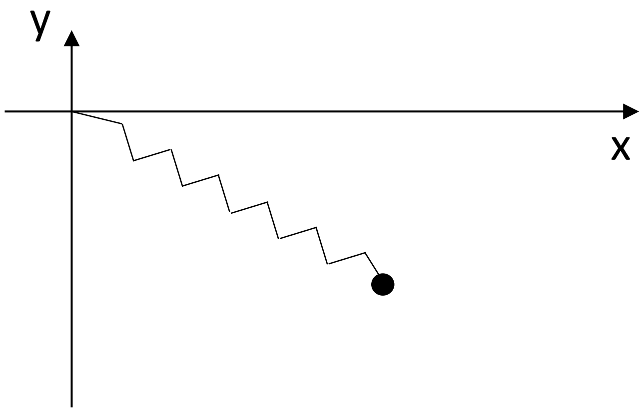
# Feder-Faden-Pendel

Du hast dich bereits ausführlich mit dem Federpendel beschäftigt. Auch ein Fadenpendel hast du bestimmt schon mal gesehen. Doch was passiert, wenn du diese beiden Pendelarten kombinierst, indem du ein Federpendel zur Seite auslenkst? Wie sehen die resultierenden Schwingungsmuster aus? Und was hat das Ganze mit Schmetterlingen zu tun?

Die folgenden Aufgaben werden dir bei der Erforschung dieser Fragestellungen helfen und dich ein wenig führen. Es bleibt aber auch viel Platz für eigene Erkundungen.

**Aufgabe 1:** Eine Feder mit einem Massestück ist im Ursprung des Koordinatensystems befestigt.

**a)** Zeichne die Federkraft und die Gewichtskraft in untenstehende Skizze ein.




**b)** Zeichne die Gesamtlänge $l$ der Feder ein und gib eine Formel für ihre Berechnung anhand der x- und der y-Koordinate des Massestücks an.

$l =$ ________________________

**c)** Die Feder hat im entspannten Zustand die Länge $l_0$. Wie lautet folglich die Formel für die Auslenkung $s$, wenn $s$ bei gedehnter Feder positiv sein soll?

$s =$ ________________

**d)** Zerlege die Federkraft $F_{zug}$ in zwei Teilkräfte in x- und y-Richtung. Gib diese Kräfte in Abhängigkeit von $F_{zug}$, $l$ und $x$ bzw. $y$ an.

**Tipp:** Verwende Sinus und Kosinus am rechtwinkligen Dreieck oder den Strahlensatz.

## Aufgabe 2:

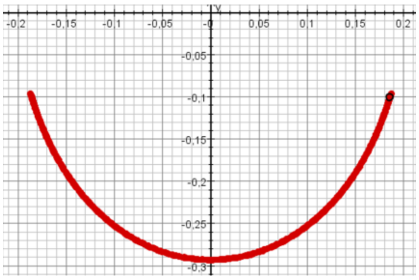
**a)** Gib die wirkenden Gesamtkräfte an, indem du zusätzlich die Gewichtskraft miteinbeziehst.

$F_x =$ ______________________ $\qquad F_y =$ ______________________

**b)** Erstelle damit ein neues zweidimensionales *Newton-II* Projekt. Setze $dt = 0{,}01$ und erstelle Schieberegler mit angemessener Spannbreite für $m$, $l_0$ (beide <0,5) und $D$ (<10), sowie für die Startpositionen $x_0$ und $y_0$. Lasse ein x-y-Diagramm darstellen.

**i**

Mit den richtigen Startbedingungen findet man Schwingungen, die sich über einen langen Zeitraum immer gleichbleibend und relativ stabil gegen Änderungen wiederholen. Man bezeichnet sie deshalb als **<u>periodische Schwingung</u>**.




**c)** Findest du durch Variation der Parameter auch periodische Schwingungsmuster und interessante Formen? Skizziere sie und notiere dir bei manchen die Startwerte.

**i**

**Tipp:** Die Masse darf nicht in die Nähe des Aufhängepunkts der Feder kommen.

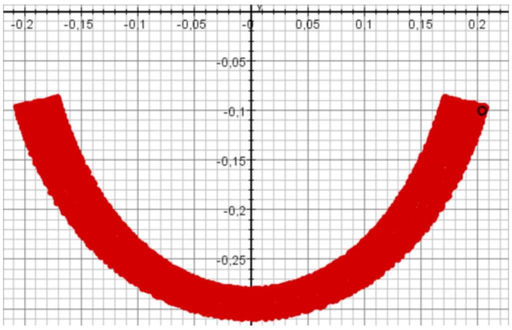
**d)** Wähle eine deiner Schwingungen aus und überprüfe die geforderten Eigenschaften, indem du $\Delta t$ erhöhst und die Startpositionen minimal änderst. Betrachte dazu auch die x(t)- und y(t)-Diagramme.

**Aufgabe 3:**

**a)** Verändere nun die Startposition deiner periodischen Schwingung ein wenig stärker und beschreibe die resultierende Schwingung. Beachte dabei abermals auch den Verlauf der x(t)- und y(t)-Graphen und die Veränderung bei größerem $\Delta t$.

i

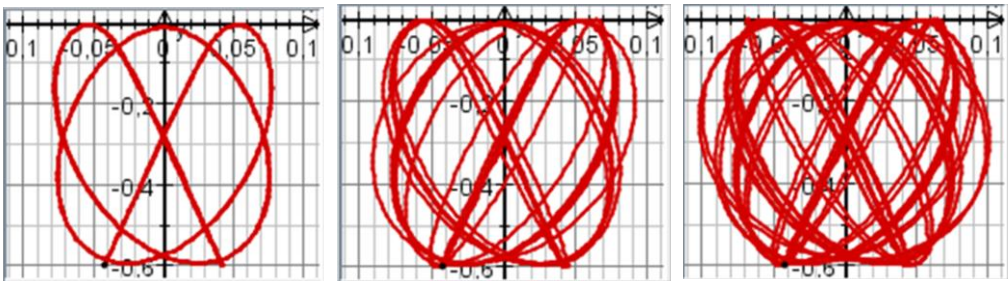
Man nennt die resultierende Schwingungsart in Anbetracht ihrer Eigenschaften auch **quasiperiodische Schwingung**.




**b)** Begründe diese Namensgebung mithilfe deiner Erkenntnisse aus der vorherigen Teilaufgabe.

Es gibt noch eine dritte Schwingungsart, die sich in keines der bisherigen Schemas einordnen lässt, und vielleicht hast du sie ja sogar bereits entdeck. Gemeinhin bezeichnet man diese Schwingungsart als chaotische Schwingung, was jedoch missverständlich ist, wie wir im Folgenden erörtern werden.

**<u>Chaotische Schwingungen</u>** treten dann auf, wenn sich das Massestück eng am Aufhängepunkt vorbeibewegt. Sobald dies geschieht, bricht die Bewegung aus ihrem bisherigen Muster aus und verhält sich anschließend augenscheinlich völlig willkürlich.



$\Delta t = 10s$ $\Delta t = 20s$ $\Delta t = 30s$

**Aufgabe 4:**

**a)** Erzeuge eine solche chaotisch wirkende Schwingung. Untersuche sie und vergleiche ihre Eigenschaften mit denen einer quasiperiodischen Schwingung. Begründe, warum es sich hierbei um einen anderen Schwingungstyp handeln muss.

**Tipp:** Welchen Einfluss haben Veränderungen der Startposition? Wie unterscheiden sich die Konturen der Graphen in der x-y-Ebene und wie die der x(t)- und y(t)-Diagramme?

**b)** Warum ist die Formulierung „chaotisch“ irreführend und inwiefern geht die Bezeichnung **<u>deterministisches Chaos</u>**, die du womöglich schon einmal gehört hast, auf diese Problematik ein?

**Tipp:** lat. *determinare*: festlegen, Grenzen setzen, begrenzen

Was du hier bei Schwingungen beobachten konntest, ist der Einstieg in ein deutlich weiter gefasstes Themengebiet, dessen Auswirkungen man im Alltag an vielen Stellen beobachten kann. Man verzichtet deshalb auch am Besten gänzlich auf das Wort Chaos und definiert allgemeingültiger.

i

Für gewöhnlich führen in der klassischen Physik ähnliche Ursachen auch zu ähnlichen Wirkungen. Man bezeichnet diesen Zusammenhang als **starke Kausalität**. Es gibt jedoch auch Systeme, bei denen diese starke Kausalität nicht gegeben ist. Hier haben kleinste Änderungen der Anfangsbedingungen langfristig enorme Auswirkungen auf den weiteren Vorgang. Ein Sinnbild dafür ist die Vorstellung, dass der unscheinbare Flügelschlag eines Schmetterlings andernorts einen Tornado auslösen könnte, weswegen man dieses Phänomen auch **Schmetterlingseffekt** nennt.

**c)** Fallen dir Beispiele aus dem Alltag ein, bei denen die starke Kausalität verletzt wird? Also z.B. Experimente, die du, auch wenn du alle Fakten kennst, niemals absichtlich mehrfach hintereinander mit dem exakt gleichen Ergebnis durchführen kannst. Begründe!

Warum ist das Werfen eines Würfels kein geeignetes Beispiel?

**Zusatzaufgabe:** Wie kommt es, dass in diesem Fall auch Änderungen an der Schrittweite $dt$ deutliche Auswirkungen auf die Form des Graphen haben? Benutze zur Erklärung deine Kenntnisse über numerische Lösungsverfahren (Methode der kleinen Schritte).