

# Abbildung durch Linsen und Linsensysteme

## 1 Vorbereitung

- 1.1 Reflexions- und Brechungsgesetz, Totalreflexion, Dispersion  
**Lit.:** EICHLER<sup>1</sup> Kapitel 33: *Ausbreitung von Licht, Brechung*
- 1.2 Abbildung durch dünne Linsen  
**Lit.:** EICHLER Kapitel 33: *Linsen, Optische Abbildungen mit dünnen Linsen*
- 1.3 Bilderzeugung mit Spiegeln  
**Lit.:** HAMMER<sup>2</sup> 7.1.2.2 und GERTHSEN<sup>3</sup> 9.1.2
- 1.4 Grundlagen, Definitionen, Begriffe  
**Lit.:** WALCHER<sup>4</sup> 4.1.0.1
- 1.5 Zentriertes System aus zwei dünnen Linsen (Duplet)  
**Lit.:** HAMMER 7.2.1.2 - 7.2.1.5, ohne Vorzeichenkonvention (Bei Interesse zum vertieften Verständnis auch: HAMMER 7.2.1.1)
- 1.6 Verfahren zur Bestimmung von Brennweiten  
Abbildungsgleichung, Autokollimation, Besselverfahren  
**Lit.:** ANHANG
- 1.7 Abbildungsfehler  
**Lit.:** EICHLER Kapitel 33: *Linsenfehler*
- 1.8 Hausaufgabe (Siehe Abschnitt 2.3 dieser Anleitung)

---

<sup>1</sup>Eichler, Kronfeldt, Sahn: Das Neue Physikalische Grundpraktikum; ISBN-13 978-3-540-21453-3

<sup>2</sup>Hammer: Grundkurs der Physik 2; ISBN 3-486-22576-6

<sup>3</sup>Meschede: Gerthsen Physik; ISBN-13 978-3-540-25421-8

<sup>4</sup>Walcher: Praktikum der Physik; ISBN 3-519-13038-6

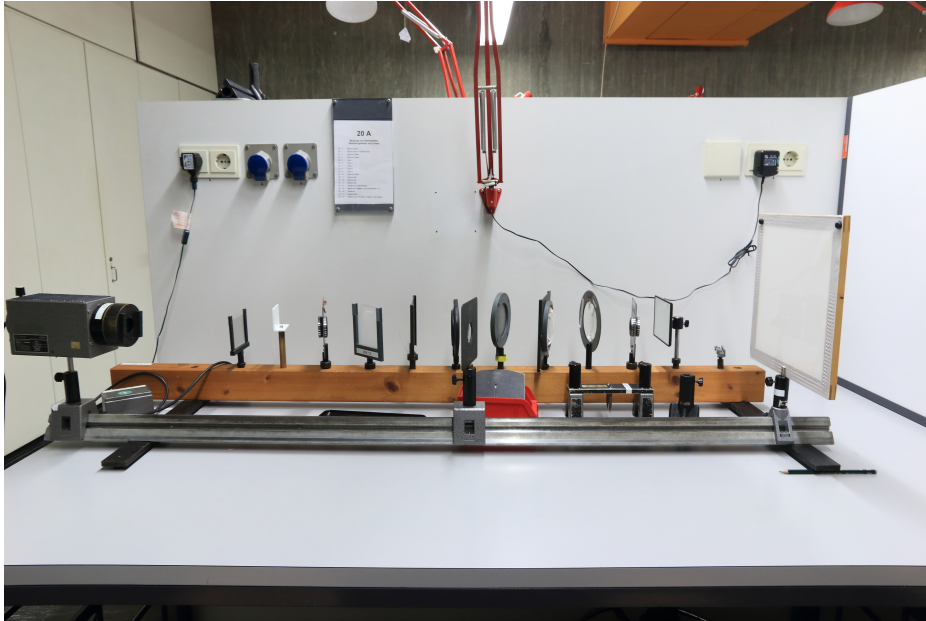


Abbildung 1: Aufbau zu Versuch 20

## 2 Aufgaben

Alle Messungen werden auf der optischen Bank durchgeführt. Die benötigten Hilfsmittel - wie z.B. Objekte, Linsen, Mattscheibe - werden auf verschiebbaren Reitern fixiert. Diese Reiter werden wiederum auf die optische Bank gestellt und nach richtiger Positionierung befestigt. Die Positionen der Reiter können über Ablesemarken an der optischen Bank an einem Maßstab abgelesen werden. Falls die Position der Ablesemarken nicht mit der „echten“ Position der Hilfsmittel übereinstimmt (z.B. wenn die Linse nicht zentriert im Reiter und somit nicht über der Ablesemarke sitzt) muss dies durch entsprechende Messmethoden (siehe einzelne Teilversuche) ausgeglichen werden. Zum Zwecke der Nachvollziehbarkeit werden **sämtliche abgelesenen Orte** protokolliert und Mittelwerte, Differenzen, usw. **anschließend** bestimmt.

Als Lichtquelle dient eine Richtleuchte. Ein Kondensator sorgt für die intensive, gleichmäßige Ausleuchtung der in den Halter einzusteckenden Objekte. Er besteht aus einer Kombination von ein oder zwei Sammellinsen, damit ein möglichst großer Anteil des Lichts der Richtleuchte für den Strahlengang ausgenutzt werden kann.

Die Stellung der Glühlampe in der Richtleuchte ist **nach jeder Änderung am Versuchsaufbau** mithilfe des an der Rückseite der Richtleuchte angebrachten verschieb- und arretierbaren Stabes so einzurichten, dass möglichst viel Licht durch die zu untersuchende Linse tritt. Mithilfe eines Blatt Papiers wird hierfür das Bild der Richtleuchte scharf auf die erste Linsenoberfläche abgebildet. Man optimiert auf diese Weise die Bildhelligkeit.

Objekt 1 ist ein Rot-Blau-Pfeil.

Bei Objekt 2 befindet sich unter dem Rotfilter zusätzlich eine Streuscheibe, damit das Licht in einen größeren Raumwinkel abgestrahlt wird. Die Position dieser Objekte bestimmt man durch Herabloten von der weißen Fläche auf die Millimeterteilung der optischen Bank.

Für alle Teilversuche gilt, dass alle optischen Elemente möglichst senkrecht zum Strahlengang stehen und die Elemente somit untereinander parallel ausgerichtet sein sollten. Die Höhe der optischen Elemente in den Reitern sollte durch Anschlagringe bereits einheitlich eingestellt sein. Falls die Linsen Verschmutzungen aufweisen, werden diese vorsichtig mit einem Putztuch gereinigt, das mit Ethanol getränkt ist. Bei Fragen diesbezüglich sollte der Betreuer um Hilfe gebeten werden.

Wenn nicht anders angegeben, sind alle Messungen nur für rotes Licht durchzuführen.

## 2.1 Brennweite einer Sammellinse

**Untersuchung der Abhängigkeit der Schärfentiefe von der Bildweite. Bestimmung der Brennweite einer Sammellinse durch verschiedene Methoden.**

### 2.1.1 unter Benutzung der Abbildungsgleichung

Aufgrund der Begrenztheit des menschlichen Sehvermögens erscheint das Bild über einen gewissen Bereich längs der optischen Achse, der sog. Schärfentiefe, gleich scharf. Aus geometrischen Überlegungen folgt, dass bei festem Abstand zwischen Gegenstand und Bild für zwei verschiedene Linsenpositionen scharfe Bilder entstehen. Man untersuche mit Linse 1, ob diese die gleiche Schärfentiefe aufweisen. Verwenden Sie jeweils das scharfe Bild bei einer großen und bei einer kleinen Bildweite und beobachten Sie, wie weit die Linse verschiebbar ist, ohne dass der Eindruck einer scharfen Abbildung verloren geht.

Zur Brennweitenbestimmung bilde man Objekt 1 mit Linse 1 (dünne Linse) bei geringer Schärfentiefe scharf auf die Mattscheibe ab. Der Mattscheibenreiter wird arretiert. Da die Linsenmitte nicht unbedingt exakt über der Ablesemarke des Linsenreiters steht, messe man in dieser Stellung und anschließend mit um  $180^\circ$  gedrehtem Linsenhalter je dreimal die Abstände, wobei der Linsenreiter jedes Mal von neuem an die richtige Position geschoben wird und nicht nur die Ablesemarke des Reiters bei fester Position dreimal abgelesen wird. Mit der mittleren Gegenstands- und Bildweite berechne man die Brennweite  $f_1$ .

### 2.1.2 durch Autokollimation

Man stelle nun den ebenen Spiegel dicht hinter Linse 1 und verschiebe Linse und Spiegel, bis Objekt 1 scharf auf das weiße Feld in der Gegenstandsebene abgebildet wird. Das Objekt befindet sich dann in der Brennebene der Linse (vgl. Anhang). Zunächst unerwartet, entstehen bei mehreren Abständen Objekt-Linse scharfe Bilder. Eines davon ist das gesuchte Autokollimationsbild, die anderen entstehen durch unerwünschte Reflexionen an den Linsenoberflächen. Das gesuchte Bild ist das hellste derjenigen Bilder, die verschwinden, wenn man ein Blatt Papier zwischen Linse und Spiegel hält.

In dieser Stellung und anschließend mit um  $180^\circ$  gedrehtem Linsenhalter messe man, wie oben beschrieben, je dreimal die Abstände  $k$  bzw.  $l$  und berechne mit deren Mittelwerten nach Gl. (5) die Brennweite  $f_1$ .

(Anmerkung: Der Reiter braucht hier nur deswegen nicht mitgedreht zu werden, weil Drehachse und Ablesemarke des Reiters auf der Bank ungefähr übereinstimmen.)

### 2.1.3 Vergleich der Ergebnisse

Man stelle die Ergebnisse von 2.1.1 und 2.1.2 zusammen und vergleiche sie.

## 2.2 Brennweite einer Zerstreuungslinse

**Bestimmung der Brennweite einer Linsenkombination und Bestimmung der Brennweite der Zerstreuungslinse.**

Kombiniert man zwei dünne Linsen mit den Brennweiten  $f_a$  und  $f_b$  so, dass der Hauptebenenabstand zwischen den Linsen  $d \approx 0$  ist, dann gilt für die Brechkraft  $1/f$  dieser Kombination:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_a} + \frac{1}{f_b}$$

Man stecke die Linsenhalter von Linse 1 und Linse 2 ineinander und betrachte die Linsenkombination als dünne Linse. Bestimmen Sie die Brennweite  $f_b$  der Zerstreuungslinse ( $f_b < 0$ ), indem Sie die Brennweite der Linsenkombination wie unter 2.1.2 durch Autokollimation messen.

### 2.3 Das Besselverfahren

#### Bestimmung der Brennweite eines realen Linsensystems. Anwendung des Besselverfahrens. Ermittlung der relativen Position der Hauptebenen.

Der folgende Aufbau realisiert die in HAMMER 7.2.1 diskutierten Verhältnisse. Dazu stecke man die Linsenhalter von Linse 1 und 2 in den Doppelreiter und arretiere beide zentriert. Beide werden als dünne Linsen aufgefasst, deren Hauptebenen aufgrund ihrer Symmetrie jeweils in der Linsenmitte zusammenfallen. Der feste Abstand der Linsenmitten  $d$  ist auf dem Doppelreiter angegeben. Das von den beiden Linsen gebildete Linsensystem kann jedoch nicht mehr als dünne Linse aufgefasst werden.

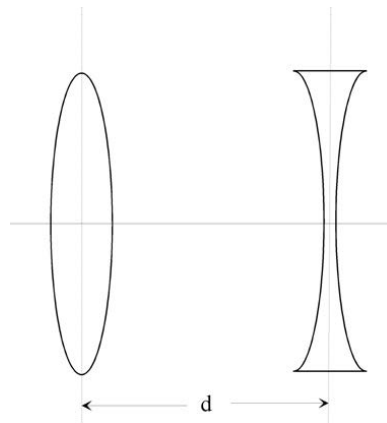


Abbildung 2: Duplet aus zwei dünnen Linsen

Bestimmen Sie die Summe  $s = k + l$ , indem Sie wie unter 2.1.2 durch Autokollimation je dreimal die Abstände  $k$  bzw. mit um  $180^\circ$  komplett gedrehtem Doppelreiter  $l$  messen und gemittelt weiterverwenden. Man beachte auch hier das Auftreten falscher Bilder.

Man entferne nun den Spiegel und bestimme durch Verschieben der Mattscheibe einen solchen Abstand Objekt-Mattscheibe, dass das Linsensystem für zwei Stellungen auf der Bank ein scharfes Bild liefert. Nach dem Feststellen des Mattscheibenreiters bestimme man diesen Abstand  $e$ .

Die Orte der Ablesedornen des Doppelreiters  $z_1, z_2$  bei den beiden Linsenstellungen mit scharfem Bild werden je dreimal abgelesen, aus den Mittelwerten wird die Differenz  $\Delta = |z_1 - z_2|$  gebildet.

Man bestimme mit den Gl. (4) und (6) des Anhanges die Brennweite  $f$  und den Hauptebenenabstand  $h$  des Linsensystems und überprüfe die Ergebnisse rechnerisch mit den Formeln:

$$f = -\frac{f_1 f_2}{d - f_1 - f_2}, \quad h = HH' = \frac{d^2}{d - f_1 - f_2}$$

Überlegen Sie sich (als Hausaufgabe vor der Versuchsdurchführung) mittels Abb. 6 und Gl. (2), wie sich die relative Lage der Hauptebenen zu den Einzellinsen unter Mitverwendung bisheriger Messergebnisse finden lässt. Führen Sie Ihr Verfahren durch und fertigen Sie dann eine maßstäbliche Skizze des Linsensystems, seiner Brennpunkte und Hauptebenen an.

### 2.4 Brennweite eines Hohlspiegels

#### Bestimmung der Brennweite eines Hohlspiegels mithilfe der Abbildungsgleichung.

Objekt 1 wird mit dem Hohlspiegel scharf auf das weiße Feld in der Gegenstandsebene abgebildet. Die Brennweite ergibt sich aus der Abbildungsgleichung (Gegenstandsweite = Bildweite).

## 2.5 Abbildungsfehler

### Bestimmung der chromatischen und sphärischen Brennweitendifferenz. Messung der astigmatischen Bildweitendifferenz.

Die bekannten, einfachen Abbildungsgesetze sind Näherungsformeln. Eine sphärische Linse bildet einen Gegenstandspunkt nur dann in guter Näherung in **einen** Bildpunkt ab, wenn

- nur paraxiale (= achsennahe) Strahlen die Abbildung bewirken,
- die Einfallswinkel und Brechungswinkel klein sind
- und monochromatisches Licht verwendet wird.

Sind diese Bedingungen nicht erfüllt, ergeben sich Abbildungsfehler, da sich nicht alle von einem Gegenstandspunkt ausgehenden Strahlen in einem Bildpunkt schneiden. Abbildungsfehler treten also auch bei ideal geschliffenen Linsen auf und sind nicht etwa eine Folge von Oberflächenfehlern, Schlieren im Glas oder ähnlichen Störungen.

#### 2.5.1 Chromatischer Fehler

Die chromatische Brennweitendifferenz  $\Delta f_{chrom} = f_{rot} - f_{blau}$  von Linse 3 wird durch Autokollimation, analog zu 2.1.2, bestimmt. Man drehe den Planspiegel etwas, so dass das zweifarbige Bild von Objekt 1 auf dem weißen Feld neben dem Objekt entsteht. Da es sich um eine Differenzmessung handelt, ist die Messung mit gedrehtem Linsenhalter entbehrlich.

Linse 5 (Achromat; nur einmal am Arbeitsplatz 20–A vorhanden) ist aus einer geeigneten Sammellinse und Zerstreuungslinse zusammengesetzt. Man überzeuge sich, ob diese Linsenkombination noch einen messbaren Rest-Farbfehler aufweist.

#### 2.5.2 Sphärische Aberration (Öffnungsfehler)

Man ersetze Objekt 1 durch Objekt 2 und schiebe den Lampenstab ganz in die Richtleuchte hinein. Der Linsenhalter von Linse 4 (Plankonvexlinse) wird im Reiter zentriert und arretiert, die Orientierung ist zunächst egal. Dann setze man die Lochblende Nr. 1 in den Halter der Linse ein und bringe die Linse wie unter 2.1.2 in Autokollimation. Die Ablesemarke des Reiters steht dann im Bezugspunkt  $z(0)$ .

Man suche nun nacheinander die Autokollimationsstellungen  $z(r)$  für die vier Kreisring-Zonenblenden Nr. 2 - Nr. 5. Man beachte wiederum das Auftreten **falscher** Bilder. Die Abbildung wird jeweils nur von einem kreisringförmigen Teil der Linse bewirkt. Der mittlere Ringzonenradius  $r$  ist auf den Blenden angegeben.

Man bestimme daraus die sphärische Brennweitendifferenz  $\Delta f_{sphär}(r) = z(0) - z(r)$ .

Anschließend wiederhole man das Ganze für den Lichteinfall auf die andere Seite der Plankonvexlinse, die Blende bleibt dabei auf der gleichen Seite der Linse. Man stelle beide Verläufe von  $\Delta f_{sphär}(r)$  gemeinsam graphisch dar. Warum unterscheiden sich die sphärischen Brennweitendifferenzen  $\Delta f_{sphär}(r)$  für die beiden Richtungen des Lichteinfall?

Bilden Sie nun Objekt 2 mit der Plankonvexlinse ohne Blende scharf auf die am Ende der optischen Bank aufgestellte Mattscheibe ab. Welche Unterschiede stellt man fest, wenn man den Strahlengang durch Einschieben der Lochblende Nr.1 einengt?

### 2.5.3 Astigmatismus

Ausgedehnte, ebene Objekte werden nicht auf eine Ebene, sondern auf zwei getrennte, gewölbte Bildschalen, die sich im Durchstoßpunkt der Linsenachse berühren, abgebildet. Deshalb entsteht bei der Abbildung eines achsenfernen Punktes kein Bildpunkt, sondern zwei zueinander senkrecht verlaufende Bildstriche auf den beiden Bildschalen in verschiedenen Abständen von der Linse.

- Man entnehme die Lochblende aus dem Linsenhalter von Linse 4
- Drehe diesen so, dass der Lichteinfall auf die plane Seite der Linse erfolgt und wähle eine feste Gegenstandsweite von etwa 15 cm
- Man verdrehe den Linsenhalter im Reiter um etwa  $15^\circ$  (Geodreieck) und schraube den Linsenhalter im Reiter fest
- Man schwenke die Richtleuchte leicht, so dass die Abbildung nicht neben, sondern auf die Mattscheibe erfolgt

Der vom Objekt 2 (Roter Punkt) ausgehende Hauptstrahl trifft nicht mehr paraxial, sondern schief auf die Linse. Da die optische Achse nach wie vor durch die Linsenachse (nicht durch die optische Bank) vorgegeben ist, wird Objekt 2 als **achsenferner Punkt** abgebildet. Man untersuche die Abbildung dieses Objektes zunächst ohne Blende durch weiträumiges Verschieben der Mattscheibe im Bildraum.

Mit eingeschobener Sagittalblende (bzw. Meridionalblende) wird die Abbildung nur durch einen schmalen, vertikalen (bzw. horizontalen) Streifen der Linse bewirkt (siehe Abb. 2). Setzen Sie nacheinander die Sagittal- und die Meridionalblende ein und bestimmen Sie damit die astigmatische Bildweitendifferenz  $\Delta b_{astigm}(r) = b_S - b_M$ .

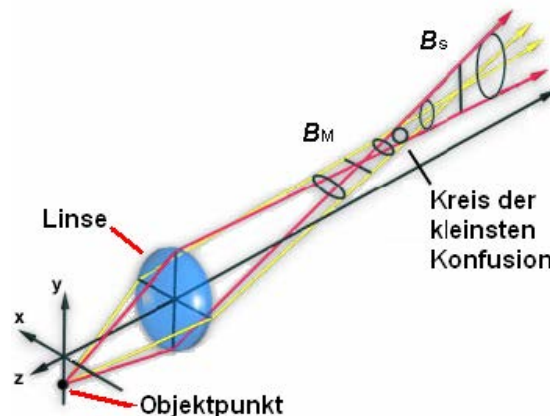


Abbildung 3: Sagittale und meridionale Abbildung eines achsenfernen Punktes. Angepasst aus [micro.magnet.fsu.edu](http://micro.magnet.fsu.edu).

Danach schwenke man die Richtleuchte wieder in die übliche Stellung, nehme den Kondensor ab (Vorsicht: heiß!) und stelle Objekt 3 (Quadratnetz) so vor der Richtleuchte auf, dass es voll ausgeleuchtet wird. Die Mattscheibe wird von der Bank genommen und kann als Streuscheibe zwischen Lampe und Quadratnetz aufgebaut werden. Die Abbildung erfolgt ohne eingeschobene Blenden auf die Seitenwand des Arbeitsplatzes.

Man prüfe durch Verschieben des Linsenreiters, ob es mit dem verdrehtem Linsenhalter möglich ist, gleichzeitig horizontale und vertikale Linien des Objektes scharf abzubilden.

## A Die Abbildungsgleichung

In der Literatur lassen sich verschiedene Konventionen bzgl. der Bezeichnung der Strecken in Strahlengängen finden. HAMMER und WALCHER nutzen die in der technischen Optik übliche Notation, in der Strecken mit Vorzeichen versehen werden. Wir orientieren uns allerdings am EICHLER und betrachten nur positive Strecken. Hierbei gilt:

- Gegenstandsweite  $g$ : Abstand zwischen Gegenstand und gegenstandsseitiger Hauptebene
- Bildweite  $b$ : Abstand zwischen Bild und bildseitiger Hauptebene  $H'$
- Brennweite  $f'$ : Abstand zwischen bildseitigem Brennpunkt und bildseitiger Hauptebene  $H'$
- Brennweite  $f$ : Abstand zwischen gegenstandsseitigem Brennpunkt und gegenstandsseitiger Hauptebene  $H$

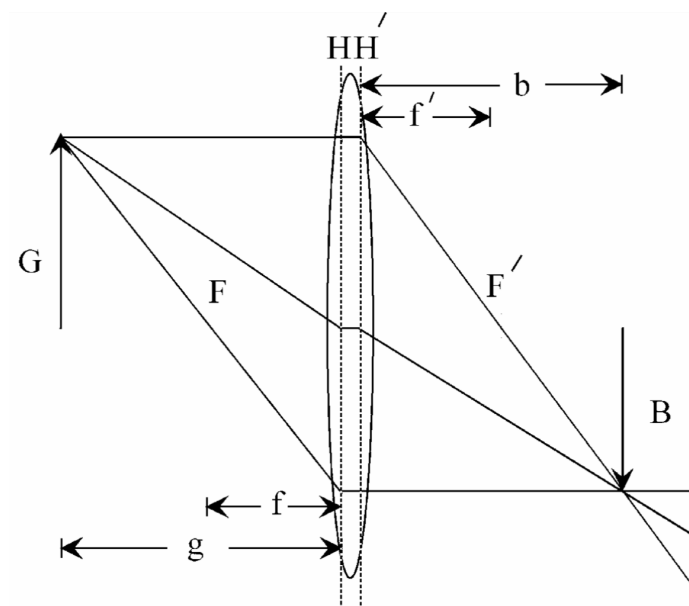


Abbildung 4: Bildkonstruktion für eine Sammellinse

Für alle Linsen(-systeme) beidseitig in Luft gilt  $f = f'$ . Mit dem Strahlensatz lassen sich die Vergrößerung

$$\beta = \frac{B}{G} = \frac{b}{g}$$

und die Abbildungsgleichung

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad (1)$$

herleiten.

Bei Linsen von beidseitig gleicher Krümmung und der Brechzahl 1,5 teilen die Hauptebenen die Linse ziemlich genau in drei gleiche Teile. Bei einer plankonvexen oder plankonkaven Linse geht die eine Hauptebene durch den Linsenscheitel, bei einer Brechzahl von 1,5 liegt die andere um etwa ein Drittel der Dicke von da nach innen. Bei Menisken können beide Hauptebenen außerhalb der Linse liegen.

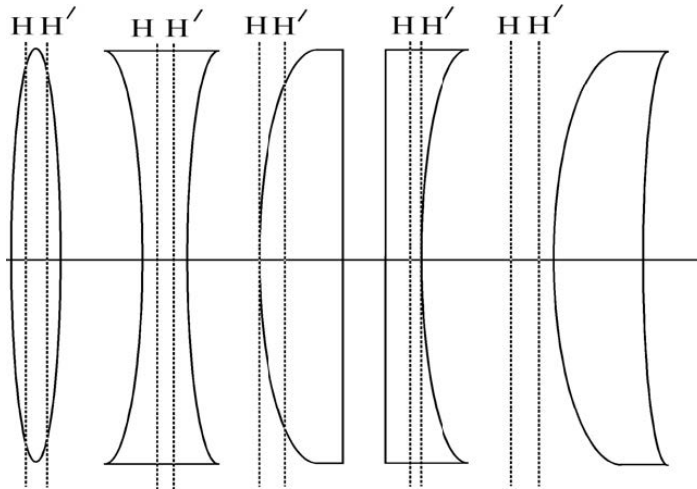


Abbildung 5: Lage der Hauptebenen bei verschiedenen Linsenformen

Für dünne Einzellinsen ( $h \ll f$ ) konstruiert und rechnet man mit  $h = HH' = 0$ , man lässt also die beiden Hauptebenen zusammenfallen. Bei dicken Linsen und Linsensystemen kennt man weder die genaue Lage noch den Abstand der Hauptebenen, so dass sich Gegenstands- und Bildweite nicht direkt messen lassen und sich somit die Brennweite mit der Abbildungsgleichung nicht bestimmen lässt.

## B Die Messmethode nach BESSEL

Das Besselverfahren ermöglicht die Bestimmung der Brennweite, ohne die Lage und den Abstand der Hauptebenen zu kennen. Bei dem Verfahren geht man davon aus, dass es bei genügend großem und festgehaltenem Abstand zwischen Objekt und Mattscheibe ( $e > e_{min} = 4f + h$ ) zwei Linsenstellungen gibt, bei denen eine scharfe, reelle Abbildung zustande kommt, und zwar durch Vertauschen von Gegenstands- und Bildweite (Umkehrbarkeit des Strahlenganges).

Aus Abb. 6 sieht man:

$$g_1 + h + \Delta + b_2 = e \quad \text{und} \quad g_2 + h - \Delta + b_1 = e$$

Wegen  $g = g_1 = b_2$  und  $b = b_1 = g_2$  folgt:

$$g = \frac{e - \Delta - h}{2} \quad \text{und} \quad b = \frac{e + \Delta - h}{2} \quad (2)$$

In die Abbildungsgleichung (1) eingesetzt ergibt sich:

$$f = \frac{1}{4} \left( e - h - \frac{\Delta^2}{e - h} \right) \quad (3)$$



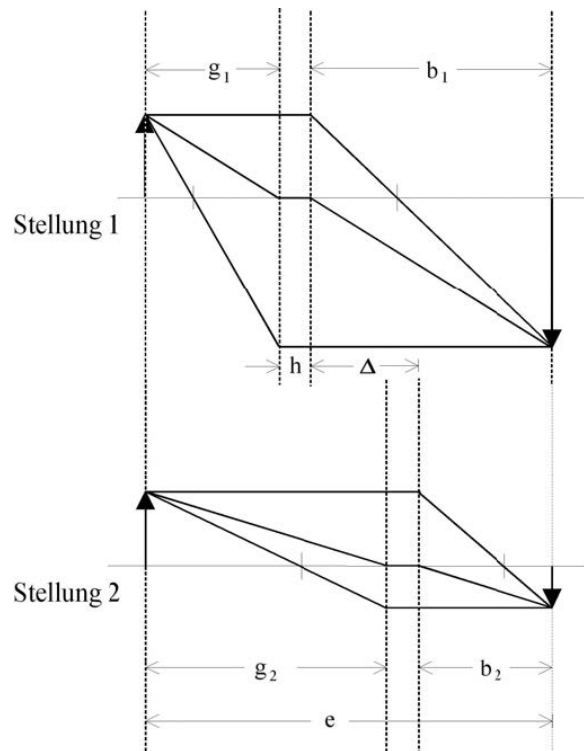


Abbildung 6: Linsenstellung beim Besselverfahren

Die Strecken  $e$  und  $\Delta$  lassen sich leicht ermitteln. Bei dünnen Linsen ( $h = 0$ ) ist die Brennweite mit dieser Gleichung bestimmbar. Bei dicken Linsen und Linsensystemen kann man den unbekannt Hauptebenenabstand  $h$  in Gl. (3) mithilfe der zusätzlichen Anwendung des Autokollimationsverfahrens eliminieren.

## C Autokollimation

Bei der Autokollimation bildet man das Objekt über einen fast senkrecht zur optischen Achse stehenden, ebenen Spiegel neben das Objekt in die Objektebene scharf ab. Das Objekt befindet sich dann genau in der Brennebene, und man misst den Abstand  $k$  zwischen der Ablesemarke und dem Objekt. Dann dreht man die Linse (samt Ablesemarke) um  $180^\circ$  und wiederholt den Einstellvorgang zur Messung des Abstandes  $l$  zwischen Objekt und Ablesemarke.

Man mache sich klar, dass für die Summe  $s$  der beiden gemessenen Abstände gilt:

$$\begin{aligned}
 s &= k + l = f + f' + h = 2f + h \\
 \implies h &= s - 2f
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

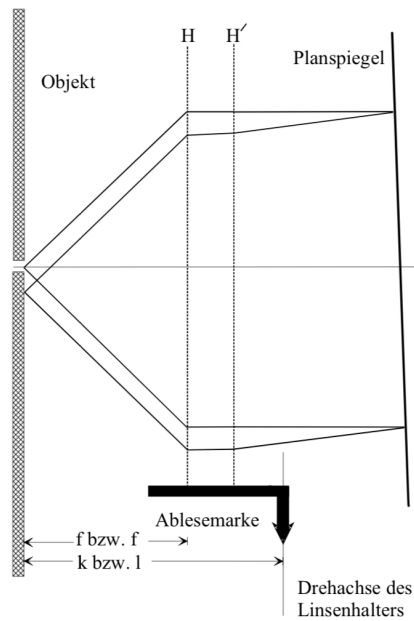


Abbildung 7: Autokollimation

Bei dünnen Linsen ( $h = 0$ ) kann man mittels des Autokollimationsverfahrens mit

$$f = \frac{k+l}{2} \quad (5)$$

die Brennweite bestimmen.

Bei dicken Linsen bzw. Linsensystemen ist der Hauptebenenabstand zunächst wiederum unbekannt. Man setzt nun Gl. (4) in Gl. (3) ein und löst nach  $f$  auf. Durch diese Kombination von Bessel- und Autokollimationsverfahren erhält man:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{(e-s)^2 - \Delta^2} \quad (6)$$

In diese Gleichung zur Bestimmung der Brennweite gehen nur noch messbare Größen ein. Mit der damit bestimmten Brennweite ist der Abstand der Hauptebenen dann nachträglich durch Gl. (4) berechenbar.