

Übungen zur theoretischen Mechanik**Übungsblatt X****Besprechung in den Übungen am 7. und 9. Januar 2019****I. Hamilton-Formalismus**a) Berechnen Sie die Legendre-Transformierten $g(u, y)$ der folgenden Funktionen $f(x, y)$:

- $f(x, y) = 3x^2y^2$,
- $f(x, y) = 3(x + 7)^2(y + 5)^3$,
- $f(x, y) = e^{xy}$.

Führen Sie zur Kontrolle die Rücktransformation durch.

b) Die Lage eines Massenpunkts der Masse m sei durch Zylinderkoordinaten beschrieben,

$$x = r \cos \phi, \quad y = r \sin \phi \quad z = z .$$

Er bewege sich in einem Potential der Form $V(r) = ar^2$. a ist eine Konstante.

- Stellen Sie die Lagrangefunktion und die Lagrangegleichungen auf.
- Stellen Sie die Hamiltonfunktion und die Hamiltonschen Gleichungen auf.
- Welche Erhaltungsgrößen gibt es?

Poisson-Klammern und kanonische Transformationena) In einem dreidimensionalen System treten die Drehimpulskomponenten L_x und L_y als Erhaltungsgrößen auf. Bestimmen Sie weitere Erhaltungsgrößen durch Anwendung der Poisson-Klammern.b) Nehmen Sie zusätzlich an, dass auch die Impulskomponente p_z in dem System erhalten ist. Welche weiteren Erhaltungsgrößen folgen daraus?c) Eine kanonische Transformation kann durch eine erzeugende Funktion $F(p, Q)$ angegeben werden, wobei p der alte Impuls und Q die neue Koordinate ist. Betrachten Sie die unten angegebenen Beispiele für erzeugende Funktionen. Welche davon führt auf eine kanonische Transformation $(p, q) \rightarrow (P, Q)$? Wie sieht die entsprechende kanonische Transformation explizit aus?

- $F(p, Q) = p^2 + Q^2$,
- $F(p, Q) = -(e^Q - 1)^2 \tan p$.