

Übungen zur theoretischen Mechanik**Übungsblatt VIII****Besprechung in den Übungen am 10. und 12. Dezember 2018****II. Kreisel**

Betrachten Sie einen kräftefreien zylindersymmetrischen Kreisel, d.h. die Trägheitsmomente sind I_3 und $I_1 = I_2$ und der Einfluss der Schwerkraft wird vernachlässigt.

- Stellen Sie die Lagrangefunktion 2. Art auf. Die generalisierten Koordinaten sind die drei Eulerschen Winkel.
- Bestimmen Sie die zyklischen Koordinaten und die zugehörigen verallgemeinerten Impulse.
- Stellen Sie die Lagrange-Gleichungen auf.
- Zeigen Sie, dass gilt:

$$\omega_3 = \dot{\phi} \cos \theta + \dot{\psi} = \text{const.}, \quad (1)$$

d.h. die Winkelgeschwindigkeit um die körperfeste Symmetrieachse des Kreisels ist konstant.

- Wählen Sie die raumfeste z -Achse parallel zum Drehimpuls. Zeigen Sie, dass der Winkel zwischen der Symmetrieachse des Kreisels und dem Drehimpuls konstant bleibt.
- Zeigen Sie weiterhin, dass in diesem Fall

$$\dot{\phi} = \frac{|\vec{L}|}{I_1}, \quad \dot{\psi} = -\frac{I_3 - I_1}{I_1} \omega_3, \quad \dot{\theta} = 0. \quad (2)$$

- Leiten Sie aus Ihren Ergebnissen folgende Aussagen her:

- Der Kreisel dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ um seine Symmetrieachse.
- Zusätzlich läuft der Vektor $\vec{\omega}$ mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}$ auf einem Kegelmantel um die z -Achse.

(bitte wenden)

II. Gyroskop

Ein Gyroskop der Masse m rotiert mit Frequenz ω um seine Symmetrieachse. Es ist wie in Abbildung 1 gezeigt in einer Höhe s über dem Boden aufgehängt. Das Trägheitsmoment bezüglich der Symmetrieachse ist I .

- Zeichnen Sie für den Zeitpunkt $t = t_0$ den momentanen Drehimpuls, die wirkende Kraft und das Drehmoment ein.
- Welche Bewegung führt das Gyroskop zusätzlich zur Drehung um die eigene Achse aus? Zeichnen Sie sie ebenfalls ein.
- Berechnen Sie die Frequenz, mit der die unter b) diskutierte Bewegung stattfindet.

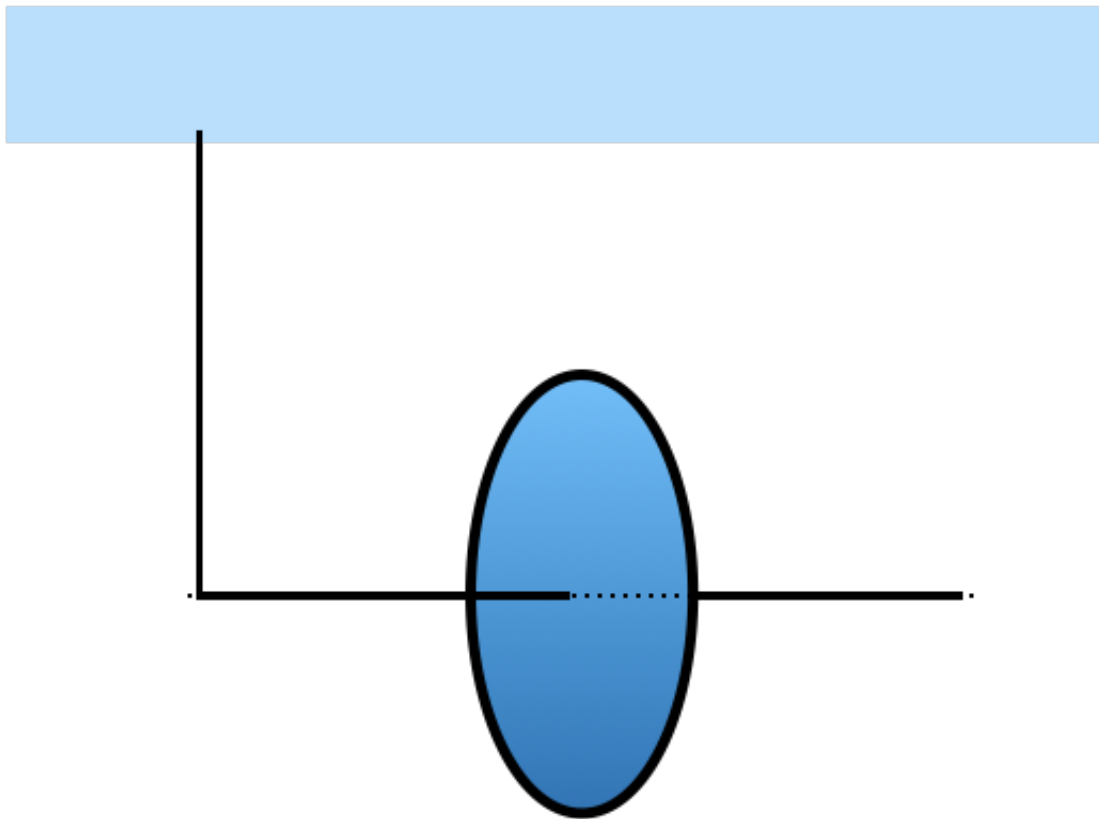


Abbildung 1. Gyroskop