit einbezogen. Letztendlich muss jedoch der Mensch die erforderte Antriebsleistung durch seine Muskelkraft erzeugen. Die Umwandlung in mechanische Energie funktioniert hier grundlegend anders, als bei den üblichen Antriebsmethoden durch Wärme-Kraft-Maschinen, wo aus der chemischen Energie eines Stoffes der Umweg über thermische Energie (Verbrennung), hin zur mechanischen Energie stattfindet. Die Muskeln eines Menschen sind in der Lage, die chemische Energie der Nahrungsmittel direkt in mechanische Energie umzuwandeln. Die Energieumwandlung findet über die Aufnahme von Sauerstoff statt, welcher sich mit den organischen Substanzen der Nahrungsmittel, vorwiegend zu Kohlenstoffdioxid und Wasser verbindet. Beispielsweise verbindet sich 1 Mol Traubenzucker (Glucose) mit 6 Mol Sauerstoff. Die chemische Reaktion läuft hierbei wie folgt ab:



Die 6 Mol Sauerstoff nehmen ein Volumen von  $22,4 \text{ l} \cdot 6 = 134,4 \text{ l}$  ein. Folglich ist der Energieumsatz von einem Liter Sauerstoff  $(2830 \text{ kJ} / 134,4) \text{ kJ} / \text{l} = 21 \text{ kJ} / \text{l}$ .<sup>114</sup> Dieser spezifische Energieumsatz ist bemerkenswerter Weise nahezu unabhängig von der Nahrungsmittelart.<sup>115</sup> Somit verfügt man durch eine Sauerstoffanalyse der Atemluft über sehr detaillierte Informationen, der vom Körper verrichteten Leistung bzw. aufgenommenen Energie.

Wie Wärme-Kraft-Maschinen, besitzt auch der Organismus einen Wirkungsgrad  $\eta$ , der das Verhältnis zugeführter Energie (durch Nahrung chemische Energie) und letztendlich mechanisch abgegebener Energie (Antriebsenergie am Fahrrad) beschreibt. Dabei muss der Wirkungsgrad allerdings differenziert zu Maschinen betrachtet werden. Bei Maschinen wird der Wirkungsgrad meist als das Verhältnis zwischen abgegebener und zugeführter Energie bzw. Leistung betrachtet ( $\eta_{\text{mech}} = P_{\text{ab}} / P_{\text{zu}} = E_{\text{ab}} / E_{\text{zu}}$ ). Eine Betrachtung dieser Art wäre allerdings für den menschlichen Körper voreilig, da der Körper für die Aufrechterhaltung von lebensnotwendigen Vitalfunktionen stetig Energie benötigt – unabhängig von zusätzlicher Betätigung (Radfahren, Laufen etc.). Diese Dauerleistung wird für gewöhnlich als Grundumsatz  $P_{\text{gu}}$  bzw. die über den Tag benötigte Energie  $E_{\text{gu}}$  bezeichnet. Der Grundumsatz eines Menschen ist primär vom Geschlecht und Alter abhängig. Männer haben einen höheren Grundumsatz als Frauen. Darüber hinaus brauchen junge Menschen auf Grund des höheren Stoffwechsels mehr Energie als ältere.<sup>116</sup> Für eine Betrachtung des mechanischen Wirkungsgrades muss daher der Grundumsatz mit berücksichtigt werden, sodass man nur das Verhältnis zwischen zusätzlicher Körperleistung und mechanischer Ausgangsleistung erhält. Daher ergibt sich der Wirkungsgrad zu:

$$\eta = \frac{P_{\text{ab}}}{P_{\text{zu}} - P_{\text{gu}}} = \frac{E_{\text{ab}}}{E_{\text{zu}} - E_{\text{gu}}} \quad (131)$$

Wie oben schon erwähnt, wird der zugeführte Anteil für wissenschaftliche Untersuchungen sehr präzise über Sauerstoffanalysen ermittelt, wobei der Anteil der mechanischen Ausgangsleistung über technische Gerätschaften gemessen oder wie oben durch hinreichend gute Modelle berechnet wird. Für Unterrichtszwecke sind allerdings Atemanalysen zu aufwändig. Für qualitative Verhältnisse der Körperleistung kann allerdings die Herzfrequenz betrachtet werden. Sieht man von psychisch bedingten Faktoren (Stress, Angst etc.), welche

---

<sup>114</sup> SCHLICHTING: S. 3

<sup>115</sup> ULRICH: S. 22

<sup>116</sup> WEINECK: S. 625

<sup>117</sup>  $P_{\text{ab}}$  bezeichnet dabei die mechanisch abgegebene Leistung (Leistung an den Pedalen beim Fahrrad) und  $P_{\text{zu}}$  die momentane Gesamtleistung des Körpers

die Herzfrequenz beeinflussen ab, ergibt sich ein klarer Zusammenhang zwischen dem Puls und der vom Körper verrichteten Leistung. Versuche haben ergeben, dass die Herzfrequenz bei kontinuierlich dynamischer Leistung (wie z. B. Radfahren), nahezu linear mit der Leistungsaufnahme des Körpers zusammenhängt.<sup>118</sup> Kennt man also den Grundumsatz und die Ausgangsleistung, kann man über den Puls Rückschlüsse auf den Wirkungsgrad des Körpers bei der Bewegung schließen. Dies lässt zumindest auch qualitative Vergleiche zwischen Modifikationen wie Sitzpositionen oder Trittfrequenzen zu, ob der Puls trotz konstanter Antriebsleistung variiert. Der maximale Wirkungsgrad eines Muskels (Armmuskel Bizeps) für die Ausführung mechanischer Leistung beträgt ca. (40 – 50) %, liegt meist jedoch unter diesem Wert. Dies liegt überwiegend an zellulären Erholungsprozessen nach der Belastung, welche mit enormer Abwärme verbunden sind (Erholungswärme).<sup>119</sup>

Hierbei wurde allerdings nur der Wirkungsgrad eines Muskels unter optimalen Bedingungen betrachtet. Erwägt man hingegen eine Analyse des gesamten Wirkungsgrades, wie etwa zur muskelbetriebenen Fortbewegung (Gehen, Laufen, Radfahren, Skaten etc.), ergibt sich ein deutlich niedrigerer Wert. Die Fortbewegung mit dem Fahrrad auf asphaltiertem Untergrund ist die effizienteste Fortbewegungsmethode durch reine Muskelkraft und erreicht unter optimalen Bedingungen maximal 25 %.<sup>120</sup>

Vergleicht man diesen Wirkungsgrad mit dem eines modernen Automobils, so erscheint er doch recht enttäuschend. Vor allem vor dem Hintergrund, dass es sich hierbei um die (momentan) effizienteste Fortbewegung durch Muskelkraft handelt.<sup>121</sup> Moderne Pkw erreichen unter optimalen Bedingungen einen Wirkungsgrad von etwa 38 % (nicht nur der Motorwirkungsgrad, sondern der des gesamten Autos).<sup>122</sup> Doch gerade im Stadtverkehr sinkt der Wirkungsgrad des Autos enorm, was den Nutzen des Fahrrads lukrativer macht. Doch selbst unter der Annahme der Optimalbedingungen lohnt sich ein Vergleich zwischen Auto und Fahrrad. Der Wirkungsgrad des Autos ist zwar physikalisch betrachtet besser, vergleicht man beide Fortbewegungsarten allerdings aus energetischer Perspektive, schneidet das Fahrrad deutlich günstiger als das Auto ab. Für den Vergleich werden die Energiekosten pro Kilometer (kJ/ km) gegenübergestellt. Ein moderner Pkw verbraucht etwa 4 Liter Diesel auf 100 km (0,04 l / km). Unter Berücksichtigung des Heizwerts von Dieselkraftstoff ( $\Theta = 42,5$  MJ/ kg = 35 MJ / l)<sup>123</sup>, ergibt sich als spezifische Energiekosten:

$$E_{\text{spez(Auto)}} = 1,4 \text{ MJ / km} \quad (132)$$

Als Vergleichswert soll ein Radfahrer mit 25 km/h mit einem optimierten Wirkungsgrad von 25 % fahren. Er benötigt für eine Strecke  $s = 1$  km eine Zeit  $t = 2,4$  min, wobei er 400 W leisten muss (100 W Antriebsleistung nach Graph 13). Daraus ergibt sich:

$$E_{\text{spez(Rad)}} = 58 \text{ kJ / km} \quad (133)$$

Demnach liegen die spezifischen Energiekosten des Autos mindestens 24-mal höher, als die des Fahrrads. Dies liegt daran, dass für die Fortbewegung mit dem Pkw die meiste Energie für den Transport des Fahrzeugs selbst benötigt wird. Das Fahrrad hingegen hat nur einen Bruchteil der Masse des Fahrers<sup>124</sup> und schneidet daher in diesem Vergleich deutlich besser ab. Bedenkt man, dass ein Pkw meist für die Beförderung einer einzigen Person verwendet wird, ist ein Umstieg auf das Rad sehr lohnenswert, zumal hierbei keine Emission von CO<sub>2</sub> entsteht. Neben den oben genannten Muskelwirkungsgrad, wäre es interessant zu betrachten, wieso der maximale Wirkungsgrad beim Radfahren lediglich 25 % beträgt und somit deutlich unterhalb des optimalen Muskelwirkungsgrades liegt. Dies wird ersichtlich, wenn man die Kraftübertragung auf das Fahrradpedal genauer betrachtet (siehe Abbildung 44).

<sup>118</sup> LUCZAK: S. 261

<sup>119</sup> SCHMIDT, LANG, HECKMANN: S. 135

<sup>120</sup> NACHTIGALL: S. 288

<sup>121</sup> Gehen, Laufen, Skaten etc. haben einen deutlich schlechteren Wirkungsgrad als 25 %.

<sup>122</sup> SCHREINER: S. 9

<sup>123</sup> HIERSIG: S. 652

<sup>124</sup> Viele sportliche Räder wiegen inzwischen unter 10 kg. Rennräder sogar unter 7 kg.

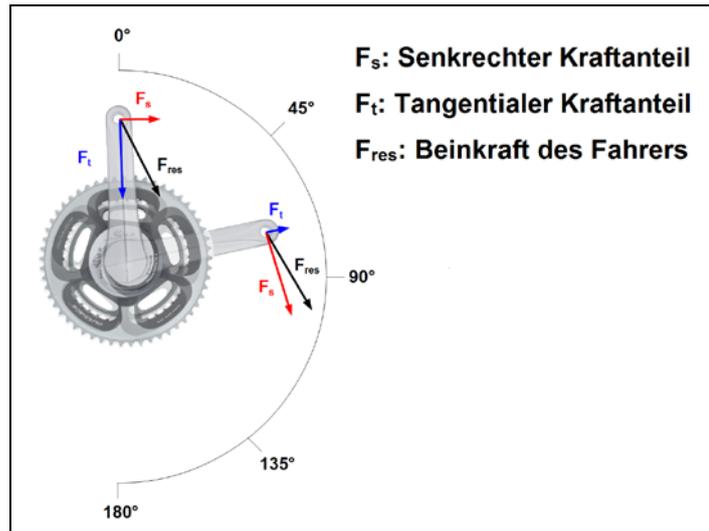


Abbildung 44: Antriebskraft in Abhängigkeit der Kurbeldrehung

Geht man von einer gewöhnlichen Fahrradkurbel mit Pedal aus, so ist leicht ersichtlich, dass ein Bein maximal eine halbe Kurbelumdrehung Antriebskraft übertragen kann. In der anderen Hälfte wird das Bein nur über dem Fahrradpedal hochgezogen, während das andere Bein nun die Antriebskraft überträgt. In der obigen Betrachtung für die Übertragung der Antriebskraft wurde vereinfacht angenommen, dass die Kurbel mit einer konstant senkrecht stehenden Kraft angetrieben wird. Betrachtet man allerdings den biologischen Antriebsmechanismus der Beine genauer, stellt man fest, dass das Drehmoment enorm von der Winkelstellung der Fahrradkurbel abhängt. Die Kurbelarmstellung bei  $0^\circ$  macht diesen Umstand als Extrembeispiel sofort ersichtlich. Der Fahrer kann nur mittels Reibung zwischen Schuh und Pedal eine leichte senkrechte Kraft nach vorne ausüben, um den Kurbelarm weiterzudrehen. Der sonst so starke Muskel des Oberschenkels kann hier überwiegend nur tangentiale Kräfte auf das Pedal geben, diese tragen jedoch nicht zu einer Antriebsleistung bzw. einem wirksamen Drehmoment bei. Besonders wichtig ist für eine effiziente Übertragung der Antriebskraft die Stellung des Hüftgelenks, da dieses von den beiden stärksten Antriebsmuskeln (Gesäß und Oberschenkel) umspannt wird.<sup>125</sup> Diese beiden Muskeln agieren besonders effizient bei Streck-Bewegungen, wie etwa beim Standsprung oder eben auch beim Hinabdrücken des Fahrradpedals. Hier muss, wie allerdings schon erwähnt beachtet werden, dass ein starkes Hinabdrücken nahe dem oberen Umkehrpunkt nahezu kein Drehmoment bewirkt. Hoch ist hingegen die Kraftübertragung im Bereich von  $90^\circ$ . Hier entfaltet sich der Großteil der Antriebskraft senkrecht zum Kurbelarm. Darüber hinaus wird das Antriebsmoment hier durch die Gewichtskraft des herabsenkenden Beins unterstützt.<sup>126</sup> Die gesamten Antriebskräfte müssen über das Knie-, sowie das Sprunggelenk letztendlich auf das Fahrradpedal übertragen werden. Beide Gelenke dienen allerdings überwiegend nur als Weiterleitung der hohen Streckkraft durch Gesäß- und Oberschenkelmuskel. Sehr gut trainierte Fahrer können die Antriebsleistung noch durch die Muskelgruppen am

<sup>125</sup> APPELTAUER: S. 560

<sup>126</sup> Gerade bei der  $90^\circ$ -Stellung braucht man prinzipiell keine Muskelkraft um die Kurbel antriebswirksam weiterzudrehen, da das Bein von alleine bis zur  $180^\circ$ -Stellung weiter fällt.

Unterschenkel, Waden- und Schienbeinmuskulatur steigern.<sup>127</sup> Insgesamt ergibt sich für einen sehr geübten Fahrer eine Verteilung gemäß folgender Abbildung.<sup>128</sup>

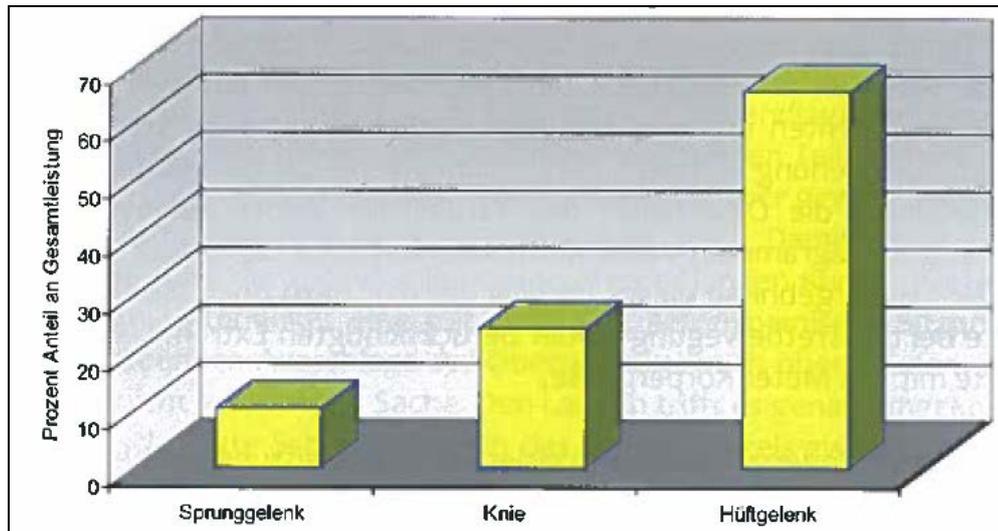


Abbildung 45: Anteil der Gesamtleistung eines geübten Fahrers durch einzelne Gelenke übertragen<sup>129</sup>

Darüber hinaus wurden mithilfe von präzisen Messinstrumenten Leistungsdiagramme in Abhängigkeit des Kurbelwinkels erstellt. Es wurde von einem geübten Fahrer die Leistung bei einer konstanten Fahrt in der Ebene, in Abhängigkeit des Kurbelwinkels aufgetragen.

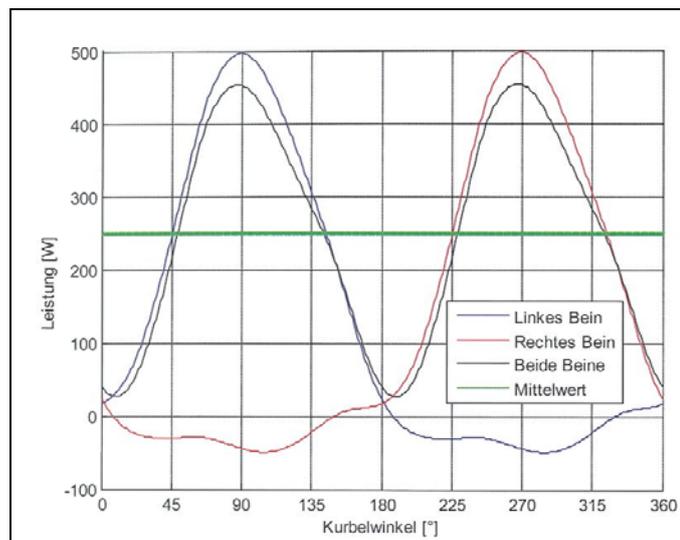


Abbildung 46: Leistung in Abhängigkeit des Kurbelwinkels<sup>130</sup>

Bei genauerer Betrachtung erscheint das Diagramm plausibel. Wie erwartet ist die Antriebsleistung beider Beine in den Umkehrpunkten äußerst gering. Steht die Kurbel hingegen im Bereich der horizontalen Ausrichtung (90° / 270°), ist die gesamte Antriebsleistung am höchsten. Allerdings hemmt das Bein, welches während einer halben

<sup>127</sup> Für den korrekten Einsatz dieser Muskelgruppen werden allerdings Klickpedale benötigt. Diese fixieren den Schuh des Fahrers an der Pedale, wodurch dieser den Kurbelarm auch aktiv nach oben ziehen kann, was bei normalen Pedalen nicht möglich ist.

<sup>128</sup> Bei ungeübten Fahrern ist der Anteil über das Hüftgelenk noch größer, Knie- und Sprunggelenk leisten durch einen untrainierten Zustand noch weniger.

<sup>129</sup> APPELTAUER: S. 561

<sup>130</sup> APPELTAUER: S. 558

Umdrehung keinen antriebswirksamen Beitrag beisteuert, die Leistung sogar. Dies liegt daran, dass der Fuß stets leichten Kontakt mit dem Pedal besitzt und somit vom Antriebsbein mit einer gewissen Kraft angehoben wird. Die mittlere Antriebsleistung pro Kurbelumdrehung entspricht in diesem Fall ca. 250 W. Da bei einer Trittfrequenz von 90 U/min ein Kurbelzyklus lediglich 0,67 s dauert, über den stets im Mittel eine konstante Antriebsleistung übertragen wird, macht sich die enorme Schwankung der Leistung kaum bemerkbar. Durch die Trägheit des Systems stellt sich durch eine gleichmäßige mittlere Antriebsleistung auch eine gleichmäßige Geschwindigkeit ein, ohne dass man merken würde, andauernd beschleunigt und abgebremst zu werden. Diese Leistungsabbildung zeigt darüber hinaus schon ein Fahrrad, das auf den Fahrer sehr gut angepasst wurde, um eine optimierte Leistungsausbeute zu erhalten. Hat man hingegen ein schlecht passendes Fahrrad (Sattel zu niedrig oder zu hoch), kann der Fahrer noch schlechter möglichst viel senkrechte Kraft auf das Pedal geben. Dies führt dazu, dass der Fahrer zwar enorm viel leistet, allerdings wenig wirkungsvoll, weil er die Kurbel stärker tangential belastet. Der biomechanische Wirkungsgrad  $\eta$  hängt also einerseits vom bereits angesprochenen Muskelwirkungsgrad  $\eta_m$ , wie auch vom Wirkungsverhältnis zwischen tangentialer und senkrechter Krafteinwirkung ab. Das Verhältnis der Krafteinwirkung kann auch in einem Pedalwirkungsgrad  $\eta_p$  ausgedrückt werden. Im Radsportbereich spricht man hier auch von dem sog. „runden Tritt“, also möglichst in jeder Kurbelstellung – soweit möglich – die Kraft senkrecht zu übertragen. Für den Gesamtwirkungsgrad folgt somit:

$$\eta = \eta_m \cdot \eta_p \quad (134)$$

Bedenkt man, dass sehr geübte Fahrer ca. 70 % ihrer Antriebskraft während einer Kurbelumdrehung senkrecht übertragen<sup>131</sup> und bezieht den optimalen Wirkungsgrad der Muskulatur von 40 % mit ein, ergibt sich nach dieser Abschätzung ein biomechanischer Wirkungsgrad  $\eta = 28$  %. Unter Berücksichtigung des Umstands, dass die Muskeln während einer kompletten Umdrehung wohl kaum permanent mit optimalen 40 % arbeiten können, erscheint der optimale Literaturwert ( $\eta = 25$  %) für einen abgeschätzten Wert  $\eta = 28$  % sehr plausibel. Ein wichtiger Faktor, auf den allerdings nicht weiter eingegangen werden soll ist die Trittfrequenz, mit welcher der Fahrer die Kurbel antreibt. Die Muskeln können logischer Weise nur in einem gewissen Kontraktionstempo effektiv arbeiten. Tritt man beispielsweise enorm schnell im niedrigsten Gang, so bringt man nahezu keine mechanische Leistung auf die Straße, muss sich allerdings stark anstrengen, um überhaupt die Muskel- und Beinmassen ständig in so schneller Bewegung zu halten. Daher kann der Organismus nur in einem gewissen Trittfrequenzbereich (zwischen 50 – 100 U/min, je nach Trainingszustand) effizient arbeiten.

## **5.2 Versuche : Fahrwiderstände, Antrieb und Biomechanik**

### **5.2.1 Versuch 1 (Bestimmung des $c_w$ -Werts)**

Mit Hilfe des Modells für den Fahrtwiderstand ist es relativ einfach möglich, den  $c_w$ -Wert des Systems aus Radfahrer und Fahrrad zu ermitteln. Dieser kann ohne aufwändige Sensorik an einem längeren, konstanten Gefälle oder auf der Ebene durch ausrollen ermittelt werden. In diesem Fall wurde die Bestimmung anhand einer Fahrt bergab vollzogen, wobei eine allgemeinere Erfassung der Energetik durch Ausrollen im letzten Versuch getätigt wurde.

Die Erfassung des  $c_w$ -Werts basiert auf folgender Vorgehensweise:

Ein Radfahrer lässt sich in gewohnter Sitzposition ein längeres konstantes Gefälle mit mäßiger Neigung (3% - 8% sind ideal) antriebslos hinab rollen. Hierbei wirkt die Hangabtriebskraft beschleunigend, während die Roll- und Luftreibung bremsend entgegen

---

<sup>131</sup> APPELATAUER: S. 556

wirken. Ab einer gewissen Geschwindigkeit herrscht schließlich ein Gleichgewicht der Kräfte und der Radfahrer rollt fortan mit konstantem Tempo, ohne weiter zu beschleunigen. Daher ist es wichtig, dass der Versuch bei wenig Wind vollzogen wird, um größere Beeinflussung durch Windgeschwindigkeit und -Richtung zu vermeiden. Eine Auswertung findet mit Hilfe von Gleichung (118) statt.

Demnach muss gelten:

$$F_H = F_R + F_L \Leftrightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{F_G(\sin \alpha - \mu)}{0,5 \cdot \rho_L \cdot c_w \cdot A}} \Leftrightarrow c_w = \frac{F_G(\sin \alpha - \mu)}{0,5 \cdot \rho_L \cdot v_{\max}^2 \cdot A} \quad (135)$$

Für eine gute Bestimmung des  $c_w$ -Wertes nach diesem Verfahren, ist es somit nötig die Parameter der Gleichung (135) präzise zu ermitteln. Die Gewichtskraft kann recht einfach bestimmt werden, indem der Fahrer mit samt dem Rad gewogen wird. Um keine großen Abweichungen bei der Luftdichte zu haben, sollte zuvor Temperatur und Höhe an der Versuchsstrecke bestimmt werden. Anhand dessen, kann dann mit Hilfe von Abbildung 41, ein ausreichend genauer Wert für die Luftdichte herangezogen werden. Die Endgeschwindigkeit  $v_{\max}$  beim Ausrollen, kann der Fahrer mit Hilfe eines Tachometers während der Fahrt ablesen. Hierbei ist es allerdings wichtig, dass das Gefälle derart lang und gleichmäßig ist, so dass der Fahrer einige Sekunden eine konstante Geschwindigkeit auf dem Tacho angezeigt bekommt, um sicher zu stellen, dass  $v_{\max}$  erreicht wurde. Die Steigung der Strecke kann auf viele verschiedene Arten ermittelt werden. Eine Möglichkeit wäre, aus einer topographischen Karte das Höhenprofil der Straße zu entnehmen. Für einige Straßen gibt es sogar veröffentlichte Höhenprofile, die an den Straßenmeistereien oder Gemeinden einzusehen sind. Alternativ kann die Straße mit einem Höhenmesser eigenständig erfasst werden. Auf dem Fahrradmarkt gibt es inzwischen Höhen- und Steigungsmesser für unter 100 € die bei genauer Kalibrierung die Steigung auf 1 %, sowie die aktuelle Höhe auf wenige Meter genau messen.



Abbildung 47: VDO-Steigungsmesser der Versuche

So kann man entweder leicht die angezeigte Durchschnittssteigung (schwankt meist um 1 %) in den Steigungswinkel  $\alpha$  umrechnen oder alternativ Anfangs- und Endhöhe einer gleichmäßigen Steigung erfassen und in Kombination mit der gemessenen Straßenlänge (durch Fahrradcomputer) die Steigung ausrechnen. Die Frontfläche  $A$  ist mit Hilfe von Computertechnik relativ genau und einfach zu bestimmen. Für eine realistische Erfassung fährt der Radfahrer in gewohnter Fahrposition auf eine direkt vor ihm positionierte Kamera zu, wobei eine Frontalaufnahme gemacht wird. Dabei kann der Radfahrer mit Hilfe von

Programmen wie Photoshop aus dem Hintergrund gerendert und somit als separate Bilddatei erfasst werden (siehe Abbildung 48).



**Abbildung 48: Frontflächen bei Rennrad und Mtb**

Alternativ kann man auch in einfachen Grafikprogrammen wie Paint den Radfahrer recht genau manuell ausschneiden, wobei es nicht auf jede einzelne Feinheit ankommt. Neben der Frontalaufnahme wird noch ein Maßstab für das Foto benötigt. Hier dient das Fahrrad selbst als Vergleichsskala, indem die Lenkerhöhe vermessen wird. Dabei wird einfach der Abstand vom Boden bis zur Oberkante des Lenkers mit einem Metermaß gemessen (siehe Abbildung 49). Nun kann durch das Wissen der Lenkerhöhe in den ausgeschnittenen Fahrpositionen ein Maßstab eingeführt werden, beispielsweise 1100 Pixel entsprechen 950 mm. Nun dividiert man die Länge in mm durch die Pixel auf dieser Länge und erhält somit den Maßstab 0,86 mm/Pixel. Für den Flächenmaßstab muss allerdings der Zahlenwert mit der Längeneinheit quadriert werden. In dem Beispiel würde dies bedeuten 0,74 mm<sup>2</sup>/Pixel. Diesen Wert multipliziert man nun mit der gesamten Pixelanzahl des ausgeschnittenen Bildes und erhält die Fläche in mm<sup>2</sup>. Um eine bequemere Einheit zu erhalten, sollte vorzugsweise durch 10<sup>6</sup> dividiert werden, um die Fläche in m<sup>2</sup> zu erhalten. Als letzte Größe fehlt noch der Rollwiderstandskoeffizient  $\mu$ . Dieser kann auf Grund des geringen Einfluss der Rollreibung (siehe Graph 13) pauschal mit etwa 0,005 genähert werden.



**Abbildung 49: Höhenmessung von Rennrad und Mountainbike**

In dieser Versuchsdurchführung wurde das Rennrad in Ober- / Unterlenkerposition (Abbildung 48 links / Mitte), sowie ein rennoptimiertes Mountainbike (Abbildung 48 rechts) auf der gleichen Strecke miteinander verglichen. Das Gefälle wurde mit Hilfe eines VDO-Steigungsmessers am Fahrrad auf 7 % ( $\alpha = 4,0^\circ$ ) erfasst, wobei dieser Wert sehr gut mit einer Kontrollmessung durch Anfangs- und Endhöhe übereinstimmt. Die Messung wurde bei 15° C und 300 m über NN durchgeführt. Aus Abbildung 41 folgt daher für  $\rho_L = 1,18 \text{ kg/m}^3$ . Die Messdaten werden nun kompakt mit Ergebnis in einer Tabelle dargestellt.

Fahrrad	m / kg	A Pixel <sup>132</sup>	A / m <sup>2</sup>	$\rho_L$ / (kg/m <sup>3</sup> )	$\alpha$ / °	$\mu$	$v_{\max}$	$c_w$ <sup>133</sup>
Mountainbike	74 kg	668558	0,44	1,18	4	0,005	51 km/h	0,90
Rennrad (Oberlenker)	72 kg	545089	0,43	1,18	4	0,005	52 km/h	0,88
Rennrad (Unterlenker)	72 kg	655374	0,36	1,18	4	0,005	61 km/h	0,77

**Tabelle 16: Bestimmung der  $c_w$ -Werte**

Diskussion der Ergebnisse:

Erwartungsgemäß wurde in der Unterlenkerposition mit dem Rennrad die mit Abstand höchste Endgeschwindigkeit erreicht. Wie die Auswertung jedoch zeigt, ist diese Maximalgeschwindigkeit im Vergleich zur Oberlenkerposition nicht nur mit der kleineren Stirnfläche zu begründen. Mit gleichem  $c_w$ -Wert wie bei der aufrechteren Position wären nämlich nur 57 km/h möglich gewesen. Daher ist ersichtlich, dass der Radfahrer durch seine Körperhaltung stromlinienförmiger geworden ist. Dies ist prinzipiell auch intuitiv zu erwarten, da der Radfahrer in dieser Haltung regelrecht windschnittiger geworden ist.

Dahingehend mag wohl eher überraschend wirken, dass das Mountainbike in üblicher Haltung nahezu keinen nennenswerten Nachteil gegenüber dem Rennrad in oberer Position hat. Da allerdings die Frontflächen nahezu gleich sind und das Mountainbike mit Wettkampfbereifung für trockenen und harten Untergrund ausgerüstet war, ist eine ähnliche Geschwindigkeit erwartungsgemäß. Prinzipiell ist diese Methode natürlich nicht für eine absolute Bestimmung der  $c_w$ -Werte geeignet, sondern dient viel mehr für den Vergleich verschiedener Räder und Positionen untereinander. Alleine der Einfluss des meist leicht wehenden Windes ist schwer erfassbar. Vergleicht man die Messwerte jedoch mit den wenigen gängigen Literaturangaben, so erscheinen sie jedoch recht plausibel mit Abweichungen unter 10 % zu den Vergleichswerten.<sup>134</sup>

In der Schule ist eine Durchführung eher im Rahmen eines Projekts möglich. Dies hängt alleine schon mit dem längeren benötigten Gefälle zusammen, welches in der Regel meist nur auf Landstraßen anzutreffen ist. Sofern man jedoch das Glück hat und in schulnähe ein Radweg mit entsprechenden Parametern zur Verfügung steht, so könnte man sogar im Rahmen einer Unterrichtseinheit den Versuch durchführen und in einer Folgestunde gemeinsam auswerten. Prinzipiell sind auch interessante Variationen der Durchführung möglich. So könnte beispielsweise ein Trekkingrad mit einer Gepäcktasche und etwa 20 kg Zusatzgewicht den Abhang hinabrollen lassen.<sup>135</sup> Daraus könnte die Erkenntnis gewonnen werden, dass das Fahrrad mit Zusatzgewicht schneller den Berg hinabrollt, als ohne. Eine Tatsache die den einfachen Betrachtungen der schiefen Ebene ohne Reibung widerspricht.

<sup>132</sup> Die Pixelanzahl der kleineren Fläche (Rr Unterlenker) ist größer, weil die Frontaufnahme aus einer geringeren Entfernung gemacht wurde. Für die Maßstäbe gilt: Mtb: 0,66 mm<sup>2</sup>/ Pixel; Oberlenker: 0,81 mm<sup>2</sup>/ Pixel; Unterlenker: 0,55 mm<sup>2</sup>/ Pixel

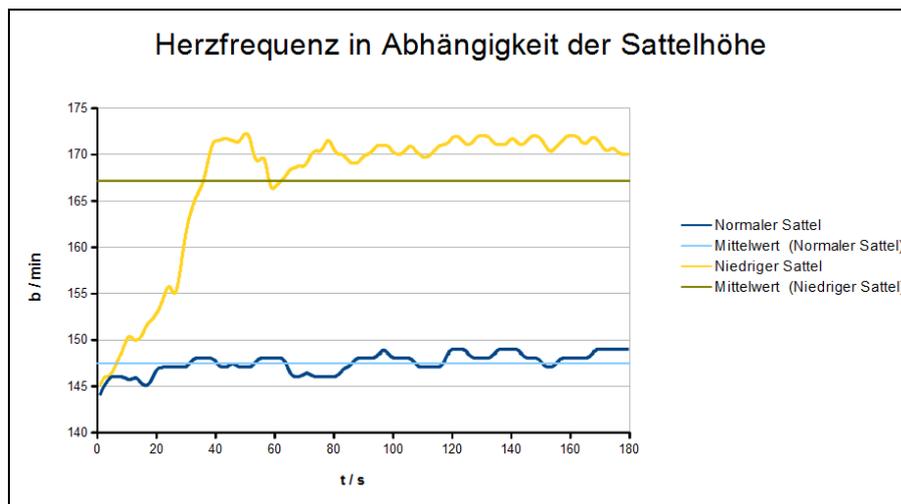
<sup>133</sup> Ermittelt nach Gleichung (135)

<sup>134</sup> MEHLITZ: S. 36

<sup>135</sup> Sofern dies die Belastungsspezifikation des Rads nicht überschreitet.

## 5.2.2 Versuch 2 (Biomechanischer Wirkungsgradvergleich)

In diesem Versuch soll die Abhängigkeit des biomechanischen Wirkungsgrades von der Fahrposition bzw. der Beinstellung überprüft werden. Da eine genaue Analyse über den Sauerstoffgehalt der Atemluft nicht so einfach möglich ist, können nur Vergleichswerte gewonnen werden. Für den Versuch wird ein Fahrrad mit leicht verstellbarer Sattelstütze, sowie ein Pulsmessgerät (vorzugsweise mit Aufzeichnungsfunktion) und ein Tachometer benötigt. Zu Beginn des Versuchs wärmt sich der Testfahrer etwas auf, um etwa auf eine Herzfrequenz von 140 bis 150 Schlägen pro Minute zu kommen. Daraufhin steigt er auf das Versuchsrad um ca. 3 Minuten in der Ebene eine möglichst gleichmäßige Geschwindigkeit zu fahren, wobei Anfangspuls durch die Aufwärmung weitgehend konstant gehalten werden soll. Nach der kurzen Fahrt werden die Durchschnittsgeschwindigkeit, sowie der Durchschnittspuls als Parameter festgehalten. Nach der Durchführung bekommt der Testfahrer eine kurze Pause, um den Herzschlag wieder zu senken, woraufhin er sich erneut in den anfänglichen Pulsbereich der vorherigen Messung aufwärmt. Diesmal wird allerdings der Sattel des gleichen Fahrrads viel zu niedrig eingestellt, wodurch der Radfahrer nicht mehr ergonomisch treten kann. Der Radfahrer muss nun erneut versuchen auf der gleichen Strecke die gleiche Durchschnittsgeschwindigkeit wie bei korrekter Sattelstellung zu fahren.<sup>136</sup>



Graph 15: Herzfrequenz in Abhängigkeit der Sattelhöhe ( $v = \text{konst.}$ )

Das System müsste für die gleiche Geschwindigkeit nahezu die gleiche Ausgangsleistung wie zuvor benötigen, da sich am Rollwiderstand, Gesamtmasse und Luftwiderstand keine Änderung ergeben hat.<sup>137</sup> Wie zuvor unter 5.1.3 biomechanische Aspekte allerdings beschrieben wurde, hängt die Eingangsleistung des Körpers mit der Herzfrequenz zusammen. Da die Herzfrequenz für die gleiche Ausgangsleistung wie zuvor wesentlich höher ist, kann man darauf schließen, dass der Körper wesentlich mehr leisten muss. Der Radfahrer hatte in diesem Versuch bei korrekter Fahrerhaltung einen Durchschnittspuls von 147 Schlägen pro Minute und ist damit eine durchschnittliche Geschwindigkeit  $v = 29$  km/h gefahren. Bei der zweiten Durchführung lag bei gleicher Geschwindigkeit der Durchschnittspuls bei 167 b/min. Dies bedeutet, dass der Körper viel mehr leisten musste, ohne dass sich dies in einer Steigerung der Geschwindigkeit bemerkbar gemacht hat. Da für die meisten Schüler der Zusammenhang zwischen körperlicher Leistung und Puls intuitiv klar ist, kann mit Hilfe dieser einfachen Versuchsdurchführung aufgezeigt werden, dass der Körper für das Leisten von mechanischer Arbeit einen Wirkungsgrad  $\eta$  besitzt und dieser von Faktoren wie

<sup>136</sup> Darüber hinaus sollte natürlich auch der eingelegte Gang am Fahrrad gleich bleiben um den Einflussfaktor der Trittfrequenz auszublenden.

<sup>137</sup> Der Luftwiderstand könnte sich minimal durch die leichte Variation der Fahrerposition ändern.

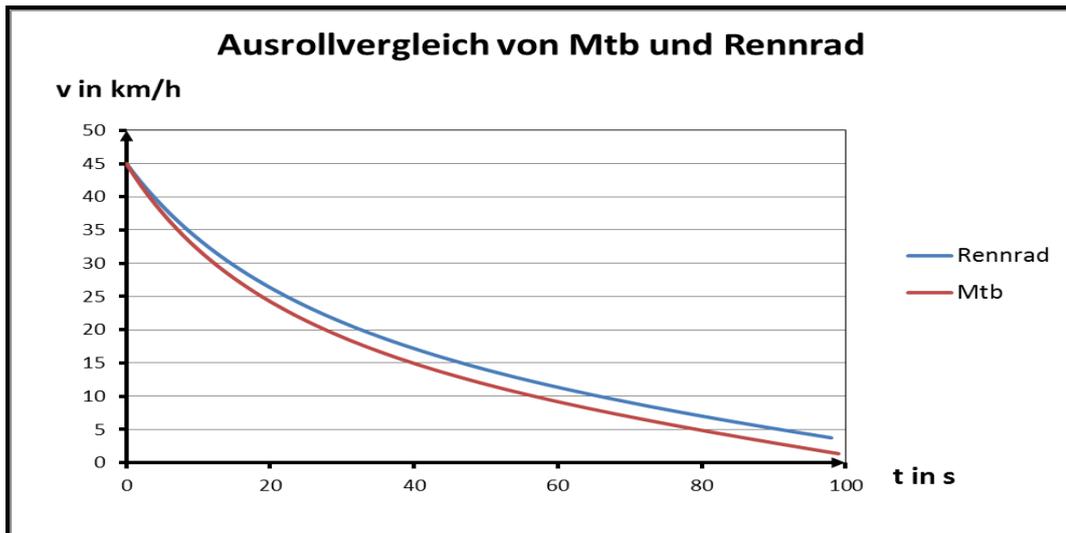
Sitzhaltung und Muskel - / Gelenkstellung abhängig ist. An dieser Stelle ist es natürlich sehr sinnvoll darauf einzugehen, dass der Radfahrer durch die tiefe Sitzposition wesentlich schwieriger senkrechte Kräfte auf die Kurbel einleiten kann.

Als Variation könnte man auch bei der zweiten Fahrt den gleichen Durchschnittspuls anstreben und die damit verbundene Verminderung der Durchschnittsgeschwindigkeit analysieren. Da es bei diesem Versuch nicht um die genaue quantitative Datenanalyse ankommt, kann prinzipiell darauf verzichtet werden ein Puls- oder gar Geschwindigkeitsdiagramm aufzunehmen und exakte Mittelwerte zu bilden. Die eigentliche Intention ist auch durch eine weniger genaue Aufnahme deutlich ersichtlich. Hierfür genügen Aussagen, wie dass der Puls um die 170 bzw. 150 Schläge pro Minute gelegen hat und die Geschwindigkeit in etwa bei 29 km/h gehalten wurde. Als weitere Variante wäre es denkbar die Sitzposition nicht zu verändern und dafür in einem sehr ungünstigen Gang (viel zu niedrig oder zu hoch) die gleiche Durchschnittsgeschwindigkeit zu fahren. Auch hier wird der Puls deutlich erhöht sein.

### **5.2.3 Versuch 3 (Leistungsbestimmung durch Ausrollen)**

In den meisten kinematischen bzw. dynamischen Betrachtungen im schulischen Rahmen ist der Übertrag von Energie bzw. Kraft auf ein bewegtes Objekt auch immer mit einer Änderung der Geschwindigkeit verbunden. Dies liegt daran, dass sehr häufig Reibungseinflüsse komplett vernachlässigt werden. Beim Fahrrad ist hingegen zur Aufrechterhaltung einer konstanten Geschwindigkeit auch ein konstanter Energieübertrag nötig. Durch die in 5.1.1 behandelten Fahrtwiderstände wird die kinetische Energie dauerhaft in Wärmeenergie (durch Reibung) umgewandelt. Diese permanente Dissipation muss fortwährend durch einen Übertrag an mechanischer Energie durch den Fahrer ausgeglichen werden. Überträgt der Fahrer mehr Energie, so beschleunigt das Fahrrad, überträgt er weniger, wird es langsamer.

Wenn ein Radfahrer also auf eine Geschwindigkeit  $v_0$  beschleunigt und anschließend das Fahrrad in der Ebene ausrollen lässt, wird die kinetische Anfangsenergie zunehmend umgewandelt, bis das Fahrrad schließlich zum Stillstand kommt. Die Energie, die das Fahrrad hierbei an die Umgebung abgibt (verliert) entspricht genau der Energie, die zu einer Aufrechterhaltung einer konstanten Geschwindigkeit nötig wäre. Somit kann man über die Bestimmung der dissipierten Energie die eigentlich benötigte Zufuhrenergie ermitteln. Diese Überlegung bildet die Grundlage für ein sehr einfaches Messverfahren. Für den Versuch wird eine ebene (möglichst keine Steigung) asphaltierte Strecke benötigt. Um eine Problemlose Durchführung zu ermöglichen sollte die Strecke ca. 500 m lang sein, wobei zum Versuchszeitpunkt windstille Bedingungen herrschen sollten. Ein Testfahrer beschleunigt nun das Fahrrad so schnell er kann und lässt es mit der erreichten Geschwindigkeit  $v_0$  auf der Teststrecke ausrollen. Nun muss die Geschwindigkeit in ausreichend kleinen Schritten (maximal 5 km/h-Intervalle) mit zugehöriger Zeit notiert bzw. aufgezeichnet werden. Am einfachsten ist dies, wenn man einen Fahrradcomputer besitzt, der die aktuelle Geschwindigkeit im Sekundenintervall elektronisch speichert und man das  $v(t)$ -Diagramm problemlos am Computer auswerten kann.



Graph 16: v(t)-Diagramm von Mtb und Rennrad beim Ausrollen

Verfügt man nicht über ein Speichergerät, kann man sich im Vorfeld auch eine Liste mit vordefinierten Geschwindigkeiten erstellen (40 km/h; 35 km/h; ... 10 km/h). Nun benötigt der Fahrer eine Stoppuhr, welche sicher am Lenker oder Arm befestigt ist, auf der er die Zeit beim Erreichen der jeweiligen Geschwindigkeit ablesen kann. Diese müsste er dann entweder Helfern am Wegrand zurufen oder auf ein mitgeführtes Aufnahmegerät sprechen. In diesem Fall wurden zwei Versuchsdurchführungen gemacht. Einmal mit dem Mountainbike und das andere Mal mit dem Rennrad in Unterlenkerposition (siehe Abbildung 48). Es wurde ein Fahrradcomputer mit einem Speicherintervall von 1 s benutzt, um die v(t) Daten aufzunehmen. Mit Hilfe dieser Daten wurden zwei Ausgleichskurven in ein v(t)-Diagramm aufgetragen (Graph 16). Aus diesem Graph wurden nun für beide Räder die Zeiten ermittelt, nach denen die Räder jeweils 5 km/h langsamer wurden. Diese Werte werden mit einem Index versehen ( $v_0 = 45$  km/h;  $v_1 = 40$  km/h; usw.) und tabellarisch aufgetragen. Darüber hinaus werden folgende Parameter ermittelt:

$$E_{\text{kin}}(v_i) = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v_i^2$$

$$\Delta E_{\text{kin}}(v_i) = E_{\text{kin}}(v_i) - E_{\text{kin}}(v_{i+1})$$

$$\Delta t_i = t_{i+1} - t_i$$

$$\bar{v}_i = \frac{v_i + v_{i+1}}{2}$$

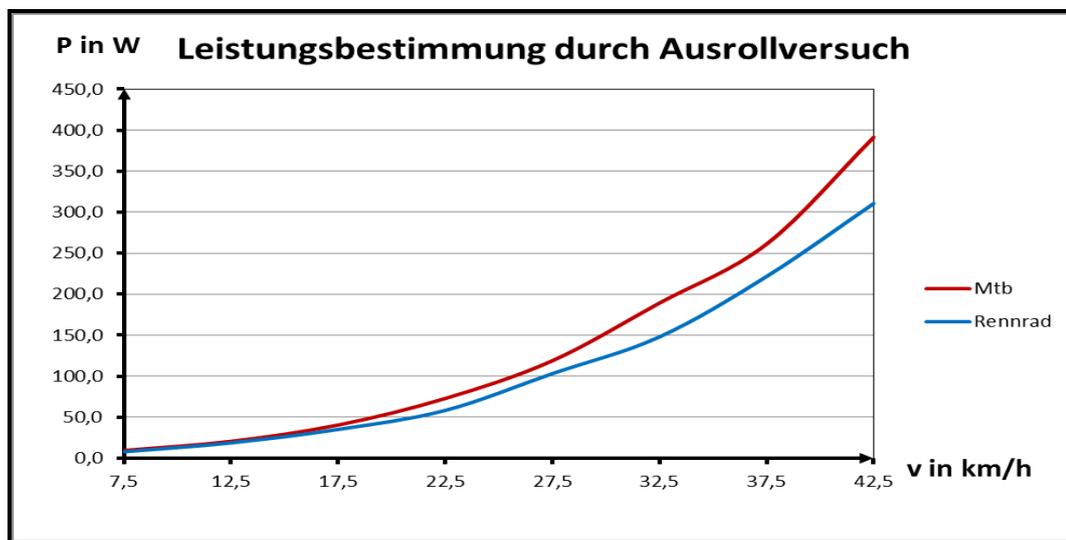
$$\bar{P} = \frac{\Delta E_{\text{kin}}(v_i)}{\Delta t_i}$$

Rennrad						
$v_i$ in km/h	$t_i$ in s	$\Delta t_i$ in s	$E_{\text{kin}}(v_i)$ in J	$\Delta E_{\text{kin}}(v_i)$ in J	$\bar{v}$ in km/h	$\bar{P}$ in W
45,0	0,0	3,8	5625	1181	42,5	310,7
40,0	3,8	4,7	4444	1042	37,5	221,6
35,0	8,5	6,1	3403	903	32,5	148,0
30,0	14,6	7,4	2500	764	27,5	103,2
25,0	22,0	10,7	1736	625	22,5	58,4
20,0	32,7	13,8	1111	486	17,5	35,2
15,0	46,5	18,5	625	347	12,5	18,8
10,0	65,0	26,1	278	208	7,5	8,0
5,0	91,1	-	69	-	-	-

Mountainbike						
$v_i$ in km/h	$t_i$ in s	$\Delta t_i$ in s	$E_{kin}(v_i)$ in J	$\Delta E_{kin}(v_i)$ in J	$\bar{v}$ in km/h	$\bar{P}$ in W
45,0	0,0	3,1	5781	1213	42,5	391,4
40,0	3,1	4,1	4568	1071	37,5	261,1
35,0	7,2	4,9	3497	928	32,5	189,4
30,0	12,1	6,6	2569	785	27,5	119,0
25,0	18,7	8,8	1784	642	22,5	73,0
20,0	27,5	12,3	1142	500	17,5	40,6
15,0	39,8	17,2	642	357	12,5	20,7
10,0	57,0	22,3	285	214	7,5	9,6
5,0	79,3	-	71	-	-	-

Tabelle 17: Daten für Mtb und Rennrad durch den Ausrollversuch

Mit Hilfe dieser Auswertung kann man also die Änderung der kinetischen Energie und die dafür benötigte Zeit ermitteln. Demnach ist es möglich eine mittlere abbremsende Leistung durch die Fahrwiderstände zu bestimmen. Wie besprochen, entspricht diese allerdings genau der Leistung, die durch den Fahrer aufzubringen wäre, um die ursprüngliche Geschwindigkeit und damit verbundene kinetische Energie aufrecht zu erhalten. Da die Geschwindigkeitsintervalle mit nur 5 km/h relativ klein gewählt wurden, kann man dieser mittleren Verlustleistung die zugehörige mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v}$  zuordnen. Näherungsweise ist es demnach möglich, ein  $P(v)$ -Diagramm zu erstellen, indem man annimmt, dass die gemittelten Werte den aktuellen entsprechen.



Graph 17:  $P(v)$ -Diagramm durch Ausrollversuch

Der Graph stellt das erwartete Verhalten sehr gut dar. Wie erwartet, benötigt das Mountainbike durch die schlechtere Aerodynamik gerade bei hohen Geschwindigkeiten wesentlich mehr Leistung als das Rennrad. Bei beiden Messungen ist darüber hinaus die Dominanz des Luftwiderstands durch den annähernd quadratischen Verlauf sehr gut ersichtlich. Legt man darüber für diesen Versuch Gleichung (117) zugrunde, welche die benötigte Gesamtleistung in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt, kann man wie im ersten Versuch den  $c_w$ -Wert bestimmen. Da keine Steigung vorhanden war ergibt sich aus Gleichung (117):

$$c_w = \frac{2 \cdot (P - F_G \cdot v \cdot \mu_R)}{A \cdot \rho_L \cdot v^3} \quad (136)$$

Streng genommen müsste man den  $c_w$ -Wert für die einzelnen Geschwindigkeiten ausrechnen und mitteln. Da es hier allerdings nur um die Größenordnung und einen Vergleich zum ersten Versuch geht, werden lediglich die Werte für die höchste Geschwindigkeit  $v = 42,5$  km/h angegeben. Für die verwendeten Parameter werden die gleichen Daten wie aus Versuch 1 (Tabelle 16) zugrunde gelegt. Daraus ergeben sich als Resultate  $c_w(\text{Mtb}) = 0,94$ , sowie  $c_w(\text{Rennrad}) = 0,80$ . Diese weichen unter 10 % von den Werten des ersten Versuchs ab ( $c_w(\text{Mtb}) = 0,90$  und  $c_w(\text{Rennrad}) = 0,77$ ). Der Versuch lässt sich prinzipiell sehr einfach durchführen und die Auswertung geht mit Hilfe eines Tabellenkalkulationsprogramms auch zügig. Eine enorme Fehlerquelle ist allerdings eine leichte Steigung in der Fahrbahn. Für diesen Versuch musste relativ lang nach einer geeigneten Teststrecke gesucht werden, da sehr viele Straßen leichte Steigungen oder Gefälle besitzen, welche die Messung enorm verfälschen. Des Weiteren herrschen natürlich selten windstille Bedingungen. Da man im Unterricht an gewisse Zeiten und Lokalitäten gebunden ist, hat man dort nicht die Möglichkeit auf optimale Versuchsbedingungen zu warten. Eine Abhilfe kann geschaffen werden, indem jede Messung jeweils zweimal durchgeführt wird und dabei der Ausrollvorgang in beiden Richtungen gemessen wird. Mittelt man die Ergebnisse, können Fehler durch leichte Steigungen oder Windeinflüsse reduziert werden.

Als Erweiterung wäre es darüber hinaus denkbar, die beiden Räder an einer geeigneten Stelle auch in einer Wiese (z. B. Sportplatz) ausrollen zu lassen. Es wäre dort interessant zu beobachten, ob das Mountainbike durch die angepasste Bereifung auf diesem Untergrund einen energetischen Vorteil hätte. Insgesamt lässt sich der Versuch in der Schule gut einsetzen und vermittelt einen guten Eindruck des Luftwiderstands und der Begriffe Energie und Leistung.

## 6 Einordnung in den Lehrplan

Im Folgenden werden die einzelnen Themen in den bayrischen Lehrplan eingeordnet. Hierbei werden die einzelnen Unterpunkte jeweils getrennt zugeordnet. Natürlich sind neben dieser groben Einteilung auch noch weitere Variationen und Anwendungsmöglichkeiten in den verschiedenen Jahrgängen möglich. Die Einteilung soll lediglich Möglichkeiten aufzeigen, wo die entsprechenden Themen Anwendung finden können. Da die theoretischen Betrachtungen sehr umfangreich und ausführlich sind, werden bei einer entsprechenden Zuordnung natürlich nur Auszüge für die Anwendung im schulischen Alltag gemeint. Neben den unten angeführten Verortungen sind alle drei Kapitel auch als sehr gute Grundlage für ein W-Seminar über die Physik des Fahrrads in der Oberstufe denkbar. Als Quelle für die Zuordnungen diene eine gebundene Druckversion des bayrischen Lehrplans für das achtjährige Gymnasium vom Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung München.<sup>138</sup> Da die Gliederung des Lehrplans mit den Zuordnungen eindeutig und leicht verständlich ist, wird in den kommenden Zuordnungen nicht für jeden Einzelabschnitt erneut die Quelle angegeben. Für die Zuordnungen werden die entsprechenden Kapitel chronologisch durchgegangen.

### 6.1 3 Bremsen

#### 3.1 Theoretische Betrachtung

##### 3.1.1 Bremsvorgang in der Ebene und schiefen Ebene (S. 6 / S. 16)

Eine ganz einfache Betrachtung des Bremsvorgangs in der Ebene und der schiefen Ebene kann in der 9. Jahrgangsstufe durchgeführt werden. Hier sieht der Lehrplan die unter „Ph 9.3 Kinematik und Dynamik geradliniger Bewegungen“ die Kräftezerlegung in einfachen Fällen,

<sup>138</sup> <http://www.isb-gym8-lehrplan.de> (letzter Aufruf: 22.03.2012)

insbesondere an der schiefen Ebene vor. Dabei kann allerdings kaum auf die quantitative Betrachtung der Gewichtsverlagerung eingegangen werden. Der Lehrplan sieht hier auch qualitative Deutung von Bewegungsverläufen im Alltag anhand von Zeit-Ort- und Zeit-Geschwindigkeits-Diagrammen vor. Somit könnte man anhand von Bremswegdiagrammen von Vorder- und Hinterradbremse qualitativ die Gewichtsverlagerung klären und die Bremswege und Beschleunigungen diskutieren.

Alternativ wäre eine genauere Betrachtung der Bremsproblematik in der 10. Jahrgangsstufe denkbar. Die Schüler verfügen über das nötige Wissen aus den Vorjahren und lernen im Bereich „Ph 10.2 Die Mechanik Newtons“ die Grundlagen der nötigen Kräfteanalyse. Daher wäre eine genauere Betrachtung mit Berechnungen im Bereich von „Ph 10.4 Profilbereich am NTG“ möglich. Hier sieht der Lehrplan einerseits Physik und Sport (Radsport wäre denkbar), sowie Kräfte in beschleunigten Bezugssystemen (Trägheit auf Fahrrad und Fahrer) vor. Die gesamte Bremsproblematik würde sich für eine Durchführung in diesem Rahmen eignen.

### 3.1.3 Luftwiderstand beim Bremsen (S. 19)

Die Abschätzung des Luftwiderstands beim Bremsen würde auf der Durchführung des Bremsvorgangs in der Ebene aufbauen. Man könnte diese Betrachtung in der 10. Klasse (Ph 10.2 Die Mechanik Newtons) unter der Einführung eines einfachen numerischen Verfahrens zum Lösen der Bewegungsgleichung anwenden. Unter Verwendung der Formel für Luftreibung und einer konstanten Bremskraft kann durch infinitesimale Schritte mit Hilfe von Computerprogrammen ein mittlerer Luftwiderstand abgeschätzt werden. Als Ergänzung der Bremswege würde die Luftwiderstandsbetrachtung beim Bremsen auf der gesamten Theorie des Bremsens in der Ebene / schiefen Ebene aufbauen und kann daher zusätzlich in den Bereich „Ph 10.4 Profilbereich am NTG“ mit eingegliedert werden.

### 3.1.4 Energie und Arbeit beim Bremsen (S. 21)

Erstmalig kann die Energieumwandlung in der 8. Klasse „Ph 8.1 Die Energie als Erhaltungsgröße“ angesprochen werden. Der Unterpunkt „Anwendung des Erhaltungsprinzips bei der quantitativen Beschreibung von Energieumwandlungen“ beschreibt das Szenario der Fahrradbremse sehr gut, wo kinetische in thermische Energie umgewandelt wird. Darüber hinaus können die Schüler einsehen, dass es im Alltag nur selten abgeschlossene Systeme gibt und in die Energiebilanz auch die Abwärme an die Umgebung mit einbezogen werden muss, da sich die Bremsen abkühlen. Anhand der Bremse können auch Begrifflichkeiten der Leistung eingängig gemacht werden. Etwa Zufuhr an thermischer Energie pro Zeitintervall.

Auch der Sonderfall 3.1.4.1, welcher die Hubarbeit beim Bremsen betrachtet, kann hier eingebracht werden. Die Schüler besitzen zwar noch nicht die mathematischen Kenntnisse für eine analytische Problemlösung im Grenzfall, können allerdings die Umwandlung der kinetischen Energie in eine potentielle Energieform erkennen und verstehen.

### 3.1.5 Bremsen in der Kurve (S. 25)

Die Bremsthematik in der Kurve eignet sich für die 10. Jahrgangsstufe. Unter dem Bereich „Ph 10.2 Die Mechanik Newtons“ wird die Zentripetalkraft behandelt. In diesem Fall kann die vektorielle Kräfteaddition von Brems- und Zentripetalkraft betrachtet werden und die Schüler erkennen, dass die gesamte Reibungskraft am Reifen nicht überschritten werden darf. Der Reifen kann also seinen Halt verlieren, obwohl sowohl Brems- wie auch Zentripetalkraft jeweils kleiner als die zulässige Reibungskraft sind, da ihre Summe größer ist.

### 3.1.6 Technische Umsetzung von Bremsen (S. 26)

Die technische Betrachtung der Kraftübertragung von Bremsen kann in der 8. Jahrgangsstufe unter „Ph 8.1 Die Energie als Erhaltungsgröße“ getätigt werden. Dabei sind mehrere Aspekte als interessantes Anwendungsbeispiel vertreten. Primär kann die Bremskraftübertragung als Kraftwandler betrachtet werden. Im Bereich „Ph 8.4 Profilbereich am NTG“ können bei der

Untersuchung von hydraulischen Bremsen zusätzlich Unterpunkte Wie Druck und Hydraulik abgehandelt werden zumal in dieser Jahrgangsstufe ohnehin die Physik des Fahrrads im Lehrplan vorgeschlagen wird.

## **3.2 Versuche: Bremsen**

### 3.2.1 Schwerpunktbestimmung (S. 32)

Die Schwerpunktbestimmung ist für viele Versuche eine grundlegende Voraussetzung, um Einschätzungen für die Versuchsergebnisse zu ermöglichen und auch Vergleiche mit den theoretischen Erwartungen vollziehen zu können. Die Bestimmung des Schwerpunkts wird überwiegend für eine genaue Analyse der Bremsversuche benötigt und ist daher als Versuch in der 10. Klasse (siehe folgende Einteilungen) einzuordnen.

### 3.2.2 Versuch 1 (Gewichtsverlagerung) (S. 33)

Dieser Versuch kann äußerst vielseitig Anwendung finden. Er kann als einfache Veranschaulichung für die bessere Wirksamkeit der Vorderradbremse herangezogen werden. Die Schüler kennen seit der 7. Jahrgangsstufe die Bedeutung der Reibungskraft als Produkt eines Reibungskoeffizienten und einer Normalkraft (Natur und Technik: NT 7.1.2 Kräfte in der Natur und in der Technik). Schon hier kann der Versuch mit einer qualitativen Erklärung der Gewichtsverlagerung den Schülern zeigen, dass das Vorderrad besser bremst, weil die Reibungskraft (bei konstantem Reibungskoeffizienten  $\mu$ ) durch eine höhere Normalkraft stärker ist. Besser ist allerdings eine Durchführung in der 10. Klasse. Unter „Ph 10.2 Die Mechanik Newtons“ lernen die Schüler das Trägheitsgesetz kennen und können mit diesem Versuch zunächst die komplexeren Zusammenhänge der Kräfte beim Bremsen erfahren bzw. veranschaulicht bekommen. Darüber hinaus besagt der Lehrplan unter Ph 10.2: „Jugendlichen lernen, wie sie eine Vielfalt von Bewegungen theoretisch und experimentell untersuchen können. Hierzu werden die Einflüsse auf einen Körper analysiert und die auf ihn wirkende Gesamtkraft sowie die Anfangsbedingungen formuliert.“ Demnach eignet sich dieser Versuch als Einstieg, welche Auswirkung die Bremskraft auf das System durch dessen Trägheit, neben einer Verzögerung noch hat.

### 3.2.3 Versuch 2 (Bremswegbestimmung) (S. 34)

Die Bremswegbestimmung eignet sich in erster Linie für die 9. Jahrgangsstufe. Hier lässt sich dieser Versuch in „Ph 9.3 Kinematik und Dynamik geradliniger Bewegungen“ eingliedern. Insbesondere wird die qualitative Deutung von Bewegungsverläufen im Alltag anhand von Zeit-Ort- und Zeit-Geschwindigkeits-Diagrammen vorgeschlagen. Demnach eignen sich die Bremsversuche sehr gut. Nach der Ansprechzeit der Bremse herrscht für das System weitgehend eine konstante negative Beschleunigung vor. Daher lässt sich der Versuch sehr gut in den Punkt der Bewegungsfunktionen (Zeit-Ort, Zeit-Geschwindigkeit, Zeit-Beschleunigung) für Bewegungen unter konstanter Krafteinwirkung zuordnen. Darüber hinaus sieht der Lehrplan die Ermittlung der Bewegungsfunktionen unter Einbeziehung des Kraftgesetzes vor und schlägt Vergleiche mit experimentell gewonnenen Diagrammen vor. Die Schüler können mit Hilfe einer Messreihe auch die Zusammenhänge zwischen Anfangsgeschwindigkeit und Bremsweg als Einstieg erlernen (Quadratischer Zusammenhang zwischen  $s$  und  $v_0$ ).

Außerdem kann allerdings auf den Vorversuch 3.2.2 in der 10. Jahrgangsstufe (Ph 10.2 Die Mechanik Newtons) aufgebaut werden, um den Schülern die letztendliche Auswirkung der Gewichtsverlagerung experimentell aufzuzeigen und Vergleiche mit theoretischen Erwartungen und Rädern untereinander anstellen zu können.

### 3.2.4 Versuch 3 (Gleitreibung / Haftreibung) (S.40)

Hierbei handelt es sich grundsätzlich um einen sehr einfachen Versuch, der lediglich veranschaulicht, dass Haftreibung stärker als Gleitreibung ist. Da die Schüler hierbei in erster

Linie nur lernen, dass eine verschleißende Schlupfbremmung keinen Vorteil bringt, ist eine Durchführung schon in der 7. Jahrgangsstufe unter „NT 7.1.2 Kräfte in der Natur und in der Technik“ möglich. Es soll gemäß Lehrplan ein Überblick über Kraftarten und ihre Ursachen stattfinden und darunter auch die Reibung betrachtet werden. Alternativ ist auch eine Ergänzung zum Vorversuch 3.2.3 möglich.

### 3.2.5 Versuch 4 (Beschleunigungsmessung) (S. 41)

Dieser Versuch sollte am ehesten in der 10. Jahrgangsstufe durchgeführt werden. Die Schüler können hier mittels Computertechnik oder Videoanalyse arbeiten. Dies ist sowohl unter „Ph 10.2 Die Mechanik Newtons“, wie auch „Ph 10.4 Profilbereich am NTG“ vorgesehen. Des Weiteren soll in der 10. Klasse folgender Unterpunkt als Grundwissen erworben werden: „Sie kennen Denk- und Arbeitsweisen der klassischen und modernen Physik und sind sich des Modellcharakters physikalischer Aussagen und derer Grenzen bewusst.“ Demnach eignet sich dieser Versuch mit Analyse sehr gut, da das Bremsmodell und die Vorstellung der Abbremsung mit gleichbleibender oder zunehmender Kraft an die Grenzen geraten.

## **6.2 4 Kurvenfahrt und Gleichgewicht**

### **4.1 Theoretische Betrachtungen**

#### 4.1.2 Zentripetalkraft (S. 46)

Die Betrachtung der Zentripetalkraft auf das Fahrrad eignet sich für die 10. Jahrgangsstufe. Der Punkt Ph 10.2 Die Mechanik Newtons beinhaltet Kreisbewegungen mit konstanter Winkelgeschwindigkeit. Hier eignet sich die Analyse der konstanten Kreisfahrt mit dem Fahrrad. Hier kann zusätzlich die vektorielle Addition verschiedener Kräfte (Gewichts- und Zentripetalkraft) analysiert werden. Darüber hinaus ist dieses Thema auch für den Profilbereich am NTG Ph 10.4 von Interesse. Hier sollen im Oberpunkt Probleme aus der Dynamik beschleunigten Bezugssysteme behandelt werden. Insbesondere wird dabei die Zentrifugalkraft erwähnt. Die Kurvenfahrt beim Radfahren eignet sich sehr gut um Scheinkräfte im beschleunigten Bezugssystem zu betrachten.

#### 4.1.3 Knickkraft – 4.1.8 Zusammenfassung einzelner Parameter (S. 49 – 64)

Die gesamten Betrachtungen über das Gleichgewicht des Fahrrads (gerade über die Lenkergeometrie) sind recht umfangreich und zusammengehörend. Eine weitere Elementarisierung würde allerdings die wichtigen Mechanismen nicht ausreichend genug betrachten, um ein Verständnis über das Gleichgewicht zu erwerben. Daher ist eine Einordnung dieser Unterpunkte in den Lehrplan weniger sinnvoll und können in einem W-Seminar in der Oberstufe zum Thema „Gleichgewicht beim Radfahren“ eingebracht werden.

### **4.2 Versuche: Gleichgewicht und Kurvenfahrt**

#### 4.2.1 Versuch 1 (Starrer Lenker) (S. 65)

Hier können die Schüler das unabdingbare Zusammenspiel aus Zentripetal- und Gewichtskraft erfahren. Die Zentripetalkraft wird erstmals in der 10. Jahrgangsstufe unter „Ph 10.2 Die Mechanik Newtons“, im Lehrplan erwähnt. Demnach ist eine Durchführung in dieser Klasse sinnvoll, um den Schülern zu zeigen, dass ein Fahrrad nur durch das Abweichen einer linearen Bewegung stabil fahren kann.

#### 4.2.2 Versuch 2 (Nachlauf) und 4.2.3 Versuch 3 (Kreiseffekte) (S. 66/ S. 67)

Diese beiden Versuche sollen eigentlich ein tiefgreifenderes Verständnis der Stabilität beim Radfahren vermitteln. Im Rahmen der normalen Unterrichtseinheiten ist eine derart genaue Betrachtung allerdings kaum möglich. Daher wären sie lediglich in der Oberstufe im Rahmen eines W-Seminars über die Gleichgewichtsproblematik beim Radfahren denkbar.

#### 4.2.4 Versuch 4 (Neigungsmessung) (S. 68)

Der aufwändige und fehlerreiche Versuch mit dem Drehwinkelsensor ist im schulischen Rahmen nicht empfehlenswert. Mittels Videoanalyse ist er in der 10. Jahrgangsstufe unter „Ph 10.2 Die Mechanik Newtons“ möglich und behandelt dort die zur Theorie gehörende Zentripetalkraft. Insbesondere lässt sich die Videoanalyse gemäß Lehrplan sehr gut in die vorgesehene Videoanalyse im Bereich „Ph 10.4 Profilbereich am NTG“ eingliedern. Es können auch Vergleiche mit den theoretisch erwarteten Neigungswinkeln getätigt und mögliche Abweichungen besprochen werden.

#### 4.2.5 Versuch 5 (Kurvenfahrt durch Antippen des Lenkers) (S. 74)

Grundlegend ist der Versuch erstmals in der 10. Jahrgangsstufe sinnvoll. Zeigt man den Schülern zuvor als Grundvoraussetzung, dass der Fahrradlenker stets von selbst in Neigungsrichtung fällt, so wird das notwendige Zusammenspiel aus Gewicht- und Zentripetalkraft deutlich erkennbar. Das Fahrrad kann auf Grund der Fliehkräfte keine Kreisfahrt ohne zugehörige Neigung bestreiten, da es sonst umkippt. Demnach ist eine Eingliederung in „Ph 10.2 Die Mechanik Newtons“ (Kreisbewegung) oder auch in „Ph 10.4 Profilbereich am NTG“ (Kräfte in beschleunigten Bezugssystemen, Zentrifugalkraft) möglich.

### **6.3 5 Fahrwiderstände, Antrieb und Biomechanik**

#### **5.1 Theoretische Betrachtung**

##### 5.1.1 Fahrwiderstände (S. 75)

Als grundlegende (oberflächliche) Betrachtung können die Fahrwiderstände in der 8. Klasse unter „Ph 8.1 Die Energie als Erhaltungsgröße“ angesprochen werden. Ein Abschnitt beschäftigt sich mit der „Arbeit als Maß für die einem System zugeführte oder entzogene mechanische Energie“ und eignet sich sehr gut um den Schülern zu veranschaulichen, dass durch die äußeren Reibungseinflüsse dem System kinetische Energie entzogen wird und man für gleichbleibendes Tempo permanent im gleichen Maße Energie durch die Muskeln beisteuern muss.

##### 5.1.1.1 Rollreibung (S. 75)

Rollreibung beim Fahrrad kann in der 8. Jahrgangsstufe vorzugsweise im Profilbereich „Ph 8.4 Profilbereich am NTG“ und dort in die „Physik des Fahrrads“ eingeordnet werden. Die Schüler verfügen darüber hinaus über das Wissen von Druck in Gasen und können die Rollreibung qualitativ verstehen und Abschätzen. Außerdem sind ergänzend Betrachtungen von Kraft und Leistung zur Überwindung von Rollreibung möglich, wodurch die Begrifflichkeiten Leistung und Kraft genauer getrennt werden können.

##### 5.1.1.2 Luftreibung (S. 79)

In der 10. Jahrgangsstufe kann die Luftreibung eines stufen Körpers angesprochen werden. Da die Luftreibung nicht explizit erwähnt wird, ist eine Behandlung eher im Profilbereich „Ph 10.4 Profilbereich am NTG“ ratsam. Dort wird immerhin unter „Physik und Sport“ der Magnuseffekt erwähnt darüber hinaus sind unter „Flugphysik“ auch Experimente im Windkanal erwähnt. Also ist eine Behandlung des Luftwiderstands grundlegend denkbar.

##### 5.1.1.4 Steigungswiderstand (S. 84)

Die Betrachtung des Steigungswiderstands beim Radfahren kann in der 9. Jahrgangsstufe durchgeführt werden. Hier sieht der Lehrplan unter „Ph 9.3 Kinematik und Dynamik geradliniger Bewegungen“ die Kräftezerlegung in einfachen Fällen, insbesondere an der schiefen Ebene vor.

#### 5.1.1.5 Gesamtwiderstand (S.86)

Der Gesamtwiderstand ist insgesamt recht komplex und beinhaltet viele Parameter. Daher kann er im regulären Lehrplan prinzipiell nur im Profilbereich „Ph 10.4 Profilbereich am NTG“ der 10. Jahrgangsstufe behandelt werden. Insgesamt ist er auch nur als Simulation denkbar, da die Schüler im Abschnitt „Physik am Computer“ mit Modellbildungssystemen umgehen sollen.

#### 5.1.2 Übertragung der Antriebskraft (S. 87)

Die Übertragung der Antriebskraft lässt sich gemäß dem bayrischen Lehrplan in die 8. Jahrgangsstufe einordnen. Unter dem Abschnitt „Ph 8.1 Die Energie als Erhaltungsgröße“ werden die goldene Regel der Mechanik und Kraftwandler erwähnt. Hier würde sich der Antriebsstrang des Fahrrads hervorragend als Anwendungsbeispiel in der Technik eignen. Darüber hinaus wird in „Ph 8.4 Profilbereich am NTG“ im Unterpunkt „Energietechnik“ sogar explizit im Bereich der Kraftmaschinen die Kettenschaltung sowie die Physik des Fahrrads erwähnt.

#### 5.1.3 Biomechanische Aspekte (S. 90)

Die biomechanischen Aspekte können prinzipiell in der 11. Jahrgangsstufe unter der Lehrplanalternative Biophysik durchgesprochen werden. Hier können Aspekte unter dem Punkt „PhBio 11.6 Grundlagen der Biomechanik“ eingeführt werden. Der Lehrplan sieht hier Hebel und Drehmomente, sowie die Struktur und Funktion von Muskeln vor. Darüber hinaus sieht der Lehrplan Betrachtungen zum Springen und Gehen vor. Als Ausblick oder Alternative könnte auch die Kraftübertragung auf das Fahrrad untersucht werden. Dabei können die Schüler mit ihrem bisherigen Grundwissen über die Mechanik ein Verständnis von körperlicher und mechanischer Leistung erwerben.

### **5.2 Versuche: Fahrwiderstände, Antrieb und Biomechanik**

#### 5.2.1 Versuch 1 (Bestimmung des $c_w$ -Werts) (S. 94)

Bei diesem Versuch kann es neben der Bestimmung des  $c_w$ -Werts auch um die Untersuchung der erreichbaren Endgeschwindigkeit gehen. Er eignet sich nur als Aufbau oder Ergänzung, falls der Abschnitt 5.1.1.5 der Gesamtwiderstand ausreichend behandelt wurde und lässt sich somit in der 10. Jahrgangsstufe im Abschnitt „Ph 10.4 Profilbereich am NTG“ verorten.

#### 5.2.2 Versuch 2 (Biomechanischer Wirkungsgradvergleich) (S. 98)

Die Einordnung eines biomechanischen Wirkungsgrads ist im Lehrplan nicht direkt möglich. Da in der „Lehrplanalternative Biophysik“ allerdings unter „PhBio 11.6 Grundlagen der Biomechanik“ die „Struktur und Funktion von Skelettmuskeln“ behandelt werden soll und auch Hebel und Drehmomente behandelt werden, kann dieser Versuch als Ausblick durchgeführt werden. Die Schüler lernen somit, dass der Organismus nur unter gewissen Rahmenbedingungen effizient arbeiten kann.

#### 5.2.3 Versuch 3 (Leistungsbestimmung durch Ausrollen) (S. 99)

Der Einsatz des Ausrollversuchs ist sehr vielseitig. Grundsätzlich kann er schon in der 8. Jahrgangsstufe eingesetzt werden. Durch die Änderungsrate der kinetischen Energie kann der Begriff der Leistung gut von dem der Energie abgegrenzt werden. Die Schüler der 8. Klasse erfahren darüber hinaus schon erste Einblicke in die Wirkungsweise des Luftwiderstands. Er kann auf der groben Betrachtung der Fahrwiderstände aufbauen und lässt sich daher in „Ph 8.1 Die Energie als Erhaltungsgröße“ eingliedern. Die Schüler erhalten darüber einen ersten groben Einblick in die Wirkungsweise des Luftwiderstands.

Man kann den Versuch allerdings auch unter detaillierteren Gesichtspunkten durchführen und als Einführung oder Überprüfung der gesamten Fahrwiderstände (5.1.1.5) durchführen. Demnach wäre er im „Ph 10.4 Profilbereich am NTG“ der 10. Jahrgangsstufe verortet.

## 7 Fazit

Diese Arbeit zeigt, dass die physikalische Betrachtung des Fahrrads als Anwendungsbeispiel im Physikunterricht sehr gut einsetzbar ist. Dabei ist je nach Themengebiet ein Einsatz von der 7. Bis in die 10. Jahrgangsstufe möglich und besonders im natur-wissenschaftlich-technologischen Gymnasium in Bayern empfehlenswert, da die Profildbereiche ausreichend Zeit zum Experimentieren geben. Darüber hinaus werden fächerübergreifenden Auseinandersetzungen zwischen Physik und Sport bzw. Biologie, sowie der Einsatz von Videoanalyse und Computerbearbeitung gefordert. Besonders eignet sich das Thema allerdings für einen umfangreicheren Einblick – wie in dieser Arbeit – allerdings für ein W-Seminar in der Oberstufe. Insgesamt ist die physikalische Betrachtung des Fahrrads sehr abwechslungsreich und bietet viele Möglichkeiten in physikalische Zusammenhänge einzuführen oder diese zu vertiefen. Auf Grund der spärlichen Literatur mit konkreten Beispielen und Vorschlägen für den Unterricht wurde die Physik des Fahrrads in der Schule wohl bislang kaum betrachtet, da es den Lehrkräften sehr viel Aufwand bereitet sich das nötige Wissen mit entsprechenden Elementarisierungen anzueignen. Diese Arbeit kann Lehrkräften ein umfangreiches Hintergrundwissen für Themen im Unterricht ermöglichen und zeigt zahlreiche einfache Modelle, die verwendet werden können auf. Insgesamt kann mit dem Alltagsbezug des Fahrrads und den zahlreichen Resultaten, die für Schüler überraschend wirken mögen, das Interesse am Physikunterricht gesteigert werden. Hier kann das Fahrrad sehr gut vermitteln, dass physikalische Experimente nicht nur im Labor oder Physiksaal Anwendung finden. Vielleicht wird auch im Umkehrschluss der ein oder andere Schüler durch spannende Betrachtungen oder Experimente im schulischen Rahmen für ein privates Interesse am Fahrrad angeregt. Auch dies wäre ein guter Beitrag für die Entwicklung des Kindes, da auch sportliche Betätigung ein wichtiger Bestandteil für ein gesundes Aufwachsen ist.

## 8 Anhang

### 8.1.1 Bremswege aus Versuch 3.2.2

#### Mountainbike:

	Vorderrad				Hinterrad			
$v_o / \frac{km}{h}$	$s_1 / m$	$s_2 / m$	$s_3 / m$	$\bar{s} / m$	$s_1 / m$	$s_2 / m$	$s_3 / m$	$\bar{s} / m$
5,0	0,3	0,5	0,4	0,4	0,5	0,4	0,4	0,4
10,0	1,0	1,0	0,9	1,0	1,2	0,9	1,2	1,1
15,0	1,1	1,3	1,3	1,2	3,6	3,2	3,2	3,3
20,0	2,7	2,8	2,7	2,7	6,0	6,0	5,8	5,9
25,0	4,8	4,4	4,2	4,5	8,7	8,3	8,4	8,4
30,0	5,4	5,8	5,7	5,6	11,9	12,6	12,4	12,3
35,0	8,3	8,6	8,4	8,4	15,6	15,4	15,3	15,4
40,0	11,1	10,6	10,8	10,8	21,6	21,2	21,7	21,5
45,0	13,0	13,2	13,6	13,3	28,1	28,5	26,0	27,5
50,0	17,7	16,9	16,8	17,1	32,7	31,4	31,8	32,0

Tabelle 18: Bremswege Mtb

## Rennrad:

	Vorderrad				Hinterrad			
$v_o / \frac{km}{h}$	$s_1 / m$	$s_2 / m$	$s_3 / m$	$\bar{s} / m$	$s_1 / m$	$s_2 / m$	$s_3 / m$	$\bar{s} / m$
5,0	0,3	0,2	0,3	0,3	0,5	0,4	0,4	0,4
10,0	1,1	1,3	1,1	1,2	1,2	0,9	1,2	1,5
15,0	1,6	1,8	1,7	1,7	3,9	3,5	3,7	3,7
20,0	3,5	3,0	3,3	3,3	6,5	6,5	6,4	6,5
25,0	6,0	5,7	6,1	5,9	8,7	8,3	8,4	9,4
30,0	7,1	7,7	7,3	7,4	13,1	13,6	13,3	13,3
35,0	9,2	9,4	9,8	9,5	18,0	17,7	17,6	17,8
40,0	13,0	12,3	12,6	12,6	24,0	22,8	23,5	23,4
45,0	15,6	16,0	16,2	15,9	29,2	28,6	28,7	28,8
50,0	20,4	20,0	19,7	20,1	36,3	35,2	36,5	36,0

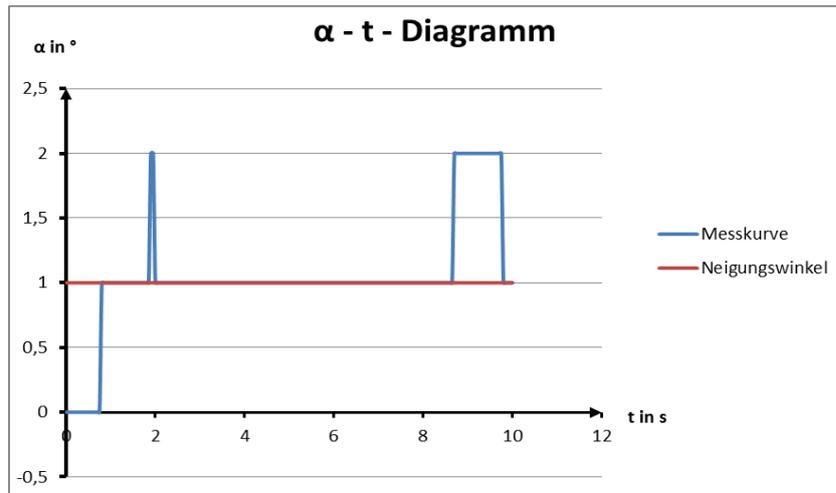
Tabelle 19: Bremswege Rennrad

## Trekking:

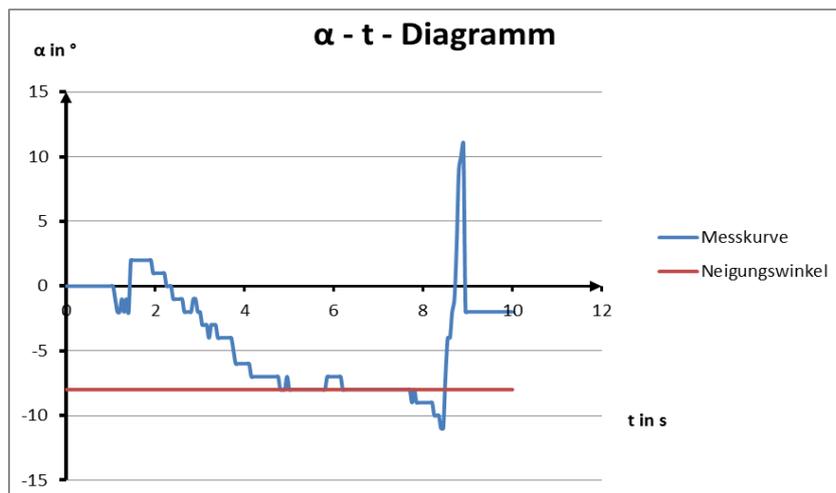
	Vorderrad				Hinterrad			
$v_o / \frac{km}{h}$	$s_1 / m$	$s_2 / m$	$s_3 / m$	$\bar{s} / m$	$s_1 / m$	$s_2 / m$	$s_3 / m$	$\bar{s} / m$
5,0	0,5	0,4	0,4	0,4	0,7	0,6	0,6	0,6
10,0	1,5	1,7	1,6	1,6	2,0	2,4	2,2	2,2
15,0	2,2	2,4	2,2	2,3	3,3	3,6	3,4	3,4
20,0	4,3	3,9	4,1	4,1	6,3	6,3	6,1	6,2
25,0	5,3	5,7	5,4	5,5	10,5	9,7	9,8	10,0
30,0	8,0	8,1	7,7	7,9	13,5	13,2	13,5	13,4
35,0	10,6	11,0	10,8	10,8	19,0	18,3	19,9	19,1
40,0	14,6	14,4	14,9	14,6	23,1	22,8	23,9	23,3
45,0	18,2	17,7	18,6	18,2	29,9	30,7	29,0	29,8

Tabelle 20: Bremswege Trekkingrad

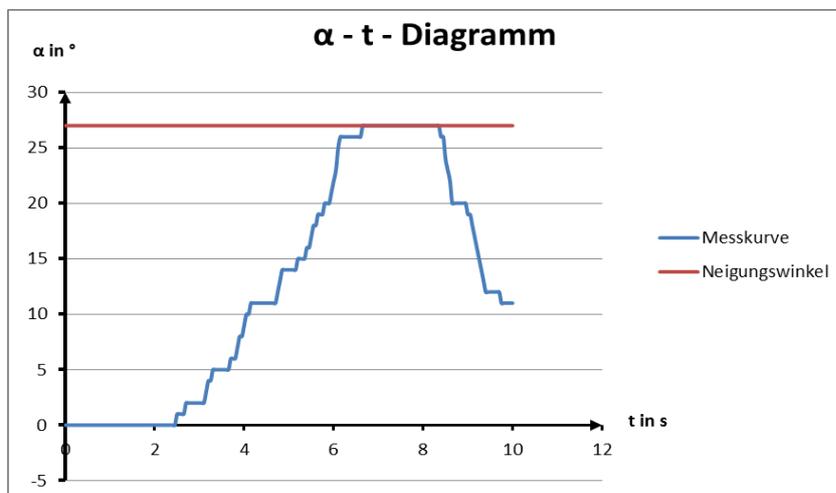
## 8.1.2 Neigungswinkel aus Versuch 4.2.4



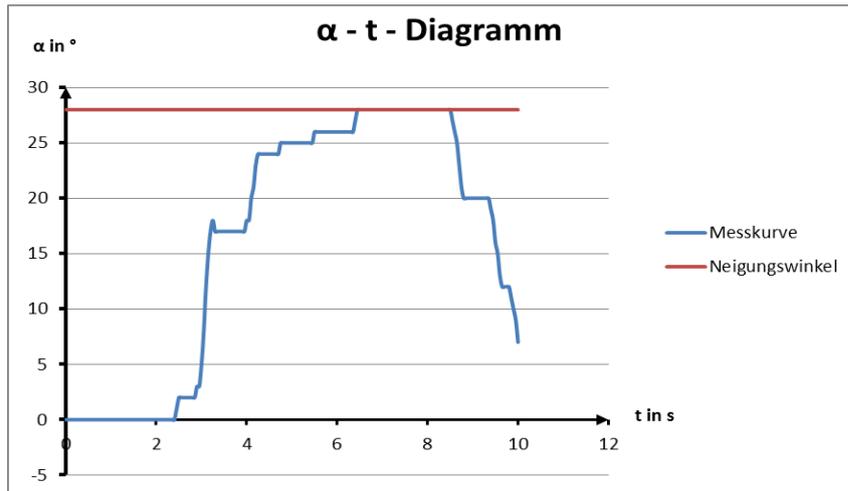
Graph 18:  $r = 15 \text{ m}$ ,  $v = 10 \text{ km/h}$



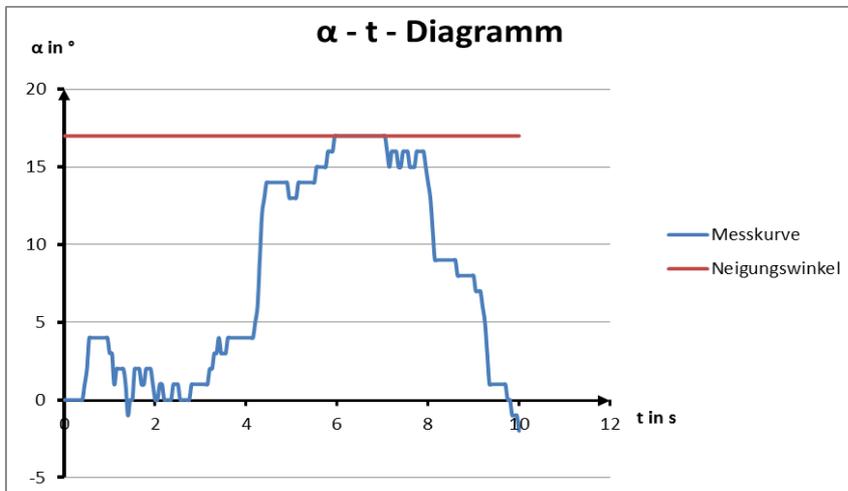
Graph 19:  $r = 15 \text{ m}$ ,  $v = 20 \text{ km/h}$



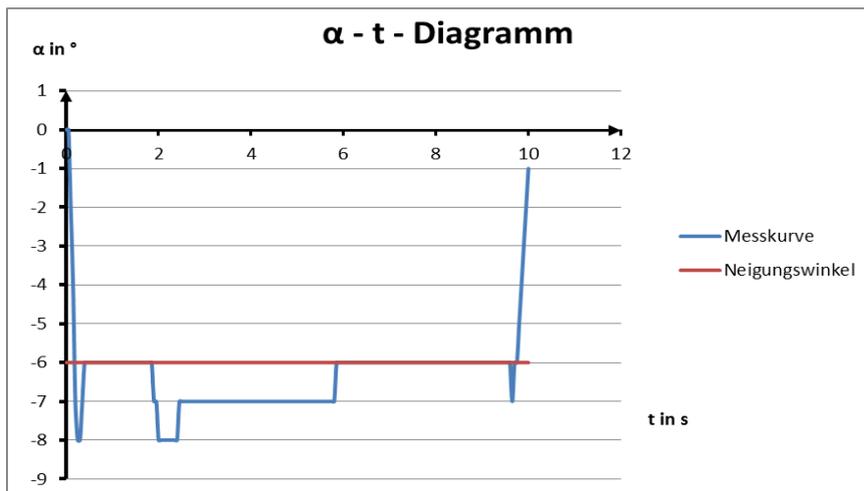
Graph 20:  $r = 15 \text{ m}$ ,  $v = 30 \text{ km/h}$



Graph 21:  $r = 20 \text{ m}$ ,  $v = 40 \text{ km/h}$



Graph 22:  $r = 20 \text{ m}$ ,  $v = 30 \text{ km/h}$



Graph 23:  $v = 30 \text{ km/h}$ ,  $r = 20 \text{ m}$

## 9 Literaturverzeichnis

- APPELTAUER**, Peter (2013): Das Kleingedruckte beim Radfahren, Maxime-Verlag, Köln
- BRAUN**, Jan-Peter (1998): Physikunterricht neu denken, Harri-Deutsch-Verlag, Frankfurt am Main
- CZICHOS**, H & **HENNECKE** (2007), M: Hütte - Das Ingenieurwissen. 33. Auflage, Springer-Verlag, Heidelberg
- DANCKWERTS**, Rainer & **DANKWART**, Vogel (2005): Elementare Analysis, Books on Demand-Verlag, Norderstedt
- GERHART**, Günter & **KARSTEN**, Hubertus (2004): Physik Formeln und Tabellen. 10. Auflage, Handwerk und Technik Verlag, Hamburg
- GERTHSEN**, Christian (2006): Gerthsen Physik. 22. Auflage, Springer-Verlag, Heidelberg
- GORDON**, David & **PAPADOPOULOS**, Wilson Jim (2004): Bicycling Science. 3. Auflage, MIT Press, Cambridge/ Massachusetts
- GRESSMANN**, Michael (2010): Fahrradphysik und Biomechanik. 11. Auflage, Delius Klasing-Verlag, Bielefeld
- HAU**, Erik (2008): Windkraftanlagen – Grundlagen, Technik, Einsatz, Wirtschaftlichkeit, Springer-Verlag, Heidelberg
- HIERSIG**, Heinz M. (1995): Lexikon Maschinenbau, VDI-Verlag, Düsseldorf
- HÖTTECKE**, Dietmar (2011): Naturwissenschaftliche Bildung als Beitrag zur Gestaltung partizipativer Demokratie, Gesellschaft für Didaktik der Chemie und Physik Jahrestagung in Potsdam 2010, LIT-Verlag, Münster
- HUCHO**, Wolfgang-Heinrich (2011): Aerodynamik der stumpfen Körper, Physikalische Grundlagen und Anwendungen in der Praxis. 2. Auflage, Vieweg-Teubner-Verlag, Wiesbaden
- JONES**, David E. H. (2006): The stability of bicycle, in: Physics Today, Imperial College-Verlag, London
- KLEIN**, Felix. & **SOMMERFELD**, Arnold. (1910): Über die Theorie des Kreisels, Heft IV pp. 863 -884, Teubner-Verlag, Leipzig
- LEUTE**, Ulrich (2004): Physik: und ihre Anwendungen in Technik und Umwelt. 2. Auflage, Hanser-Verlag, München
- LUCZAK**, Holger (1997): Arbeitswissenschaft. 2. Auflage, Springer-Verlag, Heidelberg
- MEHLITZ**, Thomas H. (2008): Physik – Aerodynamik – Technik – Fertigungsverfahren, Grin-Verlag, München

**MÜLLER**, Teja & Eberhard (2012): E-Bike-Technik, Books on Demand-Verlag, Norderstedt

**NACHTIGALL**, Werner (2008): Bionik: Grundlagen und Beispiele für Ingenieure und Naturwissenschaftler, Springer-Verlag, Heidelberg

**NEUMANN**, Georg (1993): Radsport, in: R.J. Shephard & P.-O. Astrand (Hrsg.), Ausdauer im Sport, Dt. Ärzte-Verlag, Köln

**PAUS**, Hans J. (2002): Physik in Experimenten und Beispielen. 3. Auflage, Hanser-Verlag, München

**SCHLICHTING**, H. Joachim (1992): Einfache Themen zur Physik des Sports, in: Naturwissenschaft im Unterricht-Physik 3/12, 7

**SCHMIDT**, Robert F. & **LANG**, Florian & **HECKMANN**, Manfred (2008): Physiologie Des Menschen: Mit Pathophysiologie. 29. Auflage, Springer-Verlag, Heidelberg

**SCHREINER**, Klaus (2011): Basiswissen Verbrennungsmotor, Vieweg-Teubner-Verlag, Wiesbaden

**STOFFREGEN**, Jürgen (2012): Motorradtechnik: Grundlagen und Konzepte von Motor, Antrieb und Fahrwerk, Vieweg-Teubner-Verlag, Wiesbaden

**TIPLER**, Paul A. & **MOSCA**, Gene (2004): Physik für Wissenschaftler und Ingenieure. 2. Auflage, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg

**ULRICH**, Karl (1977): Vergleichende Physiologie der Tiere. Stoff- und Energiewechsel, Berlin-Verlag, Berlin

**WEINECK**, Jürgen (2009): Sportbiologie. 9. Auflage, Spitta-Verlag, Ballingen

**WHITT**, Frank Rowland (1962): Bicycle Science. 2. Auflage, MIT-Verlag, Cambridge/Massachusetts

**WINKLER**, Günter Jürgen (2000): Die Kosmologie des 21. Jahrhunderts, Books on Demand-Verlag, Norderstedt

### **Internetquellen:**

**ZELLER**, Hans-Rudolf: Physics of Bicycle Riding  
<https://sites.google.com/site/bikephysics/Home/>

## 10 Eigenständigkeitserklärung

### **E r k l ä r u n g**

Hiermit versichere ich, dass ich die Arbeit in allen Teilen selbstständig gefertigt und keine anderen als die in der Arbeit angegebenen Hilfsmittel benutzt habe.  
Soweit nicht anders angegeben, wurden alle Abbildungen selbst erstellt.

Würzburg, den 01.04.2013

---

Unterschrift (Carsten Bielmeier)