Neutralinoproduktion an einem Muon-Collider

Diplomarbeit
von
Alexander Wagner

Institut für Theoretische Physik und Astrophysik
der
Julius-Maximilians-Universität Würzburg

März 2002

Failure is the opportunity to begin again,
more intelligently.

Henry Ford ($*$1863 – †1947)

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Heared melodies are sweet,
but those unheard are sweeter.

John Keats, "Ode on a Grecian Urne" (1820)

Die Idee einen Hochenergie-Muoncollider zu bauen ist bereits mehr als 30 Jahre alt [1] und wurde in jüngster Zeit viel diskutkiert v. a. in Bezug auf die Möglichkeiten zur Untersuchung der elektroschwachen Symmetriebrechung und des Higgsmechanismus [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10], da die Kopplungen des Higgsbosons, oder im Falle supersymmetrischer Modelle der Higgsbosonen, proportional zur Masse der jeweiligen Teilchen sind. Hierbei eröffnet der Muoncollider die Möglichkeit zur Untersuchung der Higgsbosonen im s-Kanal, so daß eine präzise Bestimmung ihrer Eigenschaften möglich wird [5, 8]. Desweiteren bietet ein Muoncollider noch einige andere Vorteile:

- Da der Energieverlust eines Ringbeschleunigers durch *Synchrotronstrahlung* proportional zu $(E/m)^4$ ist, kann ein Muoncollider hoher Energie als Speicherring ausgelegt werden, so daß die Muonenbunches mehrere hundert Male zur Kollision gebracht werden können, bevor sie schließlich zerfallen. Eine Steigerung der Energie in Elektron-Positroncollidern über diejenige von LEP II erreichte, ist hingegen nur in Form von Linearbeschleunigern möglich.

- Es wurde gezeigt [5, 8], daß es möglich ist, einen Muoncollider mit extrem scharfer Strahlenergie zu bauen, was sehr genaue Messungen zulassen würde.

- Diese hohe Präzision der Messungen wird dadurch unterstützt, daß man elementare Teilchen im Anfangszustand besitzt, was eine sehr saubere Umgebung für Präzisionsmessungen schafft. Während man z.B. die Entdeckung einer Vielzahl neuer Phänomene an großen Hadronbeschleunigern wie etwa dem *LHC* erwartet, werden für Präzissionsmessungen der Teilcheneigenschaften auch in Zukunft Hochenergieleptonmaschinen wie der Terra Electronvolt Superconducting Linear Accelerator *TESLA* oder ein Muoncollider benötigt werden.

- Da die Kopplung der Higgsbosonen an Leptonen proportional zur Masse der Leptonen ist, stellt der Muoncollider speziell für die Untersuchung dieser Physik die Maschine der Wahl dar. Hier können, wegen der ca. 200 mal höheren Maße der Muonen, Higgsbosonen im s-Kanal direkt erzeugt werden, so daß es möglich sein wird, eine "*Higgs Factory*" zu bauen. Die Vielzahl der Ereignisse wird eine genaue Untersuchung der Eigenschaften der Higgsbosonen ermöglichen.

- Durch die präzise Bestimmung der Higgskopplungen wird es möglich sein die CP-Eigenschaften der Higgsbosonen zu bestimmen. Erweiterte SUSY-Modelle mit CP-Verletzung im Higgssektor [11, 12, 13, 14] können so getestet werden, was an einem e^+e^--Beschleuniger nur schwer möglich ist, da dort die beiden schweren Higgsbosonen überwiegend paarweise produziert werden und eine Ermittlung der CP-Eigenschaften nur sehr schwer möglich ist. An einem Linearbeschleuniger mit integriertem Photoncollider wäre diese Trennung der CP-Eigenzustände zwar prinzipiell möglich doch bereitet das breite Energiespektrum der Photonen hier große Schwierigkeiten bei Präzisionsmessungen.

- Obwohl es am LHC sicherlich gelingen wird, das Higgsboson zu entdecken, wird es aufgrund der experimentellen Fehler nur sehr schwer möglich sein, das Standardmodell-Higgsboson vom leichtesten Higgsboson eines supersymmetrischen Modells zu unterscheiden, insbesondere wenn die Masse des pseudoskalaren Higgsbosons m_A bei ≥ 300 GeV liegt (*Decoupling Limit*). In diesem Parameterbereich ist das leichteste Higgsboson supersymmetrischer Modelle extrem ähnlich zum Higgsboson des Standardmodells, so daß diese sehr schwer zu unterscheiden sein werden.

- Neben all diesen Möglichkeiten stellt ein Muoncollider durch den Zerfall der Muonen auch eine brillante Neutrinoquelle definierten Flavours dar [7], so daß auch in der Neutrinophysik interessante Ergebnisse zu erwarten sind.

In dieser Arbeit soll die Produktion von Neutralinos an einem Muoncollider untersucht werden. Insbesondere wenn der Zerfall der Higgsbosonen in Squarks kinematisch verboten ist, weist dieser Kanal ein signifikantes Verzweigungsverhältnis auf (bis über 30%), so daß hier hohe Wirkungsquerschnitte möglich sind. In bestimmten Bereichen des Parameterraumes kann man dadurch das Verhältnis der Kopplungen der beiden schweren Higgsbosonen H und A an die Neutralinos präzise, und weitgehend modellunabhängig, bestimmen. Auch soll untersucht werden, ob und wenn ja wann, die Kopplungen der Higgsbosonen an einzelne Neutralinos verschwinden können, so daß die zuvor beschriebene Bestimmung nicht möglich ist.
Zunächst soll im Folgenden eine kurze Motivation der minimalen supersymmetrischen Erweiterung des Standardmodells (*MSSM*) gegeben werden. Sodann werden die Grundzüge der zur Berechnung polarisierter Wirkungsquerschnitte nötigen Verfahren zusammengefaßt. Nach der Berechnung der *Produktionsdichtematrix* im Formalismus der Helizitätsamplituden (wobei sowohl transversale als auch longitudinale Polarisationen der einlaufenden Muonen berücksichtigt werden) wird auf die Bestimmung des Verhältnisses der Kopplungen zwischen den H- und A-Bosonen an die Neutralinos eingegangen. Es wird untersucht, inwieweit diese Kopplungen verschwinden können und, soweit möglich, werden analytische Näherungslösungen für diese Bereiche des Parameterraums angegeben und mit den numerisch ermittelten Bereichen verglichen. Nach der Betrachtung einiger numerischer Ergebnisse in verschiedenen Szenarien werden die Resultate zusammengefaßt.

Kapitel 2

Supersymmetrie

Es ist ein kapitaler Fehler, eine Theorie aufzustellen, bevor man entsprechende Anhaltspunkte hat. Unbewußt beginnt man Fakten zu verdrehen, damit sie zu den Theorien passen, statt daß die Theorien zu den Fakten passen.

Arthur Conan Doyle, Sherlok Holmes "A Scandal in Bohemia" (1891)

2.1 Warum Supersymmetrie?

Zwar liefert das Standardmodell (SM) eine hervorragende Erklärung aller bisherigen Experimente, doch gibt es einige deutliche Hinweise darauf, daß es nicht die endgültige Theorie sein kann, sondern es vielmehr einen gut funktionierenden Niederenergielimes einer umfassenderen Theorie darstellt. Den ersten Hinweis auf die Probleme des Standardmodells liefert das *Hierarchieproblem*, d.h. die Kleinheit des Verhältnisses zwischen der Skala der elektroschwachen Symmetriebrechung und der *GUT-Skala* von etwa $m_W/m_{\mathrm{GUT}} \approx 10^{-12} - 10^{-15}$ GeV. Die GUT-Skala wird dabei durch den Punkt der Vereinheitlichung von starker und schwacher Wechselwirkung bestimmt. Das Hierachieproblem ist eine der wichtigsten Motivationen für das Konzept der Supersymmetrie. Weitere Vorteile supersymmetrischer Modelle sind:

- Lösung des *Finetuning Problem*s. Dieses hängt eng mit dem Hierarchieproblem zusammen. Während nämlich die Massen der Eichbosonen und Fermionen durch die Eich- bzw. chirale Symmetrie vor großen Loop-Korrekturen geschützt werden, gibt es keinen solchen Mechanismus für skalare Teilchen wie das Higgsboson. Deshalb bekommt dessen Masse Korrekturen der Form $\delta m_H^2 \propto \Lambda^2$ wobei Λ die Skala einer fundamentaleren Theorie bezeichnet. Gleichzeitig soll im Standardmodell die Higgsmasse aber von der Größenordnung m_W sein. Dies kann nur durch ein "Finetuning" der Parameter in jeder Ordnung der Störungstheorie erreicht werden, wobei Counterterme so angepaßt werden, daß große Korrekturen wieder verschwinden. Beachtet man nun, daß die Quantenkorrekturen zur Higgsmasse, die von bosonischen und fermionischen Loops herrühren, unterschiedliche Vorzeichen haben, so sieht man leicht ein, daß, wenn es zu jedem Fermion ein masseentartetes Boson gäbe, alle diese Beiträge verschwinden würden. Nun liefert (exakte) Supersymmetrie gerade für jedes Boson einen masseentarteten fermionischen Partner und umgekehrt.

Da die Supersymmetrie nicht exakt ist, sondern gebrochen sein muß (andernfalls hätte man längst supersymmetrische Teilchen beobachten müssen, da die SUSY-Partner mit den Standardmodellteilchen masseentartet wären), ist diese Kompensation der Divergenzen nicht exakt, aber die Korrekturen sind deutlich kleiner: $\delta m_H^2 \propto \delta m^2$, wobei δm^2 die Massenaufspaltung zwischen den Teilchen und ihren Superpartnern bedeutet. [15]

- Die *Vereinigung der Eichkopplungen* gelingt in supersymmetrischen Modellen bei einer Skala $m_{GUT} \approx 2 \cdot 10^{16}$ GeV unter der Annahme, daß die Superteilchen eine Masse von etwa 1 TeV haben [16]. D.h. anders als im Standardmodell, wo diese Vereinigung nicht gelingt, enthalten supersymmetrische Modelle bereits den richtigen Teilcheninhalt.

- SUSY bevorzugt ein *leichtes Higgsboson* und alle bisherigen Messungen deuten ein leichtes Higgsboson an. So liegt die untere Grenze nach letzten Messungen an LEP II bei $m_H > 113.5$ GeV (95% Konfidenzlevel), während die obere Grenze, die sich aus präzisen Messungen der elektroschwachen Wechselwirkung ergibt, bei etwa $m_H < 195$ GeV liegt. Letzte Messungen am LEP-Speicherring deuten auf ein Higgsboson mit einer Masse von etwa 115 GeV hin [17, 18, 19, 20, 21].

- Da das leichteste supersymmetrische Teilchen (*LSP*) im Falle von *R-Paritätserhaltung* stabil sein sollte, liefert es, z.B. in Form des leichtesten Neutralinos, einen natürlichen Kandidaten für kalte *Dunkle Materie* wie sie aus kosmologischen Gründen notwendig ist. Mit Standardmodellteilchen läßt sich das Problem der Dunklen Materie bisher nicht lösen.

- Benutzt man Supersymmetrie als lokale Symmetrie findet man sog. *Supergravity Modelle*. Auf diese Weise kann die Gravitation in eine vereinheitlichte Theorie mit eingebaut werden.

2.2 Teilchenspektrum des MSSM

Das minimal erweiterte Supersymmetrische Standardmodell (*MSSM*) stellt eine in dem Sinne minimale Erweiterung des Standardmodells dar, als man die Anzahl neu eingeführter Superfelder und Wechselwirkungen so klein wie möglich hält. Das MSSM weist deshalb die gleiche Eichgruppenstruktur wie das Standardmodell, $SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, auf, wobei man für jedes links- oder rechtshändige Fermionfeld ein entsprechendes chirales Superfeld einführt. Die Eichfelder des Standardmodells ersetzt man durch entsprechende Vektorsuperfelder, die neben den Standardmodell-Eichbosonen auch deren supersymmetrische Partner enthalten. Für deren Darstellung im Falle der $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$-Eichgruppe kann man, analog zum Standardmodell, die Eichfelder W_μ^a und B_μ^a mit ihren supersymmetrischen Partnern den Winos $\tilde{W}_\mu^a$ und Binos $\tilde{B}_\mu^a$ benutzen oder statt dessen die nach der Symmetriebrechung physikalischen Felder $W^\pm, Z$ und γ nebst ihren supersymmetrischen Partnern.
In supersymmetrischen Modellen findet man weiterhin, daß man für die spontane Symmetriebrechung im elektroschwachen Sektor statt einem Higgsdoublett wie im Standardmodell zwei Higgsdoubletts benötigt, um die Massen für up- und downartige Quarks zu erzeugen. Man führt deshalb zwei Higgssuperfelder mit den entsprechenden Hyperladungen $Y = \pm 1$ ein.
Aufgrund dieser Symmetriebrechung erfolgt nicht nur eine Massenaufspaltung zwischen den Mitgliedern der Supermultipletts, sondern auch eine Mischung der *Wechselwirkungseigenzustände* zu den Masseneigenzuständen. Hierbei bilden sich aus den Winos zusammen mit den geladenen Higgsinos die *Charginos* , während das Photino mit dem Zino und den ungeladenen Higgsinos die *Neutralinos* bilden (s. a. Tabelle 2.1). Eine analoge Mischung findet man auch für Sfermionen. Da diese aber proportional zur Masse der zugehörigen Fermionen ist, kann man diese für Fermionen der ersten und zweiten Generation, wie sie hier betrachtet werden, vernachlässigen, so daß dort die Massen- und Wechselwirkungseigenzustände identisch sind.
Zusammengenommen findet man im MSSM folgendes Teilchenspektrum, wobei hier sowohl die Wechselwirkungs- als auch die Masseneigenzustände auf-

geführt sind:

Standardmodellteilchen	SUSY-Partner	
	Wechselwirkungs-EZ	Massen-EZ
Leptonen: $l = e, \mu, \tau$ Neutrinos: $\nu = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ Quarks: u, d, s, c, b, t	Sleptonen: $\tilde{l}_R, \tilde{l}_L$ Sneutrinos: $\tilde{\nu}$ Squarks: $\tilde{q}_L, \tilde{q}_R$	Sleptonen: $\tilde{l}_1, \tilde{l}_2$ Sneutrinos: $\tilde{\nu}$ Squarks: $\tilde{q}_1, \tilde{q}_2$
W-Boson: $W^\pm$ Higgsboson: H_1^- Higgsboson: H_2^+	Wino: $\tilde{W}^\pm$ Higgsino: $\tilde{H}_1^-$ Higgsino: $\tilde{H}_2^+$	Chargino: $\tilde{\chi}_j^\pm$ $(j = 1, 2)$
Photon: γ Z-Boson: Z Higgsboson: H_1^0 Higgsboson: H_2^0	Photino: $\tilde{\gamma}$ Zino: $\tilde{Z}$ Higgsino: $\tilde{H}_1^0$ Higgsino: $\tilde{H}_2^0$	Neutralino: $\tilde{\chi}_j^0$ $(j = 1, \ldots, 4)$
Gluon: g	Gluino: $\tilde{g}$	Gluino: $\tilde{g}$

Tabelle 2.1: Das Teilchenspektrum des MSSM

2.3 Supersymmetriebrechung

Wäre SUSY exakt, so fände man eine Massenentartung zwischen Standardmodellteilchen und ihren supersymmetrischen Partnern. Da man bisher keine SUSY-Teilchen gefunden hat [22], muß SUSY bei einer höheren Massenskala als der bisher erforschten gebrochen sein. Für diese *SUSY-Brechung* existieren verschiedene Modelle. Hier mag es aber genügen, die zusätzlichen Terme, die SUSY brechen, explizit in die Lagrangedichte einzuführen, wobei nur Terme berücksichtigt werden, die keine quadratischen Divergenzen erzeugen (sog. *soft SUSY breaking, SSB*). Die zugehörige Lagrangedichte ist, unter Vernachlässigung der hier nicht relevanten Squark- und Gluinobeiträge, gegeben durch [23]

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SSB} = & -\frac{1}{2}(M_1 \tilde{B}\tilde{B} + M_2 \tilde{W}\tilde{W} + h.c.) \\
& -\tilde{l}_L^\dagger m_L^2 \tilde{l}_L - \tilde{l}_R m_R^2 \tilde{l}_R^\dagger \\
& -\tilde{l}_R A \tilde{l}_L H_1 + h.c. \\
& -m_{H_1}^2 H_1^\dagger H_1 - m_{H_2}^2 H_2^\dagger H_2 - (b H_1 H_2 + h.c.)
\end{aligned} \tag{2.1}$$

Hierbei sind M_1 der $U(1)_Y$- sowie M_2 der $SU(2)_L$-Gaugino-Massenparameter. $\mathcal{L}_{SSB}$ enthält Beiträge zu den Sleptonmassen mit den hermiteschen 3×3-Matrizen m_L^2 und m_R^2, wobei die Sleptonen $\tilde{l}_{L/R}$ durch einen Tripel mit den Einträgen $\tilde{e}_{L/R}, \tilde{\mu}_{L/R}$ und $\tilde{\tau}_{L/R}$ gegeben sind. Die komplexe 3×3 Kopplungsmatrix A enthält die trilinearen Kopplungen der skalaren Felder. m_{H_1} und m_{H_2} sind die Higgsmassen nebst dem Higgs-Mischungsparameter b.
Die Massen der *Sfermionen* (insbesondere die der hier interessierenden Smuonen) findet man aus der *Polchinski-Gleichung* [24]. Sie ergibt sich unter Verwendung der *Renormierungsgruppengleichung*, wenn man von Supergravitation und der Tatsache ausgeht, daß alle Sfermionen an der Vereinheitlichungsskala die gleiche Masse m_0 haben sollen. Man erhält:

$$m_{\tilde{f}_{LR}}^2 = m_f^2 + m_0^2 + C(\tilde{f})M_2^2 \pm m_Z^2 \cos 2\beta (T_{3f} - e_f \sin^2 \theta_W) \tag{2.2}$$

Hierin treten die Masse des Fermions m_f, die Sfermionmasse m_0 an der GUT-Skala und ein dimensionsloser, sfermionabhäniger Faktor $C(\tilde{f})$ auf. Für linkshändige Sleptonen ist dieser $C(\tilde{l}_L) \approx 0.79$ und für rechtshändige $C(\tilde{l}_R) \approx 0.23$ [25]. Die Fermionmasse kann für die hier betrachteten Smuonen vernachlässigt werden und man findet schließlich die Smuon-Massen

$$m_{\tilde{\mu}_L}^2 = m_0^2 + 0.79 M_2^2 + m_Z^2 \cos 2\beta \left(-\frac{1}{2} + \sin^2(\theta_W) \right) \tag{2.3}$$

$$m_{\tilde{\mu}_R}^2 = m_0^2 + 0.23 M_2^2 - m_Z^2 \cos 2\beta \sin^2(\theta_W) \tag{2.4}$$

2.4 Neutralinomischung

Die Mischungsmatrizen der Wechselwirkungseigenzustände werden durch folgende Größen parametrisiert [26]:

- $U(1)_Y$-Gaugino-Massenparameter: M_1
- $SU(2)_L$-Gaugino-Massenparameter: M_2
- Higgsino-Massenparameter: μ
- Verhältnis der Higgs-Vakuumerwartungswerte

$$\tan \beta = \frac{\langle H_2^0 \rangle}{\langle H_1^0 \rangle} = \frac{v_2}{v_1} \tag{2.5}$$

Bei CP-Erhaltung sind die Parameter M_1, M_2 und μ reell und üblicherweise wird $M_{1,2} > 0$ angenommen.
Der Massenterm für Neutralinos kann als

$$\mathcal{L}^0_{\text{mass}} = -\frac{1}{2}\psi^0_i Y_{ij}\psi^0_j + h.c. \qquad j = 1, \ldots, 4 \tag{2.6}$$

geschrieben werden mit folgenden Weylspinoren als Basis für das neutrale Eichfermion-Higgsinosystem

$$\psi^0_j = (-i\lambda_\gamma, -i\lambda_Z, \psi^a_H, \psi^b_H) \qquad j = 1..4. \tag{2.7}$$

λ_γ und λ_Z stellen dabei die Weylspinoren des Photinos respektive Zinos, ψ^a_H und ψ^b_H diejenigen der Higgsinos dar. Hiermit findet man die Higgsinozustände

$$\psi^a_H = \psi^1_{H_1}\cos\beta - \psi^2_{H_2}\sin\beta \tag{2.8}$$
$$\psi^b_H = \psi^1_{H_1}\sin\beta + \psi^2_{H_2}\cos\beta \tag{2.9}$$

mit den Zweierspinoren der neutralen Higgsinos $\psi^1_{H_1}, \psi^2_{H_2}$. Die sich ergebende Massenmatrix Y ist [26]

$$Y = \begin{pmatrix} M_2 s_W^2 + M_1 c_W^2 & (M_2 - M_1)s_W c_W & 0 & 0 \\ (M_2 - M_1)s_W c_W & M_2 c_W^2 s_W^2 & m_Z & 0 \\ 0 & m_Z & \mu s_{2\beta} & -\mu c_{2\beta} \\ 0 & 0 & -\mu c_{2\beta} & -\mu s_{2\beta} \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

wobei $s_W = \sin\theta_W, c_W = \cos\theta_W$, $s_{2\beta} = \sin 2\beta$ und $c_{2\beta} = \cos 2\beta$.
In einer anderen gebräuchlichen Basis $(\tilde{B}, \tilde{W}, \tilde{H}^0_1, \tilde{H}^0_2)$ ist sie durch

$$\hat{Y} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_Z c_\beta s_W & m_Z s_\beta s_W \\ 0 & M_2 & m_Z c_\beta c_W & -m_Z s_\beta c_W \\ -m_Z c_\beta s_W & m_Z c_\beta c_W & 0 & -\mu \\ m_Z s_\beta s_W & -m_Z s_\beta c_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \tag{2.11}$$

gegeben [27]. Zum Übergang zwischen den beiden Basen benutzt man die Transformation [28]

$$\begin{pmatrix} \tilde{\gamma} \\ \tilde{Z} \\ \tilde{H}_a^0 \\ \tilde{H}_b^0 \end{pmatrix} = \mathcal{A} \begin{pmatrix} \tilde{B} \\ \tilde{W} \\ \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_W & s_W & 0 & 0 \\ -s_W & c_W & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_\beta & -s_\beta \\ 0 & 0 & s_\beta & c_\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{B} \\ \tilde{W} \\ \tilde{H}_1^0 \\ \tilde{H}_2^0 \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

Um die Parameter der Massenmatrix Y zu reduzieren, kann man von einer *Großvereinheitlichten Theorie* ausgehen, womit man für M_1/M_2 an der elektroschwachen Skala eine Bedingung erhält, mit der sich M_1 eliminieren läßt:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{5}{3} \tan^2 \theta_W \tag{2.13}$$

Zur Ermittlung der Massen der Neutralinos wird nun die Massenmatrix Y diagonalisiert. Dies ist, da die Matrix Y symmetrisch ist, mit einer einzigen unitären Matrix N gemäß

$$N^* Y N^{-1} = M_D^0 \tag{2.14}$$

möglich. Die Bestimmung der Diagonalisierungsmatrix N und der Masseneigenwerte und -zustände geschieht numerisch mittels *Singulärwertzerlegung*. Eine analytische Form für die Diagonalisierungsmatrizen findet man in [28]. Jedoch weist diese numerisch einige Schwierigkeiten auf und ist, insbesondere für die hier druchgeführten Untersuchungen des Parameterraums, eher ungeeignet. Die numerisch sehr robuste Singulärwertzerlegung führt dazu, daß die Neutralinomassen immer positiv sind und das bei anderen Diagonalisierungsverfahren mit reeller Diagonalisierungsmatrix N erscheinende Vorzeichen [26], analog zu dem in [28] beschriebenen analytischen Verfahren (dort wird allerdings explizit von CP-Verletzung ausgegangen), in Form komplexer Phasen der Diagonalisierungsmatrix auftritt. Dementsprechend können bei diesem numerischen Verfahren die Neutralinokopplungen auch im Fall von CP-Erhaltung komplexe Phasen aufweisen. Andererseits erlaubt dieses Verfahren, da es von einer unitären Diagonalisierungsmatrix ausgeht den einfachen Einbau CP-verletzender Phasen, auch wenn dies hier nicht betrachtet werden soll.
Bei bekannter Diagonalisierungsmatrix ergeben sich die Weylspinoren der Masseneigenzustände zu

$$\chi_i^0 = N_{ij} \psi_j^0 \tag{2.15}$$

mit $i, j = 1..4$. Hiermit lassen sich die Majoranaspinoren

$$\tilde{\chi}_i^0 = \begin{pmatrix} \tilde{\chi}_i^0 \\ \bar{\tilde{\chi}}_i^0 \end{pmatrix} \tag{2.16}$$

bilden.
Neben den Neutralinomassen und Eigenzuständen ergeben sich auch die Kopplungen der Neutralinos an die Higgsbosonen aus der Diagonalisierungsmatrix N. In der Basis $\tilde{\gamma}, \tilde{Z}, \tilde{H}_a^0, \tilde{H}_b^0$ sind diese in (4.14)-(4.19) angegeben.

Kapitel 3

Spinformalismus

Physicists hat do invent words and phrases for concepts far removed from everyday experience. It was their fashion to avoid pure neologisms and instead to evoke, even if feebly, some analogous commonplace. The alternative was to name discoveries and equations after on another. This they did also. But if you didn't know it was physics they were talking, you might very well worry about them.

Carl Sagan, "Contact" (1986)

In diesem Abschnitt soll der für die Rechnung mit polarisierten Strahlen notwendige Formalismus erläutert werden. Hierzu werden die Konventionen von [29] benutzt.

3.1 Definition der Helizitätsspinoren

Für Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen mit Masse m und Impuls $p^\mu = (\sqrt{|\vec{p}|^2 + m^2}, \vec{p})$ gilt die *Dirac-Gleichung*

$$(\not{p} - m)u(p, \lambda) = 0 \tag{3.1}$$

wobei $u(p, \lambda)$ den Helizitätsspinor des Teilchens mit Helizität $\lambda = \pm\frac{1}{2}$ definiert. Eine analoge Beziehung für die Antiteilchen erhält man durch Anwendung des *Ladungskonjugationsoperators* C gemäß

$$v(p,\lambda) = C\bar{u}^T(p,\lambda), \tag{3.2}$$

wobei C mit Hilfe der *Dirac-Matrizen* definiert ist als

$$C = i\gamma^0\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma^2 \\ -i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.3}$$

(Einige allgemeine Eigenschaften des Ladungskonjugationsoperators findet man in Anhang B.4.) Hierbei wird die *Dirac-Darstellung* der Dirac-Matrizen benutzt, wie sie in Anhang A.1.1 definiert ist.
Der adjungierte Dirac-Spinor ist $\bar{u}(p,\lambda) = u^\dagger(p,\lambda)\gamma^0$. Hiermit erhält man die Dirac-Gleichung für die Antiteilchen

$$(\not{p} + m)v(p,\lambda) = 0 \tag{3.4}$$

Eine Beschreibung der Helizitätseigenzustände ist gegeben durch den Spinvektor [29]

$$s^\mu = \frac{2\lambda}{m}(|\vec{p}|, E\widehat{p}) \tag{3.5}$$

Hierbei ist $\widehat{p}$ der Einheitsvektor in Impulsrichtung. Die Spinbasisvektoren gehorchen folgenden Relationen:

$$\begin{aligned} s_\mu \cdot p^\mu &= 0 && (3.6) \\ s_\mu \cdot s^\mu &= -1 && (3.7) \\ s^{(a)\mu} s^{(b)\mu} &= -\delta^{ab} && (3.8) \end{aligned}$$

Die Spinoren werden so gewählt, daß $u(p,\lambda)$ bzw. $v(p,\lambda)$ Eigenvektoren zu $\gamma_5 \not{s}$ mit Eigenwert $+1$ sind. Es gelte:

$$\begin{aligned} \gamma_5 \not{s} u(p,\lambda) &= 1 \cdot u(p,\lambda) && (3.9) \\ \gamma_5 \not{s} v(p,\lambda) &= 1 \cdot v(p,\lambda) && (3.10) \\ \bar{u}(p,\lambda) \cdot u(p,\lambda') &= 2m\delta_{\lambda,\lambda'} && (3.11) \\ \bar{v}(p,\lambda) \cdot v(p,\lambda') &= -2m\delta_{\lambda,\lambda'} && (3.12) \end{aligned}$$

Unter Benutzung dieser Ausdrücke kann man nun die allgemeinen *Helizitätsprojektoren* für massive Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen berechnen, woraus sich die *Projektionsoperatoren* ergeben:

$$u(p,\lambda)\bar{u}(p,\lambda) = \frac{1}{2}(1+\gamma_5 \not{s})(\not{p}+m) \tag{3.13}$$

Durch eine analoge Rechnung findet man den Projektionsoperator für Antiteilchen:

$$v(p,\lambda)\bar{v}(p,\lambda) = \frac{1}{2}(1+\gamma_5 \not{s})(\not{p}-m). \tag{3.14}$$

3.2 Bouchiat-Michel-Formeln

Für die Arbeit mit polarisierten Teilchen sind die bisherigen Formeln noch nicht ganz ausreichend. Da der Wirkungsquerschnitt proportional zum Quadrat der invarianten Amplitude ist, sieht man sofort, daß man einen generellen Ausdruck für Terme der Form $u(p,\lambda')\bar{u}(p,\lambda)$ im polarisierten Fall benötigt. Diese Beziehungen liefern die *Bouchiat-Michel-Formeln* [30]:

$$u(p,\lambda')\overline{u}(p,\lambda) = \frac{1}{2}\left[\delta_{\lambda\lambda'} + \gamma_5 \not{s}^a \sigma^a_{\lambda\lambda'}\right](\not{p}+m) \tag{3.15}$$

$$v(p,\lambda')\overline{v}(p,\lambda) = \frac{1}{2}\left[\delta_{\lambda'\lambda} + \gamma_5 \not{s}^a \sigma^a_{\lambda'\lambda}\right](\not{p}-m) \tag{3.16}$$

- s^1, s^2 beschreiben die transversalen Polarisationen,
- s^3 beschreibt den longitudinalen Anteil der Polarisation,
- die Benutzung der Bouchiat-Michel-Formeln zur Berechnung der Amplitudenquadrate liefert automatisch eine Entwicklung der *Spindichtematrix* nach Paulimatrizen.

Für die hier verwendeten Spinbasen $s^{(a)}$ und $s^{(b)}$ gelten die Eigenschaften (3.6)-(3.8). Eine ausführliche Herleitung findet man in [30, 31].
Da die einlaufenden Muonen hinsichtlich der Kinematik (nicht jedoch in Bezug auf die Kopplungen an die Higgsbosonen) als masselos betrachtet werden können [32, 33], benötigt man den *Hochenergielimes* der Bouchiat-Michel-Formeln. Hierbei ist insofern Vorsicht geboten, als der longitudinale Spinvektor s^3 umgekehrt proportional zur Masse der Teilchen ist, so daß der naive Ansatz, einfach die Massenterme aus den Bouchiat-Michel-Formeln (3.15)

und (3.16) zu streichen, nicht funktioniert. Unter Benutzung der Eigenwertgleichungen für die Spinbasisvektoren findet man den Hochenergielimes zu

$$\begin{aligned}
u\,(p,\lambda')\,\bar{u}\,(p,\lambda) &= \frac{1}{2}\,(1+2\lambda\gamma_5)\,\not{p}\delta_{\lambda\lambda'} \\
&\quad +\frac{1}{2}\gamma_5\left(\not{s}^1\sigma^1_{\lambda\lambda'}+\not{s}^2\sigma^2_{\lambda\lambda'}\right)\not{p} \qquad (3.17)\\
v\,(p,\lambda')\,\bar{v}\,(p,\lambda) &= \frac{1}{2}\,(1-2\lambda\gamma_5)\,\not{p}\delta_{\lambda'\lambda} \\
&\quad +\frac{1}{2}\gamma_5\left(\not{s}^1\sigma^1_{\lambda'\lambda}+\not{s}^2\sigma^2_{\lambda'\lambda}\right)\not{p} \qquad (3.18)
\end{aligned}$$

Hierbei enthält der erste Term auf der rechten Seite jeweils den un- und longitudinal polarisierten Anteil, während der zweite Term die transversalen Komponenten beschreibt.

3.3 Explizite Spinoren

Neben der *Spurtechnik* unter Benutzung der Bouchiat-Michel-Formeln kann man polarisierte Wirkungsquerschnitte auch aus der expliziten Form der Spinoren der am Prozess beteiligten Teilchen berechnen. Dieses Verfahren soll im folgenden kurz erläutert werden, da es zur Berechnung der numerischen Ergebnisse in dieser Arbeit benutzt wird.

3.3.1 Wahl der Basis

Die explizite Form der Dirac-Spinoren hängt von der Wahl der Basis für die Dirac-Matrizen ab, auch wenn die erzielten Amplituden selbstverständlich in jeder Basis gleich sind. Hier soll die *Dirac-Basis* benutzt werden. In dieser Basis sind die Dirac-Matrizen definiert als

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \qquad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \qquad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad (3.19)$$

wobei σ^i die üblichen Paulimatrizen (B.9)-(B.11) sind.
Benötigt man die Spinoren oder $\gamma-$Matrizen in einer anderen Basis N, so kann man dies durch folgende Transformationen erreichen:

$$\begin{aligned}
\gamma^\mu_N &= S\gamma^\mu_D S^\dagger \qquad (3.20)\\
\psi_N &= S\psi_D \qquad (3.21)
\end{aligned}$$

wobei der Index D für die Dirac-Darstellung steht und S eine 4×4-Transformationsmatrix bezeichnet. Die üblicherweise verwendeten Darstellungen der γ-Matrizen sind im Anhang A angegeben.

3.3.2 Spin-$\frac{1}{2}$-Helizitätszustände

Neben der Bedingung, daß die Spinoren

$$u(p,\lambda) = \begin{pmatrix} \sqrt{E+m}\chi_\lambda(\hat{p}) \\ 2\lambda\sqrt{E-m}\chi_\lambda(\hat{p}) \end{pmatrix} \tag{3.22}$$

$$v(p,\lambda) = C\bar{u}^T(p,\lambda) = \begin{pmatrix} \sqrt{E-m}\chi_{-\lambda}(\hat{p}) \\ 2\lambda\sqrt{E+m}\chi_{-\lambda}(\hat{p}) \end{pmatrix} \tag{3.23}$$

Lösungen der *Dirac-Gleichung* sein müssen, wobei χ_λ für einen zweikomponentigen Weylspinor steht, sollen sie auch *Helizitätseigenzustände* sein, d.h. man fordert zusätzlich

$$\frac{1}{2}\vec{\sigma}\cdot\hat{p}\chi_\lambda = \lambda\chi_\lambda \tag{3.24}$$

mit der *Helizität* $\lambda = \pm\frac{1}{2}$. Bezeichnet dabei $\hat{p}$ einen Einheitsvektor, der in einem Rechtssystem (x, y, z) mit der z-Achse die Polarwinkel θ und ϕ (Azimut) bildet, so kann man die zweikomponentigen Spinoren χ angeben [29]:

$$\chi(\lambda = +\frac{1}{2}, \hat{p}) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \qquad \chi(\lambda = -\frac{1}{2}, \hat{p}) = \begin{pmatrix} -e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2} \\ \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \tag{3.25}$$

Für die Muonen findet man:

$$u_{\mu^-} = \begin{pmatrix} \sqrt{E}\chi_1(\lambda,\theta,\phi) \\ \sqrt{E}\chi_2(\lambda,\theta,\phi) \\ 2\lambda\sqrt{E}\chi_1(\lambda,\theta,\phi) \\ 2\lambda\sqrt{E}\chi_2(\lambda,\theta,\phi) \end{pmatrix} \qquad v_{\mu^+} = \begin{pmatrix} \sqrt{E}\chi_1(-\lambda,\theta,\phi) \\ \sqrt{E}\chi_2(-\lambda,\theta,\phi) \\ -2\lambda\sqrt{E}\chi_1(-\lambda,\theta,\phi) \\ -2\lambda\sqrt{E}\chi_2(-\lambda,\theta,\phi) \end{pmatrix} \tag{3.26}$$

$$\bar{u}_{\mu^-} = \begin{pmatrix} \sqrt{E}\chi_1^*(\lambda,\theta,\phi) \\ \sqrt{E}\chi_2^*(\lambda,\theta,\phi) \\ -2\lambda\sqrt{E}\chi_1^*(\lambda,\theta,\phi) \\ -2\lambda\sqrt{E}\chi_2^*(\lambda,\theta,\phi) \end{pmatrix} \qquad \bar{v}_{\mu^+} = \begin{pmatrix} \sqrt{E}\chi_1^*(-\lambda,\theta,\phi) \\ \sqrt{E}\chi_2^*(-\lambda,\theta,\phi) \\ 2\lambda\sqrt{E}\chi_1^*(-\lambda,\theta,\phi) \\ 2\lambda\sqrt{E}\chi_2^*(-\lambda,\theta,\phi) \end{pmatrix} \tag{3.27}$$

wobei bereits ihre Masse vernachlässigt wurde. Die Indizees $1, 2$ bezeichnen hier den jeweiligen Eintrag der Weylspinoren aus (3.25).
Im vorliegenden Prozess werden Neutralinos produziert. Obwohl diese Majorana-Teilchen sind, können sie bei der Berechnung der Helizitätsamplituden genauso behandelt werden, wie die einlaufenden Muonen, weil der Majoranacharakter der Teilchen lediglich in den Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren erkennbar ist, nicht aber in den expliziten Spinoren.
Da das Koordinatensystem so gewählt wird, daß die Neutralinoimpulse in der Produktionsebene und parallel zur z-Achse liegen (s. a. Abb. 4.1), vereinfachen sich deren Spinoren dergestalt, daß $\theta = \phi = 0$ ist. Die Masse der Neutralinos kann natürlich nicht vernachlässigt werden, so daß man hier massive Spinoren benötigt:

$$u_{\tilde{\chi}^0} = \begin{pmatrix} \sqrt{E+m}\xi_1(\lambda) \\ \sqrt{E+m}\xi_2(\lambda) \\ 2\lambda\sqrt{E-m}\xi_1(\lambda) \\ 2\lambda\sqrt{E-m}\xi_2(\lambda) \end{pmatrix} \qquad v_{\tilde{\chi}^0} = \begin{pmatrix} \sqrt{E-m}\xi_1(\lambda) \\ \sqrt{E-m}\xi_2(\lambda) \\ -2\lambda\sqrt{E+m}\xi_1(\lambda) \\ -2\lambda\sqrt{E+m}\xi_2(\lambda) \end{pmatrix} \tag{3.28}$$

$$\bar{u}_{\tilde{\chi}^0} = \begin{pmatrix} \sqrt{E+m}\xi_1^*(\lambda) \\ \sqrt{E+m}\xi_2^*(\lambda) \\ -2\lambda\sqrt{E-m}\xi_1^*(\lambda) \\ -2\lambda\sqrt{E-m}\xi_2^*(\lambda) \end{pmatrix} \qquad \bar{v}_{\tilde{\chi}^0} = \begin{pmatrix} \sqrt{E-m}\xi_1^*(\lambda) \\ \sqrt{E-m}\xi_2^*(\lambda) \\ 2\lambda\sqrt{E+m}\xi_1^*(\lambda) \\ 2\lambda\sqrt{E+m}\xi_2^*(\lambda) \end{pmatrix} \tag{3.29}$$

Die Werte für $\xi(\lambda)$ ergeben sich im Falle $\theta = \phi = 0$ aus den $\chi(\lambda, \theta, \phi)$ nach (3.25).
Einsetzen dieser Beziehungen in die Amplituden des betrachteten Prozesses liefert sodann die Helizitätsamplituden.

3.4 Wichtung mit der Spindichtematrix

Da es unmöglich ist, 100% polarisierte Teilchenstrahlen zu erzeugen, werden diese durch ihre *Spindichtematrix* beschrieben. Folglich müssen die erhaltenen Übergangsmatrixelemente mit den Spindichtematrizen der einlaufenden Teilchen gewichtet werden und man benötigt die Spindichtematrix für ein Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen. Details hierzu findet man in [34, 35].
Zunächst betrachtet man ein Teilchen in seinem Ruhesystem. Hier kann man zeigen, daß man die Spindichtematrix in folgender Weise aus dem Spinoperator S^i aufbauen kann [34]:

$$\rho^{(j)}(0) = \frac{1}{2j+1} \cdot 1 + c_{i_1} S^{i_1} + c_{i_1} c_{i_2} S^{i_1} S^{i_2} + \ldots + c_{i_1 \cdots i_{2j}} S^{i_1} \cdots S^{i_{2j}} \tag{3.30}$$

Weiterhin weiß man, daß im *Ruhesystem* des Teilchens der totale Drehimpuls j gegeben ist durch $j = s = \frac{1}{2}$, so daß man folgern kann

$$\rho^{\frac{1}{2}}(0) = \frac{1}{2} \cdot 1 + c \cdot S \overset{[34]}{=} \ldots = \frac{1}{2}\left(1 + \vec{P}\vec{\sigma}\right) \tag{3.31}$$

da $\vec{S} = \frac{1}{2}\vec{\sigma}$. Der *Polarisationsvektor* $\vec{P}$ gibt dabei die Richtung der Spineinstellung, sein Betrag den jeweiligen Polarisationsgrad an.
Man kann nun zeigen, daß diese Gleichung auch im relativistischen Fall gilt [34]. Hierzu muß man den Zustand $|0, j = sm\rangle$ (wobei m die dritte Komponente des Drehimpulses bezüglich einer beliebigen Quantisierungsachse bezeichnet) aus dem Ruhesystem in den Zustand $|p, jm\rangle$ boosten und dann die Dichtematrix in der Basis der Zustände $|p, jm\rangle$ ausdrücken. Hierbei ist es zweckmäßig als Quantisierungsachse die Impulsrichtung zu verwenden. Wiederum findet man

$$\rho^{\frac{1}{2}}(p) = \frac{1}{2}\left(1 + \vec{P}\vec{\sigma}\right) \tag{3.32}$$

Die Komponenten P_1 und P_2 von $\vec{P}$ beschreiben dabei die transversalen Polarisationsgrade (d.h. senkrecht zu $\vec{p}$) und P_3 den longitudinalen Polarisationsgarad (parallel zu $\vec{p}$). (Zur Herleitung dieser Ergebnisse s. [34])

3.5 Entwicklung nach Paulimatrizen

Um die Spin- und Korrelationsterme analog zur Berechnung mit Hilfe der Bouchiat-Michel-Formeln zu erhalten, ist es zweckmäßig, die Amplitudenquadrate nach Paulimatrizen zu entwickeln. Hierzu werden folgende Beziehungen benutzt:

$$\sigma^1 = 2|\lambda|\delta_{\lambda+\lambda',0} \tag{3.33}$$
$$\sigma^2 = i(\lambda - \lambda')\delta_{\lambda+\lambda',0} \tag{3.34}$$
$$\sigma^3 = 2\lambda\delta_{\lambda,\lambda'} \tag{3.35}$$

Die gesamte Entwicklung der *Produktionsdichtematrix* $\rho_P^{\lambda_i,\lambda_j,\lambda'_i,\lambda'_j}$ mit den Spinorindizes λ_i, λ'_i bzw. λ_j, λ'_j für die produzierten Neutralinos nach Paulimatrizen, wobei die Spinindizes der einlaufenden Muonen $(\lambda_1, \lambda'_1, \lambda_2, \lambda'_2)$ unterdrückt werden, ist nun gegeben durch

$$\rho_P^{\lambda_i,\lambda_j,\lambda'_i,\lambda'_j} = \delta_{\lambda_i,\lambda'_i}\delta_{\lambda_j,\lambda'_j}P \tag{3.36}$$
$$+\delta_{\lambda_j,\lambda'_j}\sum_a \sigma^a_{\lambda_i,\lambda'_i}\Sigma^a_P(\tilde{\chi}^0_i) \tag{3.37}$$
$$+\delta_{\lambda_i,\lambda'_i}\sum_b \sigma^b_{\lambda_j,\lambda'_j}\Sigma^b_P(\tilde{\chi}^0_j) \tag{3.38}$$
$$+\sum_{a,b} \sigma^a_{\lambda_i,\lambda'_i}\sigma^b_{\lambda_j,\lambda'_j}\Sigma^{ab}_P(\tilde{\chi}^0_i,\tilde{\chi}^0_j) \tag{3.39}$$

Für die einzelnen Terme findet man:

$$4P = \delta_{\lambda'_j,\lambda_j}\delta_{\lambda'_i,\lambda_i}\rho_P^{\lambda_i,\lambda_j,\lambda'_i,\lambda'_j} \tag{3.40}$$
$$4\Sigma^a_P(\tilde{\chi}^0_i) = \delta_{\lambda'_j,\lambda_j}\sigma^a_{\lambda'_i,\lambda_i}\rho_P^{\lambda_i,\lambda_j,\lambda'_i,\lambda'_j} \tag{3.41}$$
$$4\Sigma^b_P(\tilde{\chi}^0_j) = \delta_{\lambda'_i,\lambda_i}\sigma^b_{\lambda'_j,\lambda_j}\rho_P^{\lambda_i,\lambda_j,\lambda'_i,\lambda'_j} \tag{3.42}$$
$$4\Sigma^{ab}_P(\tilde{\chi}^0_i,\tilde{\chi}^0_j) = \sigma^a_{\lambda'_i,\lambda_i}\sigma^b_{\lambda'_j,\lambda_j}\rho_P^{\lambda_i,\lambda_j,\lambda'_i,\lambda'_j} \tag{3.43}$$

Aus diesen Beziehungen folgt die Entwicklung der Dichtematrix nach Paulimatrizen. Die einzelnen Terme ergeben sich aus den Elementen der Dichtematrix gemäß den folgenden Beziehungen wobei beispielsweise $\rho^{+--+} = \rho^{\lambda_i=+\frac{1}{2}\lambda'_i=-\frac{1}{2}\lambda_j=-\frac{1}{2}\lambda'_j=+\frac{1}{2}}$ bedeutet:

$$4P = \rho^{++++} + \rho^{----} + \rho^{+-+-} + \rho^{-+-+} \tag{3.44}$$
$$4\Sigma^3(\tilde{\chi}^0_i) = \rho^{++++} - \rho^{----} + \rho^{+-+-} - \rho^{-+-+} \tag{3.45}$$
$$2\Sigma^1(\tilde{\chi}^0_i) = \Re e\left(\rho^{++-+} + \rho^{+---}\right) \tag{3.46}$$
$$-2\Sigma^2(\tilde{\chi}^0_i) = \Im m\left(\rho^{++-+} + \rho^{+---}\right) \tag{3.47}$$
$$4\Sigma^3(\tilde{\chi}^0_j) = \rho^{++++} - \rho^{----} - \left(\rho^{+-+-} - \rho^{-+-+}\right) \tag{3.48}$$
$$2\Sigma^1(\tilde{\chi}^0_j) = \Re e\left(\rho^{+++-} + \rho^{-+--}\right) \tag{3.49}$$
$$-2\Sigma^2(\tilde{\chi}^0_j) = \Im m(\rho^{+++-} + \rho^{-+--}) \tag{3.50}$$

Korrelationsterme:

$$
\begin{aligned}
2\Sigma^{11} &= \Re e \left(\rho^{++--} + \rho^{+--+}\right) && (3.51)\\
-2\Sigma^{21} &= \Im m \left(\rho^{++--} + \rho^{+--+}\right) && (3.52)\\
-2\Sigma^{22} &= \Re e \left(\rho^{++--} - \rho^{+--+}\right) && (3.53)\\
-2\Sigma^{12} &= \Im m \left(\rho^{++--} - \rho^{+--+}\right) && (3.54)\\
2\Sigma^{13} &= \Re e \left(\rho^{++-+} - \rho^{+---}\right) && (3.55)\\
-2\Sigma^{23} &= \Im m \left(\rho^{++-+} - \rho^{+---}\right) && (3.56)\\
2\Sigma^{31} &= \Re e \left(\rho^{+++-} - \rho^{-+--}\right) && (3.57)\\
-2\Sigma^{32} &= \Im m \left(\rho^{+++-} - \rho^{-+--}\right) && (3.58)\\
4\Sigma^{33} &= \rho^{++++} + \rho^{----} - \left(\rho^{+-+-} + \rho^{-+-+}\right) && (3.59)
\end{aligned}
$$

Diese Berechnungen müssen für jede Spinkonfiguration der einlaufenden Teilchen durchgeführt werden.

3.6 Vergleich der Formalismen

Da sowohl der Formalismus der Helizitätsamplituden als auch die Anwendung der Bouchiat-Michel-Formeln ihre spezifischen Vor- und Nachteile haben, sollen die wesentlichen hier kurz zusammengefaßt werden.
Der Hauptvorteil der Berechnungen mit expliziten Spinoren liegt zweifellos in den relativ einfachen und übersichtlichen Ergebnissen auf *Amplitudenebene*. Vor allem zur Implementation auf dem Rechner eignen sich diese Ergebnisse besser als die Resultate aus den Bouchiat-Michel-Formeln. Zum einen, weil die relativ kurzen Formeln, die hierbei nötig sind, vergleichsweise einfach zu berechnen sind und so Rechenzeit einsparen, zum anderen sind sie wesentlich weniger fehleranfällig zu programmieren. Auch stellt es für den Computer kein Problem dar, eine komplexe Amplitude mit ihrem Konjugierten zu multiplizieren und es bedarf zu dieser Operation nur weniger Taktzyklen, so daß diese Programme sehr effizient abgearbeitet werden können.
Hingegen liefert die Berechnung mit Hilfe der *Bouchiat-Michel-Formeln* sehr komplexe und lange Ergebnisse, schon allein deshalb da hier auf Ebene der Amplitudenquadrate gerechnet wird. Bei komplizierten Prozessen werden derartige Rechnungen daher schnell umfangreich und unübersichtlich. Der Vorteil dieser Methode ist allerdings, daß man die erwartete Struktur des Amplitudenquadrates, aufgespaltet in den unpolarisierten Anteil, Spin- und Korrelationsterme, ohne jede zusätzliche Arbeit erhält. Auch sind die berechneten Amplitudenquadrate lorentzinvariant, so daß man leicht in jedes beliebige Bezugssystem wechseln kann. Ist man an der analytischen Auswertung dieser Terme interessiert, so ist dies ein klarer Vorteil der Rechnung mit

der Spurtechnik, da im Falle der Helizitätsamplituden diese Terme zunächst mit verhältnismäßig großem Aufwand aus den Dichtematrixelementen rekonstruiert werden müssen. Insbesondere, da man alle Dichtematrixelemente berechnen muß, um einen einzelnen Term konstruieren zu können und, da man diese Konstruktion dann für jede Konfiguration der Eingangsspinoren einzeln durchführen muß. Sollte man sich z. B. nur für den Korrelationsterm interessieren, so ist dies mit Hilfe der Bouchiat-Michel-Formeln eine verhältnismäßig kurze Rechnung, da man nur diesen selbst berechnen kann, während man im Formalismus der Helizitätsamplituden zunächst alle Amplitudenbeiträge berechnen, diese dann für jede Eingangsspinkonfiguration quadrieren und schließlich mit Hilfe der angegebenen Formeln daraus die entsprechenden Terme extrahieren muß.
Für die Implementation auf dem Rechner andererseits ist die Spurtechnik eher nachteilig, da man sehr lange Gleichungen erhält, die mit vielen aufwendigen Operationen zu berechnen sind. Die Rechenzeit für derartige Auswertungen wird durchweg höher sein als im Falle der Helizitätsamplituden. Auch neigen komplexe Programme eher zu Fehlern, was eine sehr langwierige Fehlersuche nach sich ziehen kann. Ist man also alleine an der numerischen Analyse interessiert und möchte schnell numerische Ergebnisse erhalten, bietet der Helizitätsformalismus einige Vorteile. Auch hier ist es für den Rechner verhältnismäßig einfach z. B. Korrelationsterme numerisch zu bestimmen.
Auch bei sehr komplexen Prozessen (z. B. Vielteilchen-Endzustände) wird sich die Berechnung der Helizitätsamplituden als vorteilhafter erweisen, da die Berechnung der Amplitudenquadrate mit Hilfe der Spurtechnik schnell aufwendig und langwierig wird. Allerdings sei angemerkt, daß die Bouchiat-Michel-Formeln unter gewissen Bedingungen auch zur Berechnung der Amplituden verwendet werden können, so daß sich u.U. die Vorteile beider Methoden kombinieren lassen. Ein Beispiel hierzu ist in [29] angegeben.

Kapitel 4

Produktion der Neutralinos

The great floodgates of the wonder-world swung open.

Herman Melville, "Moby Dick" (1851)

4.1 Bezugssystem und Koordinatenwahl

Als Bezugssystem für Produktion und Zerfall wählt man das Laborsystem (*CMS*). In diesem wird das Koordinatensystem so gelegt, daß die Produktionsebene die xz-Ebene ist. Für die Numerik erweist es sich als zweckmäßig die z-Achse so zu legen, daß sie mit der Bewegungsrichtung der produzierten Neutralinos zusammenfällt (s. Abb. 4.1), um möglichst einfache Vektoren für diese zu erhalten, was sich bei der Betrachtung des Neutralinozerfalls als positiv erweist.
Zunächst sollen die für die Produktion der Neutralinos relevanten Größen betrachtet werden. Für diese gilt:

$$p_3^\mu = \begin{pmatrix} E_3 \\ 0 \\ 0 \\ |\vec{p}_3| \end{pmatrix} \qquad \text{sowie} \qquad p_4^\mu = \begin{pmatrix} E_4 \\ 0 \\ 0 \\ -|\vec{p}_4| \end{pmatrix}, \tag{4.1}$$

wobei

$$E_3 = \frac{s + m_3^2 - m_4^2}{2\sqrt{s}} \qquad E_4 = \frac{s + m_4^2 - m_3^2}{2\sqrt{s}}$$

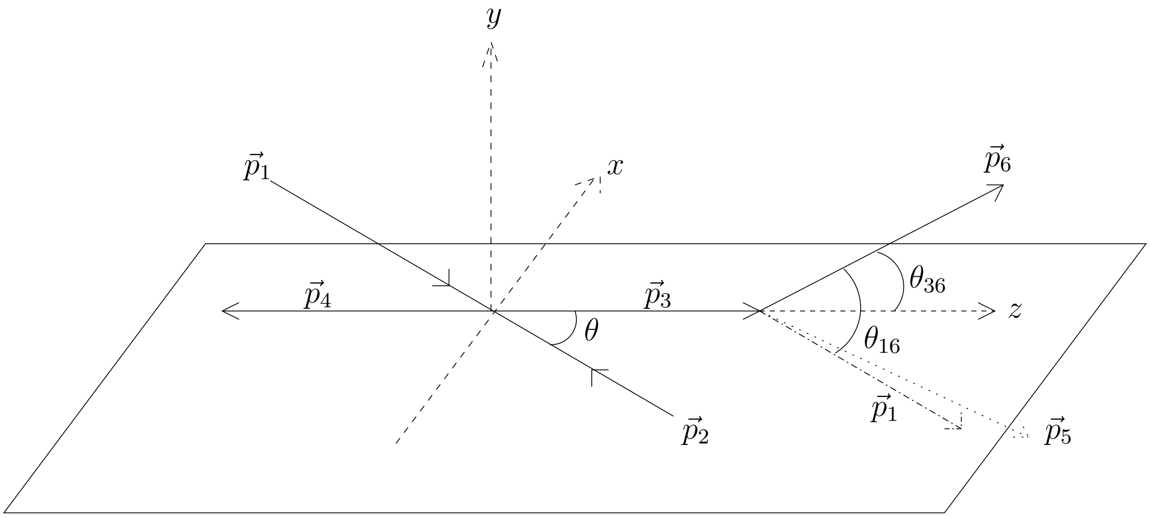


Abbildung 4.1: Definitionen der Impulse und Winkel im Laborsystem ($\equiv$ CMS). Die Azimutalwinkel sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht eingezeichnet. Der Zerfall des Neutralinos ist nur der Vollständigkeit halber angegeben, soll hier aber nicht betrachtet werden.

mit

$$|\vec{p}_3| = |\vec{p}_4| = p = \sqrt{\frac{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)}{4s}},$$

der kinematischen *Dreiecksfunktion*

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \tag{4.2}$$

und der *Schwerpunktsenergie* $\sqrt{s} = 2E_b$ ist. E_b ist die *Strahlenergie*.
Im hier gewählten Koordinatensystem ergeben sich die Viererimpulse p_1, p_2 der einlaufenden Muonen μ^- und μ^+ zu

$$p_1^\mu = \begin{pmatrix} E_b \\ -|\vec{p}_1| \sin\theta \\ 0 \\ |\vec{p}_1| \cos\theta \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad p_2^\mu = \begin{pmatrix} E_b \\ |\vec{p}_2| \sin\theta \\ 0 \\ -|\vec{p}_2| \cos\theta \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

θ ist der Winkel zwischen dem einlaufenden μ^- und dem produzierten Neutralino $\tilde{\chi}_i^0$ (also $\measuredangle(p_1, p_3)$). Diese Vektoren können weiter vereinfacht werden, da man die Masse der Muonen bei den hier betrachteten Energien vernachlässigen kann [32, 33]:

$$p_1^\mu = E_b \begin{pmatrix} 1 \\ -\sin\theta \\ 0 \\ \cos\theta \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad p_2^\mu = E_b \begin{pmatrix} 1 \\ \sin\theta \\ 0 \\ -\cos\theta \end{pmatrix}. \tag{4.4}$$

4.2 Produktion

Der Produktionsprozess der Neutralinos

$$\mu^-(p_1)\mu^+(p_2) \longrightarrow \tilde{\chi}_i^0(p_3)\tilde{\chi}_j^0(p_4)$$

kann über mehrere verschiedene Kanäle ablaufen. Neben den auch in Elektron-Positron-Annihilation möglichen Z- und $\tilde{l}$-Kanälen [31, 36, 37] tritt hier wegen der höheren Masse der Muonen auch ein Austausch neutraler Higgsbosonen im s-Kanal in Erscheinung. Dies widerspricht nicht der Vernachlässigung der Muonmassen in den kinematischen Termen, die lediglich nicht meßbare Korrekturen der Größenordnung m_μ^2/s zum Wirkungsquerschnitt beitragen [32, 33].
Weiterhin muß für den Produktionsprozess beachtet werden, daß es sich bei Neutralinos um *Majorana-Teilchen* handelt, also bei ihnen Teilchen und Antiteilchen identisch sind. Deshalb ist es sinnvoll, für die richtigen relativen Vorzeichen und Zahlenfaktoren, die Amplituden direkt aus den für den Prozess relevanten Lagrangedichten herzuleiten. Sowohl die Lagrangedichten als auch die Amplituden werden aus [38] und [39] übernommen. Sie sind gegeben durch:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{Zl^+l^-} &= -\frac{g}{\cos\theta_W} Z_\mu \bar{l}\gamma^\mu[L_l P_L + R_l P_R]l + h.c. && (4.5)\\
\mathcal{L}_{Z\tilde{\chi}_i^0\tilde{\chi}_j^0} &= \frac{1}{2}\frac{g}{\cos\theta_W} Z_\mu \bar{\tilde{\chi}}_i^0\gamma^\mu[O''^L_{ij} P_L + O''^R_{ij} P_R]\tilde{\chi}_j^0 + h.c. && (4.6)\\
\mathcal{L}_{l\tilde{l}\tilde{\chi}_m^0} &= g f^L_{lm}\bar{l}P_R\tilde{\chi}_m^0\tilde{l}_L + g f^R_{lm}\bar{l}P_L\tilde{\chi}_m^0\tilde{l}_R + h.c. && (4.7)\\
\mathcal{L}_{(\varphi)\tilde{\chi}_i^0\tilde{\chi}_j^0} &= \frac{1}{2}g\bar{\tilde{\chi}}_i^0[c_L^{(\varphi)}P_L + c_R^{(\varphi)}P_R]\tilde{\chi}_j^0\varphi && (4.8)\\
\mathcal{L}_{(\varphi)l\bar{l}} &= \frac{g}{2}\bar{l}[d_R^{(\varphi)}P_R + d_L^{(\varphi)}P_L]l && (4.9)
\end{aligned}$$

Hierbei wurden folgende Abkürzungen definiert

- φ bezeichnet die Higgsbosonen, d.h. $\varphi = h, H, A$
- $L_l = \sin^2\theta_W$
- $R_l = -\frac{1}{2} + \sin^2\theta_W$
- Die *Z-Neutralino-Kopplungen* sind in der Basis $(\tilde{\gamma}, \tilde{Z}, \tilde{H}_a^0, \tilde{H}_b^0)$ gegeben durch

$$
\begin{aligned}
O''^{L}_{ij} &= -\frac{1}{2}(N_{i3}N^*_{j3} - N_{i4}N^*_{j4})\cos 2\beta \\
&\quad -\frac{1}{2}(N_{i3}N^*_{j4} + N_{i4}N^*_{j3})\sin 2\beta && (4.10) \\
O''^{R}_{ij} &= -O''^{L*}_{ij} && (4.11)
\end{aligned}
$$

wobei N_{ij} die Matrixelemente der unitären 4×4-Matrix sind, die die *Neutralino-Mischungsmatrix* diagonalisiert (s. a. Abschnitt 2.4).

- $P_{L/R} = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)$ sind die *Chiralitätsprojektoren*
- Die $l - \tilde{l} - \tilde{\chi}^0_m$-Kopplungen sind gegeben durch

$$
\begin{aligned}
f^L_{lm} &= -\sqrt{2}\Big[\frac{1}{\cos\theta_W}(T_{3l} - e_l \sin^2\theta_W)N_{m2} \\
&\quad + e_l \sin\theta_W N_{m1}\Big] && (4.12) \\
f^R_{lm} &= -\sqrt{2}e_l \sin\theta_W[\tan\theta_W N^*_{m2} - N^*_{m1}] && (4.13)
\end{aligned}
$$

- Für die Higgsbosonen findet man folgende Kopplungen an die Neutralinos [27]

$$
\begin{aligned}
c_L^{(h)} &= S''^*_{ij}\cos\alpha + Q''^*_{ij}\sin\alpha && (4.14) \\
c_R^{(h)} &= S''_{ij}\cos\alpha + Q''_{ij}\sin\alpha && (4.15) \\
c_L^{(H)} &= S''^*_{ij}\sin\alpha - Q''^*_{ij}\cos\alpha && (4.16) \\
c_R^{(H)} &= S''_{ij}\sin\alpha - Q''_{ij}\cos\alpha && (4.17) \\
c_L^{(A)} &= i\left[Q''^*_{ij}\sin\beta - S''^*_{ij}\cos\beta\right] && (4.18) \\
c_R^{(A)} &= -i\left[Q''_{ij}\sin\beta - S''_{ij}\cos\beta\right] && (4.19)
\end{aligned}
$$

α ist hierbei der Mischungswinkel aus der Diagnonalisierung der Massenmatrix der neutralen Higgsbosonen. In der hier verwendeten Basis $(\tilde{\gamma},\, \tilde{Z},\, \tilde{H}^0_a,\, \tilde{H}^0_b)$ ist

$$
\begin{aligned}
Q''_{ij} &= \frac{1}{2\cos\theta_W}\Big[N_{i2}\left(N_{j3}\cos\beta + N_{j4}\sin\beta\right) \\
&\quad + N_{j2}\left(N_{i4}\sin\beta + N_{i3}\cos\beta\right)\Big] && (4.20)\\
S''_{ij} &= \frac{1}{2\cos\theta_W}\Big[N_{i2}\left(N_{j4}\cos\beta - N_{j3}\sin\beta\right) \\
&\quad + N_{j2}\left(N_{i4}\cos\beta - N_{i3}\sin\beta\right)\Big] && (4.21)
\end{aligned}
$$

Für die Kopplung der Higgsbosonen an Leptonen gilt:

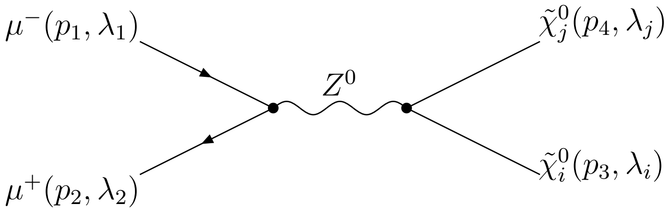
$$
\begin{aligned}
d_L^{(h)} &= d_R^{(h)} = \frac{m_l}{m_W}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} && (4.22)\\
d_L^{(H)} &= d_R^{(H)} = \frac{m_l}{m_W}\frac{\sin\alpha}{\cos\beta} && (4.23)\\
d_L^{(A)} &= -d_R^{(A)} = -i\frac{m_l}{m_W}\tan\beta && (4.24)
\end{aligned}
$$

4.3 Helizitätsamplituden

Im folgenden Abschnitt sollen die *Helizitätsamplituden* des Prozesses sortiert nach den jeweils ausgetauschten Teilchen angegeben werden.

4.3.1 Z-Austausch, s-Kanal

Im s-Kanal ist der Austausch eines Z-Bosons der Masse m_Z und Zerfallsbreite Γ_Z möglich:



Die zugehörige Amplitude ist gegeben durch

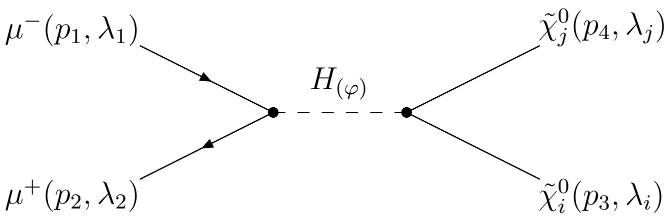
$$\begin{aligned} A^{\lambda_i,\lambda_j}_{\lambda_1,\lambda_2} &= iD_Z(s)\left[\bar{v}(\mu^+)_{\lambda_2}\gamma^\mu\left(L_l P_L + R_l P_R\right)u(\mu^-)_{\lambda_1}\right] \\ &\quad \cdot \left[\bar{u}(\tilde{\chi}^0_i)_{\lambda_i}\gamma_\mu\left(O''^{L}_{ij}P_L + O''^{R}_{ij}P_R\right)v(\tilde{\chi}^0_j)_{\lambda_j}\right] \end{aligned} \tag{4.25}$$

und

$$D_Z(s) = \frac{g^2}{\cos^2\theta_W}\cdot\frac{1}{s - m_Z^2 + i m_Z \Gamma_Z} \tag{4.26}$$

4.3.2 Higgsaustausch, s-Kanal

Da die Kopplung der Higgsbosonen an Fermionen proportional zu deren Masse ist, wird im vorliegenden Prozess der Austausch neutraler Higgsbosonen im s-Kanal relevant:



Als Amplitude erhält man hier

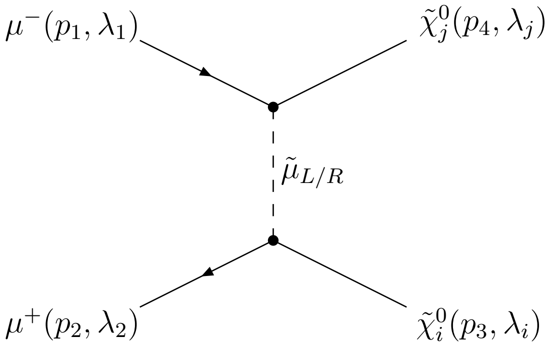
$$\begin{aligned} B^{\lambda_i,\lambda_j}_{\lambda_1,\lambda_2} &= iD_{(\varphi)}(s)\left[\bar{v}(\mu^+)_{\lambda_2}\left(d^{(\varphi)}_R P_L + d^{(\varphi)}_R P_R\right)u(\mu^-)_{\lambda_1}\right] \\ &\quad \cdot \left[\bar{u}(\tilde{\chi}^0_i)_{\lambda_i}\left(c^{(\varphi)}_L P_L + c^{(\varphi)}_R P_R\right)v(\tilde{\chi}^0_j)_{\lambda_j}\right] \end{aligned} \tag{4.27}$$

$$D_{(\varphi)}(s) = \frac{1}{s - {m^{(\varphi)}}^2 + i m^{(\varphi)}\Gamma^{(\varphi)}} \tag{4.28}$$

Hierbei bezeichnet φ das betrachtete Higgsboson, also $\varphi = h, H, A$. Für den Gesamtprozess tragen also drei Amplituden bei, die zu summieren sind.

4.3.3 Smuon-Austausch, t- und u-Kanal

Im t- und u-Kanal findet man den Austausch links- und rechtshändiger Smuonen:



mit der zugehörigen Amplitude im t-Kanal

$$\begin{aligned} C^{\lambda_i,\lambda_j}_{\lambda_1,\lambda_2} &= -iD_l(t)\left[\bar{v}(\mu^+)_{\lambda_2}P_R v(\tilde{\chi}^0_j)_{\lambda_j}\right]\left[\bar{u}(\tilde{\chi}^0_i)_{\lambda_i}P_L u(\mu^-)_{\lambda_1}\right] \\ &\quad -iD_r(t)\left[\bar{v}(\mu^+)_{\lambda_2}P_L v(\tilde{\chi}^0_j)_{\lambda_j}\right]\left[\bar{u}(\tilde{\chi}^0_i)_{\lambda_i}P_R u(\mu^-)_{\lambda_1}\right] \end{aligned} \tag{4.29}$$

mit

$$D_l(t) = \frac{g^2}{t-m^2_{\tilde{\mu}_L}} f^{L*}_{l_i}\cdot f^L_{l_j} \tag{4.30}$$

sowie

$$D_r(t) = \frac{g^2}{t-m^2_{\tilde{\mu}_R}} f^{R*}_{l_i}\cdot f^R_{l_j} \tag{4.31}$$

Die Amplitude im u-Kanal ist gegeben durch

$$\begin{aligned} D^{\lambda_i,\lambda_j}_{\lambda_1,\lambda_2} &= iD_l(u)\left[\bar{v}(\mu^+)_{\lambda_2}P_R v(\tilde{\chi}^0_i)_{\lambda_j}\right]\left[\bar{u}(\tilde{\chi}^0_j)_{\lambda_j}P_L u(\mu^-)_{\lambda_1}\right] \\ &\quad +iD_r(u)\left[\bar{v}(\mu^+)_{\lambda_2}P_L v(\tilde{\chi}^0_j)_{\lambda_j}\right]\left[\bar{u}(\tilde{\chi}^0_i)_{\lambda_i}P_R u(\mu^-)_{\lambda_1}\right] \end{aligned} \tag{4.32}$$

mit

$$D_l(u) = \frac{g^2}{u-m^2_{\tilde{\mu}_L}} f^{L}_{l_i}\cdot f^{L*}_{l_j} \tag{4.33}$$

sowie

$$D_r(u) = \frac{g^2}{u - m^2_{\tilde{\mu}_R}} \cdot f^R_{l_j} f^{R*}_{l_i} \tag{4.34}$$

4.4 Berechnung der Helizitätsamplituden

Die in den Gleichungen (4.25)-(4.32) vorkommenden *Mandelstam-Variablen* sind definiert durch

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (p_3 + p_4)^2 && (4.35) \\ t &= (p_1 - p_3)^2 = (p_4 - p_2)^2 && (4.36) \\ u &= (p_2 - p_3)^2 = (p_4 - p_1)^2 && (4.37) \end{aligned}$$

Dem Formalismus aus Abschnitt 3.3 folgend kann man die Helizitätsamplituden im CMS berechnen. Dazu ist es zunächst zweckmäßig, durch eine *Fierztransformation* die t- und u-Beiträge auf eine den s-Amplituden analoge Form zu bringen. So kann man die Helizitätsamplituden der “Non-Higgs-Kanäle” in der allgemeinen Form

$$T_P{}^{\lambda_i,\lambda_j}_{\lambda_1,\lambda_2} = Q^{ij}_{ab} \left[\bar{v}(\mu^+)_{\lambda_2} \gamma^\mu P_a u(\mu^-)_{\lambda_1}\right] \left[\bar{u}(\tilde{\chi}^0_i)_{\lambda_i} \gamma_\mu P_b v(\tilde{\chi}^0_j)_{\lambda_j}\right] \tag{4.38}$$

schreiben [37]. Für den skalaren und pseudoskalaren Austausch hat man analog

$$T_P{}^{\lambda_i,\lambda_j}_{\lambda_1,\lambda_2} = Q^{(\varphi)}_{H}{}^{ij}_{ab} \left[\bar{v}(\mu^+)_{\lambda_2} P_a u(\mu^-)_{\lambda_1}\right] \left[\bar{u}(\tilde{\chi}^0_i)_{\lambda_i} P_b v(\tilde{\chi}^0_j)_{\lambda_j}\right] \tag{4.39}$$

wobei a, b für die Chiralitäten L, R stehen, und φ wieder die Higgsbosonen bezeichnet. Die eingeführten Größen Q^{ij}_{ab}, respektive für die Higgskanäle $Q^{(\varphi)}_{H}{}^{ij}_{ab}$, werden als *verallgemeinerte Ladungen* bezeichnet [40]. Sie sind für die “Non-Higgs-Kanäle” gegeben durch [37]

$$\begin{aligned} Q^{ij}_{LL} &= i\left[D(s) L_l O''^{L}_{ij} + \frac{1}{2} D_l(u)\right] && (4.40) \\ Q^{ij}_{RR} &= i\left[D(s) R_L O''^{R}_{ij} + \frac{1}{2} D_r(u)\right] && (4.41) \\ Q^{ij}_{LR} &= i\left[D(s) L_l O''^{R}_{ij} + \frac{1}{2} D_l(t)\right] && (4.42) \\ Q^{ij}_{RL} &= i\left[D(s) R_l O''^{L}_{ij} - \frac{1}{2} D_r(t)\right] && (4.43) \end{aligned}$$

Für die Higgskanäle findet man folgende Ladungen:

$$Q^{(\varphi)}_{HLL} = 2 \cdot \frac{g}{4} D_{(\varphi)} d^{(\varphi)}_L c^{(\varphi)}_L \tag{4.44}$$
$$Q^{(\varphi)}_{HRR} = 2 \cdot \frac{g}{4} D_{(\varphi)} d^{(\varphi)}_R c^{(\varphi)}_R \tag{4.45}$$
$$Q^{(\varphi)}_{HLR} = 2 \cdot \frac{g}{4} D_{(\varphi)} d^{(\varphi)}_L c^{(\varphi)}_R \tag{4.46}$$
$$Q^{(\varphi)}_{HRL} = 2 \cdot \frac{g}{4} D_{(\varphi)} d^{(\varphi)}_R c^{(\varphi)}_L \tag{4.47}$$
$$\tag{4.48}$$

Mit Hilfe der in Abschnitt 4.1 definierten Spinoren und dieser Definitionen können nun die Helizitätsamplituden berechnet werden, aus denen sich dann die Produktionsdichtematrix aufbauen läßt. Für die "Non-Higgs-Kanäle" ergibt sich [37]

$$T_P{}^{++}_{-+} = -E \sin\theta [\varepsilon_3^- \varepsilon_4^+ Q_{LL} + \varepsilon_3^+ \varepsilon_4^- Q_{LR}] \tag{4.49}$$
$$T_P{}^{+-}_{-+} = -2E \sin^2 \frac{\theta}{2} [\varepsilon_3^- \varepsilon_4^- Q_{LL} + \varepsilon_3^+ \varepsilon_4^+ Q_{LR}] \tag{4.50}$$
$$T_P{}^{-+}_{-+} = 2E \cos^2 \frac{\theta}{2} [\varepsilon_3^+ \varepsilon_4^+ Q_{LL} + \varepsilon_3^- \varepsilon_4^- Q_{LR}] \tag{4.51}$$
$$T_P{}^{--}_{-+} = E \sin\theta [\varepsilon_3^+ \varepsilon_4^- Q_{LL} + \varepsilon_3^- \varepsilon_4^+ Q_{LR}] \tag{4.52}$$

$$T_P{}^{++}_{+-} = -E \sin\theta [\varepsilon_3^- \varepsilon_4^+ Q_{RL} + \varepsilon_3^+ \varepsilon_4^- Q_{RR}] \tag{4.53}$$
$$T_P{}^{+-}_{+-} = 2E \cos^2 \frac{\theta}{2} [\varepsilon_3^- \varepsilon_4^- Q_{RL} + \varepsilon_3^+ \varepsilon_4^+ Q_{RR}] \tag{4.54}$$
$$T_P{}^{-+}_{+-} = -2E \sin^2 \frac{\theta}{2} [\varepsilon_3^+ \varepsilon_4^+ Q_{RL} + \varepsilon_3^- \varepsilon_4^- Q_{RR}] \tag{4.55}$$
$$T_P{}^{--}_{+-} = E \sin\theta [\varepsilon_3^+ \varepsilon_4^- Q_{RL} + \varepsilon_3^- \varepsilon_4^- Q_{RR}] \tag{4.56}$$

Analog ergibt sich für die Higgs-Kanäle

$$T_P{}^{++}_{++} = 2E[\varepsilon_3^- \varepsilon_4^- Q^{(\varphi)}_{HRR} - \varepsilon_3^+ \varepsilon_4^+ Q^{(\varphi)}_{HRL}] \tag{4.57}$$
$$T_P{}^{--}_{++} = 2E[\varepsilon_3^+ \varepsilon_4^+ Q^{(\varphi)}_{HRR} - \varepsilon_3^- \varepsilon_4^- Q^{(\varphi)}_{HRL}] \tag{4.58}$$

$$T_P{}^{++}_{--} = -2E[\varepsilon_3^+ \varepsilon_4^+ Q^{(\varphi)}_{HLL} + \varepsilon_3^- \varepsilon_4^- Q^{(\varphi)}_{HLR}] \tag{4.59}$$
$$T_P{}^{++}_{--} = -2E[\varepsilon_3^- \varepsilon_4^- Q^{(\varphi)}_{HLL} + \varepsilon_3^+ \varepsilon_4^+ Q^{(\varphi)}_{HLR}] \tag{4.60}$$

mit folgenden Definitionen:

- $T_P{}^{+-}_{-+} = T_P{}^{\lambda_i=-\frac{1}{2}\lambda_j=+\frac{1}{2}}_{\lambda_1=-\frac{1}{2}\lambda_2=+\frac{1}{2}}$ usw.

- $\varepsilon_n^{\pm} = \sqrt{E_n - m_n} \pm \sqrt{E_n + m_n}$ wobei $n = 3, 4$.

4.5 Produktionsdichtematrix

Aus den im vorhergehenden Abschnitt angegebenen Amplituden kann man nun die Elemente der Produktionsdichtematrix ermitteln. Weiterhin sind diese, um die einzelnen Beiträge (wie den un- und longitudinal polarisierten Wirkungsquerschnitt, Polarisations- und Spin-Spin-Korrelationsterme) zu erkennen, noch mit den in Abschnitt 3.5 angegebenen Formeln nach den Paulimatrizen zu entwickeln sowie mit den Spindichtematrizen der einlaufenden Teilchen zu multiplizieren. Daraus ergeben sich dann die einzelnen Beiträge im Schwerpunktssystem. Eine Berechnung mit den *Bouchiat-Michel-Formeln* liefert hingegen die Ergebnisse in kovarianter Form. Zum Vergleich sei deshalb in (4.61)-(4.68) die *Joint Density Matrix* für den hier besonders interessierenden Higgsaustausch der Produktion in kovarianter Form angegeben, welche sich leicht auf das Schwerpunktssystem umrechnen läßt ($\varphi, \psi = h, H, A$, wie üblich ist zu summieren).
Hierbei bezeichnet der Index L die un- und longitudinal polarisierten Anteile, während T für die transversalen Komponenten steht. Diese beiden Anteile sind zu addieren (wobei allerdings im totalen Wirkungsquerschnitt die transversalen Polarisationen verschwinden). Weiterhin sind die Spinbasen für die einlaufenden Teilchen mit s^a, diejenigen für die auslaufenden Teilchen mit t^b bezeichnet. Der Index $\pm$ unterscheidet zwischen Muonen und Antimuonen. Außerdem wird (B.23) verwendet.

$$
\begin{aligned}
P_L &= 2(1-P_+^3)(1-P_-^3)(p_1p_2)(d_L^{(\varphi)}d_L^{*(\psi)}+d_R^{(\varphi)}d_R^{*(\psi)})\left[(c_L^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}+c_R^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})(p_3p_4)-(c_L^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)}+c_R^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)})m_im_j\right] && (4.61)\\
\Sigma_L^d &= 2(1-P_+^3)(1-P_-^3)(p_1p_2)(d_L^{(\varphi)}d_L^{*(\psi)}+d_R^{(\varphi)}d_R^{*(\psi)})(c_L^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}-c_R^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})m_j(t^dp_3) && (4.62)\\
\Sigma_L^c &= 2(1-P_+^3)(1-P_-^3)(p_1p_2)(d_L^{(\varphi)}d_L^{*(\psi)}+d_R^{(\varphi)}d_R^{*(\psi)})(c_L^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}-c_R^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})m_i(s^cp_4) && (4.63)\\
\Sigma_L^{cd} &= 2(1-P_+^3)(1-P_-^3)(p_1p_2)(d_L^{(\varphi)}d_L^{*(\psi)}+d_R^{(\varphi)}d_R^{*(\psi)})\\
&\quad\Big[(c_L^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)}+c_R^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)})\big((t^dp_3)(s^cp_4)-(t^ds^c)(p_4p_3)\big)-(c_R^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}-c_L^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})i\langle t^dp_4s^cp_3\rangle\\
&\quad+(c_L^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}-c_R^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})m_im_j(t^ds^c)\Big] && (4.64)\\
P_T &= 2\delta^{ab}P_-^aP_+^b\left(d_R^{(\varphi)}d_L^{*(\psi)}+d_L^{(\varphi)}d_R^{*(\psi)}\right)\\
&\qquad(c_L^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}+c_R^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})\big((s_-^ap_2)(s_+^bp_1)-(s_-^as_+^b)(p_1p_2)-i\langle s_-^ap_2s_+^bp_1\rangle\big)\left[(p_3p_4)-m_im_j\right] && (4.65)\\
\Sigma_T^d &= 2\delta^{ab}P_-^aP_+^b\left(d_R^{(\varphi)}d_L^{*(\psi)}+d_L^{(\varphi)}d_R^{*(\psi)}\right)(c_L^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}-c_R^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})\\
&\qquad m_j\big[(t^dp_3)\big((s_-^ap_2)(s_+^bp_1)-(s_-^as_+^b)(p_1p_2)\big)-i(p_4t^d)\langle s_-^ap_2s_+^bp_1\rangle\big] && (4.66)\\
\Sigma_T^c &= \left(d_R^{(\varphi)}d_L^{*(\psi)}+d_L^{(\varphi)}d_R^{*(\psi)}\right)(c_L^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}-c_R^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})m_i\big[(s^cp_4)\big((s_-^ap_2)(s_+^bp_1)-(s_-^as_+^b)(p_1p_2)\big)-i(p_4s^c)\langle s_-^ap_2s_+^bp_1\rangle\big] && (4.67)\\
\Sigma_T^{cd} &= 2\delta^{ab}P_-^aP_+^b\left(d_R^{(\varphi)}d_L^{*(\psi)}+d_L^{(\varphi)}d_R^{*(\psi)}\right)\left[(s_-^ap_2)(s_+^bp_1)-(s_-^as_+^b)(p_1p_2)-i\langle s_-^ap_2s_+^bp_1\rangle\right]\\
&\qquad\Big\{(c_L^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)}+c_R^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)})\left[(t^dp_3)(s^cp_4)-(t^ds^c)(p_4p_3)\right]-(c_R^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}-c_L^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})i\langle t^dp_4s^cp_3\rangle\\
&\qquad+(c_L^{(\varphi)}c_L^{*(\psi)}+c_R^{(\varphi)}c_R^{*(\psi)})m_im_j(t^ds^c)\Big\} && (4.68)
\end{aligned}
$$

Kapitel 5

Bestimmung der Neutralinokopplungen

The Almighty lecturer, by displaying the principles of science in the structure of the universe, has invited man to study and to imitation. It is as if He had said to the inhabitants of this globe that we call ours, 'I have made an earth for man to dwell upon, and I have rendered the starry heavens visible, to teach him science and the arts. He can now provide for his own comfort, and learn from my munificience to all to be kind to each other.'

Thomas Paine, "The Age of Reason" (1794)

5.1 Grundlagen

Für die Bestimmung des Verhältnisses der Neutralinokopplungen an die beiden schweren Higgsbosonen A und H kann prinzipiell das gleiche, weitgehend modellunabhängige, Verfahren benutzt werden wie in [41, 42]. Grundlage hierbei ist, daß das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte an den Resonanzen für die Produktion der Neutralinos sehr empfindlich vom Verhältnis der Kopplungen der beiden schweren Higgsbosonen an die Neutralinos abhängt. Der Wirkungsquerschnitt faktorisiert in allen Produktionskanälen in Produktion und Zerfall:

$$\sigma^{X\bar{X}}(\sqrt{s}) = \sigma_P(\sqrt{s}) \times BR(\tilde{\chi}_i^0 \to \tilde{\chi}_1^0 X) \times BR(\tilde{\chi}_j^0 \to \tilde{\chi}_1^0 X). \tag{5.1}$$

Damit ist das Verhältnis des Wirkungsquerschnitts bei verschiedenen Energien unabhängig vom jeweiligen Zerfallskanal, so daß es ausreicht, für die Bestimmung der Kopplungen alleine den Produktionsprozess zu betrachten. Um nun das Verhältnis der Kopplungen der Neutralinos an A, H bestimmen zu können, ist es notwendig, den Untergrund der Non-Higgs-Kanäle (h-, Z- und Smuon-Austausch) zu ermitteln. h zählt hierbei zu den "Untergrundprozessen", da man, bei einer Masse von ca. 80 GeV für das leichteste Neutralino, weit von dessen Resonanz entfernt und es so hier nicht zugänglich ist. Diese Bestimmung kann durch Messungen an einem e^+e^--Collider bei der betreffenden Energie oder am Muoncollider abseits der Resonanzen geschehen, indem man jeweils den Wirkungsquerschnitt unterhalb und oberhalb der Higgsresonanzen bestimmt und den Beitrag an den Resonanzen näherungsweise durch Interpolation erhält. Die Genauigkeit, mit der die Bestimmung des Hintergrundes vorgenommen werden kann, geht entscheidend in die erzielbare Genauigkeit des Kopplungsverhältnisses ein.
Hat man den Hintergrund bestimmt, bestimmt man das Verhältnis der Wirkungsquerschnitte bei den Resonanzen der schweren Higgsbosonen A und H. Für dieses Verhältnis findet man

$$r = \frac{\sigma_P(m_H) - \sigma_{Z,\tilde{\mu},h}(m_H)}{\sigma_P(m_A) - \sigma_{Z,\tilde{\mu},h}(m_A)} = \frac{\sigma_H(m_H) + \sigma_A(m_H)}{\sigma_H(m_A) + \sigma_A(m_A)} \tag{5.2}$$

Interferenzterme der Higgsbosonen treten hier nicht auf, da die Interferenzterme zwischen H und A im Falle von CP-Erhaltung im Wirkungsquerschnitt verschwinden und die anderen möglichen Interferenzterme, da sie proportional zu $m_\mu/\sqrt{s}$ sind, vernachlässigt werden können.
Nun betrachtet man den unpolarisierten Anteil der Produktionsdichtematrix. Dieser ist gegeben durch

$$\begin{aligned}\rho_P \quad = \quad \sum_{\varphi,\psi=A,H} \Bigg\{ & D_{(\varphi)} D^*_{(\psi)} (d_L^{(\varphi)} d_L^{(\psi)^*} + d_R^{(\varphi)} d_R^{(\psi)^*})(p_1 p_2) \\ & \Big[\Big(c_L^{(\varphi)} c_L^{(\psi)^*} + c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)^*} \Big) (p_3 p_4) \\ & - \Big(c_L^{(\varphi)} c_R^{(\psi)^*} + c_R^{(\varphi)} c_L^{(\psi)^*} \Big) m_i m_j \Big] \Bigg\}\end{aligned} \tag{5.3}$$

Geht man nun von *CP-Erhaltung* aus, so gelten für die Higgs-Neutralino-Kopplungen $c^{(\varphi)}_{L/R}$ folgende Beziehungen:

$$
\begin{aligned}
c_R^H = c_L^H &= S''_{ij}\sin\alpha - Q''_{ij}\cos\alpha && (5.4)\\
c_R^A = -c_L^A &= -i\left[Q''_{ij}\sin\beta - S''_{ij}\cos\beta\right] && (5.5)
\end{aligned}
$$

wobei die rechte Seite der Gleichung für das *MSSM* gilt, was hier der Vollständigkeit halber angegeben ist. In die Bestimmung des Verhältnisses der Kopplungen geht diese Modellabhängigkeit nicht ein, sie ließe sich aber ggf. benutzen um einzelne SUSY-Parameter zu bestimmen [42].
Damit läßt sich die unpolarisierte Feynman-Amplitude $M^{(\varphi)}$ auf den Resonanzen als

$$
\begin{aligned}
|M^H|^2 &= |D_H|^2|d^H|^2|c^H|^2 s(s - 4m_{\tilde{\chi}^0_i} m_{\tilde{\chi}^0_j}) && (5.6)\\
|M^A|^2 &= |D_A|^2|d^A|^2|c^A|^2 s^2 && (5.7)
\end{aligned}
$$

schreiben. Dies ergibt sich durch Einsetzen der Kinematik in (4.61) unter der Annahme von CP-Erhaltung im Higgssektor d. h. Berücksichtigung von (5.4) und (5.5). Hiermit ergibt sich für die Beiträge von $(\varphi) = A, H$ zum totalen Wirkungsquerschnitt [41, 42]

$$
\sigma_P^{(\varphi)}(\sqrt{s}) = (1 + 4\lambda_1\lambda_2)c^2_{(\varphi)} B_{(\varphi)} K_{(\varphi)}(\sqrt{s}) \qquad (5.8)
$$

wobei

$$
\begin{aligned}
c^2_{(\varphi)} &= |d^{(\varphi)}|^2|c^{(\varphi)}|^2 && (5.9)\\
K_{(\varphi)}(\sqrt{s}) &= \frac{s}{(s - m^2_{(\varphi)})^2 + \Gamma^2_{(\varphi)} m^2_{(\varphi)}} && (5.10)\\
B_H &= \beta^3(m_H) =: \beta_H^3 && (5.11)\\
B_A &= \beta(m_A) =: \beta_A && (5.12)\\
\beta(\sqrt{s}) &= \sqrt{\frac{s - 4m_{\tilde{\chi}^0_i} m_{\tilde{\chi}^0_j}}{s}} && (5.13)
\end{aligned}
$$

Da die Kopplungen der Higgsbosonen an die Muonen bekannt und durch

$$d_L^H = d_R^H = \frac{m_\mu}{m_W}\frac{\cos\alpha}{\cos\beta} \tag{5.14}$$

$$d_L^A = d_R^A = -i\frac{m_\mu}{m_W}\tan\beta \tag{5.15}$$

gegeben sind, läßt sich nun das Verhältnis der Higgs-Neutralinokopplungen aus dem Verhältnis der Wirkungsquerschnitte aus (5.2) unter Verwendung von (5.9)-(5.13) bestimmen:

$$\frac{c_H^2}{c_A^2} = \frac{r}{C}\frac{1 - C_1/r}{1 - C_2 r} \tag{5.16}$$

mit den Koeffizienten

$$C = \frac{\beta_H^3}{\beta_A}\frac{\Gamma_A^2}{\Gamma_H^2} \tag{5.17}$$

$$C_1 = K_A(m_H)\Gamma_A^2 \tag{5.18}$$

$$C_2 = K_H(m_A)\Gamma_H^2 \tag{5.19}$$

Die einzige Modellabhängigkeit, die bisher eingeführt wurde, ist die Annahme von CP-Erhaltung, was es ermöglicht, die Higgs-Neutralinokopplungen in (4.61) global auszuklammern. Ist CP im Higgssektor verletzt und so die Kopplungen $c_{L/R}^{(\varphi)}$ komplex, so ist dies nicht möglich.
Die Bestimmung des Kopplungsverhältnisses ist somit weitgehend modellunabhängig und kann auf die Messung des totalen unpolarisierten Wirkungsquerschnitts zurückgeführt werden.

5.2 Nullstellen der Kopplungen

Zunächst soll die Abhängigkeit der Neutralinokopplungen von den SUSY-Parametern M_2 und μ untersucht werden. Für M_1 wird hierbei die GUT-Beziehung (2.13) angenommen. Insbesondere ist zu klären, ob die Kopplungen der Neutralinos an eines der beiden Higgsbosonen verschwinden können. Dies ist deshalb von Interesse, weil das Verhältnis der Higgs-Neutralino-Kopplungen in diesem Falle nicht, oder bei sehr kleinen Kopplungen nur mit einem extrem großen Fehler, bestimmt werden kann, so daß das hier vorgestellte Verfahren nicht, oder nur eingeschränkt, anwendbar ist.

5.2.1 Analytische Näherungslösungen

Aus den Bestimmungsgleichungen für die Higgs-Neutralinokopplungen (4.14)-(4.19) findet man für das Verschwinden derselben im Falle von *CP-Erhaltung* folgende einfache Bedingungen:

$$c_H = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q''_{ij} \cos\alpha = S''_{ij} \sin\alpha \tag{5.20}$$
$$c_A = 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q''_{ij} \sin\beta = S''_{ij} \cos\beta \tag{5.21}$$

wobei in der Basis $(\tilde{\gamma}, \tilde{Z}, \tilde{H}^0_a, \tilde{H}^0_b)$ die Koeffizienten Q''_{ij} und S''_{ij} durch (4.20) und (4.21) gegeben sind. Einsetzen in (5.20) liefert für das schwere skalare Higgsboson H $(c_H = 0)$

$$\begin{aligned} & N_{i2}\left(N_{j3}\cos(\alpha-\beta) - N_{j4}\sin(\alpha-\beta)\right) \\ = {} & N_{j2}\left(N_{i4}\sin(\alpha-\beta) - N_{i3}\cos(\alpha-\beta)\right) \end{aligned} \tag{5.22}$$

sowie unter Verwendung von (5.21) für das pseudoskalare A $(c_A = 0)$

$$N_{i2}\left[N_{i3}\sin 2\beta - N_{j4}\cos 2\beta\right] = N_{j2}\left[N_{i4}\cos 2\beta - N_{i3}\sin 2\beta\right] \tag{5.23}$$

5.2.2 Symmetrische Produktion

Im Falle der symmetrischen Produktion, d.h. $i = j$, lassen sich die Gleichungen (5.22) und (5.23) weiter vereinfachen, so daß man schließlich für das Verschwinden der Kopplungen folgende Bedingungen erhält:

$$c_H = 0: \quad N_{i3}\cos(\alpha-\beta) = N_{i4}\sin(\alpha-\beta) \tag{5.24}$$
$$c_A = 0: \quad N_{i3}\sin 2\beta = N_{i4}\cos 2\beta \tag{5.25}$$

Hier kann man nun die bekannten Beziehungen für die N-Matrix

$$N_{i1} = \frac{1}{N_i}(1-\alpha')\lambda\sin\theta_W\cos\theta_W(\xi_i^2 - \nu^2) \tag{5.26}$$
$$N_{i2} = \frac{1}{N_i}\left\{\xi_i - \lambda\left[\sin^2\theta_W + \alpha'\cos^2\theta_W\right]\right\}\left[\xi_i^2 - \nu^2\right] \tag{5.27}$$
$$N_{i3} = \frac{1}{N_i}\left\{\xi_i - \lambda\left[\sin^2\theta_W + \alpha'\cos^2\theta_W\right]\right\} \tag{5.28}$$
$$N_{i4} = \frac{1}{N_i}\left\{\xi_i - \lambda\left[\sin^2\theta_W + \alpha'\cos^2\theta_W\right]\right\}\left[-\nu\cos 2\beta\right] \tag{5.29}$$

einsetzen, wobei folgende Definitionen für die skalierten Variablen gelten [26]:

$$\alpha' = \tfrac{M_1}{M_2} = \tfrac{5}{3}\tan^2\theta_W, \quad \lambda = \frac{M_2}{m_Z}$$
$$\nu = \tfrac{\mu}{m_Z}, \qquad \xi_i = \frac{m_i}{m_Z}$$

Hiermit ergeben sich einfach Relationen zwischen den Neutralinomassen und μ, α und β. Für das Verschwinden der H-Kopplung findet man

$$c_H = 0: \qquad \xi_i = \nu \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)}, \tag{5.30}$$

sowie für die A-Kopplung

$$c_A = 0: \qquad \xi_i = -\nu \frac{1}{\sin 2\beta}. \tag{5.31}$$

Beim Vergleich mit den numerischen Ergebnissen ist zu beachten, daß die Neutralinomassen auf Grund der Verwendung der Beziehungen aus [26] (hier wird eine reelle Diagonalisierungsmatrix angenommen) ein formales Vorzeichen tragen können, welches bei Verwendung der Singulärwertzerlegung zur Diagonalisierung der Neutralinomassenmatrix als komplexe Phase in die Kopplungen verschoben wird. Weiterhin sieht man an diesen Gleichungen, daß sich aus den Berechnungen für das H-Boson die Ergebnisse für das A-Boson finden lassen, wenn man $\alpha = \pi/2 - \beta$ setzt.
Unter Benutzung der *Eigenwertgleichung* [26]

$$(\xi_i^2 - \nu^2)(\xi_i - \lambda)(\xi_i - \alpha'\lambda) - \left\{\xi_i - \lambda(s^2 + \alpha' c^2)\right\}\{\xi_i + \nu \sin 2\beta\} = 0 \tag{5.32}$$

kann man mit (5.30) und (5.31) eine Beziehung zwischen λ und ν herleiten, also die "Nullinie" in der M_2-μ-Ebene ermitteln.

5.2.2.1 Das pseudoskalare Higgsboson (A)

Für das pseudoskalare Higgsboson findet man zunächst

$$\begin{aligned}\lambda_{1/2} \;=\; \frac{1}{2\nu\alpha'\sin 2\beta}\Bigg\{ &-\left[\nu^2(\alpha'+1)+(s^2+\alpha' c^2)\sin^2 2\beta\right] \\ &\pm\Big[\left[\nu^2(\alpha'+1)+(s^2+\alpha' c^2)\sin^2 2\beta\right]^2 \\ &\quad -4\nu^2\alpha'(\nu^2-\sin^2 2\beta)\Big]^{\frac{1}{2}}\Bigg\}\end{aligned} \tag{5.33}$$

Hierfür soll nun eine Näherungslösung im Grenzfall großer ν ermittelt werden. Da aus experimentellen Ergebnissen [43, 44] $\tan\beta \geq 3$ sein sollte, kann man in Gleichung (5.33) in diesem Grenzfall die Terme $\propto \sin^2 2\beta$ vernachlässigen, so daß sich die Lösungen auf

$$\lambda_{1/2} = \frac{-\nu^2(1+\alpha') \pm \sqrt{\left[\nu^2(1+\alpha')\right]^2 - 4\nu^2\alpha'(\nu^2-\sin 2\beta)}}{2\nu\alpha'\sin 2\beta} \tag{5.34}$$

reduzieren. Hiermit findet man die beiden Näherungslösungen

$$\lambda_{1/2} = \begin{cases} -\frac{\nu}{\alpha'\sin 2\beta} \\ -\frac{\nu}{\sin 2\beta} \end{cases} \tag{5.35}$$

Ein Vergleich mit den rein numerisch erzielten Ergebnissen liefert, daß v. a. die erste Lösung eine sehr gute Näherung für hinreichend großes $\tan\beta$ darstellt. Ausgehend von dieser kann man nun unter Benutzung des Satzes von Vieta

$$(\nu-\nu_1)(\nu-\nu_2)(\nu-\nu_3) = 0 \tag{5.36}$$

$$\Leftrightarrow \nu^3 - \nu^2(\nu_1+\nu_2+\nu_3) + \nu(\nu_1\nu_2+\nu_1\nu_3+\nu_2\nu_3) - \nu_1\nu_2\nu_3 = 0 \tag{5.37}$$

die beiden fehlenden Näherungslösungen konstruieren. Ein Koeffizientenvergleich mit (5.33) liefert hierzu folgende Bedingungen:

$$\nu_1+\nu_2+\nu_3 = -\lambda\sin 2\beta(1+\alpha') \tag{5.38}$$

$$\nu_1\nu_2+\nu_1\nu_3+\nu_2\nu_3 = \alpha'\lambda\sin 2\beta - \sin^2 2\beta \tag{5.39}$$

$$\nu_1\nu_2\nu_3 = \lambda\sin^3 2\beta\left[\sin^2\theta_W + \alpha'\cos^2\theta_W\right] \tag{5.40}$$

Unter Verwendung der bereits bekannten Lösung $\nu_1 = -\lambda\alpha' \sin 2\beta$ ergeben sich daraus die *Näherungslösungen*

$$\begin{aligned}
\nu_1 &= -\lambda\alpha' \sin 2\beta && (5.41)\\
\nu_2 &= -\frac{1}{2}\lambda \sin 2\beta \left[1 - \sqrt{1 + \frac{4}{\alpha'\lambda^2}\left[\sin^2\theta_W + \alpha' \cos^2\theta_W\right]}\right] && (5.42)\\
\nu_3 &= -\frac{1}{2}\lambda \sin 2\beta \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4}{\alpha'\lambda^2}\left[\sin^2\theta_W + \alpha' \cos^2\theta_W\right]}\right] && (5.43)
\end{aligned}$$

Es ist zu bemerken, daß diese Lösungen Nullstellen der Kopplungen der drei schweren Neutralinos an das A-Boson darstellen, während man, ignoriert man die formale Lösung $\mu = 0$, die einem masselosen LSP entspräche, für das leichteste Neutralino keine solche Lösung findet. Weiterhin ist die Zuordnung der Lösungen zu den einzelnen Neutralinos nur durch einen Vergleich mit den numerisch erzielten Ergebnissen möglich.
Ein Vergleich der gefundenen Näherungslösungen mit den numerisch bestimmten Nullstellen der Kopplungen liefert für verschiedene Werte von $\tan\beta$ die folgenden Abbildungen.

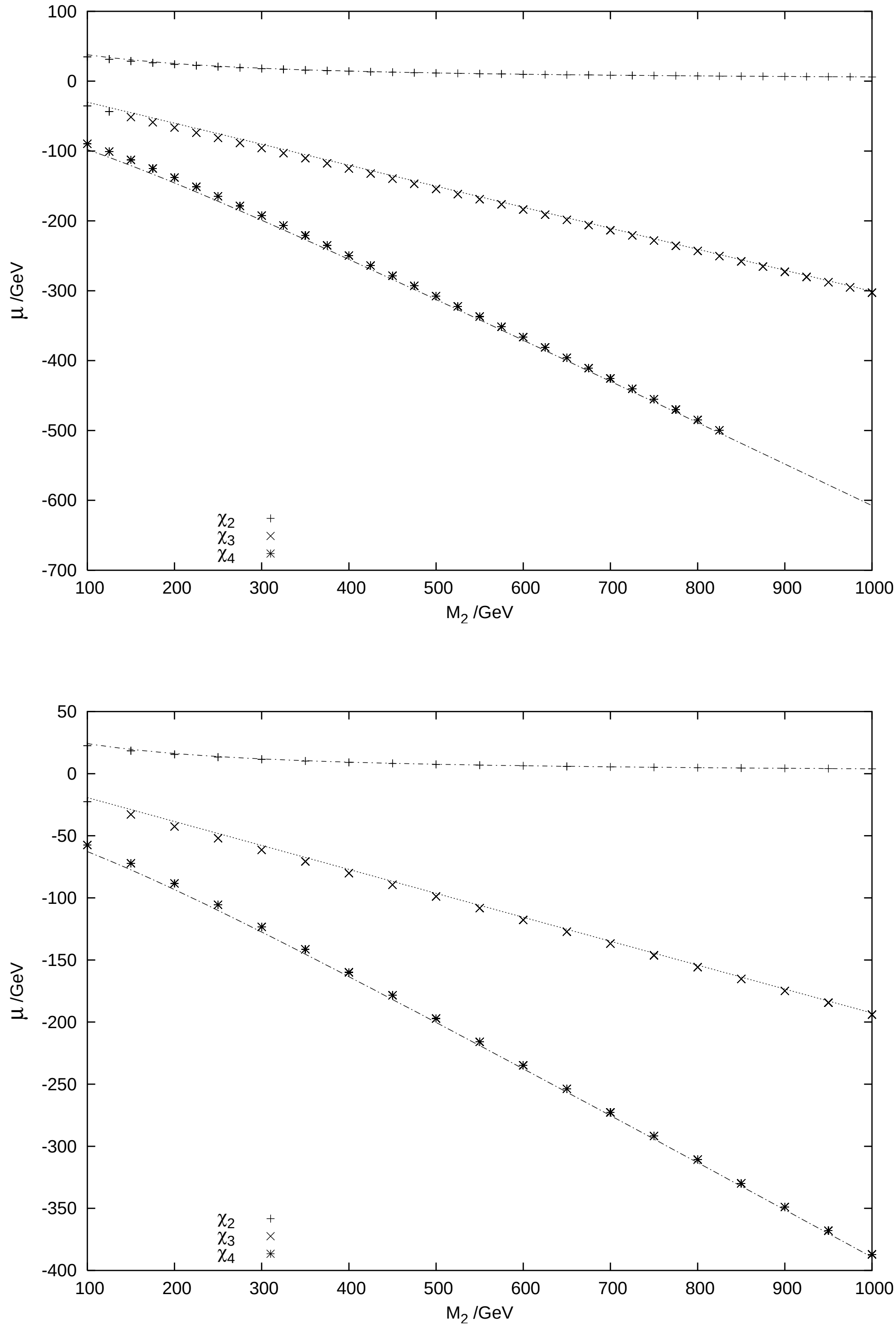


Abbildung 5.1: Vergleich der analytischen Näherungslösungen mit den aus der Numerik bestimmten Nullstellen der A-Neutralinokopplungen $c^{(A)}_{L,R}$ für $\tan\beta = 3$ (oben) und $\tan\beta = 5$ (unten) in der M_2-μ-Ebene. Die numerischen Werte (dargestellt sind die Punkte mit $c^{(A)}_{L,R} \leq 5 \cdot 10^{-4}$) sind jeweils als Punkte dargestellt, die durchgezogenen Linien repräsentieren die analytischen Näherungslösungen.

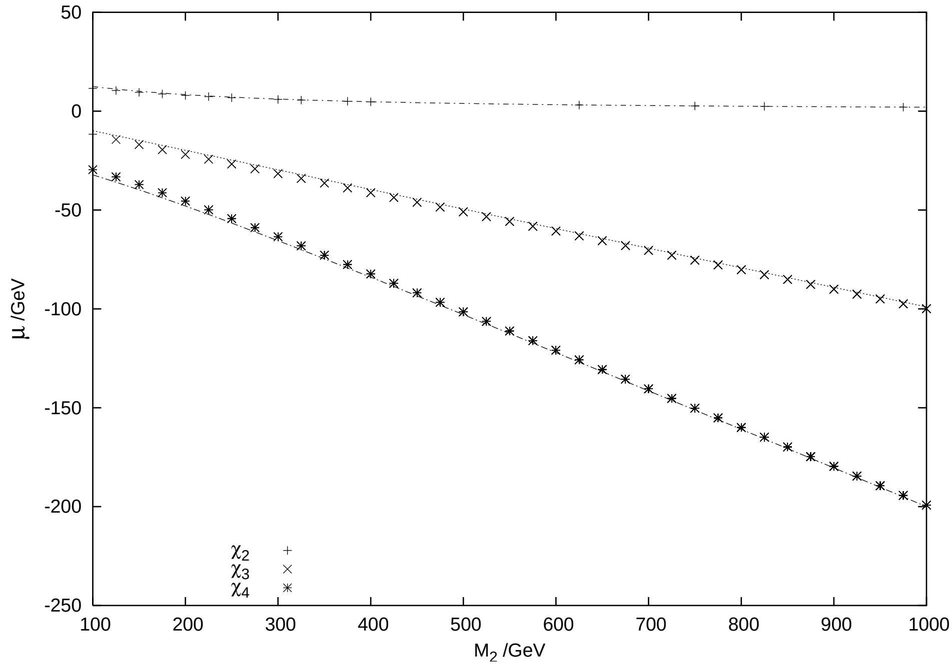


Abbildung 5.2: Vergleich der analytischen Näherungslösungen mit den aus der Numerik bestimmten Nullstellen der A-Neutralinokopplungen $c_{L,R}^{(A)}$ für $\tan\beta = 10$ in der M_2-μ-Ebene. Die numerischen Werte (dargestellt sind die Punkte mit $c_{L,R}^{(A)} \leq 5 \cdot 10^{-4}$)sind als Punkte dargestellt, die durchgezogenen Linien repräsentieren die analytischen Näherungslösungen.

5.2.2.2 Das schwere skalare Higgsboson (H)

Für das schwere skalare Higgsboson H findet man folgende Lösungbedingung für die Berechnung der ersten Näherungslösung:

$$\begin{aligned}\lambda_{1/2} &= \frac{1}{2\alpha'\nu\cos 2\alpha\cos\delta} \\ &\cdot \left\{-\left[(1+\alpha')\nu^2\cos 2\alpha\sin\gamma + (s^2+\alpha' c^2)\cos^2\delta\sin\delta\right]\right\} \\ &\pm \Bigg\{ \left[(1+\alpha')\nu^2\cos 2\alpha\sin\gamma + (s^2+\alpha' c^2)\cos^2\delta\sin\delta\right]^2 \\ &-4\alpha'\nu^2\cos 2\alpha\sin\gamma \\ &\quad\cdot\left[\nu^2\cos 2\alpha\sin\gamma + \cos^2\delta\sin\delta\right]\Bigg\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \tag{5.44}$$

wobei $\alpha+\beta=\gamma$ und $\alpha-\beta=\delta$ ist. Dies führt auf die beiden Lösungen

$$\lambda_{1/2} = \begin{cases} -\nu\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha-\beta)} \\ -\nu\frac{\sin(\alpha+\beta)}{\alpha'\cos(\alpha-\beta)} \end{cases}, \tag{5.45}$$

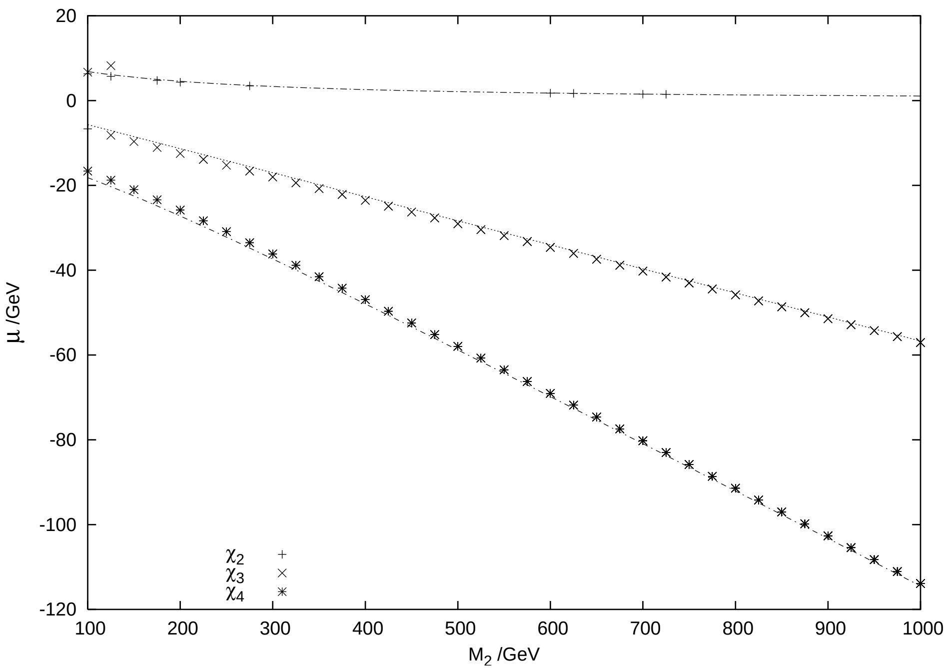
Eine analoge Rechnung wie für das pseudoskalare Higgsboson liefert auch hier die anderen Näherungslösungen wiederum auf derjenigen aufbauend, die die numerisch ermittelten Werte am besten wiedergibt:

$$\nu_1 = -\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\alpha'\lambda \tag{5.46}$$

$$\begin{aligned}\nu_2 &= -\frac{1}{2}\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\lambda \\ &\cdot\left[1-\sqrt{1-\frac{4(s^2_{\theta_W}+\alpha' c^2_{\theta_W})}{\lambda^2\alpha'}\frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{\cos 2\alpha}}\right]\end{aligned} \tag{5.47}$$

$$\begin{aligned}\nu_3 &= -\frac{1}{2}\frac{\cos(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}\lambda \\ &\cdot\left[1+\sqrt{1-\frac{4(s^2_{\theta_W}+\alpha' c^2_{\theta_W})}{\lambda^2\alpha'}\frac{\sin(\alpha+\beta)\sin(\alpha-\beta)}{\cos 2\alpha}}\right]\end{aligned} \tag{5.48}$$

Auch hier ist zu bemerken, daß diese Gleichungen Lösungen für die drei schweren Neutralinos darstellen und eine Zuordnung zu den einzelnen Neutralinozuständen nur anhand des Vergleichs mit der numerischen Rechnung möglich ist.
Weiterhin findet man, daß bei kleinen Werten von $\tan\beta$ die Nullstellen für negative Werte von μ auftreten, während sie für größere Werte von $\tan\beta$ ausschließlich in der Halbebene mit positivem μ angesiedelt sind. Dies ist auf das Auftreten des Winkels α in den Bedingungen für die Nullstellen zurückzuführen. Allerdings finden sich für $\tan\beta = 5$ aus der Numerik scheinbar Lösungen in beiden Bereichen, wobei die Lösungen im Bereich mit negativen μ symmetrisch zu denjenigen im Bereich mit positiven μ liegen. Hierbei handelt es sich offensichtlich um ein numerisches Artefakt. Die Ebenen im Parameterraum in denen die exakten Nullstellen liegen müssen sind sehr flach, und bei der Suche nach Nullstellen kann numerisch nur eine Aussage darüber erfolgen, daß der Wert der Kopplungen $< \varepsilon$ ist. Das hier gewählte Abweichung von $\varepsilon = 5 \cdot 10^{-4}$ ist in diesem Szenario nicht ganz ausreichend um ein sehr kleines Kopplungsquadrat von einer exakten Nullstelle zu unterscheiden. Aus diesem Grund ist es erforderlich für $\tan\beta = 5$ ein wesentlich kleineres $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$ zu wählen um nur die korrekten Werte zu finden. Andererseits sind aber einige der Nullinien (hier insbesondere ν_2) in so engen Bereichen angesiedelt, daß man ε auch nicht beliebig verkleinern kann, da diese sonst nicht mehr gefunden werden können. Da man weiterhin die Nullstellen numerisch in den Kopplungsquadraten suchen muß (da im verwendeten Verfahren der Singulärwertzerlegung zur Diagonalisierung der Neutralinomassenmatrix die Diagonalisierungsmatrizen i. A. komplex sind), wird dieser Effekt noch insofer verstärkt als man nicht, wie üblicherweise bei der Nullstellensuche, nach einem Vorzeichenwechsel suchen kann.



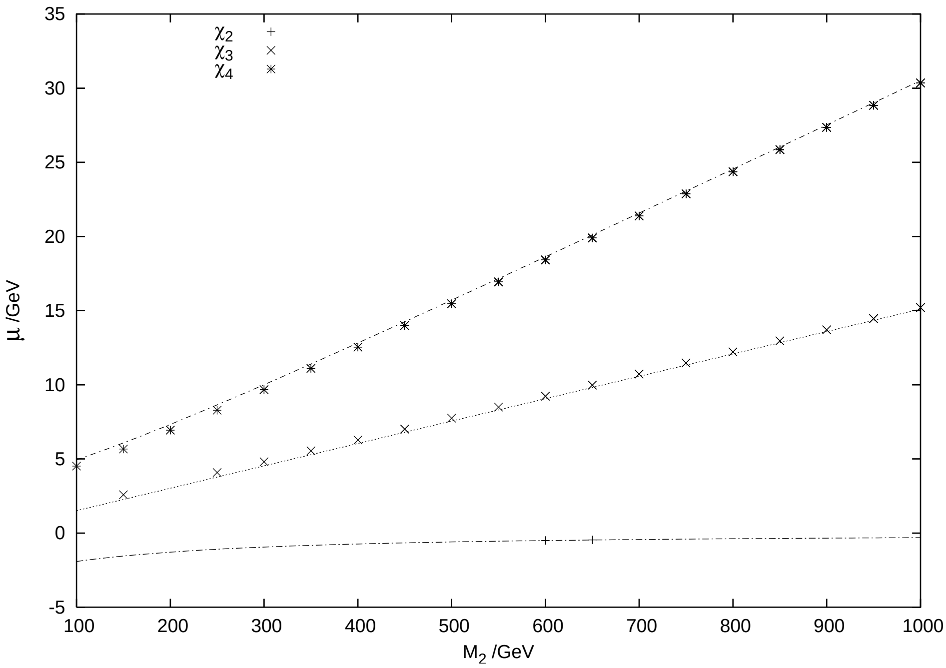


Abbildung 5.3: Vergleich der analytischen Näherungslösungen mit den aus der Numerik bestimmten Nullstellen der H-Neutralinokopplungen $c_{L,R}^{(H)}$ für $\tan\beta = 3$ (oben) und $\tan\beta = 5$ (unten). Die numerischen Werte (dargestellt sind die Punkte mit $c_{L,R}^{(H)} \leq 5 \cdot 10^{-4}$ für $\tan\beta = 3$ und $c_{L,R}^{(H)} \leq 1 \cdot 10^{-6}$ für $\tan\beta = 5$) sind jeweils als Punkte dargestellt, die durchgezogenen Linien repräsentieren die analytischen Näherungslösungen.

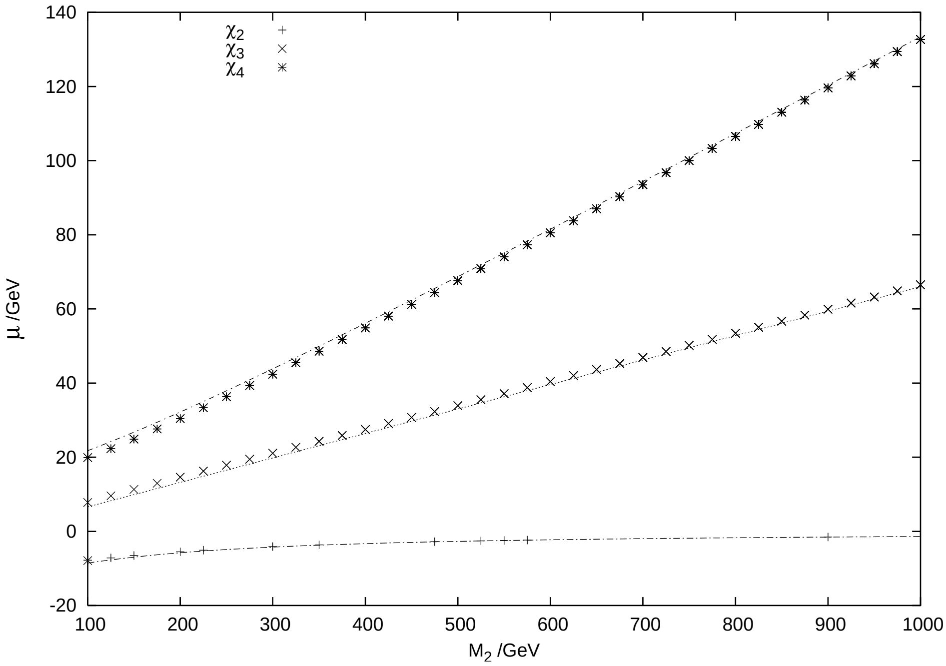


Abbildung 5.4: Vergleich der analytischen Näherungslösungen mit den aus der Numerik bestimmten Nullstellen der H-Neutralinokopplungen $c_{L,R}^{(H)}$ für $\tan\beta = 10$. Die numerischen Werte (dargestellt sind die Punkte mit $c_{L,R}^{(H)} \leq 5 \cdot 10^{-4}$)sind als Punkte dargestellt, die durchgezogenen Linien repräsentieren die analytischen Näherungslösungen.

5.3 Faltung mit dem Strahlprofil

Um eine Aussage über die Genauigkeit der gemessenen Kopplungen machen zu können, ist, neben der Berücksichtigung des Fehlers in der Bestimmung der "Non-Higgs"-Beiträge an den Resonanzen ($\sqrt{s} = m_H, m_A$), die Energieverteilung der einlaufenden Strahlen zu beachten. Nicht alle Kollisionen finden schließlich mit der gleichen Energie $\sqrt{s}$ statt, vielmehr hat der Strahl eine *Energieverteilung* (Energyspread), welche im Allgemeinen als gaußförmig angenommen wird. Aus diesem Grund werden die erhaltenen Wirkungsquerschnitte mit einer Gaußfunktion gefaltet. Geschieht dies mit verschiedenen Strahlbreiten, kann man aus den berechneten Werten letztlich auf die Genauigkeit in der Bestimmung des Kopplungsverhältnisses schließen und abschätzen, wie groß die Energiebreite des Strahls maximal sein darf, um das Verhältnis der Kopplungen mit einer gegebenen Genauigkeit bestimmen zu können. Als zweiter Parameter geht hierbei die Genauigkeit der "Non-Higgs"-Beiträge in die Bestimmung ein, so daß deren Fehler ebenfalls bekannt sein muß.
Da ein Muoncollider eine sehr genaue Messung der Energie und ein verhältnismäßig scharfes, gut zu kontrollierendes Strahlprofil aufweist, ist zu erwarten, daß, bei hinreichend genau bekanntem Untergrund, hiermit sehr präzise Messungen der Higgskopplungen möglich sind.
Eine Faltung ist allgemein definiert als [45]

$$f * g = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) g(t-\tau) d\tau \tag{5.49}$$

Bei den auftretenden komplizierten Funktionen für den Wirkungsquerschnitt ist dieses Integral nicht leicht auszuführen. Allerdings steht die Faltung mit der *Fouriertransformation* in folgender Weise in Verbindung

$$f * g = \mathcal{F}^{-1}\Big(\mathcal{F}(f) \cdot \mathcal{F}(g)\Big) \tag{5.50}$$

Die Faltung entspricht also dem invers Fouriertransformierten des Produkts der Fouriertransformierten von *Signalfunktion* f und *Responsefunktion* g.
Dieses löst auf den ersten Blick das Problem noch nicht, da die Fouriertransformierte einer Funktion f durch

$$\mathcal{F}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \tag{5.51}$$

gegeben ist so daß immer noch ein kompliziertes Integral auszuführen ist. Ist man, wie hier, allerdings nur an den numerischen Ergebnissen einer Faltung interessiert, so kann man die Fouriertransformation rein numerisch behandeln, was mit Hilfe der *Fast Fourier Transformation* (FFT) [46, 47] sehr einfach, schnell und v. a. ohne die aufwendige Berechnung der Fourierintegrale gelingt.
Ohne Berücksichtigung von *Bremsstrahlung* und *Beamstrahlung* ist die Strahlbreite durch

$$\sigma_{\sqrt{s}} = \frac{R\sqrt{s}}{\sqrt{2}} \tag{5.52}$$

gegeben [48]. Hierbei ist R die *Energieauflösung pro Strahl.* $\sigma_{\sqrt{s}}$ ist die Breite der Gaußkurve, mit der die theoretische Signalfunktion gefaltet werden muß [9, 10]. Diese Formel kann man in die übliche Form

$$\sigma_{\sqrt{s}} \approx 2\mathrm{MeV} \left(\frac{R[\%]}{0.003\%}\right) \left(\frac{\sqrt{s}}{100\ \mathrm{GeV}}\right) \tag{5.53}$$

umschreiben aus der man sofort die jeweils angenommenen besten Parameter ablesen kann. Die jeweiligen Zahlenfaktoren ergeben sich aus dieser Umschreibung.

Kapitel 6

Numerische Auswertung

"You mean there really is an answer?"
"Yes! But you're not going to like it!"
"Oh do please tell us!"
"You're really not going to like it!"
"but we MUST know - tell us"
"Alright, the answer is...."
"yes..."
"... is ..."
"yes... come on!"
"is 42!"

(Douglas Adams - The Hitchhiker's Guide to the Galaxy)

6.1 Szenarien

Für die numerischen Analysen werden folgende Parameter verwendet [22]:

$1/\alpha_S$	$=$	128.9	$\sin^2\theta_W$	$=$	0.2310	m_μ	$=$	0.1057 GeV
m_Z	$=$	91.187 GeV	Γ_Z	$=$	2.490 GeV	m_W	$=$	80.40 GeV
$m_{\tilde{\mu}_L}$	$=$	270.9 GeV	$m_{\tilde{\mu}_R}$	$=$	270.9 GeV			

Für das leichteste Neutralino wird in den folgenden Szenarien A-F eine Masse von ca. 80 GeV angenommen. Für $\tan\beta = 5, 7$ und 10 werden die Parameter M_2 und μ jeweils so gewählt, daß die leichtesten Neutralinos $\tilde{\chi}^0_1$ und $\tilde{\chi}^0_2$ einen

gaugino- (A, B) bzw. einen higgsinoartigen (E, F) sowie in den Szenarien C und D einen gemischten Charakter erhalten. Für M_1 wird die GUT-Relation (2.13) benutzt. Als weiterer Parameter geht die Masse des pseudoskalaren Higgsbosons m_A ein. Für sie wird ein Wert von 350 GeV und 400 GeV angenommen. Die Massen der anderen drei neutralen Higgsbosonen sowie deren Zerfallsbreiten und der Higgsmischungswinkel α werden mit dem Programm `hdecay` [49] berechnet. Da hier auch Effekte höherer Ordnung berücksichtigt werden, gehen weitere Parameter ein, insbesondere die trilinearen Higgskopplungen an $\tilde{\tau}, A_\tau$, $\tilde{t}, A_t$ und $\tilde{b}, A_b$. Diese Parameter spielen vor allem für die Loopkorrekturen zu den Higgsmassen eine wichtige Rolle. Hier wird angenommen, daß das leichteste Higgsboson eine Masse von 115-120 GeV haben soll, was mit $A_b = A_\tau = 800$ und $A_t = 1000$ erreicht wird. Gleichzeitig ist in diesem Parameterbereich der Zerfall der schweren Higgsbosonen in Squarks kinematisch verboten. In diesen Szenarien sind also die Verzweigungsverhältnisse für den Zerfall der schweren Higgsbosonen in Neutralinos relativ groß und die Higgsresonanzen selbst sehr scharf, so daß das vorgestellte Verfahren zur Bestimmung des Kopplungsverhältnisses zumindest für $\tan\beta = 5$ gut anwendbar ist.
Insgesamt beobachtet man:

- Mit steigendem $\tan\beta$ liegen die beiden Higgsmassen näher beisammen. Dies führt dazu daß man die beiden Resonanzen für $\tan\beta = 7$ nur noch schwer, für größere $\tan\beta$-Werte gar nicht mehr, trennen kann.

- Für $\tan\beta = 10$ liegen die beiden Higgsmassen bereits so dicht beisammen, daß man die Resonanzen nicht mehr trennen kann. Auch beobachtet man eine Zunahme der Breite der Higgsresonanzen mit $\tan\beta$, so daß selbst für signifikant höhere Werte, wenn die beiden Higgsmassen wieder deutlicher auseinander liegen, aufgrund der großen Breite eine Trennung nicht möglich ist.

- Im Falle gemischter Neutralinos werden die Higgsresonanzen insgesamt breiter und das Verzweigungsverhältnis steigt. Dies liegt daran, daß in diesen Szenarien die Kopplungen der Higgsbosonen an die Neutralinos größer sind [50, 51].

- In den Szenarien mit $m_A = 400$ GeV sind die Higgsresonanzen insgesamt breiter, da mehr Zerfallskanäle kinematisch zugänglich sind. Insbesondere wird der Zerfall in t-Quarks oberhalb von ca. $m_A \approx 352$ GeV relevant, was zu diesem Anstieg beiträgt.

- In allen Plots für den totalen Wirkungsquerschnitt wird jeweils der gleiche Energiebereich gezeigt, so daß man diese direkt vergleichen kann.

	A_5	B_5	C_5	D_5	E_5	F_5
M_1	77.675	81.834	80.181	93.210	200.451	200.451
M_2	155.0	163.3	160.0	186.0	400.0	400.0
μ	-400.0	400.0	-160.0	186.0	-88.0	101.7
α	-0.2245	-0.2278	-0.2249	-0.2264	-0.2250	-0.2258
$m_{\tilde{\chi}_1^0}$	78.58	78.56	78.39	78.45	78.45	78.45
$m_{\tilde{\chi}_2^0}$	154.95	150.00	126.36	134.97	101.65	107.87
$m_{\tilde{\chi}_3^0}$	409.76	404.74	178.66	193.57	208.56	211.66
$m_{\tilde{\chi}_4^0}$	410.61	421.32	214.07	259.36	415.12	418.22
m_h	116.8	114.6	117.3	116.1	116.2	115.7
m_H	351.6	352.1	352.2	352.3	352.2	352.3
Γ_H	0.308	0.330	1.32	1.01	0.548	0.595
m_A	350.0	350.0	350.0	350.0	350.0	350.0
Γ_A	0.432	0.593	1.51	1.86	0.596	0.754
m_h	117.0	114.8	117.4	116.2	116.4	115.7
m_H	401.4	401.7	401.8	401.9	401.9	401.9
Γ_H	0.611	0.632	2.43	2.19	0.887	0.942
m_A	400.0	400.0	400.0	400.0	400.0	400.0
Γ_A	1.089	1.297	2.79	2.89	1.27	1.44
	gauginoartig		mixed		higgsinoartig	

Tabelle 6.1: Szenarien für $\tan\beta = 5$, $A_\tau = A_b = 800$, $A_t = 1000$, $m_A = 350$ GeV und $m_A = 400$ GeV. M_1 wird über die GUT-Relation (2.13) bestimmt. Alle Massen in GeV.

	A_7	B_7	C_7	D_7	E_7	F_7
M_1	77.675	81.834	80.181	93.210	200.451	200.451
M_2	155.0	163.3	160.0	186.0	400.0	400.0
μ	-400.0	400.0	-160.0	186.0	-88.0	101.7
α	-0.1617	-0.1653	-0.1623	-0.1639	-0.1625	-0.1634
$m_{\tilde{\chi}_1^0}$	78.09	79.20	76.64	80.52	76.82	80.21
$m_{\tilde{\chi}_2^0}$	153.09	151.62	123.56	136.47	100.72	108.87
$m_{\tilde{\chi}_3^0}$	409.83	405.53	177.39	194.79	208.87	211.31
$m_{\tilde{\chi}_4^0}$	411.33	419.85	217.37	257.01	415.50	417.81
m_h	119.2	117.6	119.7	118.8	118.7	118.3
m_H	350.6	350.9	351.1	351.2	351.2	351.2
Γ_H	0.441	0.452	1.54	1.12	0.689	0.712
m_A	350.0	350.0	350.0	350.0	350.0	350.0
Γ_A	0.577	0.687	1.75	1.90	0.737	0.848
m_h	119.3	117.8	119.8	118.9	118.8	118.4
m_H	400.5	400.8	400.9	401.0	401.0	401.0
Γ_H	0.671	0.681	2.59	2.158	0.952	0.984
m_A	400.0	400.0	400.0	400.0	400.0	400.0
Γ_A	0.993	1.14	2.78	2.68	1.17	1.29
	gauginoartig		mixed		higgsinoartig	

Tabelle 6.2: Szenarien für $\tan\beta = 7$, $A_\tau = A_b = 800$, $A_t = 1000$, $m_A = 350$ GeV und $m_A = 400$ GeV. M_1 wird über die GUT-Relation (2.13) bestimmt. Alle Massen in GeV.

	A_{10}	B_{10}	C_{10}	D_{10}	E_{10}	F_{10}
M_1	77.675	81.834	80.181	93.210	200.451	200.451
M_2	155.0	163.3	160.0	186.0	400.0	400.0
μ	-400.0	400.0	-160.0	186.0	-88.0	101.7
α	-0.1132	-0.1171	-0.1141	-0.1158	-0.1143	-0.1152
$m_{\tilde{\chi}_1^0}$	77.69	79.68	75.17	82.09	75.53	81.59
$m_{\tilde{\chi}_2^0}$	151.66	152.91	121.61	137.76	99.98	109.64
$m_{\tilde{\chi}_3^0}$	409.22	406.15	176.39	195.74	209.13	211.02
$m_{\tilde{\chi}_4^0}$	412.53	418.69	219.79	255.10	415.76	417.48
m_h	120.5	119.4	121.0	120.4	120.1	119.9
m_H	350.0	350.2	350.5	350.5	350.6	350.6
Γ_H	0.759	0.760	1.92	2.40	1.01	1.02
m_A	350.0	350.0	350.0	350.0	350.0	350.0
Γ_A	0.909	0.978	2.156	2.14	1.07	1.14
m_h	120.5	119.5	121.1	120.4	120.2	119.9
m_H	400.0	400.2	400.4	400.5	400.5	400.5
Γ_H	0.982	0.981	2.97	1.41	1.27	1.28
m_A	400.0	400.0	400.0	400.0	400.0	400.0
Γ_A	1.23	1.33	3.06	2.83	1.39	1.48
	gauginoartig		mixed		higgsinoartig	

Tabelle 6.3: Szenarien für $\tan\beta = 10$, $A_\tau = A_b = 800$, $A_t = 1000$, $m_A = 350$ GeV und $m_A = 400$ GeV. M_1 wird über die GUT-Relation (2.13) bestimmt. Alle Massen in GeV.

6.2 Totaler Wirkungsquerschnitt

Im Folgenden sollen am Beispiel der Produktion der Neutralinos $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ und $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ einige Charakteristika des hier betrachteten Prozesses dargestellt werden. Diese beiden Kanäle wurden gewählt, da sie in allen Szenarien kinematisch zugänglich sind und so deren Vergleich zulassen. Insbesondere die Szenarien mit Neutralinos gemischten Charakters (C und D) eröffnen allerdings eine Vielzahl weiterer Neutralinoendzustände. Hier ist in den dargestellten Szenarien (nahezu) jeder Produktionsprozess kinematisch möglich. Um den Effekt, der durch die Faltung mit dem Strahlprofil hervorgerufen wird deutlich zu machen, werden in den einzelnen Graphen auch deutlich schlechtere Energieauflösungen eingezeichnet, als sie an einem Muoncollider realisiert werden. In allen realistischen Fällen sollte ein Muoncollider eine deutlich bessere Auflösung als 0.1% aufweisen. Da diese hohe Energieauflösung allerings auf Kosten der Luminosität erzielt wird, ließe sich diese, sollte man mit niedrigerer Auflösung auskommen, z. T. beträchtlich steigern.

6.2.1 $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$-Produktion

6.2.1.1 $\tan\beta = 5$

Für $\tan\beta = 5$ fällt zunächst auf, daß in den Szenarien A_5 bis D_5 beide Higgsresonanzen auch bei relativ niedriger Detektorauflösung noch getrennt werden können. Insbesondere in den gauginoartigen Szenarien (A_5 und B_5) sind die Wirkungsquerschnitte aufgrund der geringen Breite der Higgsresonanzen relativ hoch, solange die Zerfallskanäle in t-Quarks kinematisch verboten sind. Sind diese Zerfälle erlaubt, so wird es auch in diesen Szenarien schwierig, die beiden Higgsresonanzen zu trennen und man benötigt eine hohe Auflösung.
Wie zu erwarten, sind in den Mixedszenarien C_5 und D_5 die Higgresonanzen breiter. Dies verhindert in den Szenarien mit $m_A = 400$ GeV die Trennung der Resonanzen von H und A, erschwert dies aber bereits für $m_A = 350$ GeV. Hier ist also eine besonders hohe Detektorauflösung vonnöten, wie sie am Muoncollider zur Verfügung stehen sollte. Wegen der insgesamt größeren Breite der Resonanzen ist auch der totale Wirkungsquerschnitt deutlich niedriger, so daß hier ebenfalls eine höhere Luminosität erforderlich wird.
Schließlich findet sich in den Higgsinoszenarien, insbesondere bei positivem μ, ein Beispiel, in dem die Kopplung des pseudoskalaren A an die Neutralinos im Verhältnis zur H-Kopplung stark unterdrückt ist. Dies steht im Gegensatz zu den Gaugino- und Mixedszenarien, in denen die Kopplungen an H und A etwa die gleiche Größe aufweisen. Durch die insgesamt größere Breite in den

Szenarien mit $m_A = 400$ GeV verschwindet diese Resonanz dort fast vollkommen. Auch ist in den higgsinoartigen Szenarien E_5 und F_5 die Kopplung der Neutralinos durchweg kleiner, was in einem dominanteren Background von Z und $\tilde{\mu}$-Austausch sichtbar wird. Dies ließe sich allerdings durch entsprechende Polarisation der Strahlen verbessern, was zu einer Unterdrückung der "Non-Higgs"-Kanäle und einer Betonung des Higgsbeitrages führt.

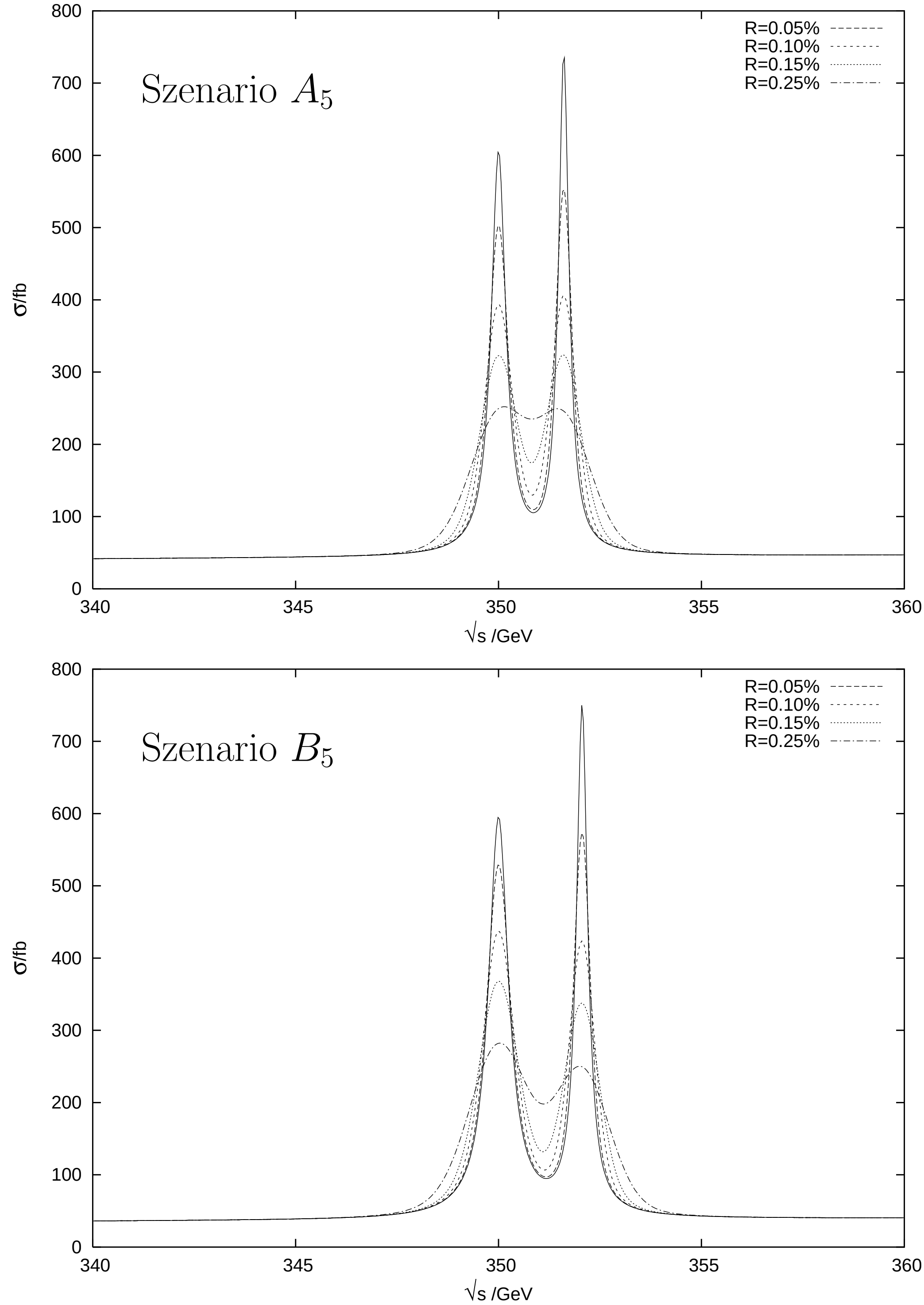
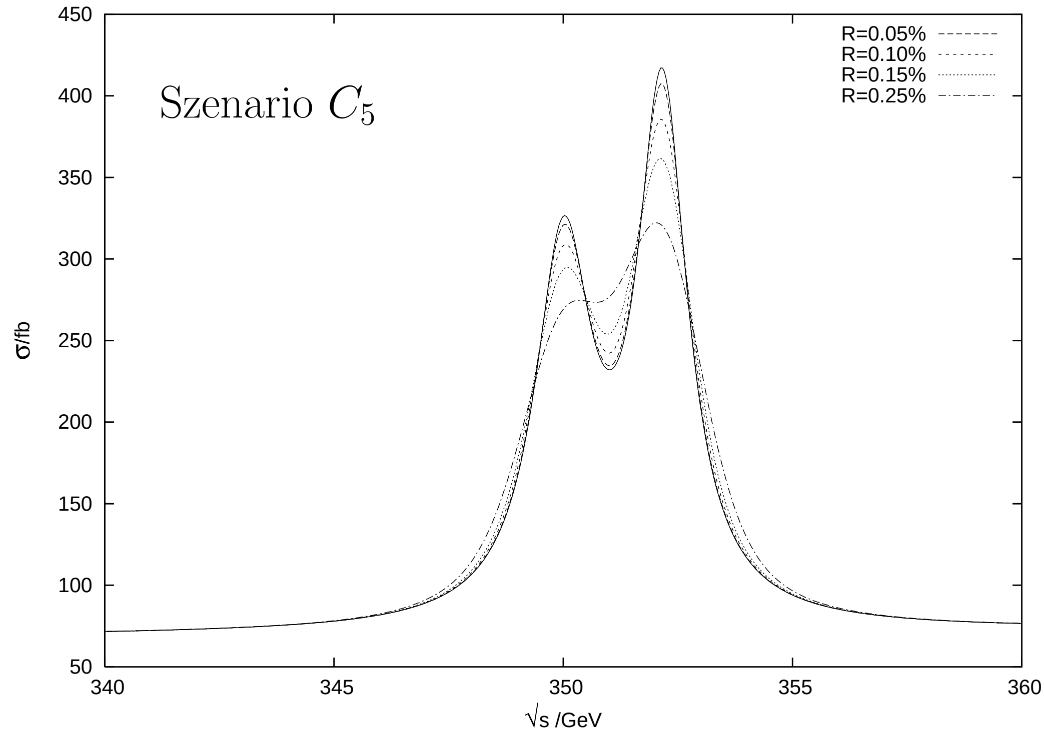


Abbildung 6.1: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien A_5 und B_5, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind gauginoartig.



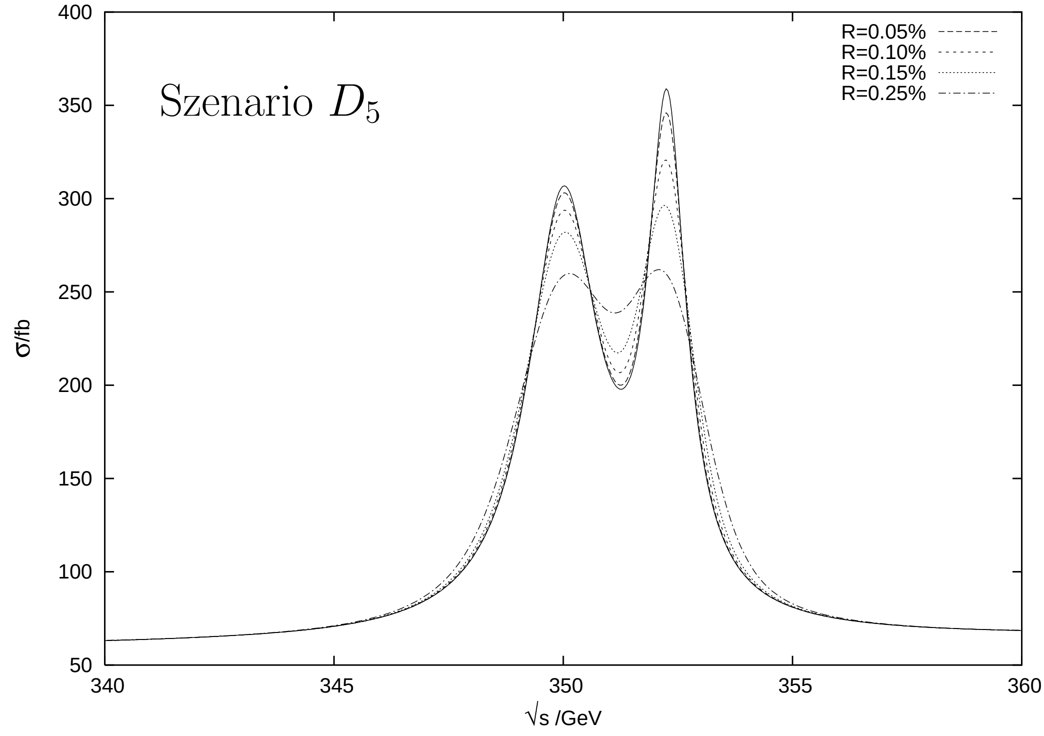


Abbildung 6.2: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien C_5 und D_5, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%).

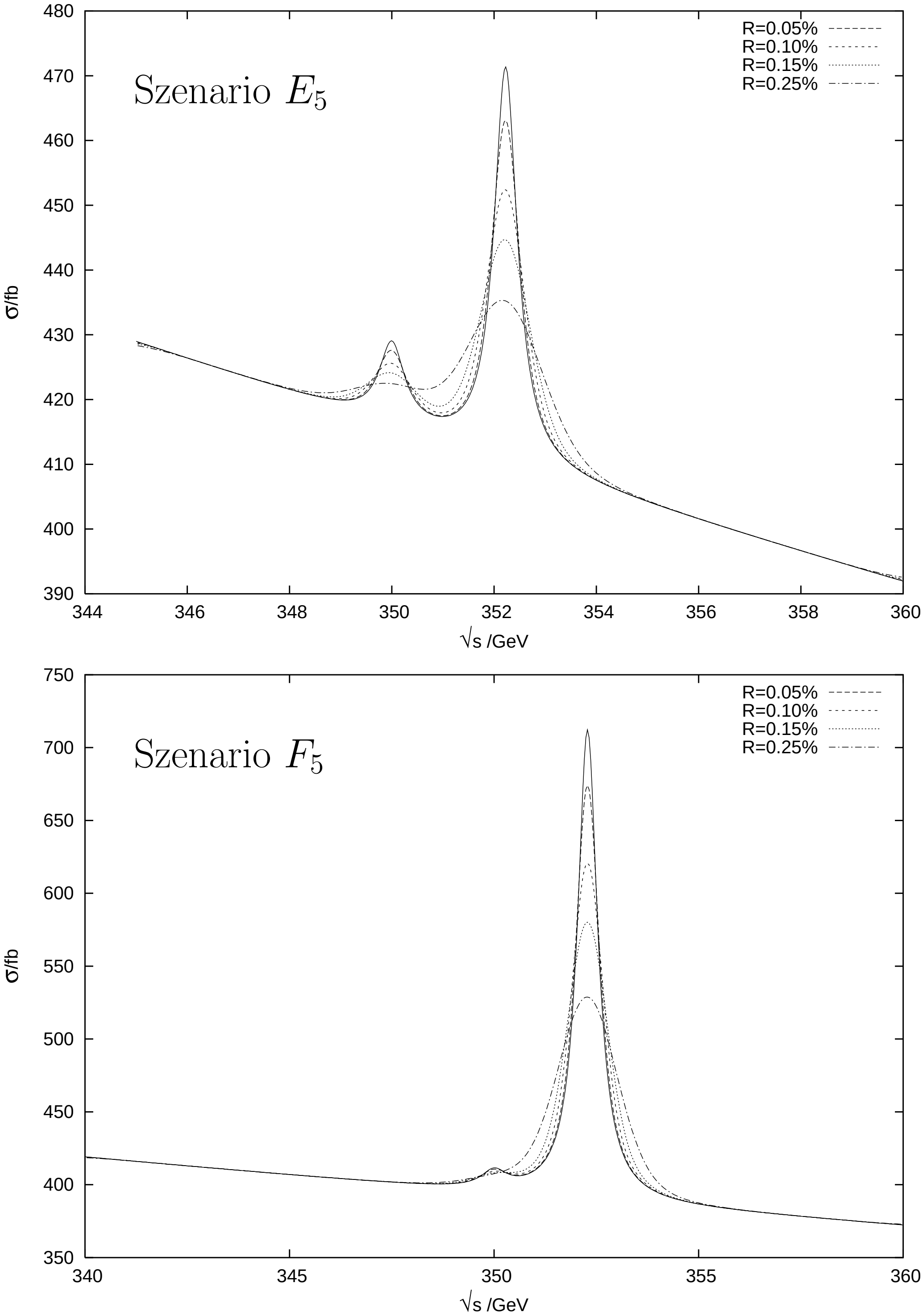


Abbildung 6.3: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien E_5 und F_5, $m_A = 350\,\mathrm{GeV}$, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind higgsinoartig.

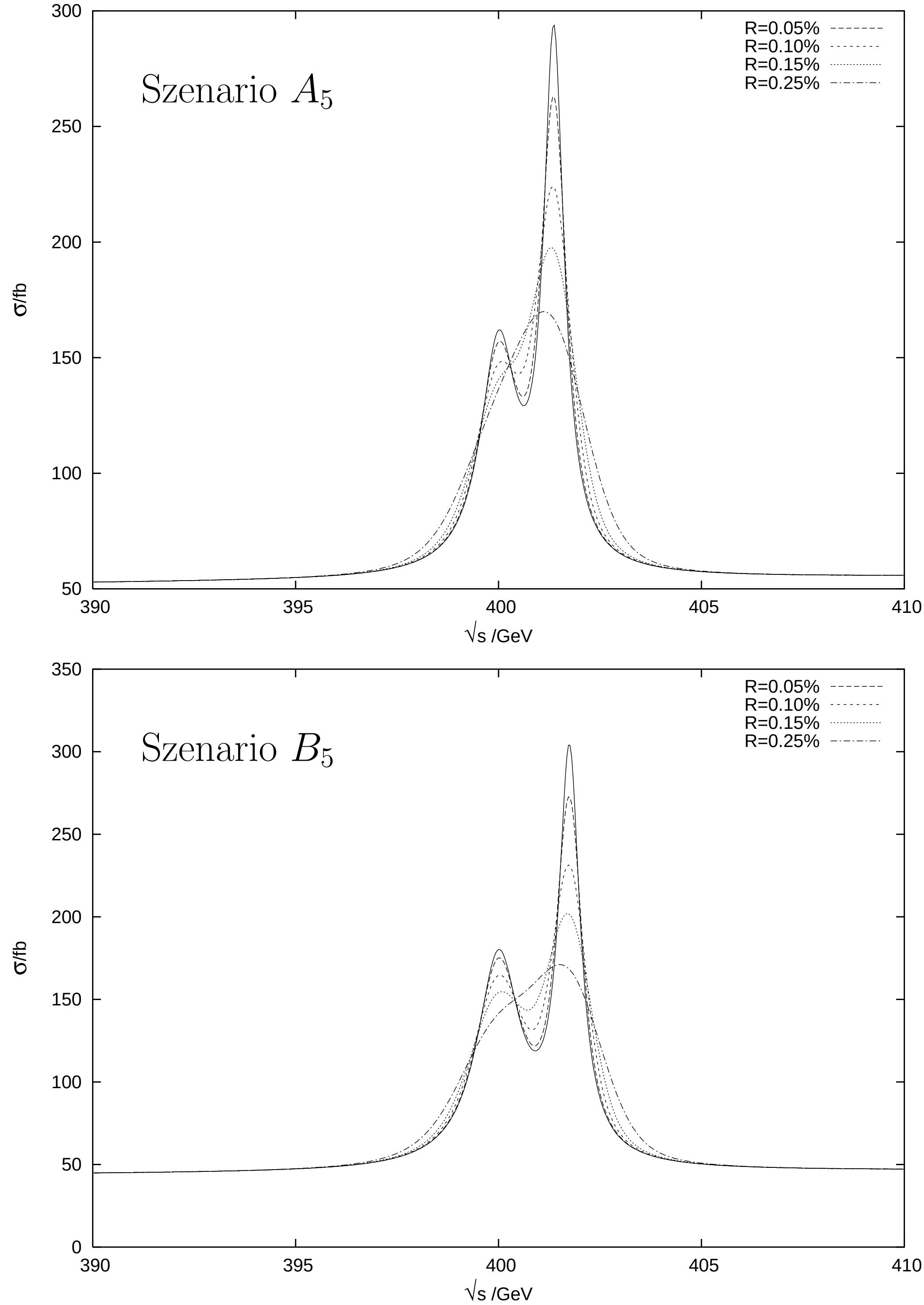


Abbildung 6.4: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien A_5 und B_5, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind gaugi-noartig.

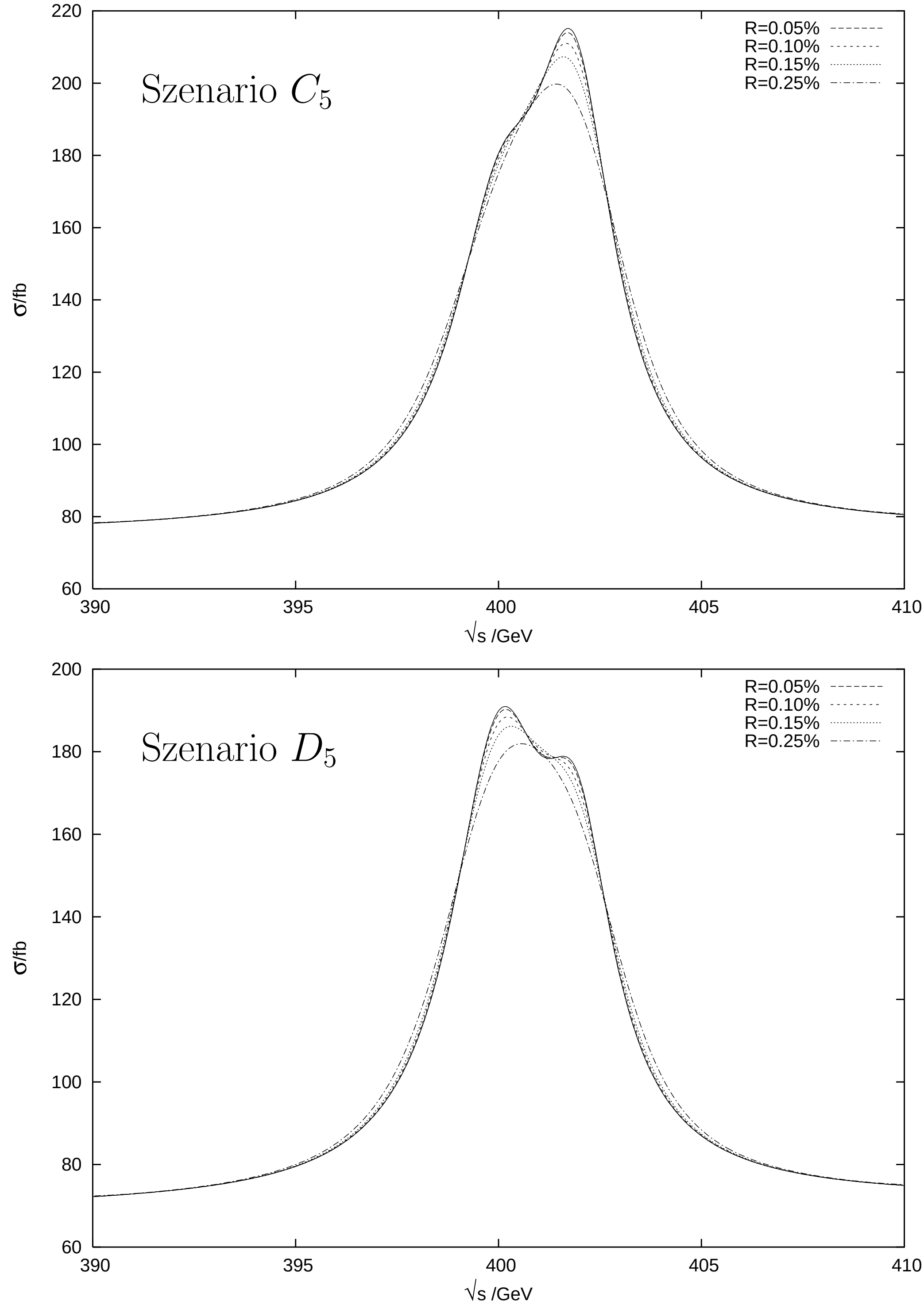
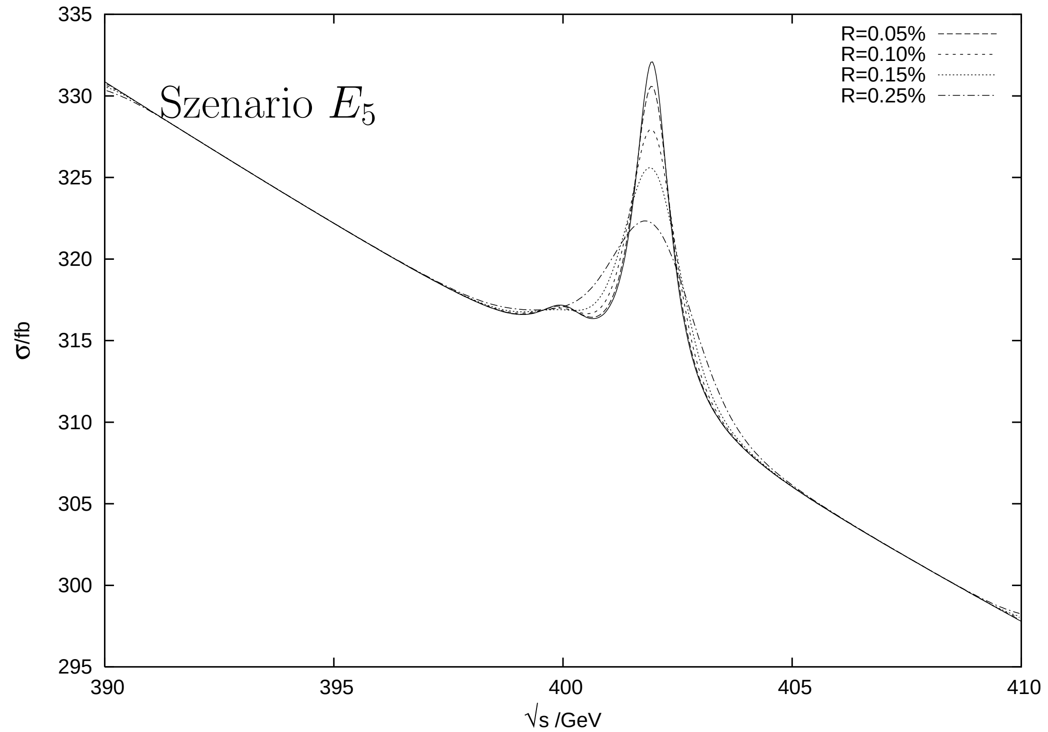


Abbildung 6.5: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien C_5 und D_5, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%).



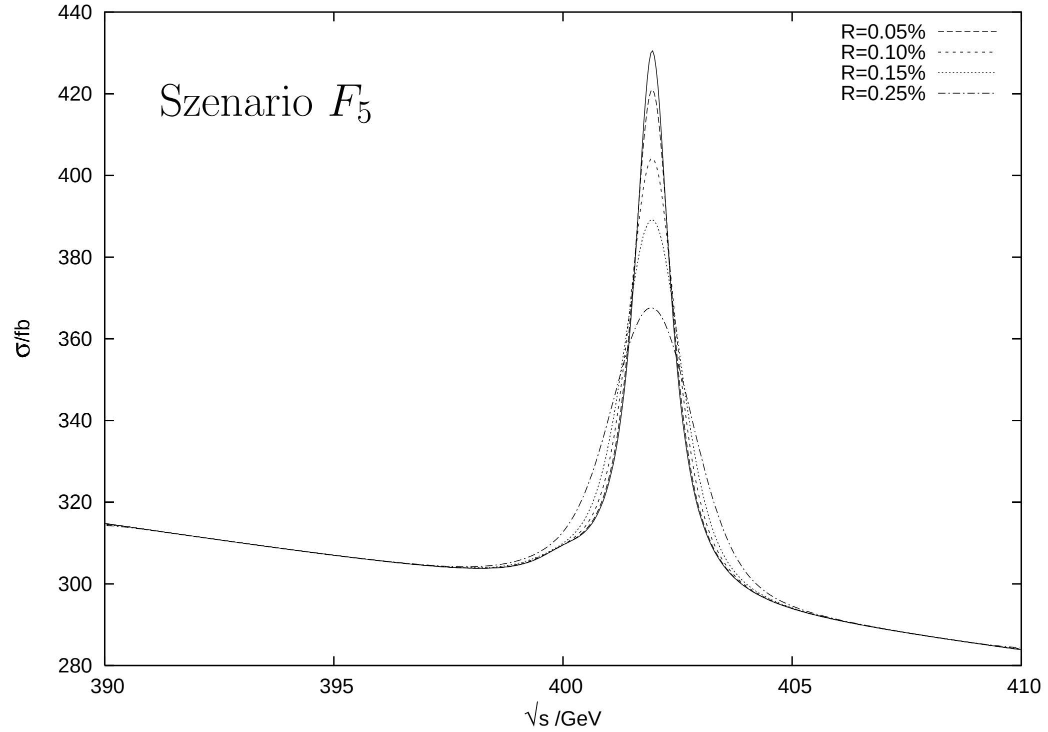
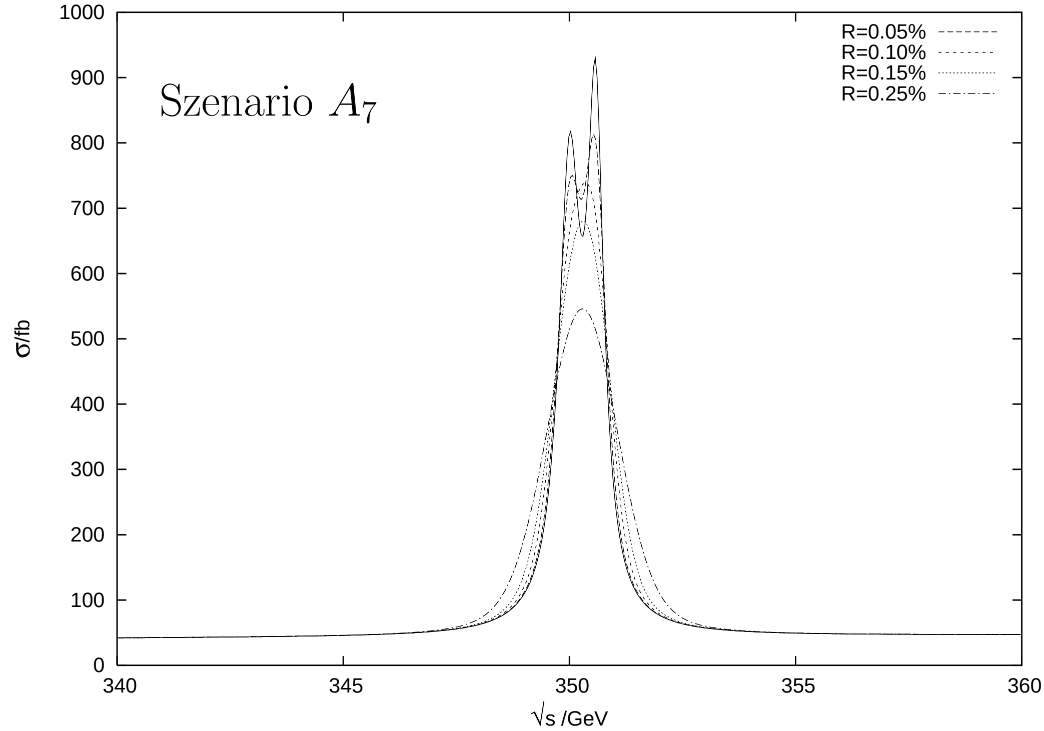


Abbildung 6.6: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien E_5 und F_5, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind higgsinoartig.

6.2.1.2 $\tan\beta = 7$

Zunächst bemerkt man, daß bei steigendem $\tan\beta$ die Higgsresonanzen deutlich enger liegen, so daß es insgesamt schwieriger wird, sie zu trennen. Sind bei $\tan\beta = 5$ die beiden Resonanzen zumindest in den gauginoartigen Szenarien noch deutlich getrennt, so gelingt dies bei $\tan\beta = 7$ nur noch im Falle positiven μ-s und auch hier wird eine hohe Detektorauflösung und Luminosität vonnöten sein. Allerdings ist der totale Wirkungsquerschnitt in den Szenarien A_7 und B_7 nochmals deutlich höher als im Falle von $\tan\beta = 5$. Gleiches gilt auch in den Szenarien C_7 und D_7. In den mixed-Szenarien ist die A-Resonanz bei $m_A = 350$ GeV nur noch als Asymmetrie angedeutet, bei $m_A = 400$ GeV verwaschen beide Resonanzen zu einem relativ breiten Peak. In den Higgsinoszenarien findet man, wie schon im Falle von $\tan\beta = 5$, deutlich kleinere Kopplungen an die Neutralinos und daher einen relativ hohen Beitrag der "Non-Higgs-Kanäle" zum Wirkungsquerschnitt. Auch hier ist die Kopplung an das A im Verhältnis zum H für $\mu > 0$ wiederum deutlich unterdrückt.



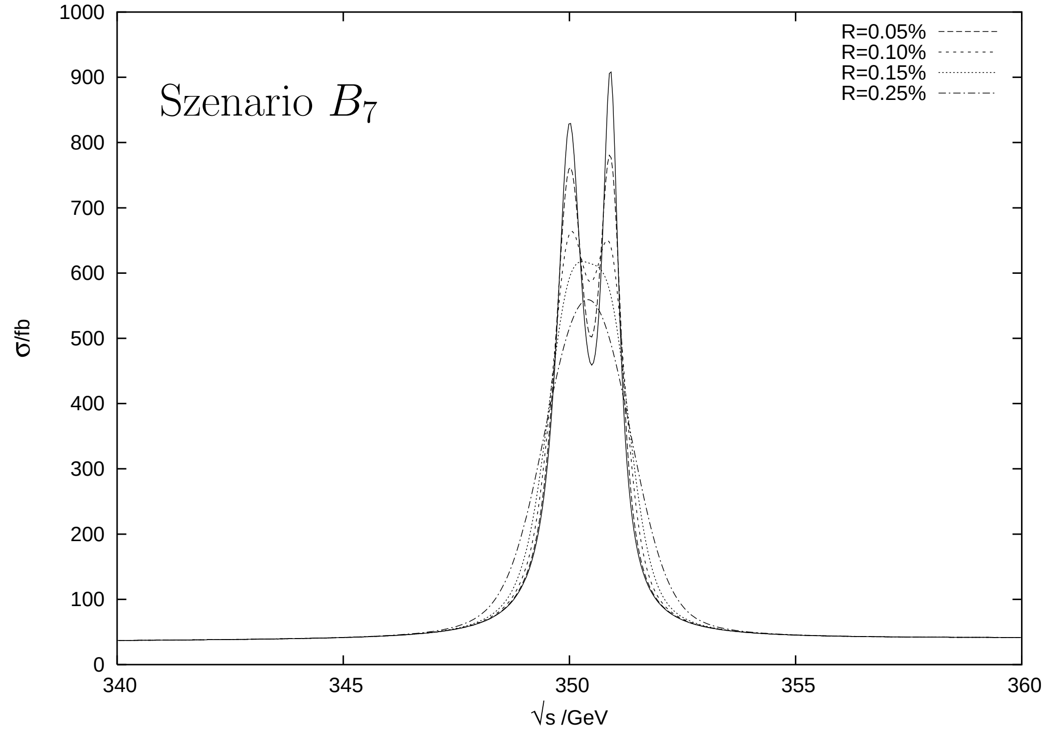


Abbildung 6.7: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien A_7 und B_7, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind gauginoartig.

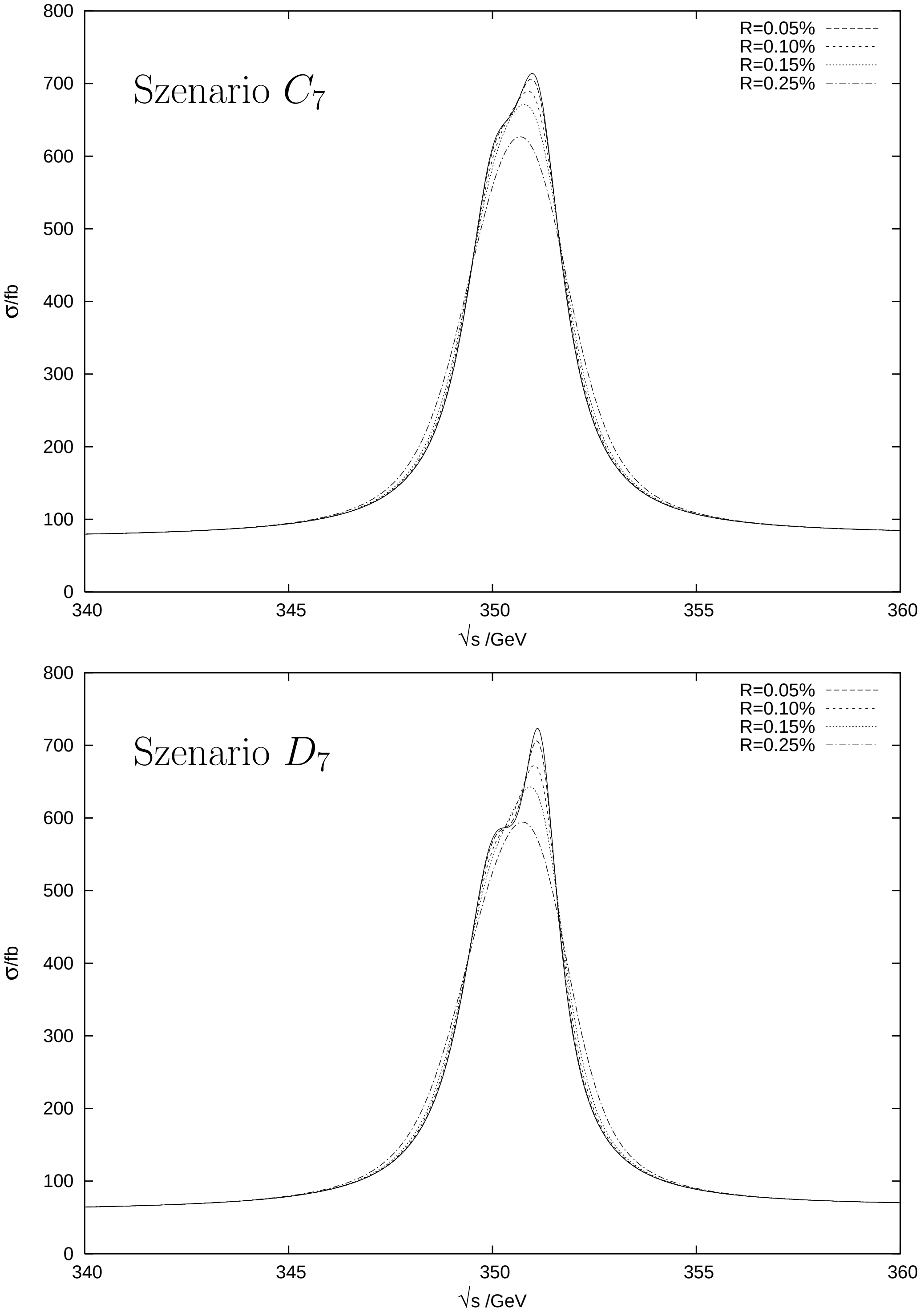
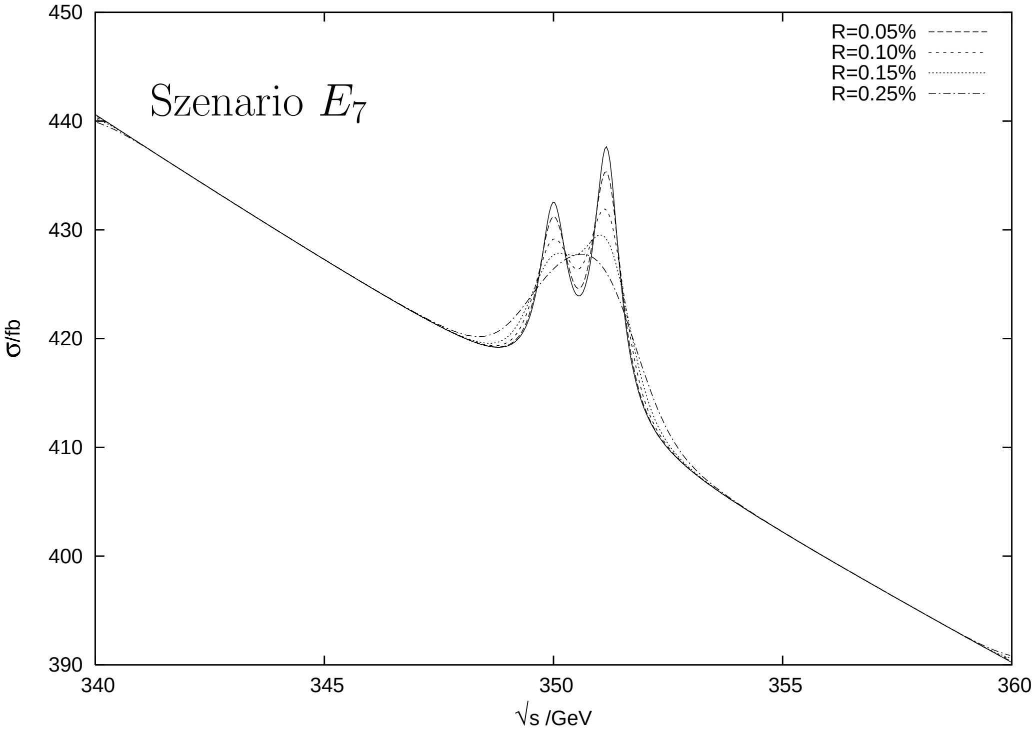


Abbildung 6.8: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien C_7 und D_7, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%).



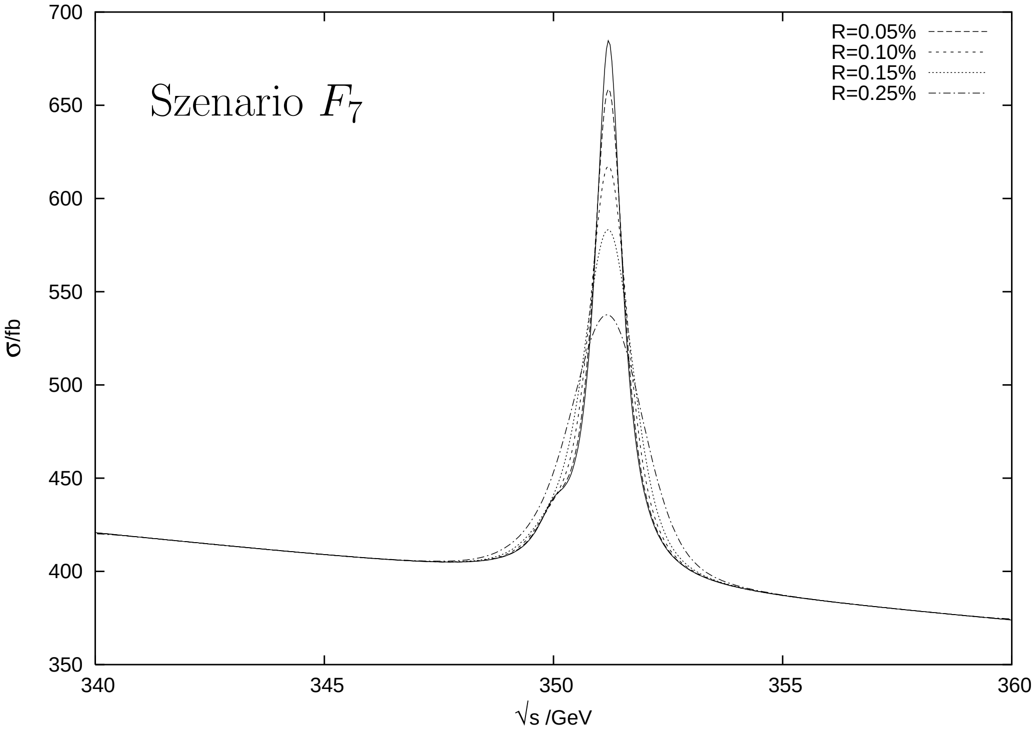


Abbildung 6.9: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien E_7 und F_7, $m_A = 350\,\mathrm{GeV}$, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind higgsinoartig.

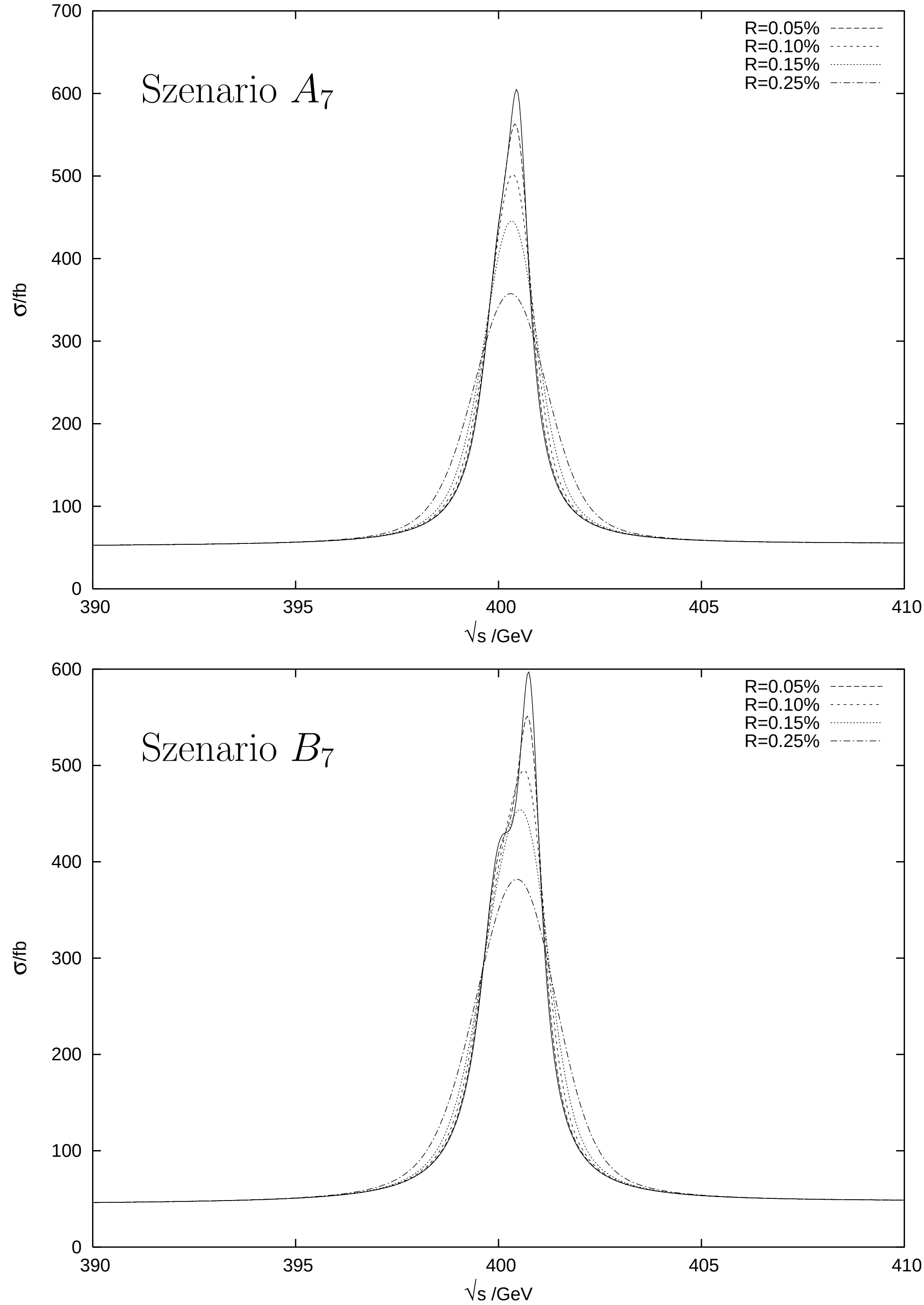


Abbildung 6.10: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien A_7 und B_7, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind gauginoartig.

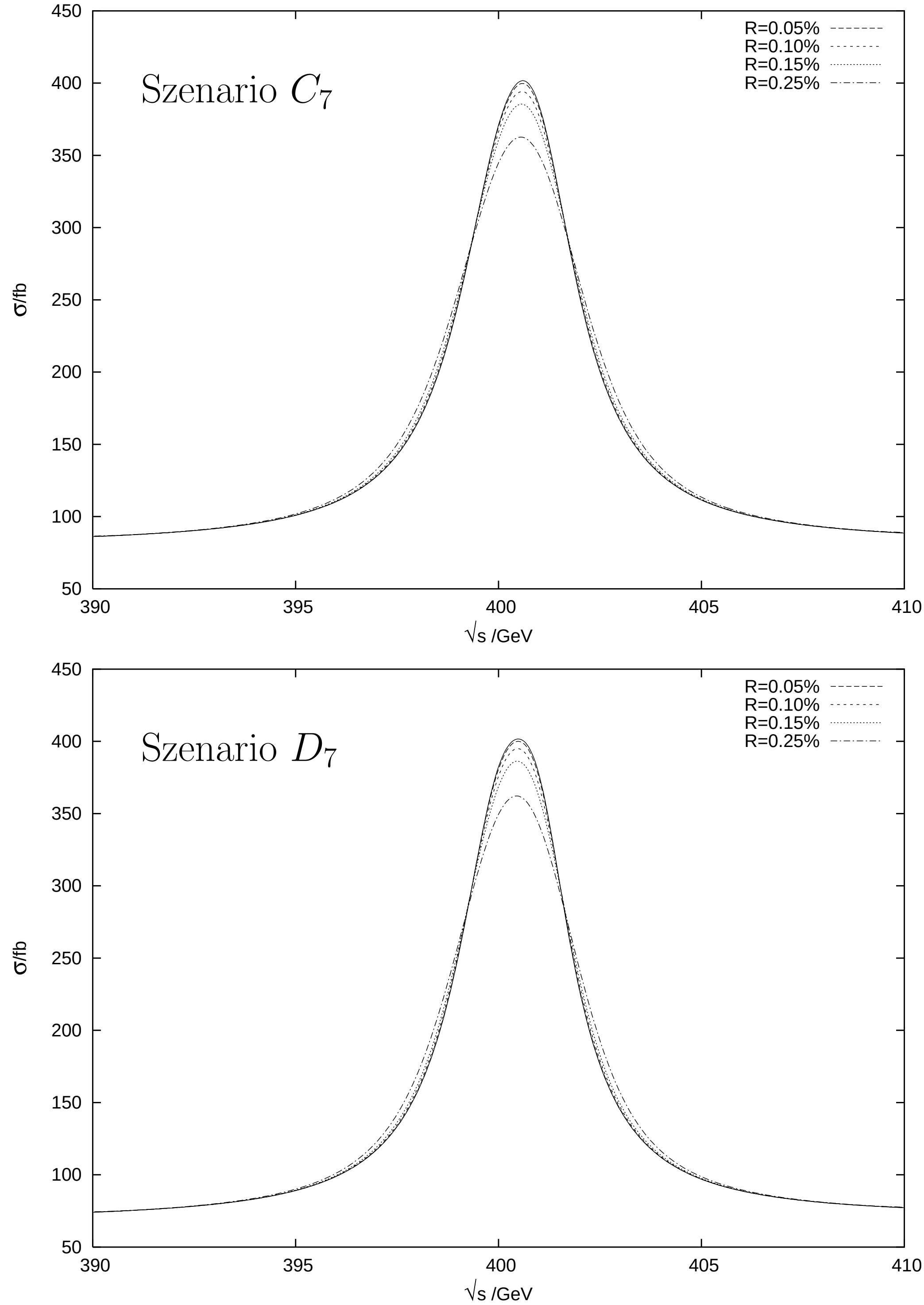


Abbildung 6.11: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien C_7 und D_7, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%).

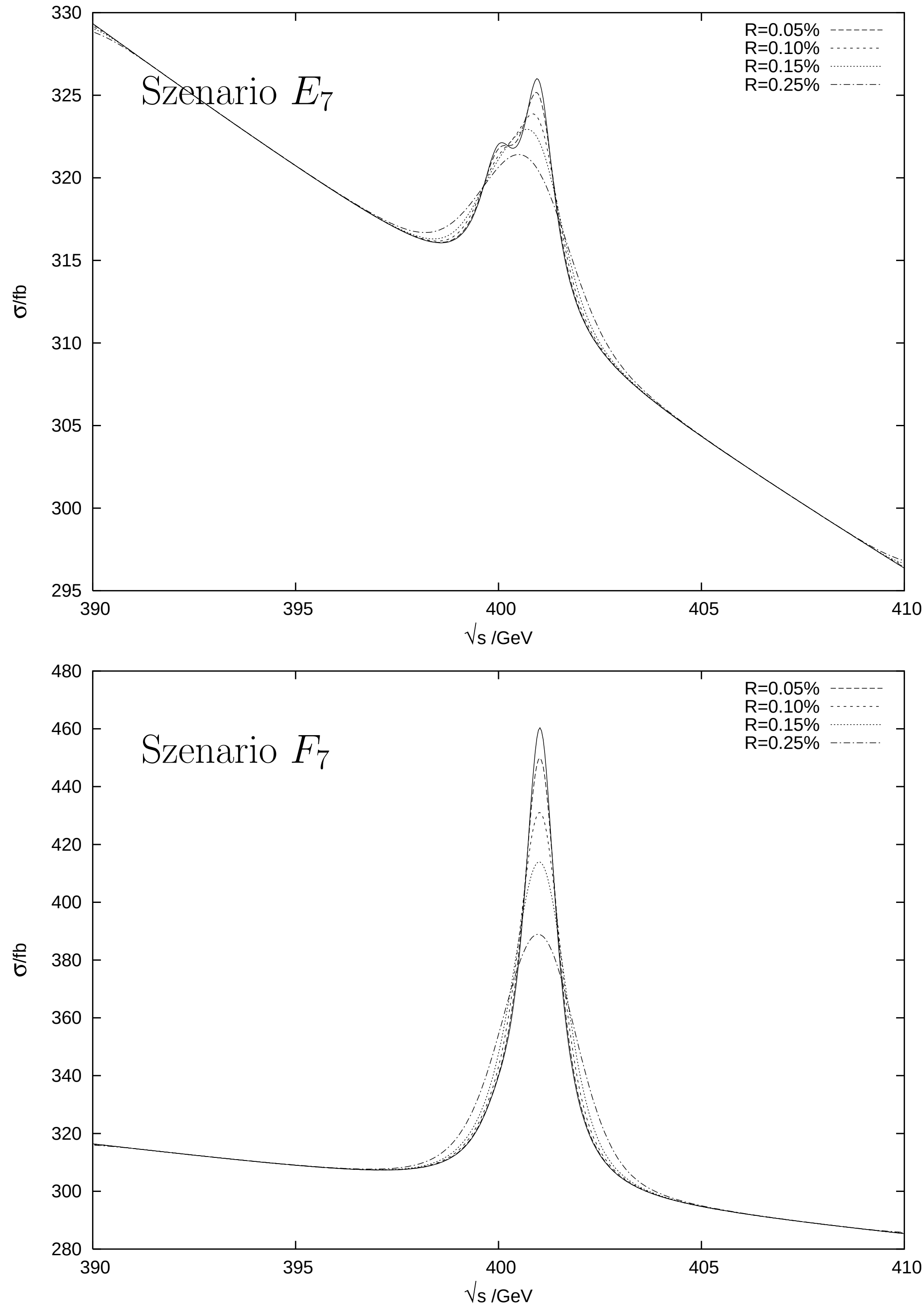


Abbildung 6.12: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien E_7 und F_7, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind higgsinoartig.

6.2.2 $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$-Produktion

Nachdem zunächst ein Beispiel für einen asymmetrischen Produktionskanal diskutiert wurde, soll nun ein symmetrischer Kanal betrachtet werden.

6.2.2.1 $\tan\beta = 5$

Zunächst fällt auf, daß in den gauginoartigen Szenarien A_5 und B_5 trotz der größeren Breite des pseudoskalaren Higgsbosons A der Wirkungsquerschnitt bei der Energie $\sqrt{s} = m_A$ deutlich höher ist als im Falle des H-Bosons. Dies gilt auch noch im Falle von $\tan\beta = 7$, auch wenn dort die beiden Resonanzen wiederum so dicht liegen, daß sie nicht mehr getrennt werden können. Insgesamt liegen in den gauginoartigen Szenarien die Wirkungsquerschnitte in der gleichen Größenordnung wie bei der asymmetrischen Produktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$.
In den gemischten Szenarien hingegen ist der totale Wirkungsquerschnitt im Kanal $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ aufgrund der kleineren Kopplungen der Neutralinos an die Higgsbosonen deutlich kleiner als im Falle der asymmetrischen Produktion. Ansonsten weist er ähnliche Charakteristika auf wie im ersten Fall. Allerdings fällt auf, daß abhängig vom Vorzeichen des Higgsinomassenparameters einmal die A- und einmal die H-Resonanz überwiegt. Gleiches gilt für $\tan\beta = 7$. Dieses Verhalten findet man auch in den higgsinoartigen Szenarien E_5 und F_5 sowie E_7 und F_7. Weiterhin fällt auf, daß in diesen Szenarien für positives μ und $m_A = 350$ GeV die Wirkungsquerschnitte deutlich kleiner sind.

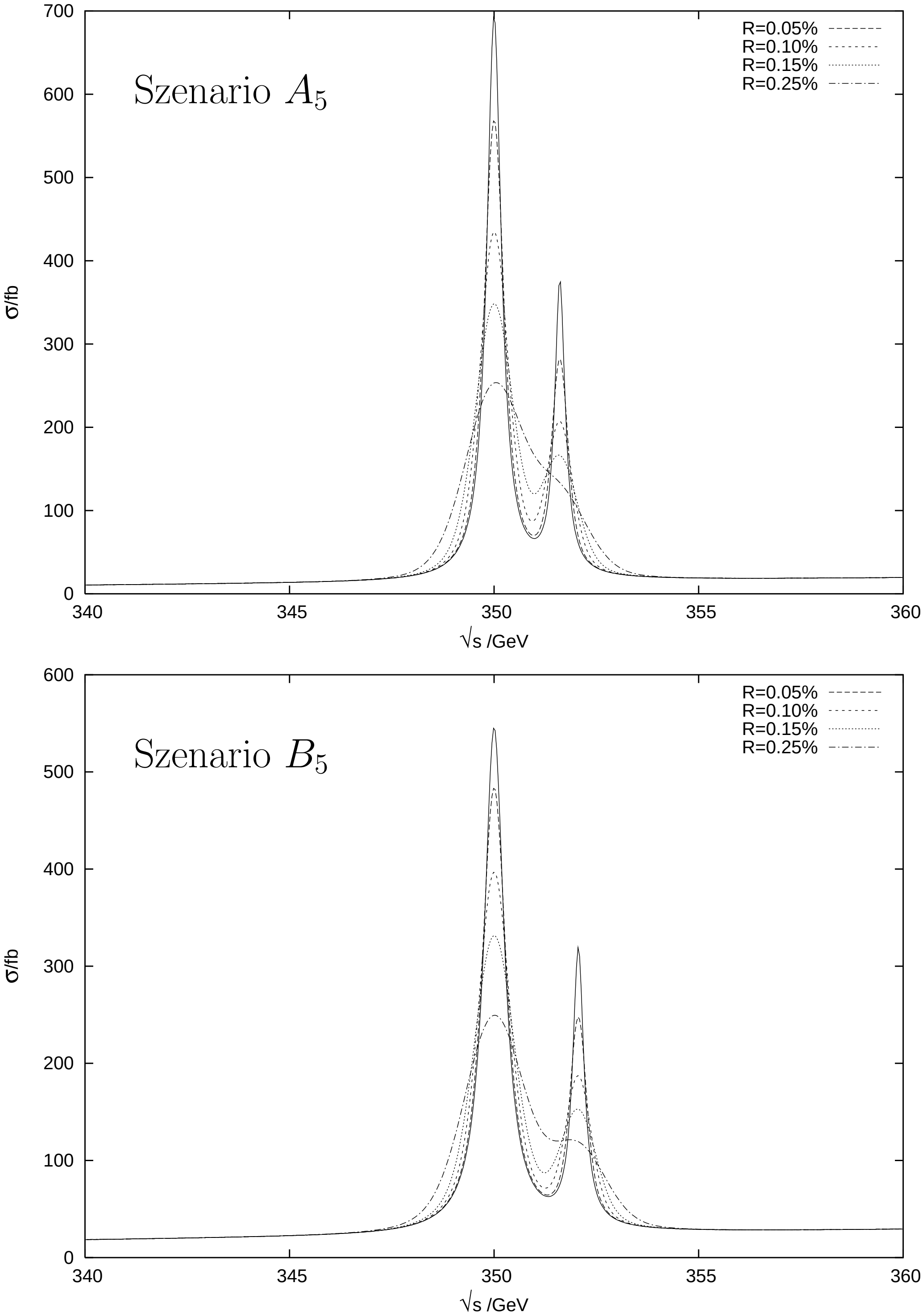
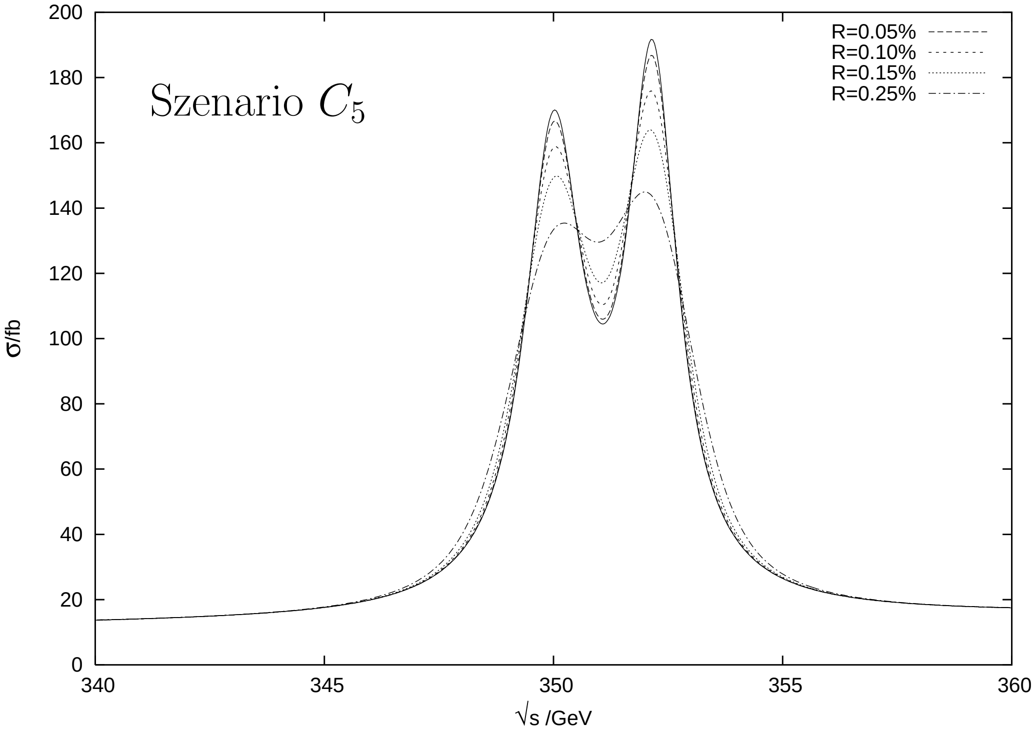


Abbildung 6.13: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien A_5 und B_5, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind gauginoartig.



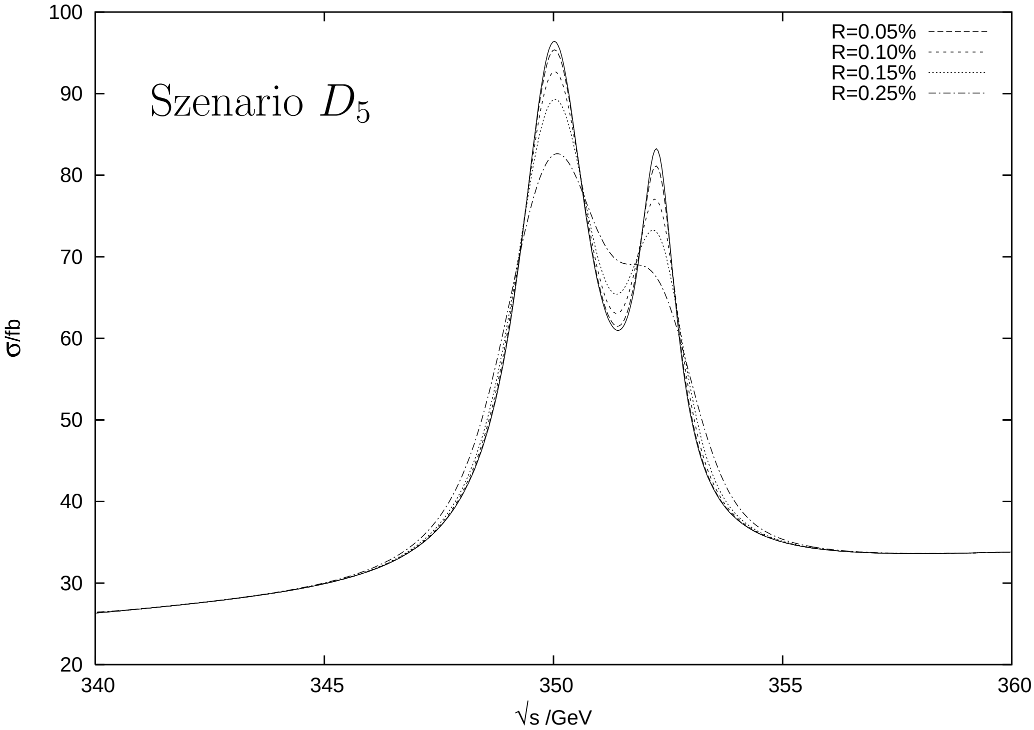


Abbildung 6.14: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien C_5 und D_5, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%).

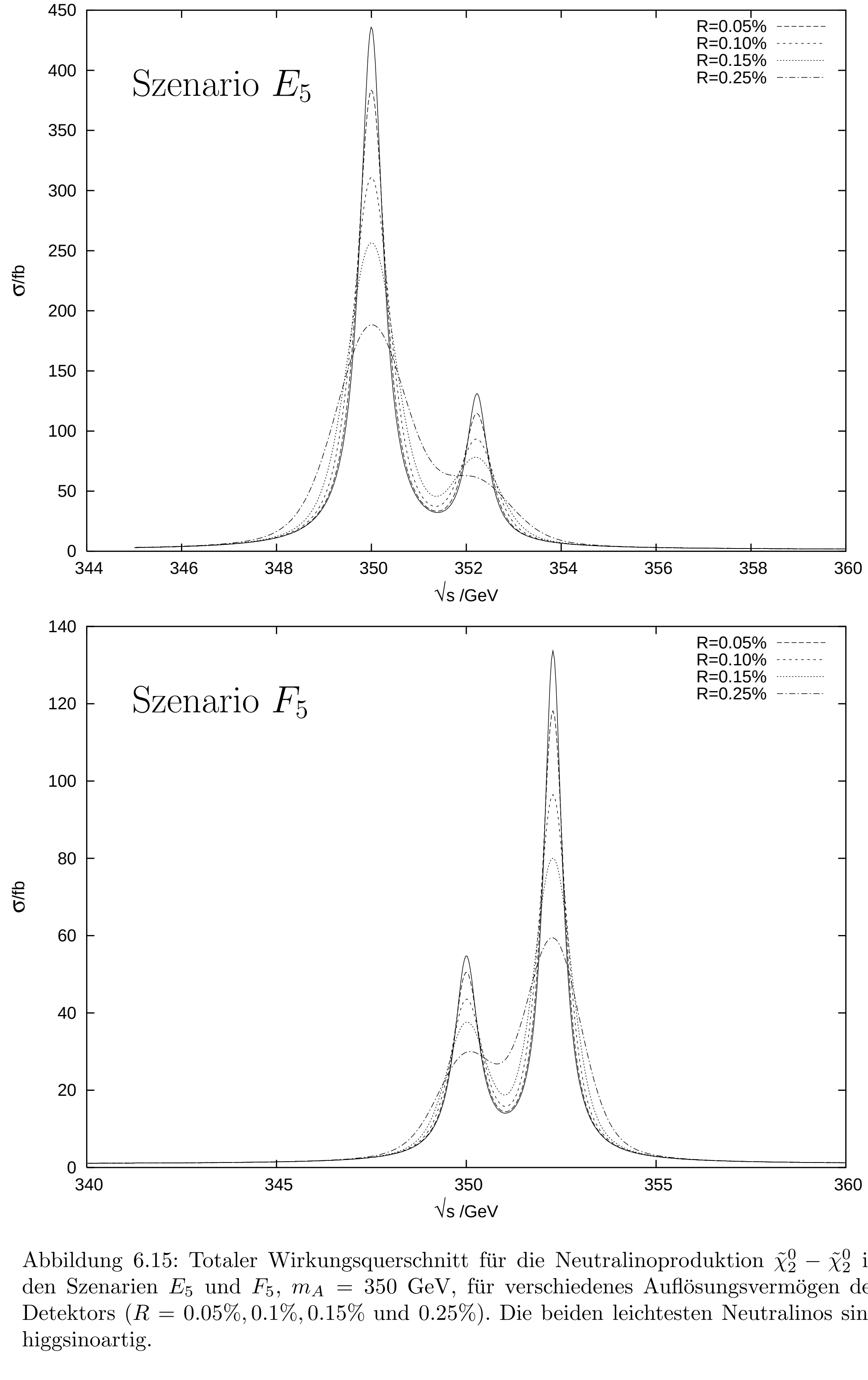


Abbildung 6.15: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}^0_2 - \tilde{\chi}^0_2$ in den Szenarien E_5 und F_5, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind higgsinoartig.

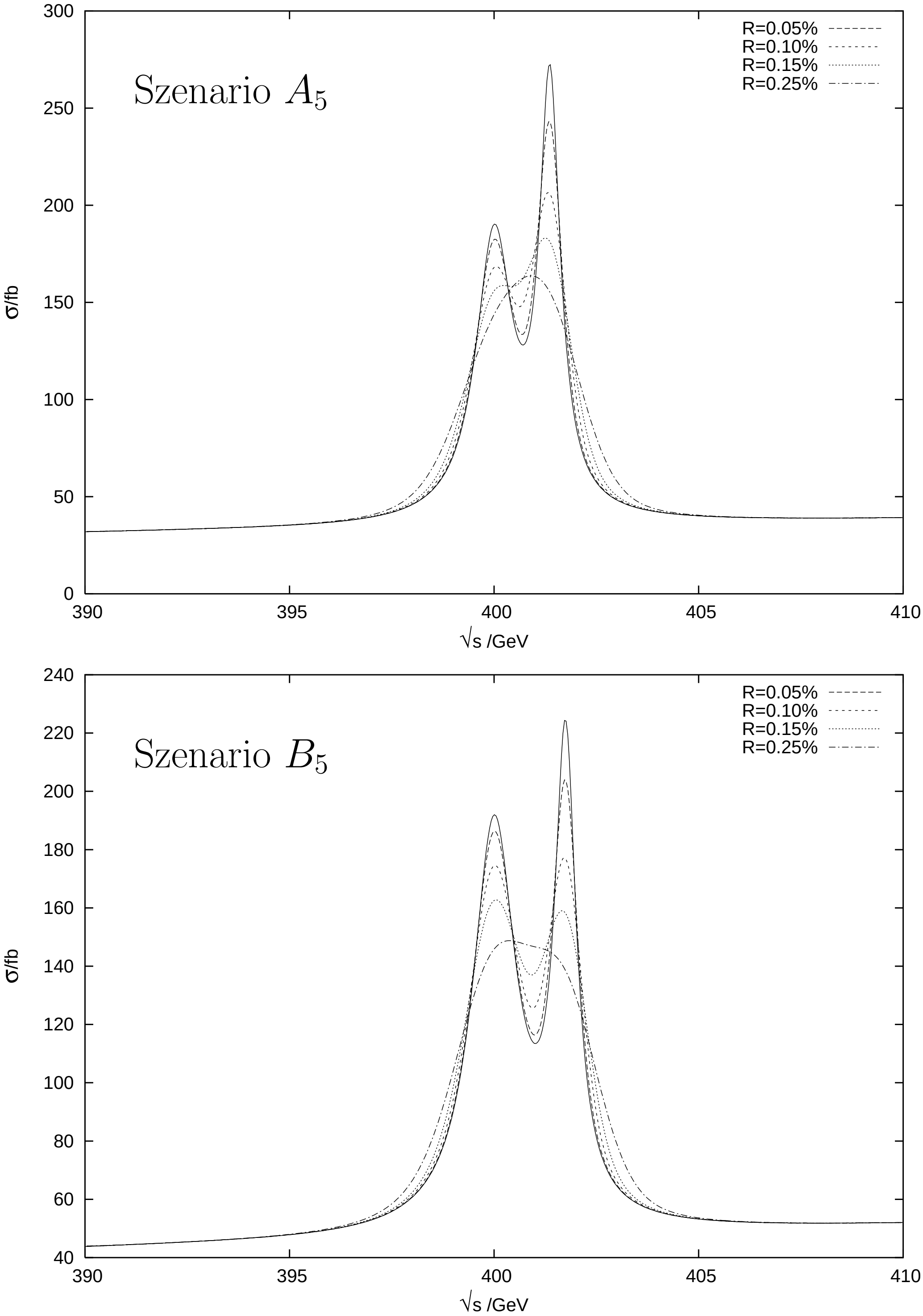


Abbildung 6.16: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien A_5 und B_5, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind gauginoartig.

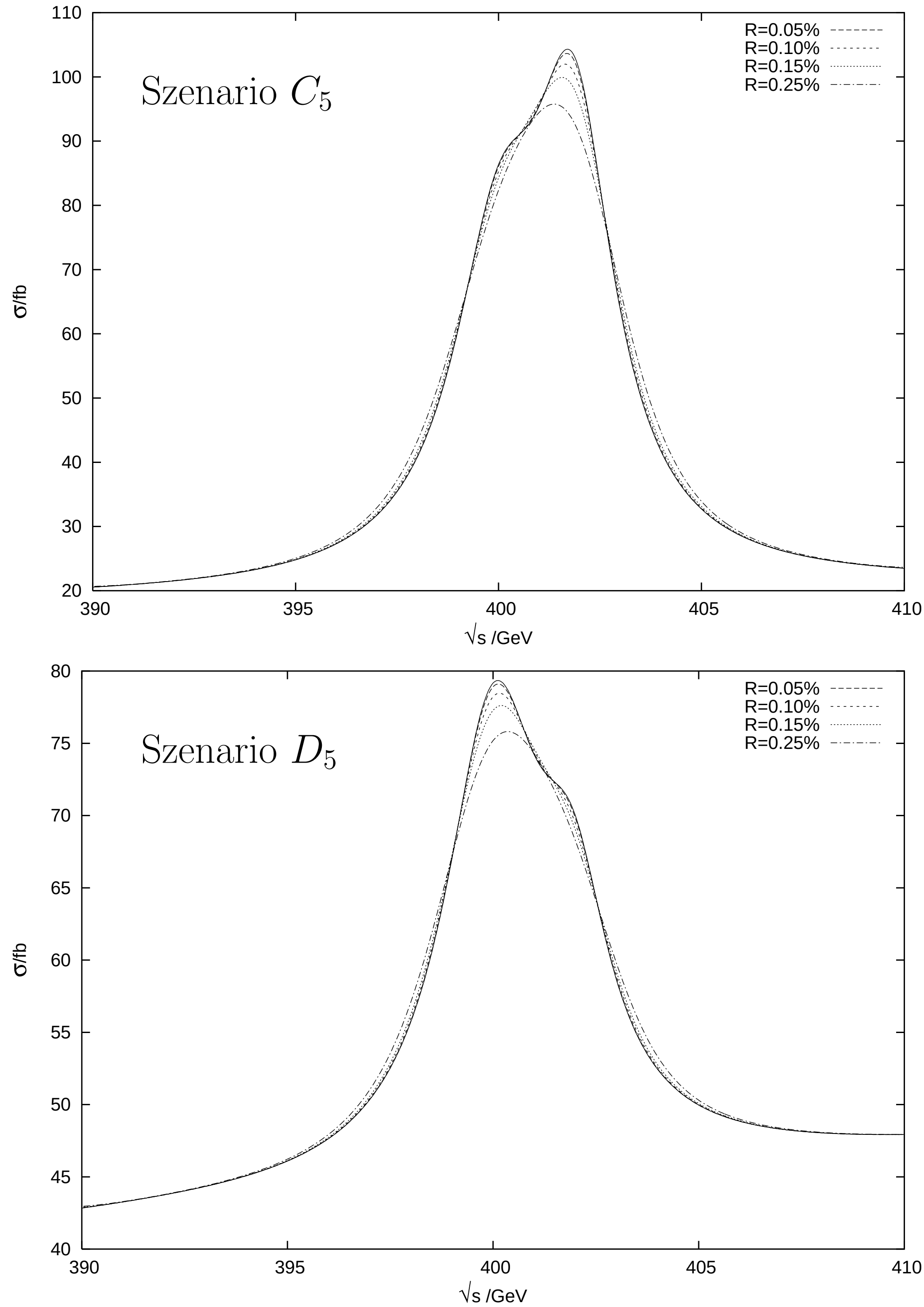


Abbildung 6.17: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien C_5 und D_5, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%).

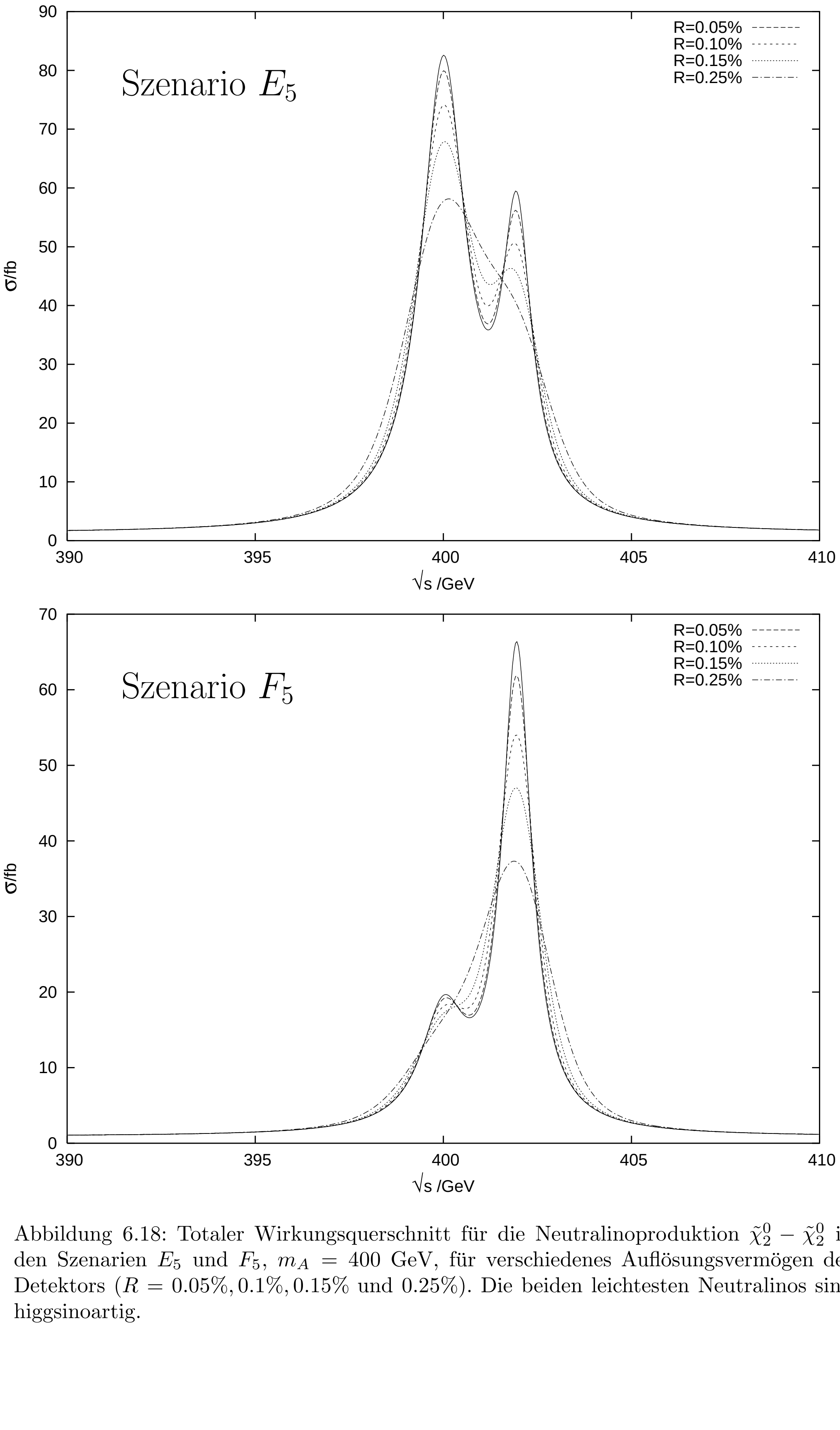
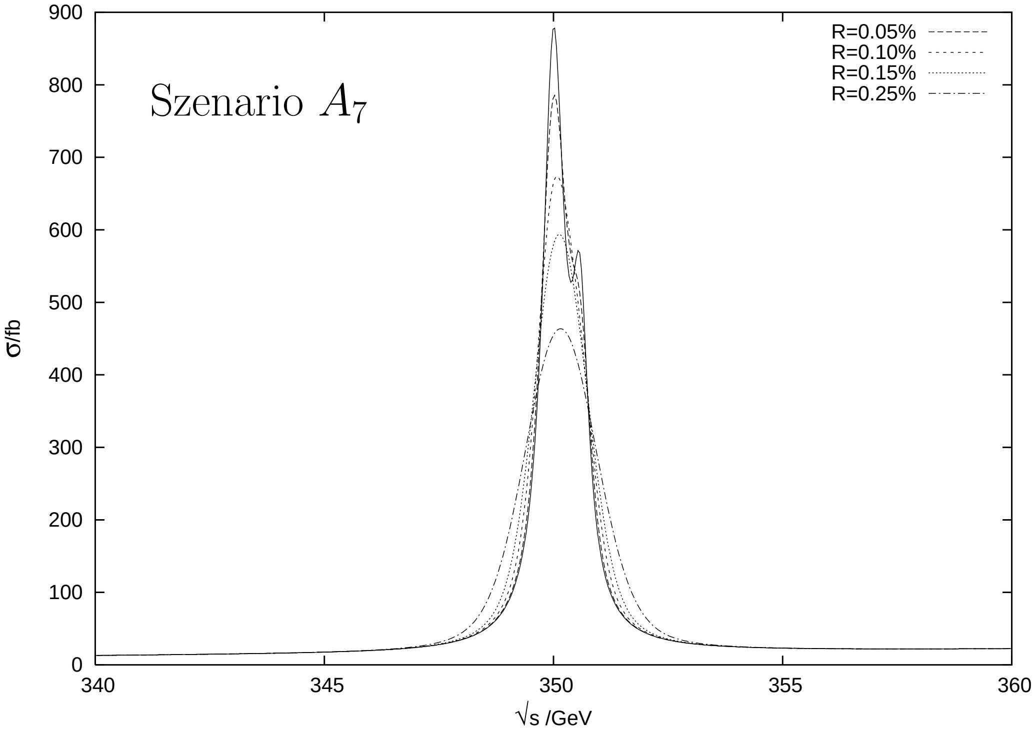


Abbildung 6.18: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien E_5 und F_5, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind higgsinoartig.

6.2.2.2 $\tan\beta = 7$

In den folgenden Graphiken ist jeweils der totale Wirkungsquerschnitt für die symmetrische Produktion der Neutralinos $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ für $\tan\beta = 7$ dargestellt. Für das Verhalten des Wirkungsquerschnittes gegenüber den Szenarien mit $\tan\beta = 5$ gelten hier analoge Aussagen wie im Falle der asymmetrischen Produktion $\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$.



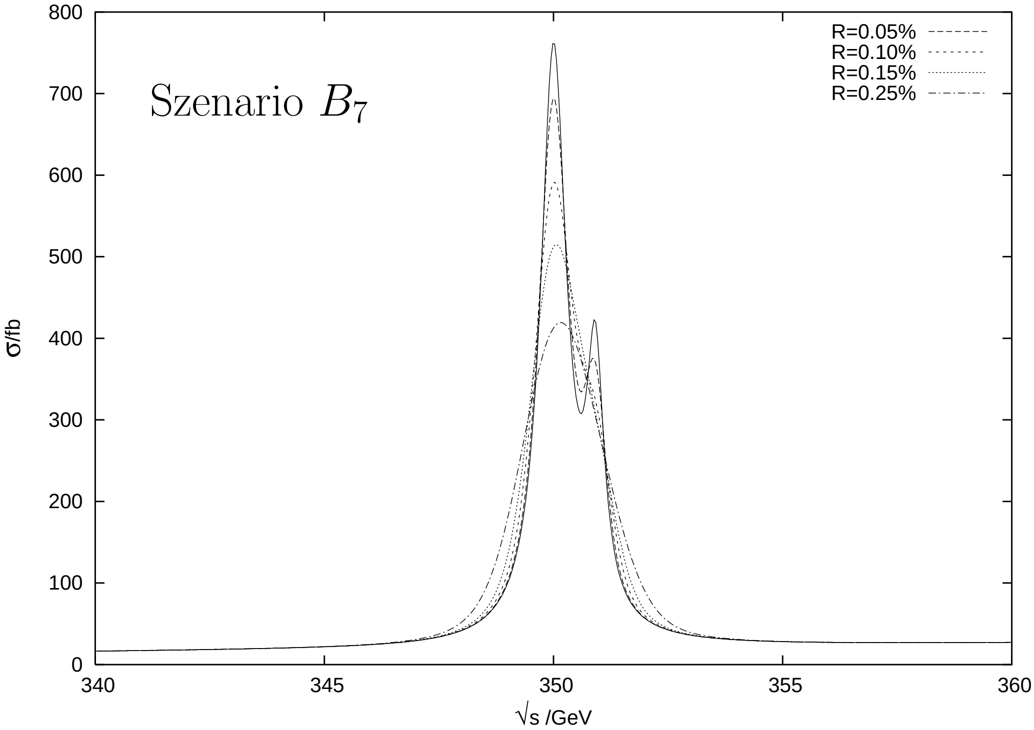


Abbildung 6.19: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}^0_2 - \tilde{\chi}^0_2$ in den Szenarien A_7 und B_7, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind gauginoartig.

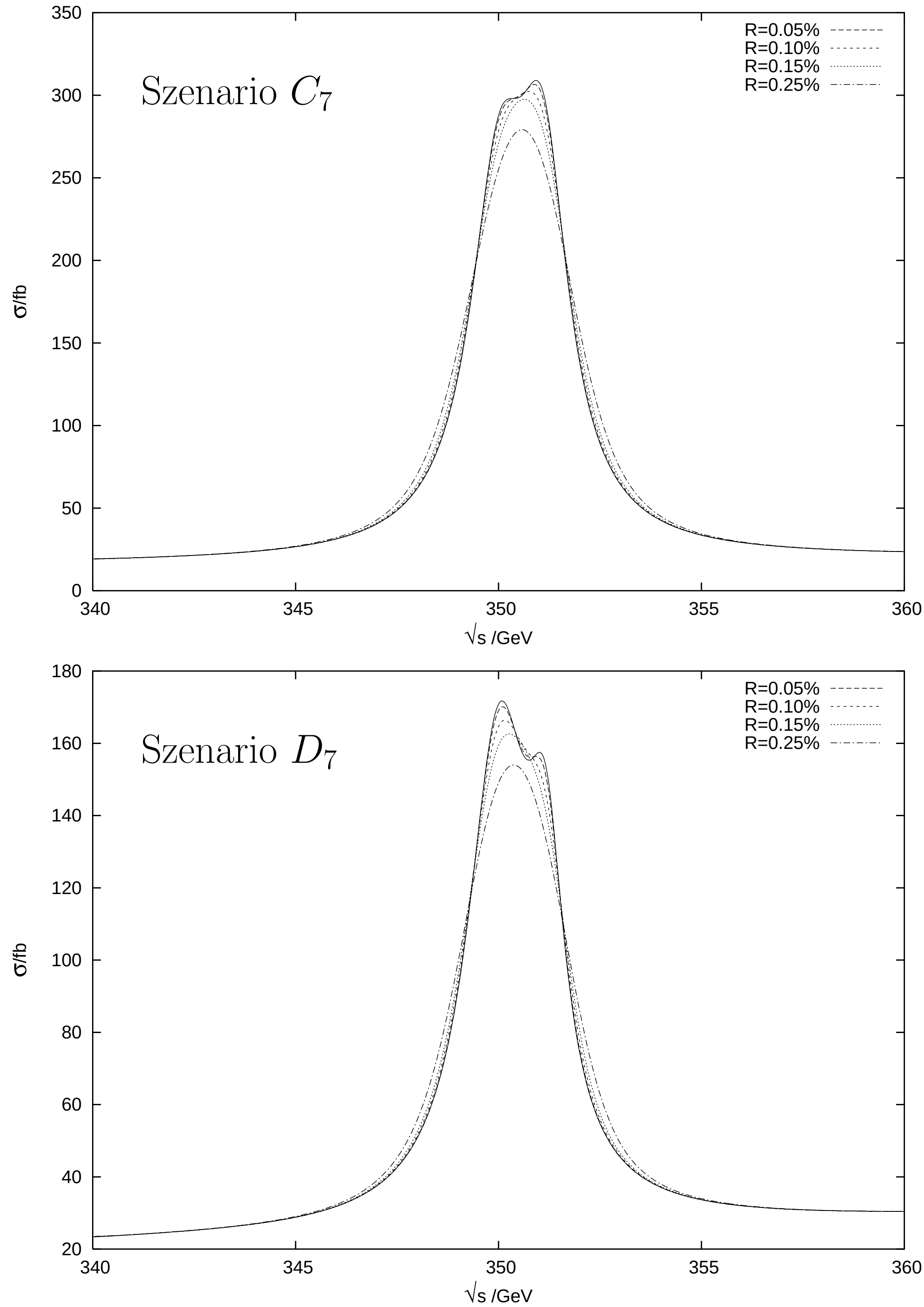


Abbildung 6.20: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien C_7 und D_7, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%).

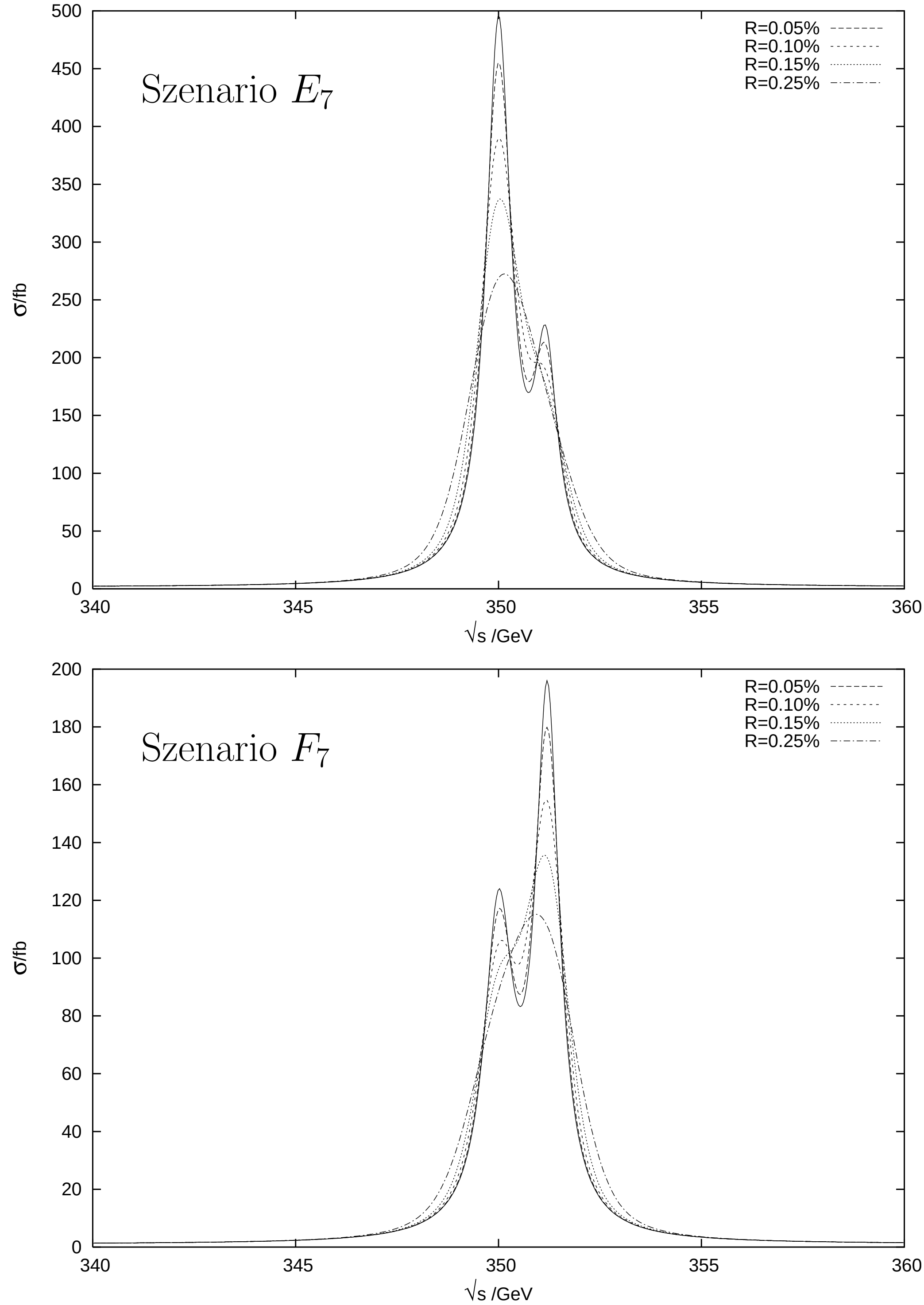
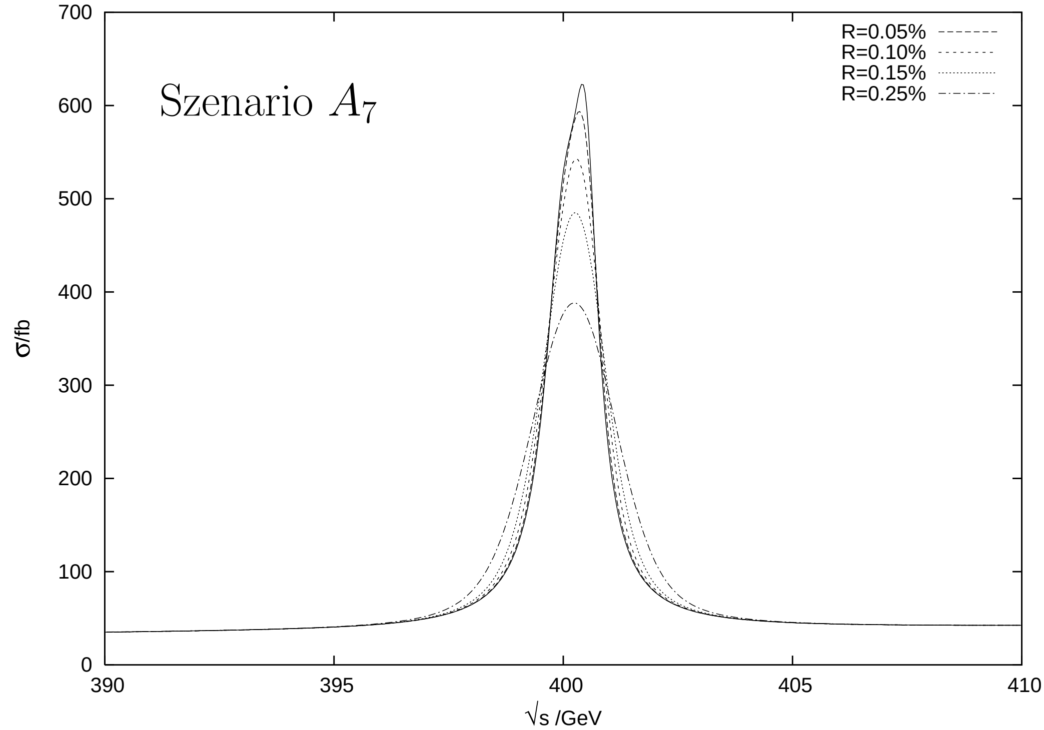


Abbildung 6.21: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien E_7 und F_7, $m_A = 350$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind higgsinoartig.



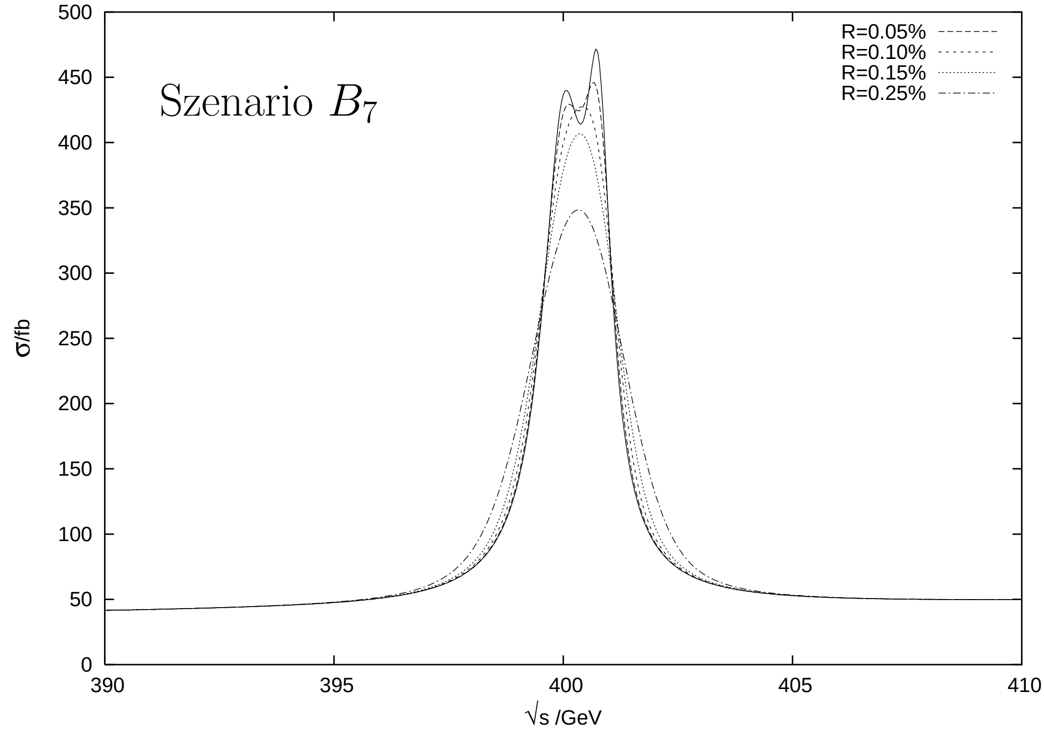


Abbildung 6.22: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien A_7 und B_7, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind gauginoartig.

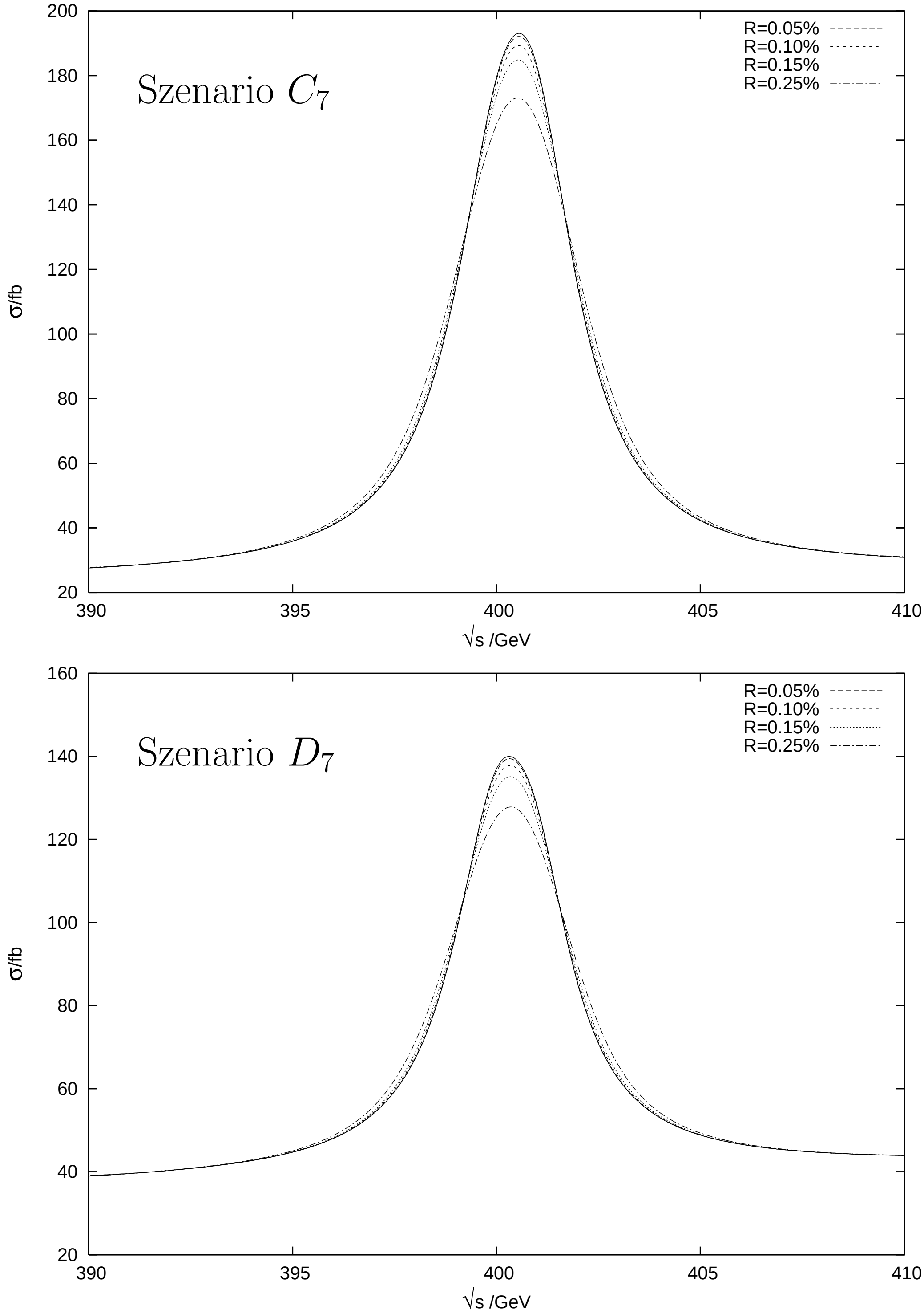
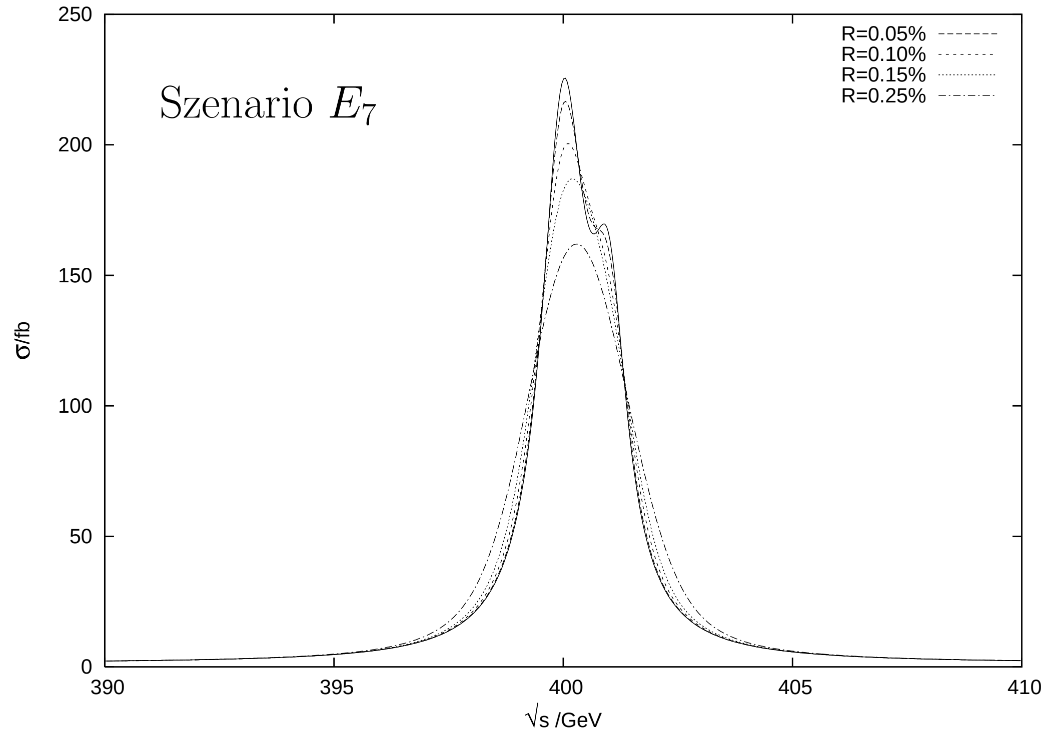


Abbildung 6.23: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien C_7 und D_7, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%).



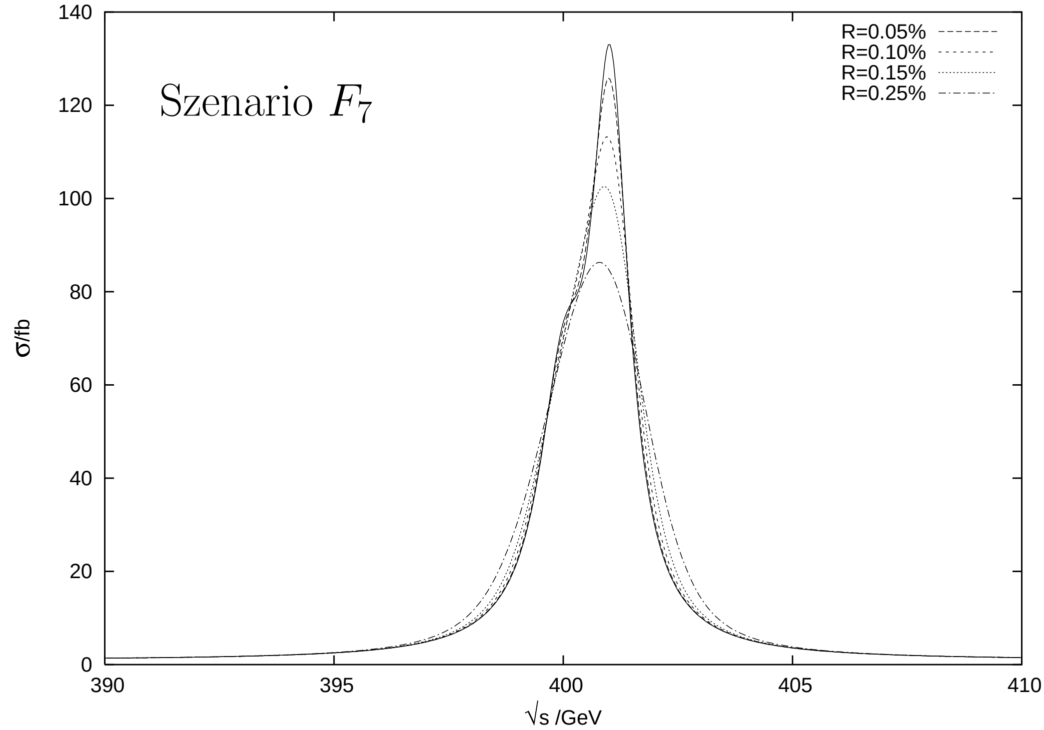


Abbildung 6.24: Totaler Wirkungsquerschnitt für die Neutralinoproduktion $\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$ in den Szenarien E_7 und F_7, $m_A = 400$ GeV, für verschiedenes Auflösungsvermögen des Detektors ($R = 0.05\%, 0.1\%, 0.15\%$ und 0.25%). Die beiden leichtesten Neutralinos sind higgsinoartig.

6.3 Higgs-Neutralino-Kopplungen

6.3.1 Untersuchung des Parameterraumes

Zunächst soll untersucht werden, wie sich die Kopplungen der Higgsbosonen an die Neutralinos in Abhängigkeit der SUSY-Parameter M_2 und μ verhalten. Zu diesem Zweck werden die numerisch ermittelten Quadrate der Kopplungen unter Berücksichtigung der GUT-Beziehung (2.13) über der M_2-μ-Ebene aufgetragen. Das Auftragen der Betragsquadrate vereinfacht hierbei den Umgang mit den auftretenden komplexen Phasen.

Wie schon in Abschnitt 5.2.1 dargestellt findet man durchaus Bereiche des Parameterraumes in denen die Kopplungen der Higgsbosonen A und H an die Neutralinos klein werden oder sogar ganz verschwinden können. Neben großen Bereichen bei großem M_2 und einem schmalen Band um $\mu = 0$ ist interessant zu beobachten, daß es in allen Fällen auch schmale Bereiche mit kleinen Kopplungen gibt, die praktisch alle Werte von M_2 durchlaufen. Dies deckt sich mit den analytischen Näherungslösungen, die ja, obwohl für großes M_2 entwickelt, auch bei kleinen Werten von M_2 das Verhalten der Nullstellen sehr gut wiedergeben. Qualitativ trifft dieses Verhalten auch bei asymmetrischen Produktionskanälen zu (s. Abb. 6.25) auch wenn es bisher nicht gelungen ist hier adäquate Näherungslösungen zu finden. Auch stellt man bei dieser Untersuchung des Parameterraumes fest, daß es bei großen Werten von M_2 verhältnismäßig weite Bereiche gibt in denen die Kopplungen sehr klein werden, und, daß diese Bereiche sehr flach verlaufen. Dies erklärt das in Abschnitt 5.2.1 beobachtete Problem die tatsächlichen exakten Nullstellen numerisch zu finden.

Weiterhin findet man bei nicht zu großen Werten von M_2 größere Bereiche in denen die Higgs-Neutralino-Kopplungen relativ groß werden, so daß in diesen Bereichen hohe Wirkungsquerschnitte zu erwarten sind. Allerdings hängt die tatsächliche Größe einerseits vom Vorzeichen von μ, andererseits aber auch vom betrachteten Neutralinokanal ab. Während die “Täler” in denen die Kopplungen klein werden also noch einen symmetrischen Eindruck machen ist dies in der Tat für die Kopplungen nicht der Fall. Auch sind die Kopplungen an $\tilde{\chi}^0_3$ fast im gesamten Parameterbereich relativ klein, währen die Kopplungen im Fall $\tilde{\chi}^0_2 - \tilde{\chi}^0_2$ und $\tilde{\chi}^0_4 - \tilde{\chi}^0_4$ in der gleichen Größenordnung liegen sind sie im Produktionskanal $\tilde{\chi}^0_3 - \tilde{\chi}^0_3$ nur etwa halb so groß. Dieses Verhalten findet man in beiden betrachteten Fällen von $\tan\beta$.

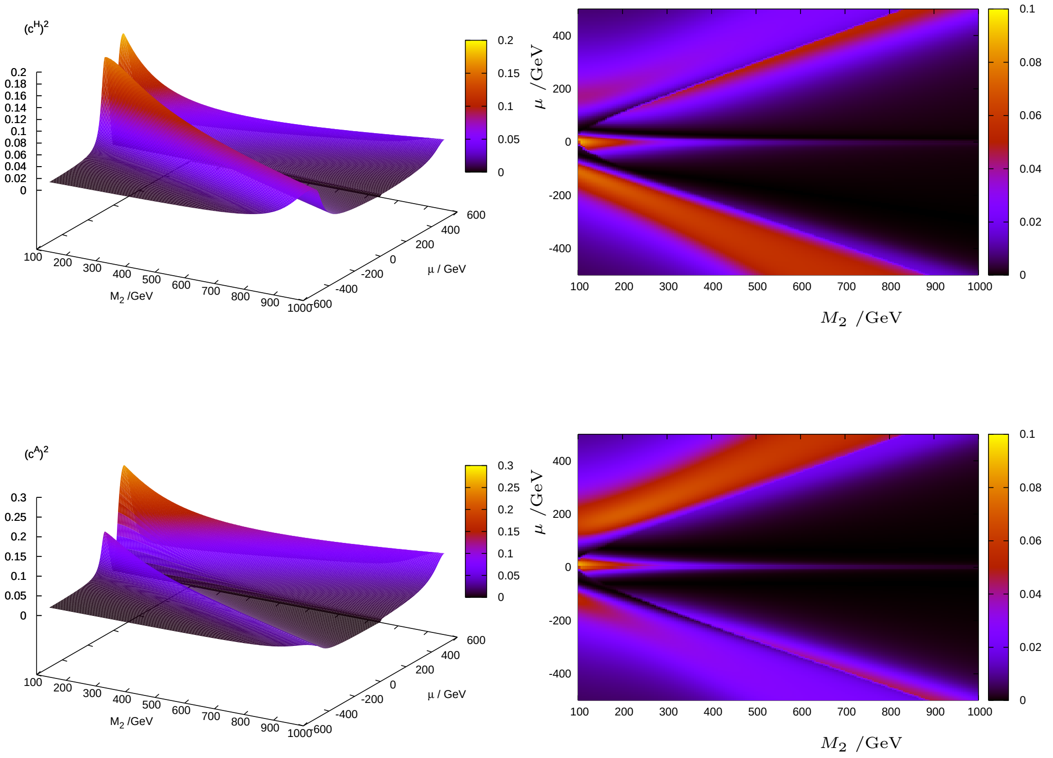


Abbildung 6.25: Quadrate der Neutralinokopplungen an das skalare Higgsboson H (oben) und A (unten) bei asymmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$), in Abhängigkeit von den SUSY-Parametern M_2 und μ. $\tan\beta = 5$

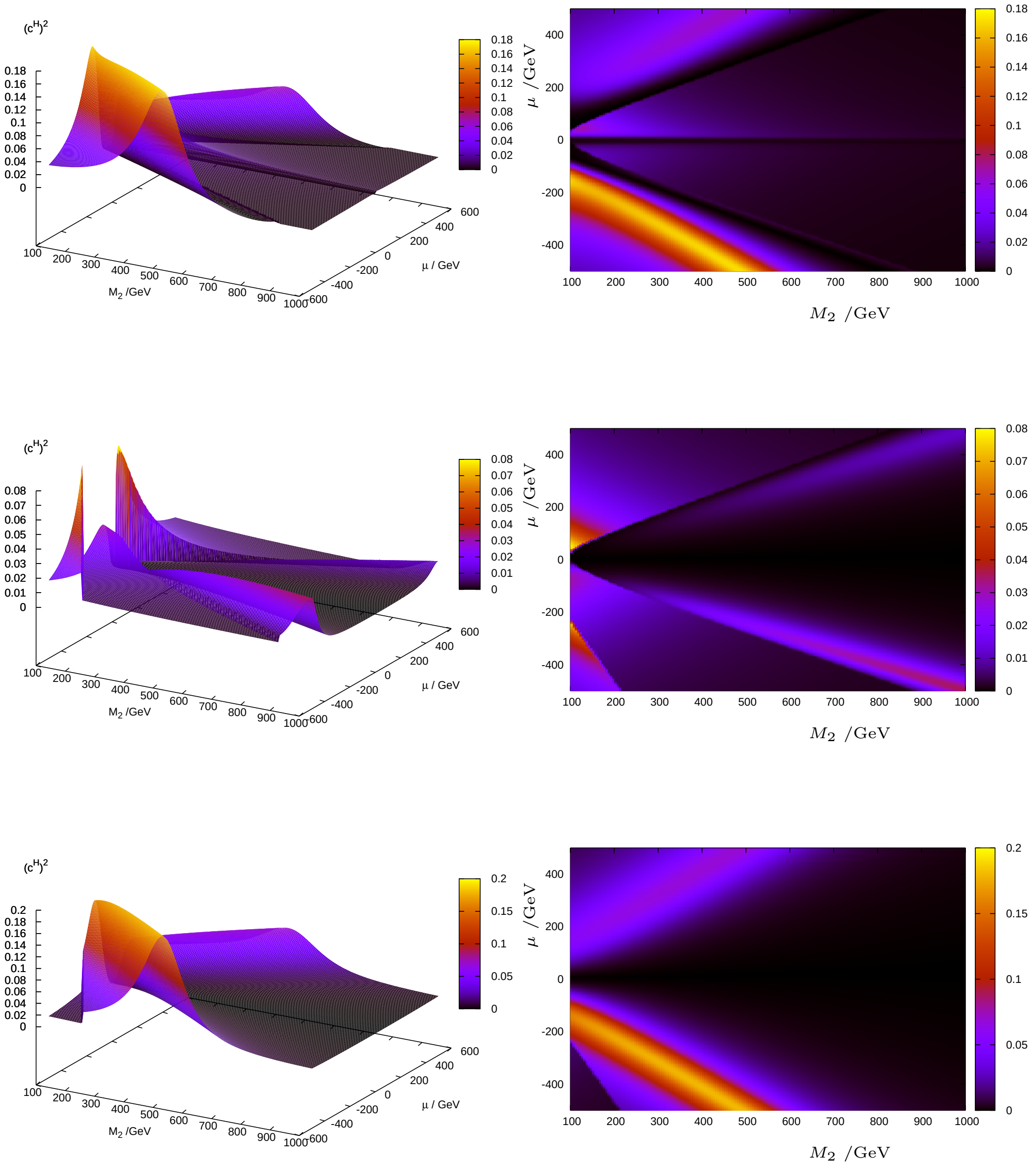


Abbildung 6.26: Quadrate der Neutralinokopplungen an das skalare Higgsboson H bei symmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$, $\tilde{\chi}_3^0 - \tilde{\chi}_3^0$, $\tilde{\chi}_4^0 - \tilde{\chi}_4^0$) in Abhängigkeit von den SUSY-Parametern M_2 und μ. $\tan\beta = 5$

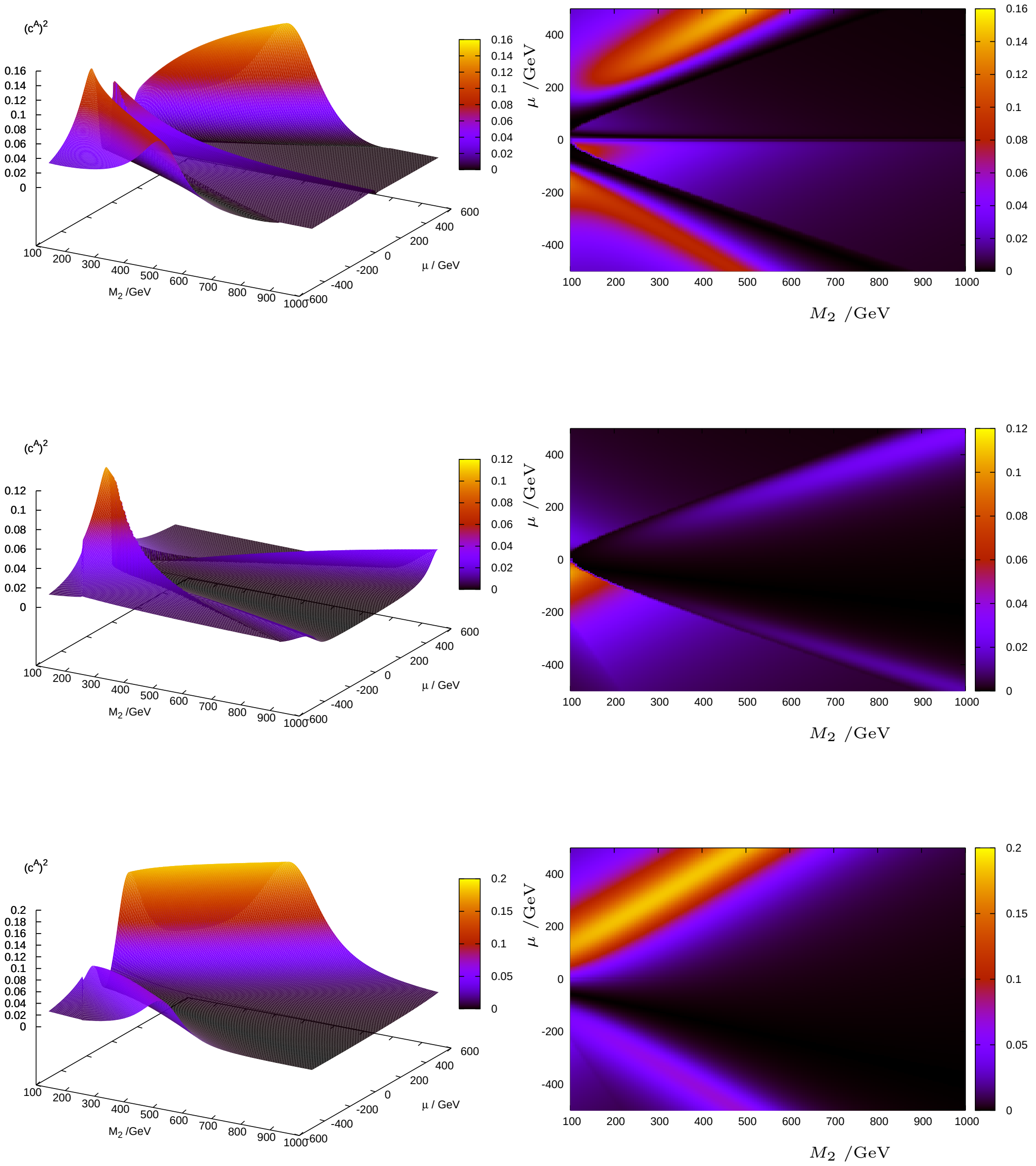


Abbildung 6.27: Quadrate der Neutralinokopplungen an das pseudoskalare Higgsboson A bei symmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$, $\tilde{\chi}_3^0 - \tilde{\chi}_3^0$, $\tilde{\chi}_4^0 - \tilde{\chi}_4^0$) in Abhängigkeit von den SUSY-Parametern M_2 und μ. $\tan\beta = 5$

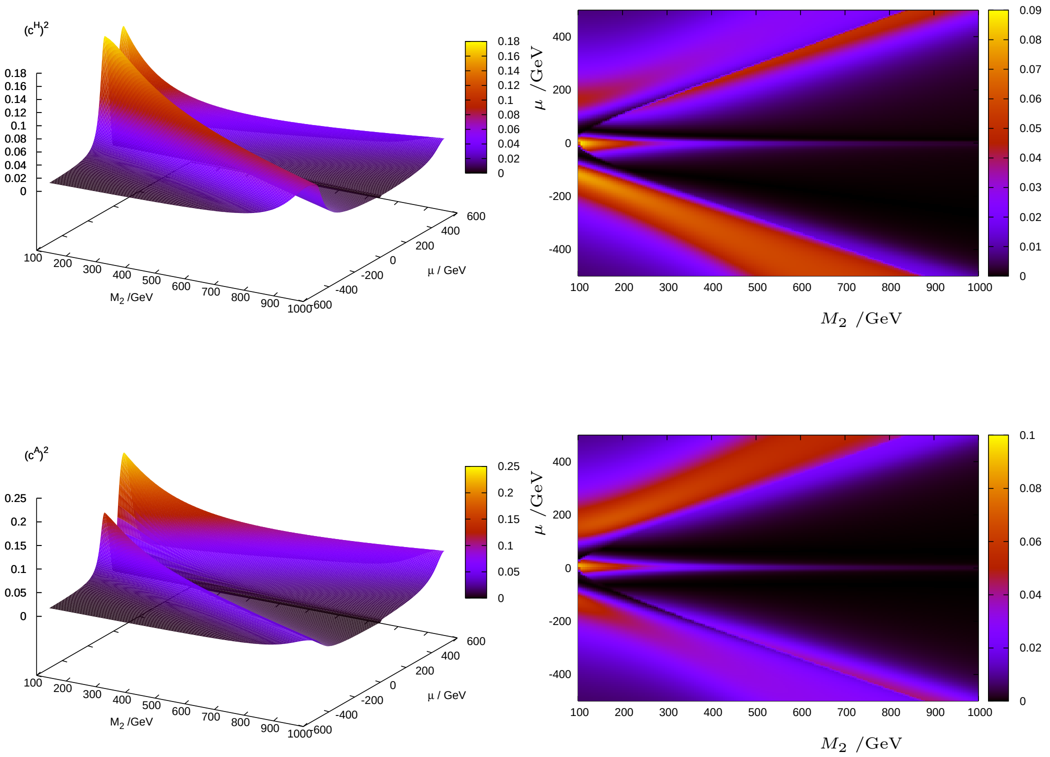


Abbildung 6.28: Quadrate der Neutralinokopplungen an das skalare Higgsboson H (oben) und A (unten) bei asymmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$), in Abhängigkeit von den SUSY-Parametern M_2 und μ. $\tan\beta = 7$

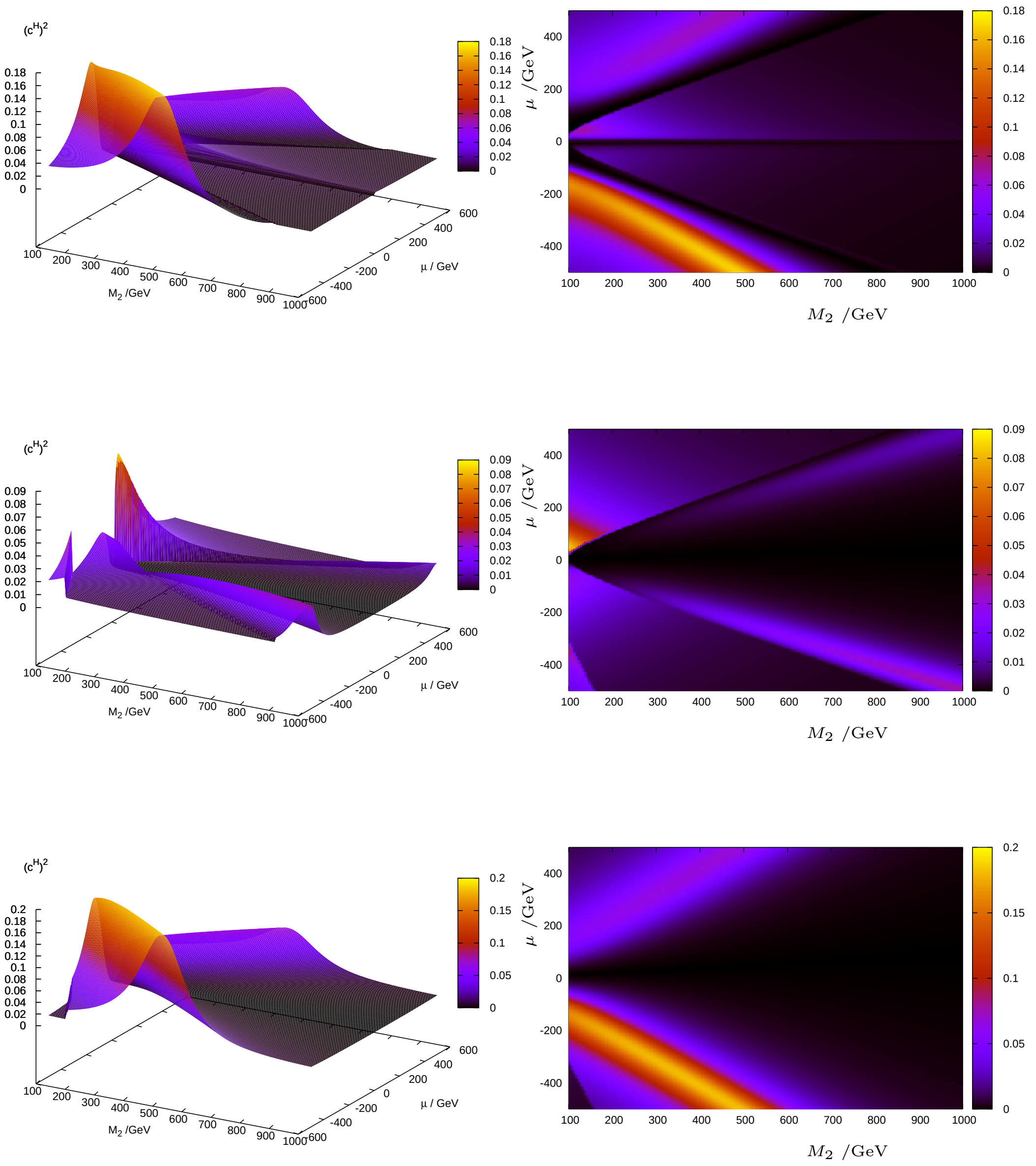


Abbildung 6.29: Quadrate der Neutralinokopplungen an das skalare Higgsboson H bei symmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$, $\tilde{\chi}_3^0 - \tilde{\chi}_3^0$, $\tilde{\chi}_4^0 - \tilde{\chi}_4^0$) in Abhängigkeit von den SUSY-Parametern M_2 und μ. $\tan\beta = 7$

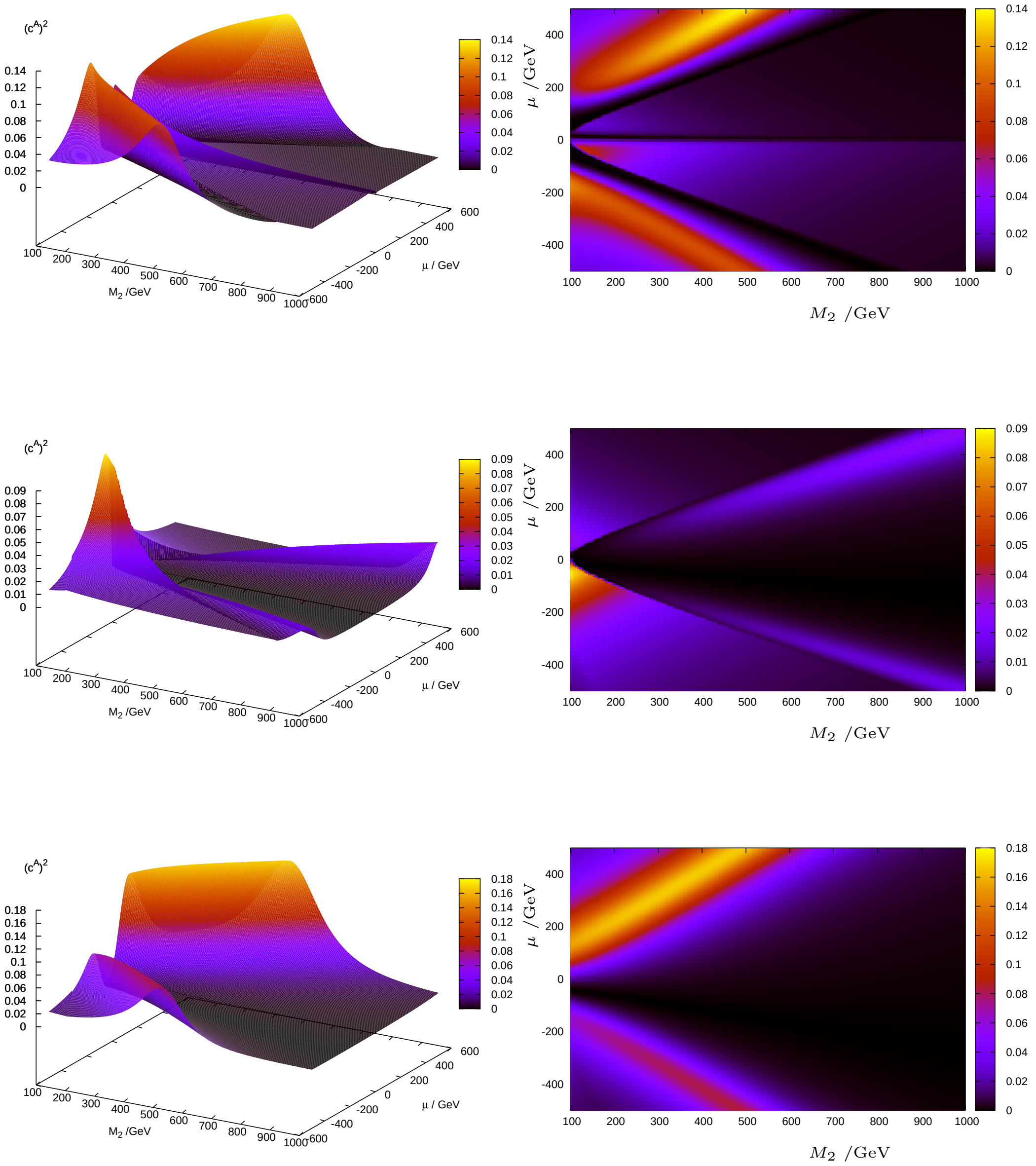


Abbildung 6.30: Quadrate der Neutralinokopplungen an das pseudoskalare Higgsboson A bei symmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}^0_2 - \tilde{\chi}^0_2$, $\tilde{\chi}^0_3 - \tilde{\chi}^0_3$, $\tilde{\chi}^0_4 - \tilde{\chi}^0_4$) in Abhängigkeit von den SUSY-Parametern M_2 und μ. $\tan\beta = 7$

6.3.2 Fehlerabschätzung

Natürlich ist eine Bestimmung des Verhältnisses der Higgs-Neutralinokopplungen experimentell nur mit einer begrenzten Genauigkeit möglich. Hier wird nur die Abhängigkeit von den Fehlern $\Delta\sigma_{Z,\tilde{\mu},h}/\sigma_{Z,\tilde{\mu},h}$ der Bestimmung des Untergrundes aus h, Z und $\tilde{\mu}$-Austausch sowie der Einfluß des Strahlprofils betrachtet, wobei angenommen wird, daß der Hintergrund so bestimmt wird, daß man den Wirkungsquerschnitt weit ab der Resonanzen sowohl unter-, als auch oberhalb der beiden Higgsresonanzen ermittelt und den Beitrag an den Resonanzen linear extrapoliert. Eine Alternative wäre die Messung an einem e^+e^--Collider, die hier nicht betrachtet werden soll und welche auch experimentell einige Schwierigkeiten aufwerfen würde.
Um die aus Hintergrundbestimmung und Strahlbreite resultierenden Fehler abschätzen zu können, variiert man diese und bestimmt so das Verhältnis der Kopplungen. Die unter Annahme unterschiedlicher Fehler ermittelten Kopplungsverhältnisse trägt man sodann als Fläche über dem Fehler der Hintergrundbestimmung $\Delta\sigma_{h,Z,\tilde{\mu}}/\sigma_{h,Z,\tilde{\mu}}$ und der Energieauflösung R auf. Anhand der Konturlinien kann man ermitteln, wie genau man die jeweiligen Parameter bestimmen muß, um eine gewünschte Genauigkeit für das Kopplungsverhältnis zu erhalten. Für diese Bestimmung werden alle anderen Parameter als bekannt und als genügend genau angenommen, so daß sie nicht signifikant zum Gesamtfehler beitragen.
Zunächst bemerkt man, daß der Fehler, der aus der Strahlbreite resultiert umso stärker in den Gesamtfehler eingeht, je schärfer die Resonanzen sind. D. h. insbesondere in den gauginoartigen Szenarien A und B ist dieser Beitrag bestimmend. Dies erkennt man auch an den sehr steil verlaufenden Linien konstanten Fehlers in den nachfolgenden Graphen. Man kann also folgern, daß der Fehler, welcher aus der begrenzten Detektorauflösung resultiert, ansteigt, wenn die Zerfallsbreite der Higgsbosonen abnimmt. Unabhängig von den Endprodukten ist dieser also in den gauginoartigen Szenarien, welche sich ja durch besonders scharfe Higgsresonanzen auszeichnen, besonders deutlich. Hingegen findet man bei den higgsinoartigen Szenarien E und F eine deutliche Abhängigkeit von der Genauigkeit in der Bestimmung der "Non-Higgs-Kanäle" insbesondere bei asymmetrischer Produktion $(\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0)$. Dies rührt daher, daß in diesen Szenarien der Beitrag dieser Kanäle zum Wirkungsquerschnitt insgesamt deutlich höher ist als z. B. in den gauginoartigen Szenarien. So liegt beispielsweise in den Szenarien E_5 und D_5 dieser Beitrag durchaus in der Größenordnung der Resonanzen. Insgesamt kann man festhalten, daß der Fehler aus der Bestimmung des Hintergrunds mit abnehmendem Verhältnis von Signal zu Background ansteigt. Dieses könnte man durch entsprechende Polarisierung der Eingangsteilchen verbessern.

In der Mitte zwischen diesen Extremen liegen i. d. R. die gemischten Szenarien C und D. Hier stellt allerdings die Trennung der Resonanzen eine besondere Herausforderung dar, da diese durch die größeren Breiten der Higgsresonanzen (insbesondere im Falle $m_A = 400$ GeV) deutlich erschwert wird. Auch macht sich der bei symmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$) insgesamt kleinere Wirkungsquerschnitt dahingehend bemerkbar, daß man hier eine deutliche Abhänigkeit von der Genauigkeit in der Messung der Hintergrundkanäle beobachtet.
Schließlich findet man in allen Szenarien, daß die Trennung der Resonanzen mit ansteigender Masse der Higgsbosonen schwieriger wird, da hier die Zerfallsbreiten ebenfalls wachsen. Analoges gilt für zunehmendes $\tan\beta$, da mit steigendem $\tan\beta$ die Massen der beiden Higgsbosonen näher zusammen liegen. Eine gute Trennung ist immer dann möglich, wenn $\Delta m > \Gamma$ ist wobei Γ für die Breite der Resonanzen nach der Faltung mit der Energieverteilung stehen soll. Hierbei wird weiterhin vorausgesetzt, daß die betrachteten Neutralinos an beide Higgsbosonen koppeln, also daß man sich nicht in einem Bereich des Parameterraumes befindet, in dem diese Kopplungen sehr klein sind oder gar verschwinden.

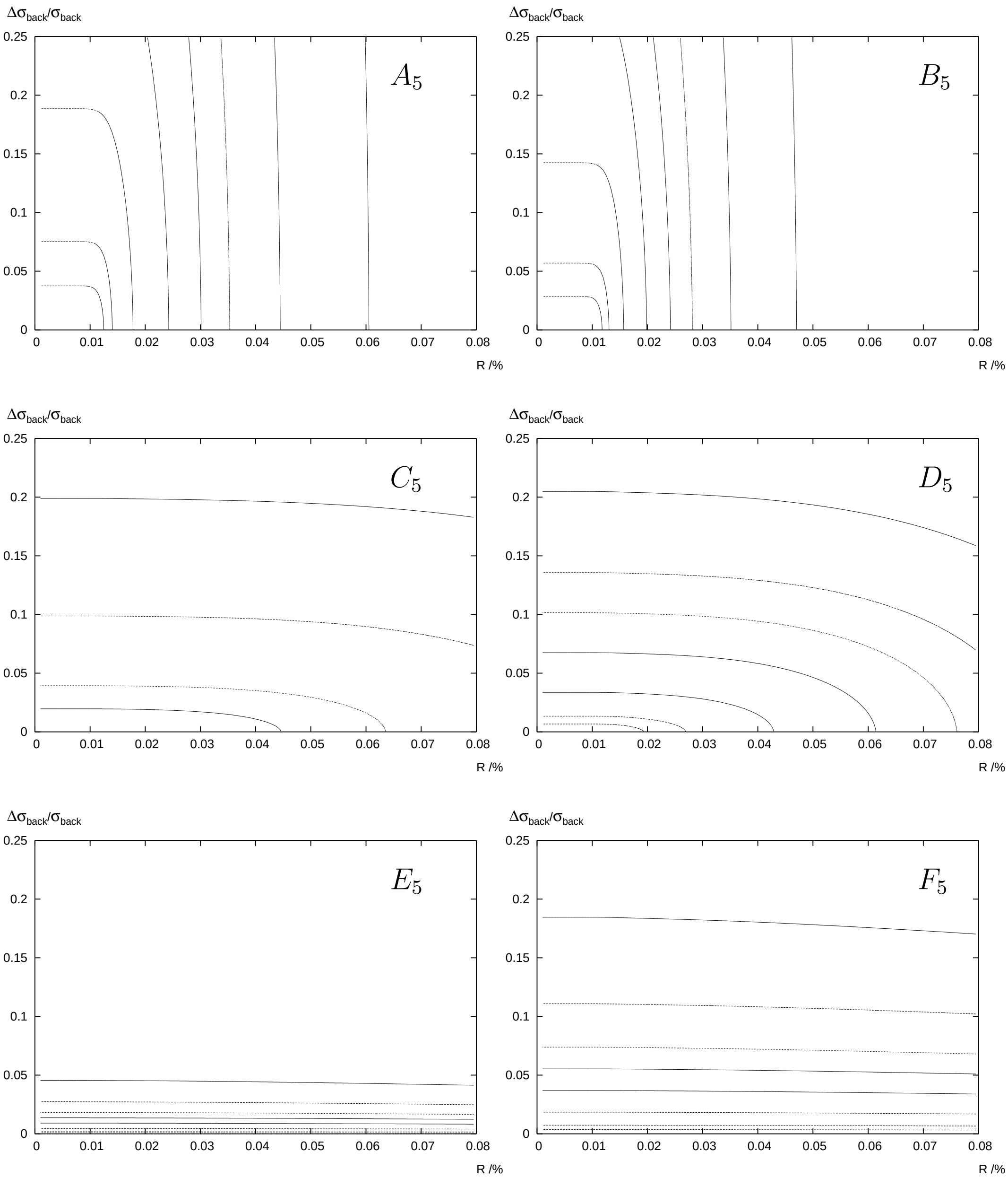


Abbildung 6.31: Relativer Fehler im Verhältnis der Higgs-Neutralinokopplungen (5.16) bei asymmetrischer Produktion $(\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0)$ als Funktion der Energieauflösung R und des relativen Fehlers in der Bestimmung der Non-Higgs-Kanäle für die Szenarien $A_5 - F_5$. Die Konturen bezeichnen von innen nach außen Linien konstanten Fehlers von 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30% und 50%. $m_A = 350$ GeV.

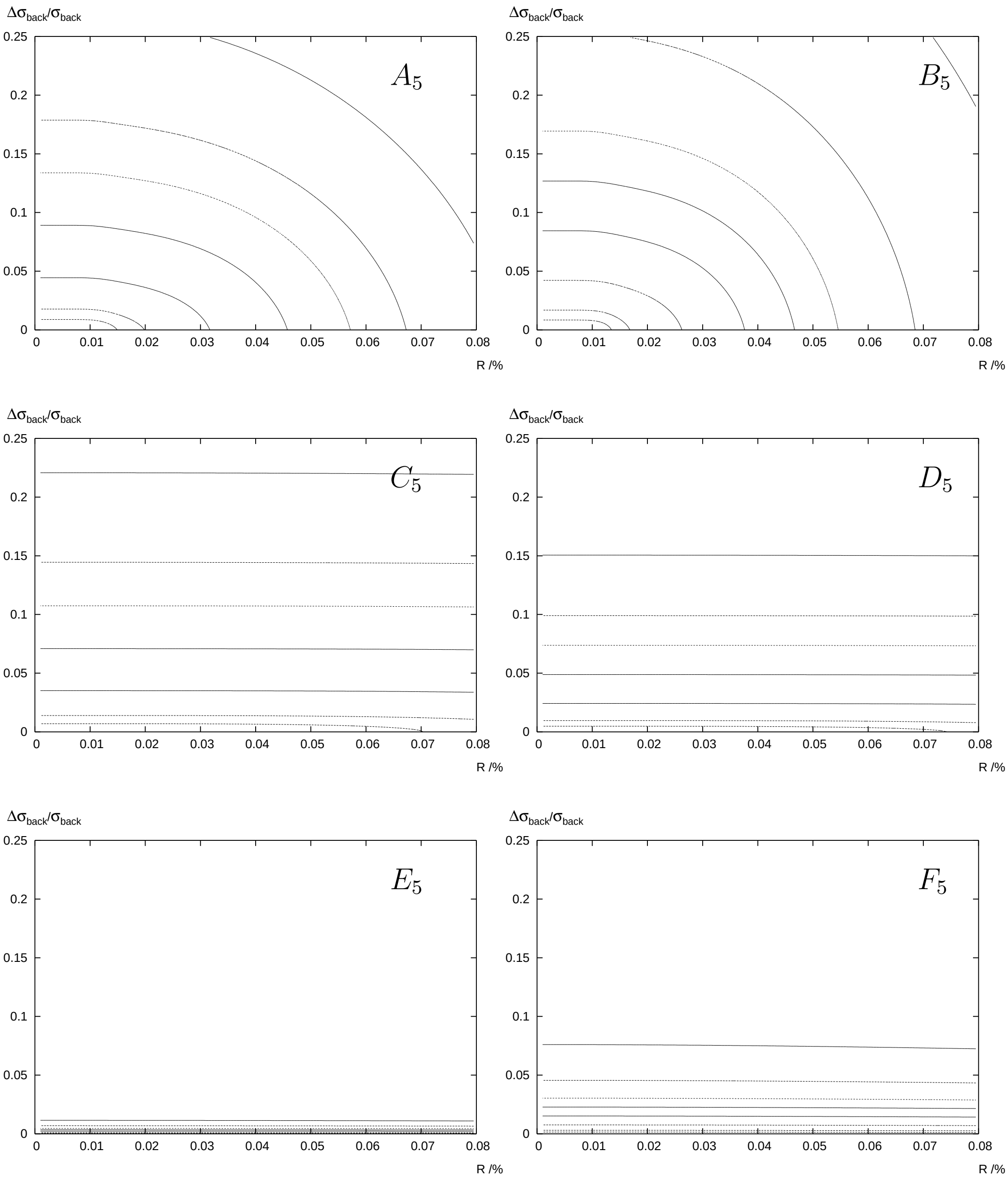


Abbildung 6.32: Relativer Fehler im Verhältnis der Higgs-Neutralinokopplungen (5.16) bei asymmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$) als Funktion der Energieauflösung R und des relativen Fehlers in der Bestimmung der Non-Higgs-Kanäle für die Szenarien $A_5 - F_5$. Die Konturen bezeichnen von innen nach außen Linien konstanten Fehlers von 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30% und 50%. $m_A = 400$ GeV.

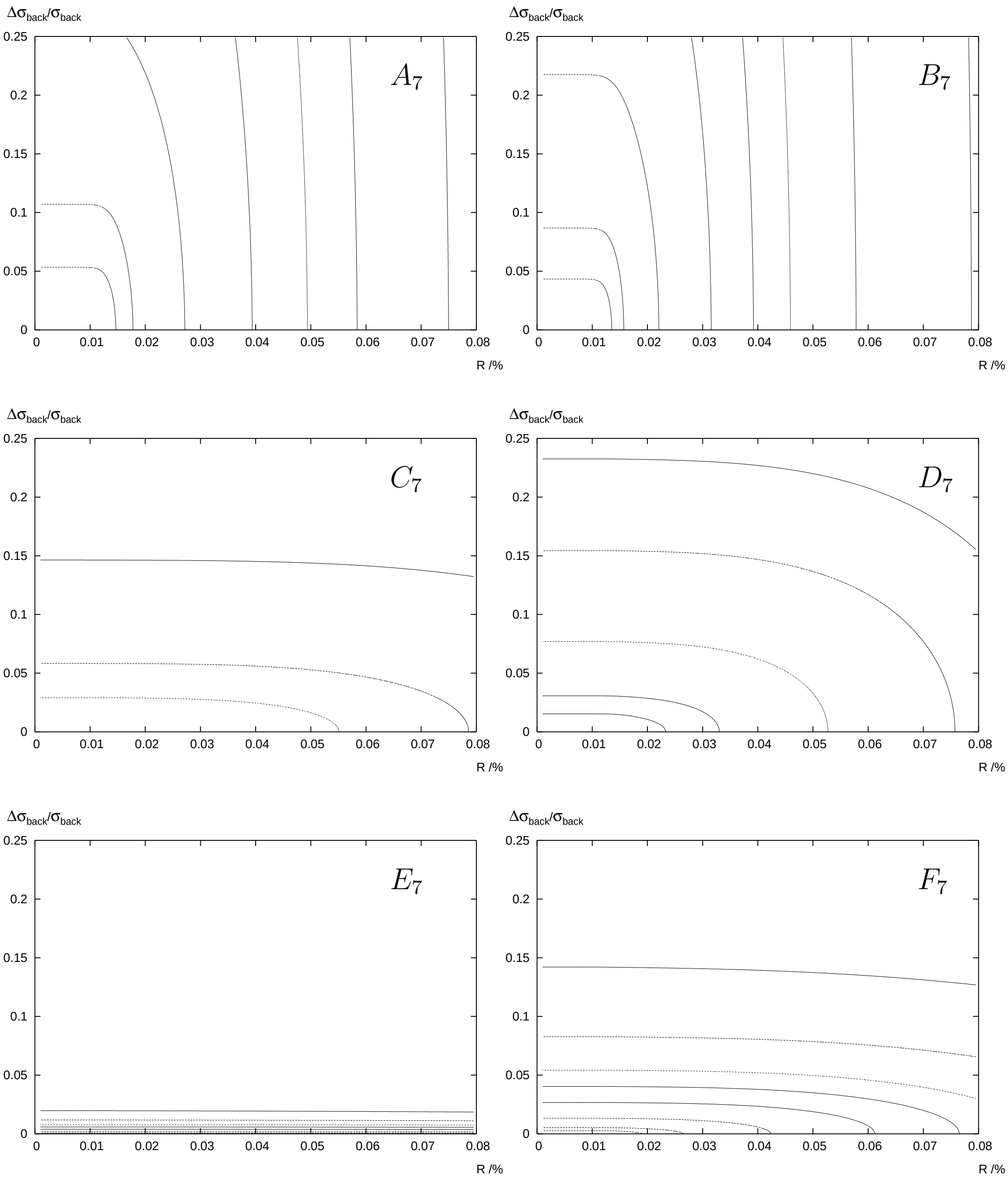


Abbildung 6.33: Relativer Fehler im Verhältnis der Higgs-Neutralinokopplungen (5.16) bei asymmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$) als Funktion der Energieauflösung R und des relativen Fehlers in der Bestimmung der Non-Higgs-Kanäle für die Szenarien $A_7 - F_7$. Die Konturen bezeichnen von innen nach außen Linien konstanter Fehlers von 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30% und 50%. $m_A = 350$ GeV.

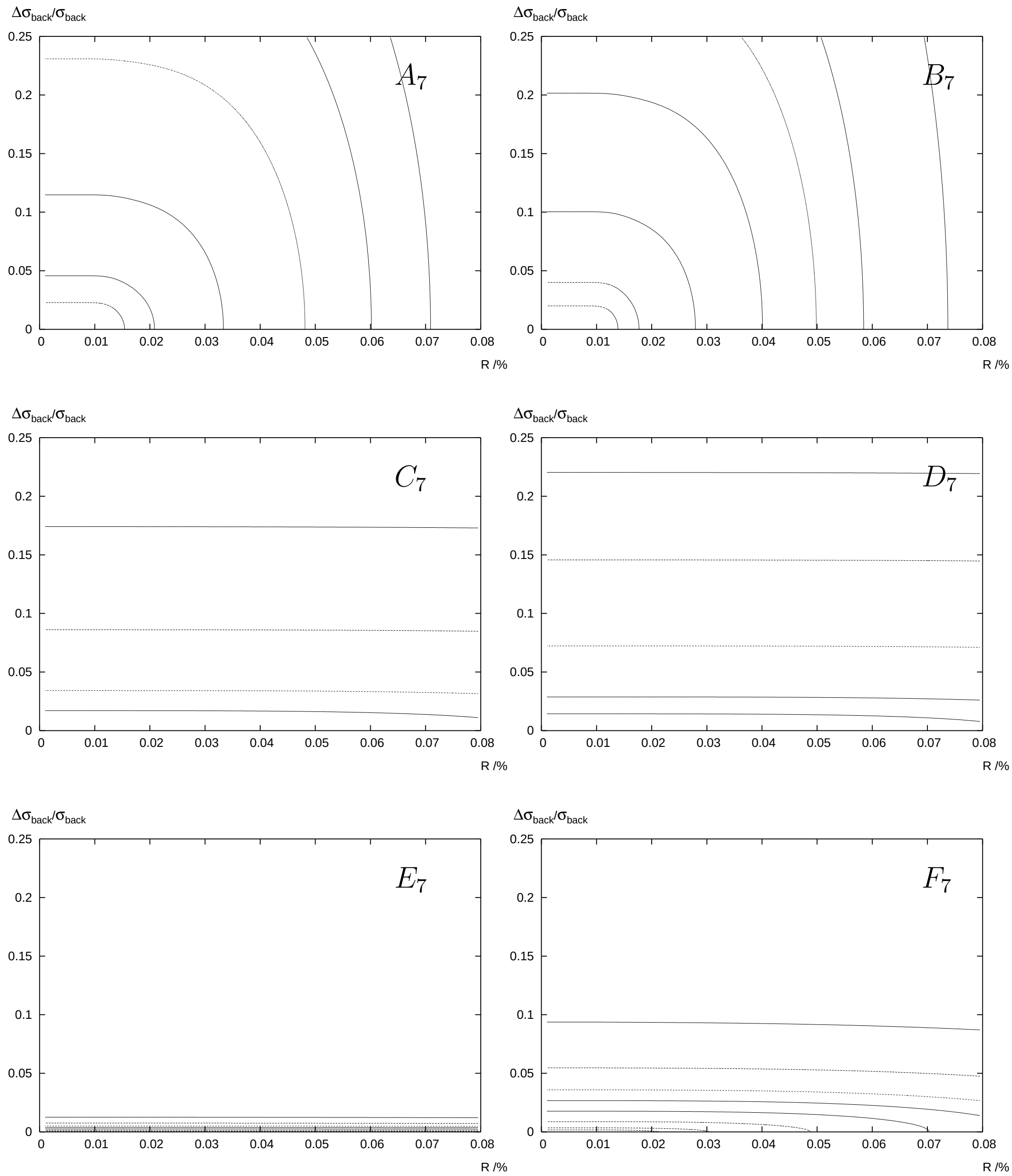


Abbildung 6.34: Relativer Fehler im Verhältnis der Higgs-Neutralinokopplungen (5.16) bei asymmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_1^0 - \tilde{\chi}_2^0$) als Funktion der Energieauflösung R und des relativen Fehlers in der Bestimmung der Non-Higgs-Kanäle für die Szenarien $A_7 - F_7$. Die Konturen bezeichnen von innen nach außen Linien konstanten Fehlers von 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30% und 50%. $m_A = 400$ GeV

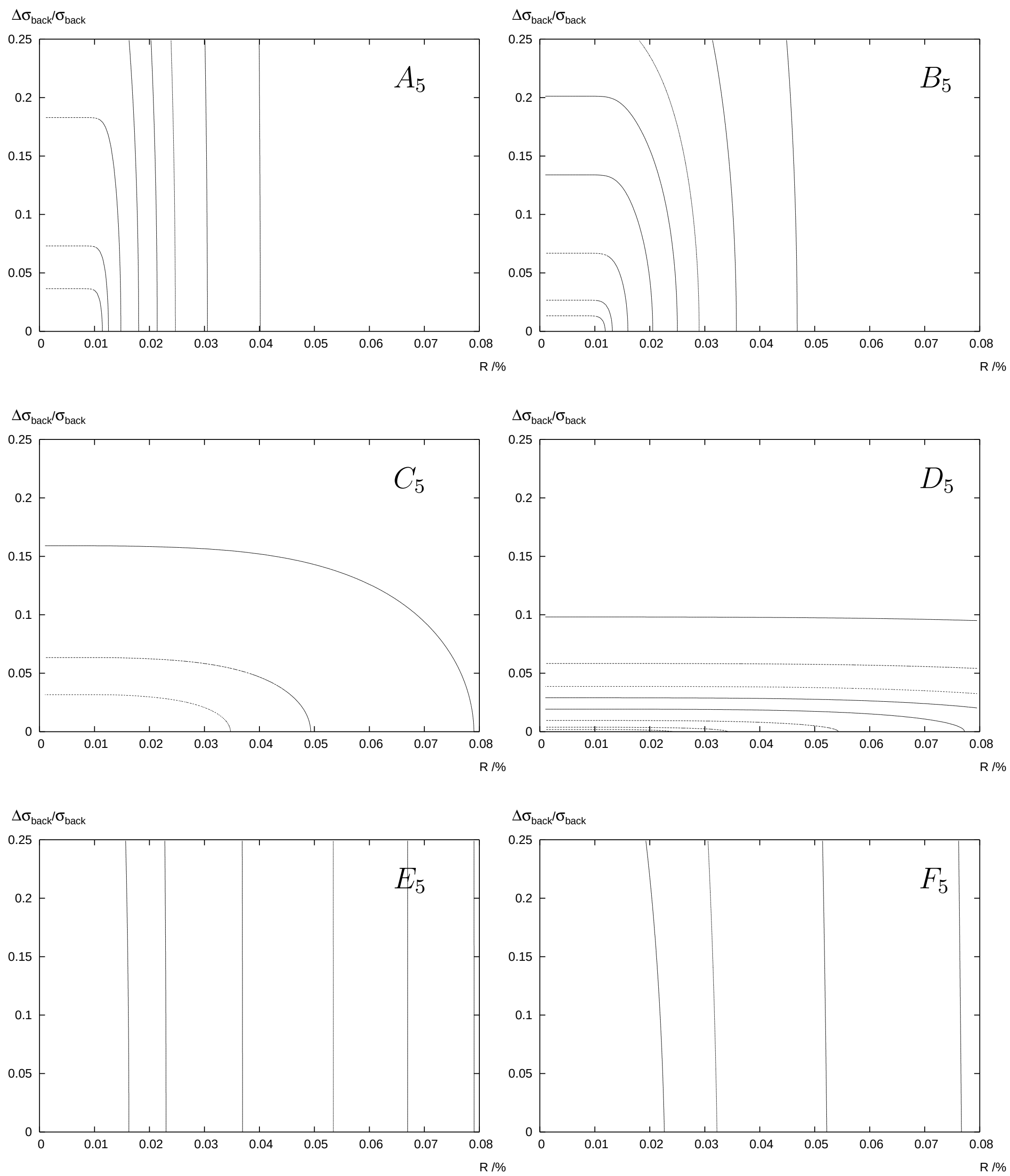


Abbildung 6.35: Relativer Fehler im Verhältnis der Higgs-Neutralinokopplungen (5.16) bei symmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}^0_2 - \tilde{\chi}^0_2$) als Funktion der Energieauflösung R und des relativen Fehlers in der Bestimmung der Non-Higgs-Kanäle für die Szenarien $A_5 - F_5$. Die Konturen bezeichnen von innen nach außen Linien konstanten Fehlers von 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30% und 50%. $m_A = 350$ GeV

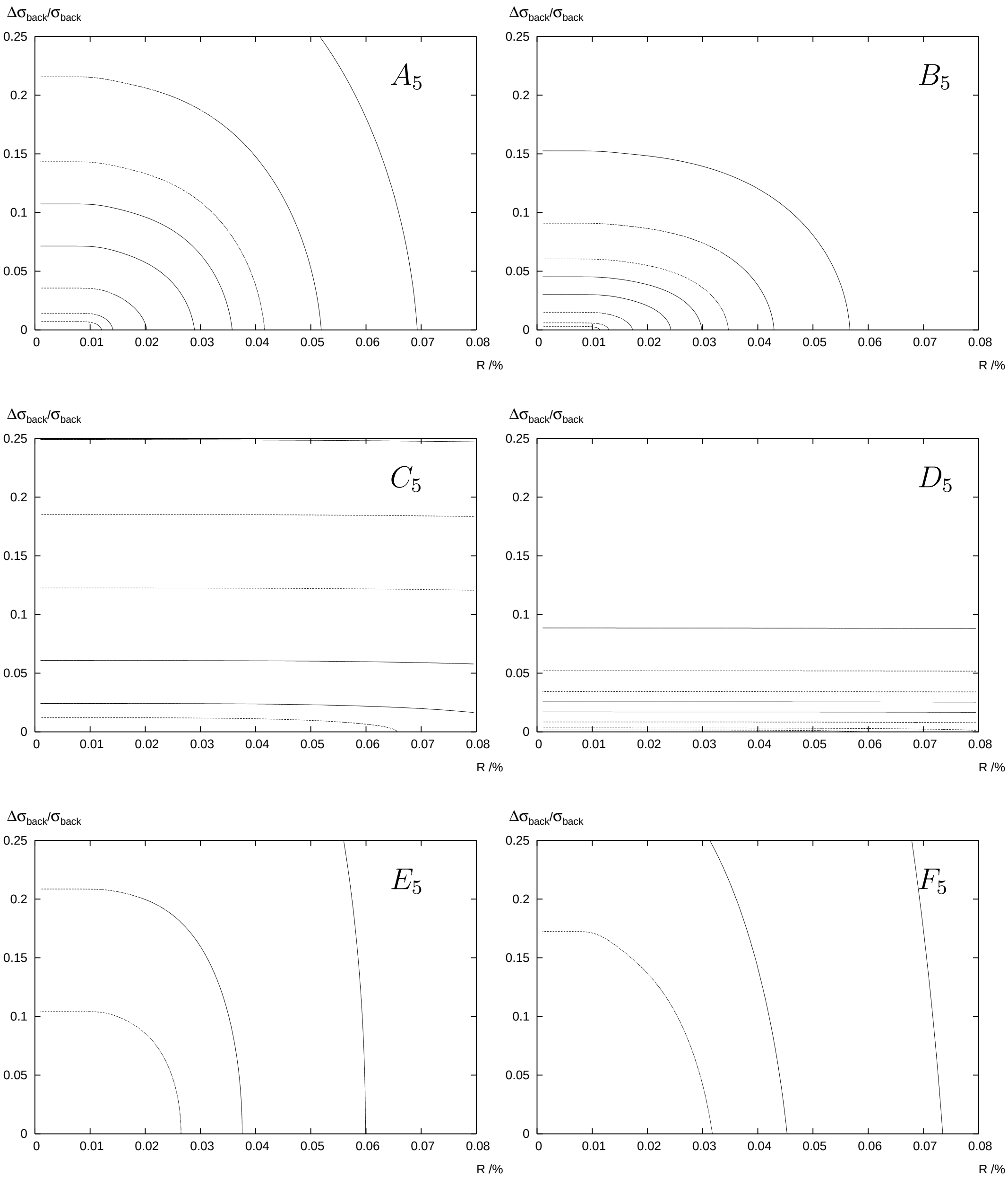


Abbildung 6.36: Relativer Fehler im Verhältnis der Higgs-Neutralinokopplungen (5.16) bei symmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$) als Funktion der Energieauflösung R und des relativen Fehlers in der Bestimmung der Non-Higgs-Kanäle für die Szenarien $A_5 - F_5$. Die Konturen bezeichnen von innen nach außen Linien konstanten Fehlers von 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30% und 50%. $m_A = 400$ GeV

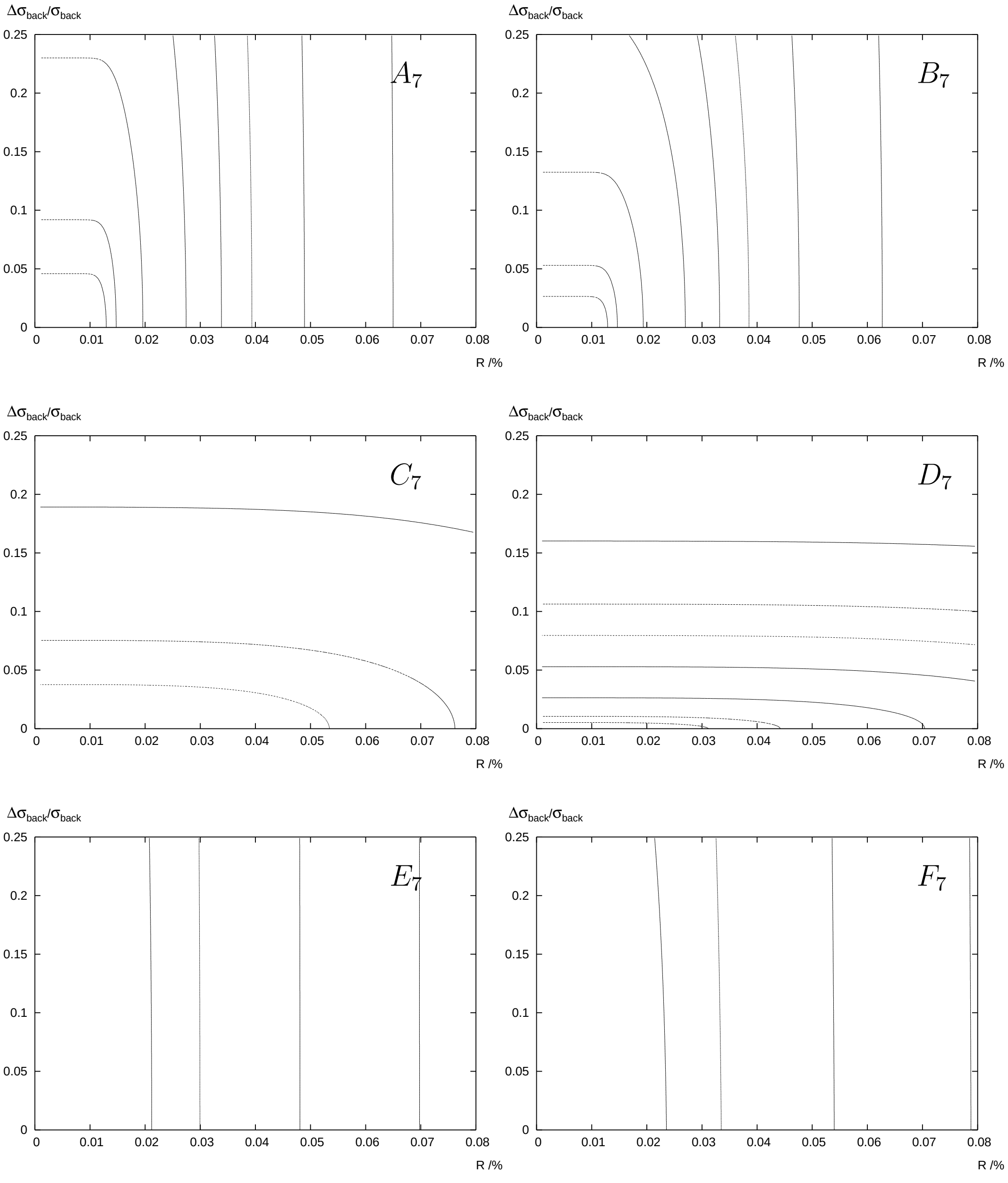


Abbildung 6.37: Relativer Fehler im Verhältnis der Higgs-Neutralinokopplungen (5.16) bei symmetrischer Produktion $(\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0)$ als Funktion der Energieauflösung R und des relativen Fehlers in der Bestimmung der Non-Higgs-Kanäle für die Szenarien $A_7 - F_7$. Die Konturen bezeichnen von innen nach außen Linien konstanten Fehlers von 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30% und 50%. $m_A = 350$ GeV

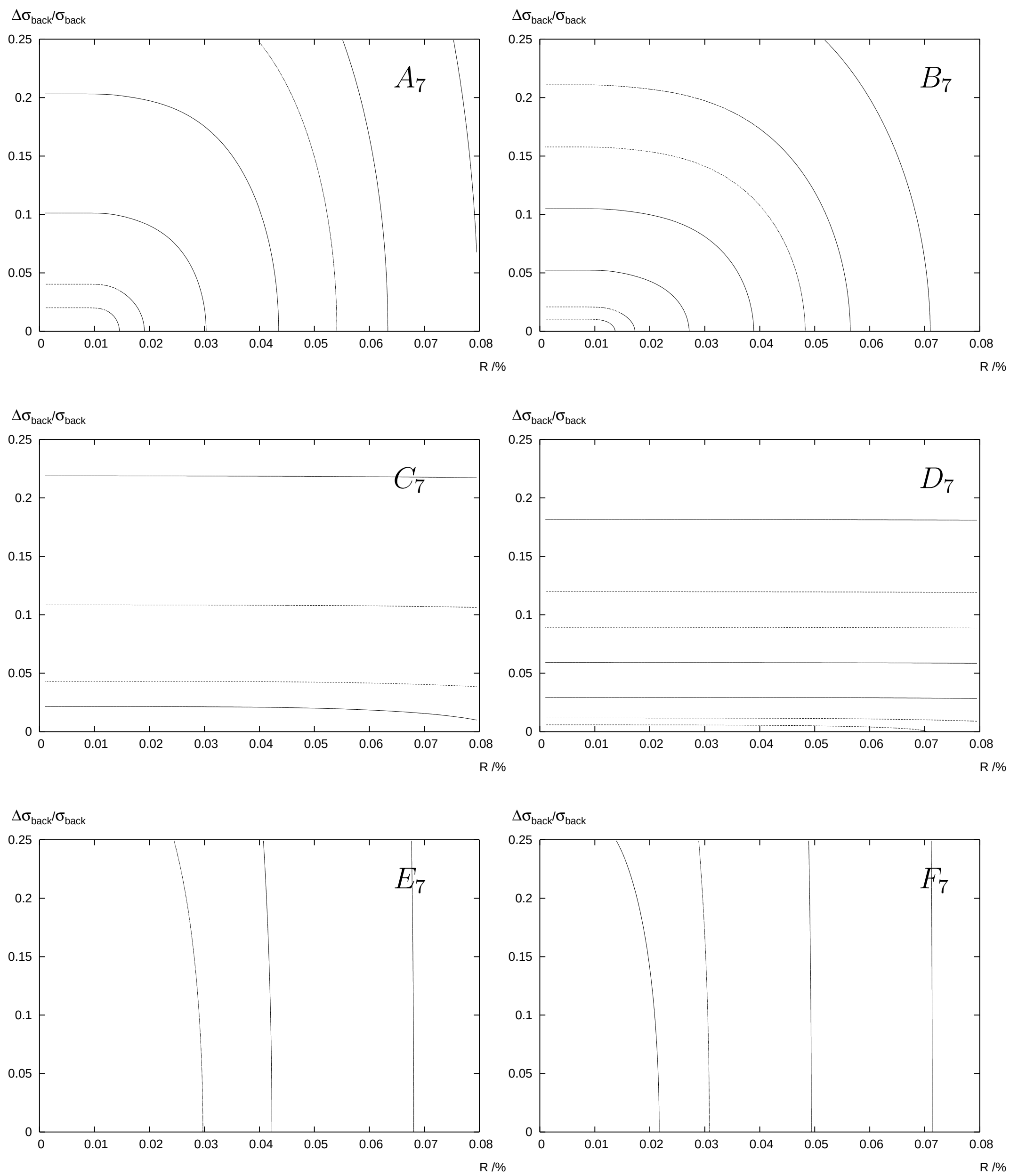


Abbildung 6.38: Relativer Fehler im Verhältnis der Higgs-Neutralinokopplungen (5.16) bei symmetrischer Produktion ($\tilde{\chi}_2^0 - \tilde{\chi}_2^0$) als Funktion der Energieauflösung R und des relativen Fehlers in der Bestimmung der Non-Higgs-Kanäle für die Szenarien $A_7 - F_7$. Die Konturen bezeichnen von innen nach außen Linien konstanten Fehlers von 1%, 2%, 5%, 10%, 15%, 20%, 30% und 50%. $m_A = 400$ GeV

Kapitel 7

Zusammenfassung und Ausblick

...mount to paradise
By the stairway of surprise.

Ralph Waldo Emerson, "Merlin", Poems (1847)

In der vorliegenden Arbeit wurde im Rahmen des *MSSM* die Produktion von Neutralinos an einem Muon-Collider untersucht. Nach einem kurzen Überblick über die supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells und insbesondere die Neutralinomischung wurden zunächst für die Berechnung polarisierter Wirkungsquerschnitte zwei gängige Verfahren vorgestellt: der Formalismus der Helizitätsamplituden, der für die numerischen Auswertungen in dieser Arbeit benutzt wurde und die Bouchiat-Michel-Formeln welche sich besonders zur analytischen Bearbeitung der Ergebnisse eignen.

Die für diesen Prozess relevante Spindichtematrix wurden, aufbauend auf frühere Arbeiten [32, 33, 37], sowohl unter Verwendung des Helizitätsformalismus als auch mit Hilfe der Bouchiat-Michel-Formeln berechnet. Hierbei wurden alle Polarisationstypen, also sowohl longitudinale als auch die transversalen berücksichtigt und die entsprechenden Helizitätsamplituden angegeben. Beide Verfahren wurden in ihrer Anwendung verglichen.

In repräsentativen Szenarien des MSSM wurden sodann Wirkungsquerschnitte berechnet und numerisch ausgewertet, wobei auch die Effekte der Energieverteilung der Muonstrahlen berücksichtigt wurden. Diese Wirkungsquerschnitte liegen in den hier verwendeten Szenarien druchaus im Bereich einiger hundert fb, sollten also an einem zukünftigen Muoncollider gut meßbar sein. Auch wird es wegen der extrem hohen Energieauflösung die man an einer

solchen Maschine erwartet möglich sein, die beiden Resonanzen der schweren Higgsbosonen H und A zu trennen und exakt zu vermessen solange der Wert von $\tan\beta \lesssim 7$ ist. Bei höheren Werten von $\tan\beta$ wird es trotz der extrem hohen Energieauflösung auch an einem Muoncollider zunehmend schwieriger werden die Resonanzen zu trennen. An einem Photoncollider wird es sehr schwierig sein vergleichbar genaue Ergebnisse zu erzielen während es an einem Elektron-Positron-Collider extrem kompliziert sein wird, die CP-Eigenschaften der beiden stets zusammen produzierten Higgsbosonen zu ermitteln.
Ausgehend von der Dichtematrix für die Neutralinoproduktion wurde sodann darauf eingegangen wie man das Verhältnis der Higgs-Neutralino-Kopplungen an einem Muoncollider präzise, und weitgehend modellunabhängig, bestimmen kann. In diesem Zusammenhang wurde weiterhin untersucht, ob die Kopplungen der beiden schweren Higgsbosonen an die Neutralinos in physikalisch sinnvollen Parameterbereichen verschwinden können, d. h. ob diese Kopplungen exakte Nullstellen aufweisen oder ob sie lediglich klein werden können. Für die tatsächlich vorhandenen exakten Nullstellen war es möglich in den symmetrischen Produktionskanälen (d. h. mit zwei identischen Neutralinos im Endzustand) Näherungen anzugeben, die bei einem Vergleich mit den numerisch ermittelten Ergebnissen sehr gute Übereinstimmung erzielen. Sodann wurde in realistischen Szenarien gezeigt, daß eine Bestimmung dieses Kopplungsverhältnisses an einem Muoncollider mit hoher Präzision, d. h. Fehlern im Prozentbereich, möglich sein wird, wobei kein bestimmtes Modell vorausgesetzt werden muß auch wenn den hier betrachteten Szenarien das MSSM zugrunde lag.
Interessant wäre es nun noch zu untersuchen ob auch in den asymmetrischen Produktionsprozessen einfache Näherungslösungen für das Verschwinden der Higgs-Neutralino-Kopplungen angegeben werden können. Dies gestaltet sich wegen der komplexen Struktur der hier eingehenden Bedingungsgleichungen als schwierig. Allerdings zeigten erste Untersuchungen, daß eine lineare Approximation, wie man sie bereits für die symmetrischen Produktionskanäle angeben konnte vielversprechend ist. Für weitergehende Analysen wäre es außerdem von Interesse, zu untersuchen inwieweit die einzelnen Parameter bestimmter SUSY-Modelle aus dem hier relativ einfach zu bestimmenden Verhältnis der Higgs-Neutralino-Kopplungen ermittelt werden können. Verläßt man den hier beschriebenen weitgehend modellunabhängigen Ansatz so sollten sich diese Parameter ebenfalls bestimmen lassen, und man hätte so u. U. eine gute Möglichkeit zur Überprüfung der bereits an einem zukünftigen Linearbeschleuniger ermittelten Parameter oder sogar zur präziseren Bestimmung derselben auf Grund der mit einem Muon-Collider verbundenen hohen Genauigkeit. Auch sollten zukünftige Untersuchungen die Zerfälle

der beiden Neutralinos einbeziehen so daß man hier die besonders interessanten Nachweiskanäle bestimmen kann. Ferner eröffnet die Möglichkeit, daß innerhalb des Higgssektors des MSSM explizit CP-Verletzung realisiert sein kann [14] eine Reihe weiterer interessanter Untersuchungsmöglichkeiten.

Anhang A

Dirac-Matrizen

Die Diracschen γ-Matrizen werden durch ihre Antikommutatorrelation definiert:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = 2g^{\mu\nu} \tag{A.1}$$

Zu weiteren Details ihrer expliziten Darstellungen siehe auch den Anhnag von [52].

A.1 Explizite Darstellungen

A.1.1 Dirac-Darstellung

In der Dirac Darstellung sind die γ-Matrizen wie folgt gegeben:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{I} & 0 \\ 0 & -\mathbb{I} \end{pmatrix} \tag{A.2}$$

$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^1 \\ -\sigma^1 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.3}$$

$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ -\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.4}$$

$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^3 \\ -\sigma^3 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.5}$$

$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{I} \\ \mathbb{I} & 0 \end{pmatrix} \tag{A.6}$$

A.1.2 Majoranadarstellung

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.7}$$
$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} i\sigma^3 & 0 \\ 0 & i\sigma^3 \end{pmatrix} \tag{A.8}$$
$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma^2 \\ \sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.9}$$
$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} -i\sigma^1 & 0 \\ 0 & -i\sigma^1 \end{pmatrix} \tag{A.10}$$
$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & -\sigma^2 \end{pmatrix} \tag{A.11}$$

A.1.3 Chirale Darstellung

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbb{I} \\ -\mathbb{I} & 0 \end{pmatrix} \tag{A.12}$$
$$\gamma^1 = \begin{pmatrix} \sigma^1 & 0 \\ 0 & \sigma^1 \end{pmatrix} \tag{A.13}$$
$$\gamma^2 = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 \\ 0 & \sigma^2 \end{pmatrix} \tag{A.14}$$
$$\gamma^3 = \begin{pmatrix} \sigma^3 & 0 \\ 0 & \sigma^3 \end{pmatrix} \tag{A.15}$$
$$\gamma^5 = \begin{pmatrix} \mathbb{I} & 0 \\ 0 & -\mathbb{I} \end{pmatrix} \tag{A.16}$$

A.2 Spuren

Alle Spuren einer ungeraden Zahl von γ-Matrizen oder einer ungeraden Zahl γ-Matrizen zusammen mit γ_5 sind 0. Für die anderen Spuren gelten:

$$\mathrm{Tr}\,[\not{a}\,\not{b}] = 4\,(ab) \tag{A.17}$$

$$\mathrm{Tr}\,[\not{a}\,\not{b}\,\not{c}\,\not{d}] = 4\,((ab)\,(cd) - (ac)\,(bd) + (ad)\,(bc)) \tag{A.18}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{Tr}\,(1) &= 4 && \text{(A.19)}\\
\mathrm{Tr}\,(\gamma^\mu\gamma^\nu) &= 4g^{\mu\nu} && \text{(A.20)}\\
\mathrm{Tr}\,(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma) &= 4(g^{\mu\nu}g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma}g^{\nu\rho}) && \text{(A.21)}\\
\mathrm{Tr}\,(\gamma^5) &= 0 && \text{(A.22)}\\
\mathrm{Tr}\,(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^5) &= 0 && \text{(A.23)}\\
\mathrm{Tr}\,(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\gamma^5) &= -4i\varepsilon^{\mu\nu\rho\sigma} && \text{(A.24)}\\
\mathrm{Tr}\,(\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\cdots) &= \mathrm{Tr}\,(\cdots\gamma^\sigma\gamma^\rho\gamma^\mu\gamma^\nu\cdots) && \text{(A.25)}\\
\gamma^\mu\gamma_\mu &= 4 && \text{(A.26)}\\
\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma_\mu &= -2\gamma^\nu && \text{(A.27)}\\
\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma_\mu &= 4g^{\nu\rho} && \text{(A.28)}\\
\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\gamma_\mu &= -2\gamma^\rho\gamma^\sigma\gamma^\nu && \text{(A.29)}\\
& && \text{(A.30)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{Tr}\,\left[\gamma^\mu\gamma^\nu\gamma^\rho\gamma^\sigma\gamma^\lambda\gamma^\chi\right] = {} & 4g^{\mu\nu}\left(g^{\rho\sigma}g^{\lambda\chi} - g^{\rho\lambda}g^{\sigma\chi} + g^{\rho\chi}g^{\sigma\lambda}\right) - \\
& - 4g^{\mu\rho}\left(g^{\nu\sigma}g^{\lambda\chi} - g^{\nu\lambda}g^{\sigma\chi} + g^{\nu\chi}g^{\sigma\lambda}\right) + \\
& + 4g^{\mu\sigma}\left(g^{\nu\rho}g^{\lambda\chi} - g^{\nu\lambda}g^{\rho\chi} + g^{\nu\chi}g^{\rho\lambda}\right) - \\
& - 4g^{\mu\lambda}\left(g^{\nu\rho}g^{\sigma\chi} - g^{\nu\sigma}g^{\rho\chi} + g^{\nu\chi}g^{\rho\sigma}\right) + \\
& + 4g^{\mu\chi}\left(g^{\nu\rho}g^{\sigma\lambda} - g^{\nu\sigma}g^{\rho\lambda} + g^{\nu\lambda}g^{\rho\sigma}\right) \qquad \text{(A.31)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathrm{Tr}\,[\not{a}_1\cdots\not{a}_n] = {} & (a_1a_2)\ \mathrm{Tr}\,[\not{a}_3\cdots\not{a}_n] \\
& - (a_1a_3)\ \mathrm{Tr}\,[\not{a}_2\ \not{a}_4\cdots\not{a}_n] + \cdots \\
& \cdots + (a_1a_n)\ \mathrm{Tr}\,[\not{a}_2\cdots\not{a}_{n-1}] \qquad \text{(A.32)}
\end{aligned}$$

$$\mathrm{Tr}\,[abcd] = \mathrm{Tr}\,[dabc] \qquad \text{(A.33)}$$

$$\mathrm{Tr}\,[\gamma_5] = 0 \qquad \text{(A.34)}$$

$$\mathrm{Tr}\,[\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu] = 0 \qquad \text{(A.35)}$$

$$\mathrm{Tr}\ [\gamma_5\ \not{a}_1\ \not{a}_2] = 0 \tag{A.36}$$

$$\mathrm{Tr}\ [\gamma_5\gamma_\mu\gamma_\nu\gamma_\rho\gamma_\sigma] = 4i\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \tag{A.37}$$

$$\mathrm{Tr}\ [\gamma_5\ \not{a}_1\ \not{a}_2\ \not{a}_3\ \not{a}_4] = 4i\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}a_1^\alpha a_2^\beta a_3^\gamma a_4^\delta =: 4i\langle a_1 a_2 a_3 a_4\rangle \tag{A.38}$$

$$\begin{aligned}
\gamma^5 &= i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \gamma_5 && \text{(A.39)}\\
\gamma^{0\dagger} &= \gamma^0 && \text{(A.40)}\\
\gamma^{\mu\dagger} &= \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0 &&\\
&= g_{\mu\nu}\gamma^\nu = \gamma_\mu && \text{(A.41)}\\
\left(\gamma^0\right)^2 &= +\mathbb{I} && \text{(A.42)}\\
\left(\gamma^1\right)^2 &= \left(\gamma^2\right)^2 = \left(\gamma^3\right)^2 = -\mathbb{I} && \text{(A.43)}\\
\gamma_5^2 &= \mathbb{I} && \text{(A.44)}\\
\left\{\gamma^\mu, \gamma^5\right\} &= 0 && \text{(A.45)}\\
\left\{\not{q}, \gamma^5\right\} &= 0 && \text{(A.46)}\\
\left\{\gamma^0, \gamma^i\right\} &= 0, \qquad i = 1,2,3 && \text{(A.47)}\\
\not{q}\ \not{q} &= q^2\mathbb{I} && \text{(A.48)}\\
\not{q}\ \not{p} &= 2\,(pq) - \not{p}\ \not{q} && \text{(A.49)}\\
\not{q}^\dagger\gamma_0 &= \gamma_0\ \not{q} && \text{(A.50)}\\
\bar{\gamma}_5 &= -\gamma_5 && \text{(A.51)}\\
(1+\gamma^5)(1-\gamma^5) &= 2P_R\ \ 2P_L = 0 && \text{(A.52)}\\
& && \text{(A.53)}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
P_L &= \frac{1}{2}(1-\gamma_5) && \text{(A.54)}\\
P_R &= \frac{1}{2}(1+\gamma_5) && \text{(A.55)}\\
P^\dagger_{L/R} &= P_{L/R} && \text{(A.56)}\\
P_L + P_R &= \mathbb{I} && \text{(A.57)}\\
P_L - P_R &= -\gamma_5 && \text{(A.58)}\\
P_R - P_L &= \gamma_5 && \text{(A.59)}\\
P_R^2 &= P_R && \text{(A.60)}\\
P_L^2 &= P_L && \text{(A.61)}\\
P_{L/R}\gamma^\mu &= \gamma^\mu P_{R/L} && \text{(A.62)}\\
P_{L/R}\, \not{a} &= \not{a} P_{R/L} && \text{(A.63)}\\
P_L\gamma_5 &= \gamma_5 P_L = -P_L && \text{(A.64)}\\
P_R\gamma_5 &= \gamma_5 P_R = P_R && \text{(A.65)}\\
\bar{P}_{L/R} &= P_{R/L} && \text{(A.66)}\\
& && \text{(A.67)}
\end{aligned}
$$

Anhang B

Formelsammlung

B.1 4-Vektoren

In dieser Arbeit werden natürliche Einheiten verwendet:

$$\hbar = c = 1 \tag{B.1}$$

Beziehungen zwischen ko- und kontravarianten Vektoren p:

$$\begin{aligned} p^\mu &= \left(p^0, p^1, p^2, p^3\right) = \left(p^0, \vec{p}\right) \\ p_\mu &= \left(p_0, p_1, p_2, p_3\right) = \left(p_0, -\vec{p}\right) \end{aligned} \tag{B.2}$$

Definition des Skalarprodukts:

$$(ab) = a^\mu b_\mu = a_\mu b^\mu = a^0 b^0 - \vec{a}\vec{b} \tag{B.3}$$

Der Metrische Tensor ist definiert durch:

$$(g_{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} = (g^{\mu\nu}) \tag{B.4}$$

Per Definition:

$$(\mu\nu) := g_{\mu\nu} \tag{B.5}$$

Konvention:

$$\not{p} = \gamma_\mu p^\mu = \gamma^\mu p_\mu \tag{B.6}$$

$$g^{\lambda\mu} g_{\mu\nu} = \delta^\lambda_\nu = \begin{cases} +1 & , \lambda = \mu \\ 0 & , \text{sonst} \end{cases} \tag{B.7}$$

$$g^{\nu\mu} g_{\nu\mu} = 4 \tag{B.8}$$

B.2 Pauli-Matrizen

Definition:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{B.9}$$

$$\sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \tag{B.10}$$

$$\sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{B.11}$$

Die einzelnen Elemente der Pauli-Matrizen können geschrieben werden:

$$\sigma^1_{\lambda\lambda'} = 2|\lambda|\delta_{(\lambda+\lambda'),0} \tag{B.12}$$

$$\sigma^2_{\lambda\lambda'} = i\,(\lambda-\lambda')\,\delta_{(\lambda+\lambda'),0} \tag{B.13}$$

$$\sigma^3_{\lambda\lambda'} = 2\lambda\delta_{\lambda\lambda'} \tag{B.14}$$

wobei λ als Zeilen- und λ' für den Spaltenindex benutzt wird. Stehen λ und λ' für Helizitäten, so bezeichnet das erste Element die maximale, das zweite Element die minimale Helizität.
Zusammen mit der 2×2 Einheitsmatrix

$$\sigma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{B.15}$$

kann man einen 4-Vektor σ^μ definieren:

$$\sigma^\mu = \left(\sigma^0, \sigma^1, \sigma^2, \sigma^3\right) = \left(\sigma^0, \vec{\sigma}\right) \tag{B.16}$$

Additionsrelationen:

$$\sum_{\lambda\lambda'} \sigma^a_{\lambda\lambda'} = 0, \quad \forall a \tag{B.17}$$

$$\sum_{\lambda\lambda'} \delta_{\lambda\lambda'}\delta_{\lambda'\lambda} = 2 \tag{B.18}$$

$$\sum_{\lambda\lambda'} \delta_{\lambda\lambda'}\sigma^a_{\lambda'\lambda} = 0, \quad \forall a \tag{B.19}$$

$$\sum_{\lambda\lambda'} \sigma^a_{\lambda\lambda'}\sigma^b_{\lambda'\lambda} = 2\delta_{ab} \tag{B.20}$$

B.3 4-dimensionaler ε-Tensor

Definiton:

$$\epsilon_{\mu\nu\sigma\tau} = \begin{cases} +1 & \text{, für } (\mu\nu\sigma\tau) \text{ eine gerade Permutation von } (0123) \\ -1 & \text{, für } (\mu\nu\sigma\tau) \text{ eine ungerade Permutation von } (0123) \\ 0 & \text{, sonst} \end{cases} \tag{B.21}$$

$$\langle \mu\nu\sigma\tau \rangle := \epsilon_{\mu\nu\sigma\tau} \tag{B.22}$$

$$\langle abcd \rangle := \epsilon_{\mu\nu\sigma\tau} a^\mu b^\nu c^\sigma d^\tau \tag{B.23}$$

Der total antisymmetrische Tensor in drei Dimensionen (*Levi-Cevita-Tensor*):

$$\epsilon^{ijk} = \begin{cases} +1 & \text{, für } (ijk) \text{ eine gerade Permutation von } (123) \\ -1 & \text{, für } (ijk) \text{ eine ungerade Permutation von } (123) \\ 0 & \text{, sonst} \end{cases} \tag{B.24}$$

$$\left[\vec{a} \times \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)\right] = \epsilon^{ijk} a_j \left(\vec{b} \times \vec{c}\right)_k = \epsilon^{ijk} \epsilon^{klm} a_j b_l c_m \tag{B.25}$$

$$\epsilon^{ijk} = -\epsilon^{ikj} \tag{B.26}$$

$$\epsilon^{kij} \epsilon^{klm} = \delta_{il}\delta_{jm} - \delta_{im}\delta_{jl} \tag{B.27}$$

$$\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta} = -\epsilon^{\beta\alpha\gamma\delta} \tag{B.28}$$

$$\langle abcd \rangle = a^\mu \langle \mu bcd \rangle = -\langle acbd \rangle = \cdots \tag{B.29}$$

$$\langle \mu\nu\rho\sigma \rangle \langle \mu\alpha\beta\gamma \rangle = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} \epsilon^{\mu}{}_{\alpha\beta\gamma} \tag{B.30}$$

$$g^{\nu\mu} \epsilon_{\alpha\beta\nu\mu} = 0 \tag{B.31}$$

$$g_{\mu\omega}\epsilon^{\mu}{}_{\nu\sigma\tau} = \epsilon_{\omega\nu\sigma\tau} \tag{B.32}$$

$$\begin{aligned} i\gamma^5\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} &= \gamma_\alpha\gamma_\beta\gamma_\gamma\gamma_\delta - g_{\alpha\beta}\gamma_\gamma\gamma_\delta - g_{\gamma\delta}\gamma_\alpha\gamma_\beta - g_{\alpha\delta}\gamma_\beta\gamma_\gamma \\ &\quad -g_{\beta\gamma}\gamma_\alpha\gamma_\delta + g_{\alpha\gamma}\gamma_\beta\gamma_\delta + +g_{\beta\delta}\gamma_\alpha\gamma_\gamma + g_{\alpha\beta}g_{\gamma\delta} \\ -g_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta} + g_{\alpha\delta}g_{\beta\gamma} \end{aligned} \tag{B.33}$$

$$[\alpha\beta\gamma\delta]\,(\sigma\tau) = [\sigma\beta\gamma\delta]\,(\alpha\tau) + [\alpha\sigma\gamma\delta]\,(\beta\tau) + [\alpha\beta\sigma\delta]\,(\gamma\tau) + [\alpha\beta\gamma\sigma]\,(\delta\tau) \tag{B.34}$$

$$-\epsilon^{\alpha\lambda\mu\nu}\epsilon_{\alpha\rho\sigma\tau} = \delta^\lambda_\rho\left(\delta^\mu_\sigma\delta^\nu_\tau - \delta^\mu_\tau\delta^\nu_\sigma\right) - \delta^\lambda_\sigma\left(\delta^\mu_\rho\delta^\nu_\tau - \delta^\mu_\tau\delta^\nu_\rho\right) + \delta^\lambda_\tau\left(\delta^\mu_\rho\delta^\nu_\sigma - \delta^\mu_\sigma\delta^\nu_\rho\right) \tag{B.35}$$

$$-\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\epsilon_{\alpha\beta\sigma\tau} = 2\left(\delta^\mu_\sigma\delta^\nu_\tau - \delta^\mu_\tau\delta^\nu_\sigma\right) \tag{B.36}$$

$$-\epsilon^{\alpha\beta\gamma\nu}\epsilon_{\alpha\beta\gamma\tau} = 6\delta^\nu_\tau \tag{B.37}$$

$$-\epsilon^{\alpha\beta\gamma\delta}\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} = 24 \tag{B.38}$$

B.4 Spinoren

Spinoren sind Lösungen der *Dirac-Gleichung*:

$$(\not{p} - m)\,u(p) = 0 \tag{B.39}$$

$$\bar{u}(p)\,(\not{p} - m) = 0 \tag{B.40}$$

Für Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen existieren zwei Lösungen mit positiver und zwei mit negativer Energie [53]:

$$u(p,s) = \sqrt{p^0+m}\begin{pmatrix} \chi_S \\ \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{p^0+m}\chi_S \end{pmatrix} \tag{B.41}$$

$$v(p,s) = -\sqrt{p^0+m}\begin{pmatrix} \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{p^0+m}\epsilon\chi_S \\ \epsilon\chi_S \end{pmatrix} \tag{B.42}$$

mit dem Spinindex $s = \pm\frac{1}{2}$ und einer Matrix ϵ der Form

$$\epsilon = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \tag{B.43}$$

Die 2-Spinoren χ_S sind definiert durch

$$\chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{B.44}$$

$$\chi_{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \tag{B.45}$$

Bei Benutzung der Helizität hat man alternativ [29]:

$$u\left(p,\lambda\right) = \sqrt{2m} \begin{pmatrix} \cosh\frac{\zeta}{2}\chi_\lambda\left(\hat{p}\right) \\ 2\lambda\sinh\frac{\zeta}{2}\chi_\lambda\left(\hat{p}\right) \end{pmatrix} \tag{B.46}$$

$$v\left(p,\lambda\right) = \sqrt{2m} \begin{pmatrix} \sinh\frac{\zeta}{2}\chi_{-\lambda}\left(\hat{p}\right) \\ -2\lambda\cosh\frac{\zeta}{2}\chi_{-\lambda}\left(\hat{p}\right) \end{pmatrix} \tag{B.47}$$

mit der *Rapidität* ζ

$$E = m\cosh\zeta \tag{B.48}$$

$$|\vec{p}| = m\sinh\zeta \tag{B.49}$$

$$\cosh\frac{\zeta}{2} = \sqrt{\frac{E+m}{2m}} \tag{B.50}$$

$$\sinh\frac{\zeta}{2} = \sqrt{\frac{E-m}{2m}} \tag{B.51}$$

χ_λ ist eine Lösung der Eigenwertgleichung

$$\frac{1}{2}\vec{\sigma}\hat{\vec{p}}\chi_\lambda = \lambda\chi_\lambda \tag{B.52}$$

mit dem Einheitseigenvektor $\lambda = \pm\frac{1}{2}$. Wenn $\hat{\vec{p}}$ ein Einheitsvektor mit Polarwinkel θ und Azimut ϕ ist, kann man explizit schreiben

$$\chi_{\frac{1}{2}}\left(\hat{\vec{p}}\right) = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \tag{B.53}$$

$$\chi_{-\frac{1}{2}}\left(\hat{\vec{p}}\right) = \begin{pmatrix} -e^{-i\phi}\sin\frac{\theta}{2} \\ \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \tag{B.54}$$

Zusätzliche Definitionen:

$$\bar{u} = u^\dagger\gamma_0 \tag{B.55}$$

$$\bar{M} = \gamma_0 M^\dagger \gamma_0 \quad \text{für eine Matrix } M \tag{B.56}$$

$$\bar{u} P_{L/R} = \overline{P_{R/L} u} \tag{B.57}$$

Der *Ladungskonjugationsoperator* genügt:

$$C^\dagger = -C \tag{B.58}$$

$$C^{-1} = -C \tag{B.59}$$

$$C^2 = -1 \tag{B.60}$$

$$C^T = -C \tag{B.61}$$

$$v\left(p,\lambda\right) = C\bar{u}^T\left(p,\lambda\right) \tag{B.62}$$

$$\bar{u}^T\left(p,\lambda\right) = C^{-1}v\left(p,\lambda\right) = -Cv\left(p,\lambda\right) \tag{B.63}$$

$$\bar{u}\left(p,\lambda\right) = v^T\left(p,\lambda\right)\left(C^{-1}\right)^T = v^T\left(p,\lambda\right)C \tag{B.64}$$

$$u\left(p,\lambda\right) = C\bar{v}^T\left(p,\lambda\right) \tag{B.65}$$

$$\bar{v}^T\left(p,\lambda\right) = C^{-1}u\left(p,\lambda\right) = -Cu\left(p,\lambda\right) \tag{B.66}$$

$$\bar{v}\left(p,\lambda\right) = u^T\left(p,\lambda\right)\left(C^{-1}\right)^T = u^T\left(p,\lambda\right)C \tag{B.67}$$

$$C^{-1}\gamma^\mu C = -\gamma^{\mu T} \tag{B.68}$$

$$C\gamma^{\mu T}c^{-1} = -\gamma^\mu \tag{B.69}$$

$$C\gamma^5 C^{-1} = \gamma^{5T} \tag{B.70}$$

$$C^{-1}\left(\gamma^\mu\gamma^5\right)C = \left(\gamma^\mu\gamma^5\right)^T \tag{B.71}$$

$$C\left(\gamma^\mu\gamma^5\right)^T C^{-1} = \left(\gamma^\mu\gamma^5\right) \tag{B.72}$$

$$C^T P_{L/R}^T C^{-1} = -P_{L/R} \tag{B.73}$$

Literaturverzeichnis

[1] G. I. Budker: *Accelerators and Colliding Beams. Proc. 7th Int. Conference on High Energy Accelerators*, 33, Yerevan, 1969. extract: AIP Conf. Proc. 352 (1996) 4.

[2] V. Barger, M. S. Berger, K. Fujii, J. F. Gunion, T. Han, C. Heusch, W. Hong, S. K. Oh, Z. Parsa, S. Rajpoot, R. Thun und B. Willis: *Physics Goals of a $\mu^+\mu^-$ Collider.* Preprint, 1995. -phhep-ph/9503258.

[3] J. F. Gunion: *Higgs Physics at a Muon Collider.* Preprint, 1997. hep-ph/9703203.

[4] J. F. Gunion: *Muon Colliders: The Machine and The Physics.* Preprint, July 1997. hep-ph/9707379v2.

[5] V. Barger, M. S. Berger, J. F. Gunion und T. Han: *Higgs Boson Physics in the s-channel at $\mu^+\mu^-$ colliders.* Physics Reports, 286:1, 1997.

[6] M. Demarteau und T. Han: *Higgs Boson and Z Physics at the First Muon Collider.* Preprint, 1998. hep-ph/9801407.

[7] V. Barger: *Overview of Physics at a Muon Collider.* Preprint, 1998. hep-ph/9803480.

[8] B. Autin: *Prospective Study of Muon Colliders and Muon Storage Rings at CERN.* Preprint, 1999. CERN 99-02, ECFA 99-197.

[9] *Higgs Bosons at a Muon Collider*, Snowmass 2001, P1 Group, 2001. hep-ph/0110390.

[10] *The Physics of Higgs Factories*, Snowmass 2001, E1 Group, 2001. hep-ph/0110340.

[11] E. Asakawa, S. Y. Choi und J. Sik Lee: *Probing the MSSM Higgs Boson Sector with Explicit CP Violation through Third Generation Fermion Pair Production at Muon Colliders*. Physical Review D, 63:015012, 2001. hep-ph/0005118.

[12] D. Atwood, S. Bar-Shalom, G. Eilam und A. Soni: *CP Violation in Top Physics*. Physics Reports, 347:1–222, 2001. hep-ph/0006032.

[13] D. Atwood und A. Soni: *Neutral-Higgs-boson CP violation at $\mu^+\mu^-$ colliders*. Physical Review D, 52:6271, 1995.

[14] M. Carena, J. Ellis, A. Pilaftsis und C.E.M. Wagner: *Renormalization-Group-Improved Effective Potential for the MSSM Higgs Sector with Explicit CP Violation*. Nuclear Physics B, 586:92–140, 2000. hep-ph/0003180.

[15] G. Bhattacharyya: *Supersymmetry as a physics model beyond the Standard Model*. Preprint, 2001. hep-ph/0108267.

[16] U. Amaldi, W. de Boer und H. Fürstenau: *Comparison of Grand Unified Theories with Electroweak and Strong Coupling Constants Measured at LEP*. Physics Letters B, 260:447, 1997.

[17] ALEPH Collaboration: *Observation of an excess in the search for the Standard Model Higgs boson at ALEPH*. Physics Letters B, 495:1–17, 2000.

[18] DELPHI Collaboration: *Search for the Standard Model Higgs boson at LEP in the year 2000*. Physics Letters B, 499:23, 2001.

[19] L3 Collaboration: *Higgs candidates in e^+e^- interactions at $\sqrt{s} = 206\ GeV$*. Physics Letters B, 495:18, 2000.

[20] OPAL Collaboration: *Search for the Standard Model Higgs boson in e^+e^- collisions at $\sqrt{s} = 192 - 209\ GeV$*. Physics Letters B, 499:38, 2001.

[21] A. Sopczak: *Complete LEP Data: Status of Higgs Boson Searches*. Preprint, 2001. hep-ph/0112082.

[22] D. E. Groom et. al.: *Particle Physics Booklet*. The European Physical Journal C, 15:1, 2000.

[23] S. P. Martin: *A Supersymmetry Primer*. Preprint, 1997. hep-ph/9709356.

[24] L. J. Hall und J. Polchinski: *Implications of Supersymmetric Origins for Monojets.* Physics Letters B, 152:335, 1985.

[25] A. Bartl, M. Dittmar und W. Majerotto: *Proceedings of the Workshop e^+e^- Collisions at 500 GeV: the Physics Potential.* 603ff, 1992. DESY 92-123B.

[26] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto und N. Oshimo: *Neutralino Mass Matrix in the Minimal Supersymmetric Model.* Physical Review D, 40:1594, 1989.

[27] J. F. Gunion und H. E. Haber: *Higgs Bosons in Supersymmetric Models (I).* Nuclear Physics B, 272:1–76, 1986.

[28] S. Y. Choi, J. Kalinowski, G. Moortgat-Pick und P. M. Zerwas: *Analysis of the Neutralino System in Supersymmetric Theories.* Preprint, 2001. hep-ph/0108117.

[29] H. E. Haber: *Spin Formalism and Applications to New Physics Searches.* Proceedings of the 21^{st} SLAC Summer Institute on Particle Physics, 1994.

[30] C. Bouchiat und L. Michel: *Mesure de la Polarisation des Electrons Relativistes.* Nuclear Physics, 5:416, 1958. (in French).

[31] G. Moortgat-Pick: *Neutralino-Produktion und -Zerfall bei Elektron-Positron Kollisionen.* Diplomarbeit, Universität Würzburg, 1996.

[32] Th. Ratzka: *Heavy Quark Production at a Muon Collider.* Diplomarbeit, Universität Würzburg, 2001.

[33] S. Vidi: *Charginoproduktion durch Myon-Myon-Kollision.* Diplomarbeit, Universität Würzburg, 2001.

[34] W. Hollik. Diplomarbeit, Universität Würzburg, 1976.

[35] F. M. Renard: *Bascis of Electron Positron Collisions.* Dreux, Editions Frontières , 1981.

[36] G. Moortgat-Pick: *Spineffekte in Chargino-/Neutralino Produktion und -Zerfall.* Dissertation, Universität Würzburg, 1999.

[37] R. Selle: *Produktion und Zweikörperzerfall von Neutralinos: Effekte CP-verletzender Phasen.* Diplomarbeit, Universität Würzburg, 2001.

[38] A. Bartl, H. Fraas und W. Majerotto: *Production and Decay of Neutralinos in e^+e^- Annihilation.* Nuclear Physics B, 278:1, 1986.

[39] H. E. Haber und G. L. Kane: *The Search for Supersymmertry: Probing Physics Beyond the Standard Model.* Physics Reports, 117:75, 1985.

[40] S. Y. Choi, A. Djouadi, M. Guchait, J.Kalinowski, H. S. Song und P. M. Zerwas: *Reconstructing the Chargino System at e^+e^- Linear Colliders.* Preprint, 2000. hep-ph/0002033.

[41] C. Blöchinger, M. Carena, J. Ellis, H. Fraas, F. Franke, D. Garcia, S. Heinemeyer, S. Kraml, G. Moortgat-Pick, W. Murray, F. v. d. Pahlen, A. Pilaftsis, C. E. M. Wagner und G. Weiglein: *Physics Opportunities at $\mu^+\mu^-$ Higgs Factories.* Preprint, 2002. hep-ph/0202199.

[42] F. v. d. Pahlen, G. Moortgat-Pick, C. Blöchinger und H. Fraas: *Precission Measurement of Higgs-Chargino Couplings at a Muon Collider.* (unpublished), in Vorbereitung.

[43] ALEPH Collaboration.

[44] DELPHI Collaboration: *Searches for neutral Higgs bosons in e^+e^- collisions from $\sqrt{s} = 191.6$ to 201.7 GeV.* Preprint, 2002. hep-ex/0201022.

[45] I. N. Bronstein, K. A. Semendjajew, G. Musiol und H. Mühlig: *Taschenbuch der Mathematik.* Verlag Harry Deutsch, Thun, Frankfurt am Main, 1993. ISBN 3-8171-2001-X.

[46] J. W. Tukey J. W. Cooley: *An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series.* Mathematical Computations, 19:297–301, 1965.

[47] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling und B. P. Flannery: *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing.* Camebridge University Press, Camebridge, 1992. ISBN 0-521-43064-X.

[48] V. Barger, M. S. Berger, J. F. Gunion und T. Han: *Higgs Boson Physics in the s-channel at $\mu^+\mu^-$ Colliders.* Physics Reports, 286:1–51, 1997. hep-ph/9602415.

[49] A. Djouadi, J. Kalinowski und M. Spira: *HDECAY: a Program for Higgs Boson Decays in the Standard Model and its Supersymmetric Extensions*. Computational Physics Communications, 108:56–74, 1998. hep-ph/9704448.

[50] M. Spira und P. M. Zerwas: *Electroweak Symmetry Breaking and Higgs Physics*. Preprint, 1998. hep-ph/9803257.

[51] A. Djouadi, J. Kalinowski und P. M. Zerwas: *Two- and Three-Body Decay Modes of SUSY Higgs Particles*. Zeitschrift für Physik C, 70:435–448, 1996. hep-ph/9511342.

[52] C. Itzykson und J.-B. Zuber: *Quantum Field Theory*. McGraw-Hill, New York, 1980.

[53] O. Nachtmann: *Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik*. Friedr. Vieweg & Sohn Verlagsgesellschaft mbH, Braunschweig, 1986. ISBN 3-528-08926-1.

Tabellenverzeichnis

Index

Danksagung

[I]t's to late to make an improvement now.
The universe is finished: the copestone is on,
and the chips were carted off a million years ago.

Herman Melville, Moby Dick"(1851)

An dieser Stelle sei allen gedankt, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben, sicherlich müßte diese Liste deutlich länger ausfallen als es hier möglich ist...
Mein besonderer Dank gilt natürlich Herrn Prof. Dr. Hans Fraas. Einerseits für das interessante Thema und insbesondere die Möglichkeit diese Arbeit anzufertigen. Andererseits für die fortlaufende Unterstützung und sein reges Interesse in jeder Phase ihrer Entstehung. Nicht zu vergessen die zahlreichen interessanten Diskussionen über physikalische Fragen aber auch über "das Leben, das Universum und den ganzen Rest", sowie die einfache Tatsache eigentlich immer Zeit zu haben so man zu dem einen oder anderen Punkt eine Frage hat.
Weiterhin möchte ich mich bei all jenen bedanken die sich die Mühe gemacht haben diese Arbeit zu lesen und diverse Schreibfehler zu korrigieren wo immer das nötig war. Namentlich waren dies mein langjähriger Studienfreund Thorsten Ratzka (insbesondere eine der längsten e-Mails die ich wahrscheinlich je bekommen habe, sowie zahlreiche Hilfestellungen während der letzen Jahre für die hier eindeutig der Platz fehlt seien besonders erwähnt), Ana Alboteanu (ihre Anmerkungen bezüglich diverser "Beistriche" seien hier ausdrücklich genannt), Dr. Gudrid Moortgat-Pick für einige hilfreiche Anmerkungen zu eher physikalischen Punkten und die eine oder andere interessante Frage, Anregung und Diskussion, Brigitte Wehner für zahlreiche Hilfestellungen und reichlich Geduld nicht nur beim Korrekturlesen, sowie mein langjähriger Freund Ilja Kaufmann, der trotz eines imposanten Terminkalenders in dieser letzten Wochen sich die Mühe gab "total unverständliches Zeug" über Nacht korrektur zulesen.
Sodann möchte ich mich bei allen Mitgliedern unserer Arbeitsgruppe für unzählige hilfreiche Diskussionen und Erklärungen dieses oder jenes Sachverhalts bedanken. Insbesondere Claus Blöchinger, Dr. Fabian Franke, Olaf Kittel und Federico von der Pahlen (in alphabetischer Reihenfolge) haben reichlich Zeit investiert um das eine oder andere Problem aus der Welt zu

schaffen, oder überhaupt erst zu finden. Dr. Gudrid Moortgat-Pick sei hier nocheinmal besonders erwähnt. Ohne sie hätte ich wahrscheinlich nie versucht in der Theoretischen Physik zu arbeiten.
Etwas mittelbarer haben zahlreiche andere Mitglieder des Instituts für ein äußerst angenehmes Arbeitsklima und den einen oder anderen interessanten "nichtphysikalischen" Beitrag gesorgt. Erwähnt seien Christoph Bunzmann, Sigrun Csallner, Nicole Helbig, Blazenka Melic, Richard Metzler, Alexander Mück, Heinrich Päs und Reimer Selle, aber auch unsere Sekretärinnen Uschi Eitelwein, Christine Schmeisser und nochmals Brigitte Wehner.
Nicht vergessen seien weiterhin unsere Systembetreuer Dr. Georg Reents, Andreas Vetter und Ansgar Freking. Ohne einen einwandfreien Rechnerbetrieb und einiges an ihrer Geduld, nebst natürlich dem hier vorhandenen Fundus an Fachwissen aus dem ich doch reichlich schöpfen konnte, wäre diese Arbeit nicht möglich gewesen. Auch das Vorhandensein eines aktuellen Backups beruhigt durchaus (auch wenn man dieses, solange es aktuell ist, glücklicherweise nie benötigt).
Auf der eher unphysikalischen Seite haben zahlreiche Personen daran mitgewirkt, daß diese Arbeit möglich war. Insbesondere meine Eltern, die mir dieses Studium ermöglicht haben (obwohl es ja nun doch etwas länger gedauert hat, sorry).
Aber auch einige, die vielleicht garnichts davon wissen mit daran Schuld zu sein seien erwähnt. Ohne besondere Reihenfolge möchte ich mich bei Hede und Wolfgang Lilienfein, Bianca Pfennig, Ute Kaufmann, Jutta Voit, Ana Alboteanu, Sabine Dörmann, Danuta Nowak, Stefan Glück, Ilja Kaufmann, sowie zahlreichen ungenannten, die auf die eine oder andere Weise in den letzten Jahren mitgeholfen haben, daß dies letztlich möglich war, bedanken. Mein Schwesterherz Rebecca sei noch gesondert erwähnt, vielleicht kann sie der "Teilchensache" ja doch noch was abgewinnen. Auch wenn "die zu überhaupts keiner sozialen Interaktion außer zusammenknallen in der Lage sind". Na ja, zu ein bißchen mehr dann doch schon...

Erklärung

Hiermit versichere ich, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Würzburg, den 28.03.2002

Alexander Wagner

All things are artificial,
for nature is the art of God.

Thomas Browne, “On Dreams” Religio Medici (1642)