Prof. Dr. Johanna Erdmenger Julius-Maximilians-Universität Würzburg

Übungen zur theoretischen Mechanik

Übungsblatt III

Besprechung in den Übungen am 6. und 8. November 2017

I. **Zentralpotential 1**

a) Betrachten Sie ein Zentralpotential der Form $V(r) = \gamma r$, wobei γ eine Konstante und r die Radialkoordinate ist. Ein solches Potential tritt z.B. für einen Massenpunkt im Kreiskegel auf. Bestimmen Sie das effektive Potential und diskutieren Sie die möglichen Formen der Bewegung in Abhängigkeit von der Energie E.

b) In welchem Fall tritt eine Kreisbahn auf? Bestimmen Sie den Radius dieser Kreisbahn.

II. **Zentralpotential 2**

Z. B. für Satelliten ist es von entscheidender Bedeutung, ob ein Zentralpotential stabile Kreisbahnen zulässt. Dies erfordert ein Minimum des effektiven Potentials.

a) Stellen Sie für ein beliebiges Zentralpotential $V(r)$ die Bedingung für eine stabile Kreisbahn auf.

b) Für welche $n > 0$ hat das Zentralpotential $V(r) = -\frac{\gamma}{r^n}$ stabile Kreisbahnen?

c) Betrachten Sie weiterhin das Potential $V(r) = -\gamma r^{-n}$, $n > 0$. Für welche n und γ kann eine Masse das Zentrum des Potentials bei $r = 0$ mit Drehimpuls ungleich Null erreichen?

d) Ist in diesen Fällen die Zahl der benötigten Umläufe endlich oder unendlich? Hinweis: Integrieren Sie hierfür die Energieerhaltungsgleichung. Nutzen Sie $\dot{\phi} = L/(mr^2)$, um den Radius als Funktion des Winkels zu schreiben. Diskutieren Sie Vereinfachungen der Integrale für die in c) bestimmten Fälle.

(bitte wenden)

II. **Starres Doppelpendel**

Ein im Koordinatenursprung aufgehängtes Pendel schwingt in der (x, z)-Ebene. Es besteht aus einer masselosen Stange, an der die Massen m_1 und m_2 in den Abständen ℓ_1 und ℓ_2 vom Drehpunkt befestigt sind.

Wie groß ist die Schwingungsdauer T bzw. die Frequenz $\omega = 2\pi/T$ für kleine Ausschläge?

Hinweis: Lösen Sie die Gleichung $\dot{\vec{L}} = \vec{M}$, indem Sie einen geeigneten Ansatz für die erhaltene Differentialgleichung wählen.