

Übungen zur theoretischen Mechanik**Übungsblatt IX****Besprechung in den Übungen am 18. und 20. Dezember 2017****I. Kleine Schwingungen: Dreiatomiges Molekül**

Wir betrachten ein Molekül mit drei Punktmassen m , M , m , die alle auf einer Geraden liegen. Sie sind durch zwei Federn mit der Federkonstanten K gekoppelt (siehe Abbildung 1).

- Stellen Sie die Lagrangefunktion auf.
- Schreiben Sie mithilfe einer geeigneten Koordinatentransformation die Lagrangefunktion als eine Summe von mehreren quadratischen Formen.
- Berechnen Sie die Eigenfrequenzen und die Normalmoden.
- Skizzieren Sie die Eigenschwingungen.

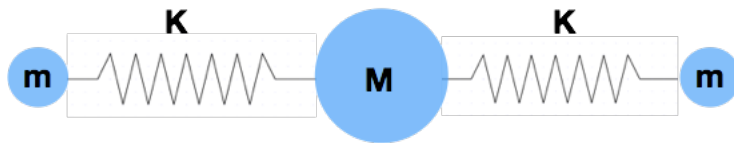


Abbildung 1. Lineares dreiatomiges Molekül.

(bitte wenden)

II. Hamilton-Formalismus

a) Berechnen Sie die Legendre-Transformierten $g(u, y)$ der folgenden Funktionen $f(x, y)$:

- $f(x, y) = 3x^2y^2$,
- $f(x, y) = 3(x + 7)^2(y + 5)^3$,
- $f(x, y) = e^{xy}$.

Führen Sie zur Kontrolle die Rücktransformation durch.

b) Die Lage eines Massenpunkts der Masse m sei durch Zylinderkoordinaten beschrieben,

$$x = r \cos \phi, \quad y = r \sin \phi \quad z = z .$$

Er bewege sich in einem Potential der Form $V(r) = ar^2$. a ist eine Konstante.

- Stellen Sie die Lagrangefunktion und die Lagrangegleichungen auf.
- Stellen Sie die Hamiltonfunktion und die Hamiltonschen Gleichungen auf.
- Welche Erhaltungsgrößen gibt es?