

Bestimmung der
Neutralino-Higgs-Kopplungen an einem
Muon-Collider
und
Analyse der Chargino-Higgs-Kopplungen

Diplomarbeit
von
Christoph Sachse

INSTITUT FÜR THEORETISCHE PHYSIK UND ASTROPHYSIK
DER
JULIUS-MAXIMILIANS-UNIVERSITÄT WÜRZBURG

Oktober 2003

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	6
1.1	Symmetrien	6
1.1.1	Eichsymmetrien	6
1.2	Die elektroschwache Wechselwirkung als Eichwechselwirkung	9
1.3	Der Higgs-Mechanismus	11
1.4	Supersymmetrie	13
1.4.1	Warum Supersymmetrie?	13
1.4.2	Das Teilchenspektrum des MSSM	14
1.4.3	R-Parität	15
1.4.4	Supersymmetriebrechung	16
1.4.5	Massen der Sfermionen	16
1.4.6	Neutralinomischung	17
1.4.7	Charginomischung	18
1.5	Spinformalismus	19
1.5.1	Spin- $\frac{1}{2}$ -Helizitätszustände	20
1.5.2	Helizitätsprojektionsoperatoren	21
1.5.3	Die Bouchiat-Michel-Formeln	22
1.5.4	Spin-Dichtematrizen	22
2	Der Produktionsprozess	24
2.1	Betrachteter Prozess	24
2.2	Die Produktionsdichtematrix	25
2.2.1	Berechnung der Leptonmatrix $R^{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi)(R^{\lambda'_1 \lambda'_2})^*(\psi)$	26
2.2.2	Wichtung mit den Spindichtematrizen der einlaufenden Teilchen	27
2.2.3	Berechnung der Neutralinomatrix $T = T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi)T_{\lambda'_i \lambda'_j}^*(\psi)$	29
2.3	Wahl des Bezugssystems und Konstruktion der Spinbasen	30
2.3.1	Konstruktion der Spinbasen des Muons und Antimuons	31
2.3.2	Konstruktion der Spinbasen der Neutralinos	32
2.4	Produktionsdichtematrix im CMS	33
2.4.1	Leptonanteil $L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)$	33
2.4.2	Neutralinoanteil $T = T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi)T_{\lambda'_i \lambda'_j}^*(\psi)$	34
2.4.3	Endgültige Form der Produktionsdichtematrix	36
2.5	Betrachtete Untergrundprozesse	38
2.5.1	Z^0 -Austausch im s-Kanal	38
2.5.2	Smuon-Austausch im t- und u-Kanal	39
2.6	Phasenraum und Wirkungsquerschnitt	39
3	Zweikörperzerfall	42
3.1	Betrachtete Prozesse	42
3.2	Kinematik	42
3.3	Dichtematrix	43
3.3.1	Zerfallsdichtematrix	43

3.3.2	Amplitudenquadrat des Gesamtprozesses	44
3.4	Phasenraum und Wirkungsquerschnitt	45
3.4.1	Produktionsphasenraum	46
3.4.2	Zerfallsphasenraum	46
3.4.3	Energieverteilung des Zerfallsleptons	48
3.5	Bestimmung von $c_R^{(H)}$, $c_R^{(A)}$ aus der Energieverteilung des Zerfallsleptons	48
3.6	Polarisationsasymmetrie des totalen Wirkungsquerschnitts	50
4	Szenarienwahl	54
4.1	Higgssektor	54
4.2	Neutralino- und Sfermion-Sektor	56
4.3	Die Szenarien	56
5	Numerische Ergebnisse	62
5.1	Produktionsquerschnitte	62
5.2	Polarisationsasymmetrie	68
5.3	Steigungsparameter K der Energieverteilung des Zerfallsleptons	74
6	Nullstellen der Chargino-Higgs-Kopplungen	80
6.1	Motivation	80
6.2	Lagrangedichte und Kopplungen	81
6.3	Kopplungen an das A -Boson	82
6.3.1	$\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_1^\mp A$ -Kopplung	82
6.3.2	$\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_2^\mp A$ -Kopplung	83
6.3.3	$\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_2^\mp A$ -Kopplung	84
6.3.4	$\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_1^\mp A$ -Kopplung	85
6.4	Kopplungen an das H -Boson	87
6.4.1	$\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_1^\mp H$ -Kopplung	88
6.4.2	$\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_2^\mp H$ -Kopplung	89
6.4.3	$\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_2^\mp H$ -Kopplung	90
6.4.4	$\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_1^\mp H$ -Kopplung	91
6.5	Zusammenfassung	93
A	Spinoren und Dirac-Matrizen	98
A.1	Die Dirac-Algebra	98
A.2	Spurtheoreme	100
B	Explizite Form der Produktionsdichtematrix	101
B.1	Von der Neutralinopolarisation unabhängige Elemente $P(\varphi, \psi)$	101
B.2	Spinpolarisations-Elemente $\Sigma^{c/d=3}(\varphi, \psi)$	102
B.3	Spinkorrelationsterme $\Sigma^{cd}(\varphi, \psi)$	103

Einleitung

Seit mehr als 30 Jahren wird die Theorie der Elementarteilchen vom *Standardmodell* beherrscht. Mit seiner Hilfe gelang es, durch Anwendung von Symmetrieprinzipien eine Ordnung in die zunächst verwirrende Vielfalt der gefundenen Teilchen und Resonanzen zu bringen. Eine überragende Rolle spielte dabei die Verallgemeinerung des ursprünglich aus der Elektrodynamik bekannten Eichprinzips auf größere und nichtabelsche Eichgruppen. Dies spiegelt sich im historischen Verlauf der Entstehung des Standardmodells. Die erste Wechselwirkung, für die eine konsistente, relativistische Quantenfeldtheorie formuliert werden konnte, war die Elektrodynamik. Aufbauend auf grundlegenden Ideen von Dirac gelang es in den vierziger und fünfziger Jahren Feynman, Schwinger, Tomonaga und anderen, die Quantenmechanik mit der Elektrodynamik zur Quantenelektrodynamik (QED) zu vereinigen. Insbesondere die konzeptionelle Pionierarbeit, die bei der Entwicklung der QED geleistet wurde, liefert bis heute die Grundlage praktisch aller Theorien quantisierter Wechselwirkungen.

Eine bedeutende Erweiterung fand die QED im Rahmen des Modells der vereinigten elektroschwachen Wechselwirkung von Glashow, Salam und Weinberg. In ihr werden die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung zu Aspekten einer einzigen vereinheitlichten Wechselwirkung zusammengefasst. Neben einer nichtabelschen Eichgruppe stellt dieses Modell auch insofern eine Neuerung dar, als es auch einen Mechanismus zur Brechung der elektroschwachen Eichsymmetrie liefern muss. Im Rahmen des Standardmodells wird dafür ein Skalarfeld mit nichtverschwindendem Vakuumerwartungswert, das *Higgsfeld*, postuliert. Bis heute konnte kein Higgs-Boson eindeutig in einem Experiment nachgewiesen werden, die Suche nach den Higgs-Teilchen ist deshalb eine der wichtigsten experimentellen Herausforderungen der Teilchenphysik.

Schliesslich gelang es auch, die starke Wechselwirkung als Eich-Wechselwirkung zu formulieren. Ihre Eichgruppe ist die von Gell-Mann vorgeschlagene $SU(3)_C$.

Mit zum Teil erstaunlicher Präzision konnte das Standardmodell bis heute praktisch alle experimentell beobachteten Phänomene erklären. Erst in jüngster Zeit konnte der Nachweis von Neutrino-Oszillationen und damit notwendigen Neutrino-Massen einen ersten Hinweis auf Physik jenseits des Standardmodells liefern. Trotzdem waren sich viele Physiker schon seit langem einig, dass das Standardmodell nicht der Endpunkt der theoretischen Entwicklung sein kann. Der wichtigste Grund dafür liegt in der Tatsache, dass es bis jetzt nicht gelungen ist, die Gravitation auf die gleiche Weise als Eichtheorie zu behandeln wie die anderen drei Wechselwirkungen. Die Probleme sind dabei nicht nur mathematischer, sondern auch konzeptioneller Art. Ein weiterer Makel des Standardmodells ist, dass es in seinem Rahmen nicht möglich ist, die starke und die elektroschwache Kraft weiter zu vereinheitlichen zu einer sog. *Großen Vereinheitlichten Theorie* (GUT).

Unter den vorgeschlagenen möglichen Erweiterungen des Standardmodells gilt die *Supersymmetrie* (SUSY) als einer der aussichtsreichsten Kandidaten. Sie postuliert die Existenz von Partnerteilchen für die bekannten Teilchen mit gleicher Masse und gleichen Eich-Quantenzahlen, aber mit um $\frac{1}{2}$ verschiedenem Spin. Bis jetzt wurden

keine solchen Partnerteilchen gefunden, deshalb muss die Supersymmetrie, wenn sie in der Natur verwirklicht ist, bei einer Energieskala oberhalb der bislang untersuchten gebrochen sein. Obwohl die Annahme der SUSY also sehr spekulativ erscheint, besitzt sie eine Reihe besonders vorteilhafter theoretischer Eigenschaften. Sie erlaubt z.B. die Existenz einer GUT, indem sie einen Vereinheitlichungspunkt für die elektrische, schwache und starke Kopplung bei einer hohen Energie voraussetzt. Ausserdem fordert sie in vielen ihrer Varianten die Existenz eines elektrisch und farbneutralen stabilen massiven Teilchens. Dieses wäre damit ein idealer Kandidat für die *Dunkle Materie*, die in astronomischen Beobachtungen nur durch ihre gravitative Wirkung auftritt, aber einen erheblichen Teil der Masse des Universums auszumachen scheint. Zudem ist die SUSY ein unverzichtbarer Bestandteil einiger anderer weitergehender Theorien, wie z.B. der Supergravitation und der Superstringtheorie.

Die vorliegende Arbeit besteht aus zwei unabhängigen Teilen. Im ersten geht es um die Untersuchung der Möglichkeit, an einem $\mu^+\mu^-$ -Beschleuniger, wie er von einigen Autoren vorgeschlagen wurde ([1–3]), Messungen der Kopplungen zwischen den von der SUSY vorausgesagten drei neutralen Higgsfeldern und den Superpartnern der neutralen Bosonen, den Neutralinos, vorzunehmen. Da die Neutralinos elektrisch und farbneutral sind, kann man nur ihre Zerfallsprodukte detektieren. Es muss also neben der Neutralinoproduktion durch Myon-Annihilation auch der Zerfall der Neutralinos untersucht werden. Dabei beschränken wir uns auf den Zweikörperzerfall, der, wenn er kinematisch möglich ist, dominiert. Insbesondere der Einfluss der Strahlpolarisation der Myonen soll dabei beachtet werden. Neben der Berechnung der Spindichtematrix von Produktion und Zerfall nimmt auch die Konstruktion von Observablen, die direkten Aufschluss über die Neutralino-Higgs-Kopplungen geben können, ein Kapitel ein. Schliesslich werden die Ergebnisse für eine Reihe von SUSY-Szenarien numerisch ausgewertet.

Im zweiten Teil der Arbeit werden die Nullstellen der Chargino-Higgs-Kopplungen im MSSM-Parameterraum gesucht. Wo es möglich war, werden analytische Ausdrücke hergeleitet, ansonsten wird auf numerische Methoden zurückgegriffen.

Kapitel 1

Theoretische Grundlagen

1.1 Symmetrien

Symmetrien spielen in der modernen Elementarteilchenphysik eine zentrale Rolle. Viele der größten theoretischen Fortschritte auf diesem Gebiet bestanden in der Auf-
findung grundlegender Symmetriegruppen, die ein systematisches Verständnis des
“Teilchen-Zoos” ermöglichten. Da auch im Rahmen dieser Arbeit die von bestimm-
ten Symmetrien und den Mechanismen ihrer Brechung vorhergesagten Teilchen die
Hauptrolle spielen, soll in den nächsten Abschnitten ein kurzer Überblick über die
hier wichtigsten Symmetrien gegeben werden. Umfassendere Einführungen findet
man in Lehrbüchern der Quantenfeldtheorie, z.B. [4–6].

Unter einer Symmetrie versteht man die Invarianz der Wirkung $S = \int d^4x \mathcal{L}$
eines Systems unter einer Gruppe von Transformationen, d.h.

$$\mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L}' = \mathcal{L} + \partial_\mu K^\mu \quad (1.1)$$

wobei K^μ eine beliebige Funktion der in der Lagrangedichte enthaltenen Felder und
ihrer Ableitungen sein darf (eine solche totale Divergenz spielt für die Wirkung kei-
ne Rolle, damit auch nicht für die physikalischen Aussagen der Theorie).

Die Symmetrietransformationen bilden Gruppen, die die konkreten Eigenschaften
der Symmetrie widerspiegeln. Man unterscheidet insbesondere diskrete Symmetri-
en, die durch endliche Gruppen dargestellt werden (z.B. Raum- und Zeitspiegelung)
und kontinuierliche Symmetrien, zu deren Darstellung Gruppen benutzt werden, de-
ren Elemente durch kontinuierliche Parameter indiziert sind (z.B. die Drehgruppe
des \mathbb{R}^3 oder die Lorentzgruppe).

In der Quantenfeldtheorie unterscheidet man außerdem zwischen Raumzeit-
Symmetrien, die Transformationen der Raumzeitkoordinaten beschreiben, und in-
neren Symmetrien, dargestellt durch Eichgruppen. Das Haag-Lopuszanski-Sohnius-
Theorem [7] schränkt die möglichen Symmetrien einer lokalen, kausalen und unitären
Quantenfeldtheorie ein: neben der Poincaré-Gruppe und einer beliebig großen Eich-
gruppe kann nur noch eine (evtl. erweiterte) Supersymmetrie als Erweiterung der
Poincaré-Gruppe vorliegen.

1.1.1 Eichsymmetrien

Eichsymmetrien beschreiben die inneren Symmetrien der Theorie. Der Name deut-
et auf den historischen Ursprungspunkt der Eichtheorien, die Elektrodynamik, hin.

In der klassischen Elektrodynamik beschreibt die Eichinvarianz eine Invarianz des elektrischen und magnetischen Felds unter einer Transformation der elektromagnetischen Potentiale der Form

$$\Phi \rightarrow \Phi' = \Phi - \dot{\Lambda} \quad (1.2)$$

$$\vec{A} \rightarrow \vec{A}' = \vec{A} + \nabla\Lambda \quad (1.3)$$

mit einer beliebigen skalaren Funktion Λ . Während die Eichinvarianz in der klassischen Elektrodynamik oft nur eine Rechenerleichterung darstellt, wird sie in der Quantenelektrodynamik ein fundamentaler Bestandteil der Theorie. Dies wird am besten deutlich, wenn man sich zunächst die Ladungsträger anschaut, die in der QFT durch komplexe Felder beschrieben werden, z.B. durch ein komplexes Skalarfeld ϕ, ϕ^* der Masse m . Dessen Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi^*) - m^2 \phi \phi^* \quad (1.4)$$

ist offensichtlich invariant unter einer sog. *Eichtransformation der ersten Art*, einer globalen Phasentransformation

$$\phi \rightarrow e^{-i\Lambda} \phi, \quad \phi^* \rightarrow e^{i\Lambda} \phi^* \quad (1.5)$$

Eine solche globale Transformation der Phase der Wellenfunktion ist jedoch ein im Sinne der Relativitätstheorie “unphysikalischer” Vorgang [4], denn er verlangt eine Transformation einer Größe an allen Orten im Raum zur gleichen Zeit. Man fordert deshalb von der Theorie eine lokale Eichinvarianz, d.h. die Phase Λ soll eine beliebige Funktion der Koordinaten sein dürfen: $\Lambda = \Lambda(x^\mu)$.

Wendet man diese Transformation (eine *Eichtransformation der zweiten Art*) für einen infinitesimalen Eichparameter Λ in den Gleichungen (1.5) an, dann erhält man

$$\phi \rightarrow (1 - i\Lambda)\phi \quad (1.6)$$

$$\partial_\mu \phi \rightarrow (1 - i\Lambda)(\partial_\mu \phi) - i(\partial_\mu \Lambda)\phi \quad (1.7)$$

und analog auch

$$\phi^* \rightarrow (1 + i\Lambda)\phi^* \quad (1.8)$$

$$\partial_\mu \phi^* \rightarrow (1 + i\Lambda)(\partial_\mu \phi^*) + i(\partial_\mu \Lambda)\phi^* \quad (1.9)$$

In den Ableitungen tauchen störende Terme auf, die von der Ortsabhängigkeit des Eichparameters stammen. Man sagt, sie *transformieren sich nicht kovariant*, d.h. nicht wie die Felder selbst. Damit ist auch die Lagrangedichte nicht mehr invariant, sondern variiert unter einer infinitesimalen lokalen Eichtransformation um

$$\delta\mathcal{L} = -i\Lambda\partial_\mu \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} \phi \right] - i \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} (\partial_\mu \Lambda)\phi + (\phi \rightarrow \phi^*) \quad (1.10)$$

Setzt man die Lagrangedichte (1.4) ein, dann erhält man

$$\delta\mathcal{L} = i(\partial_\mu \Lambda)(\phi^* \partial^\mu \phi - \phi \partial^\mu \phi^*) \quad (1.11)$$

$$= J^\mu \partial_\mu \Lambda \quad (1.12)$$

mit dem Ladungsstrom $J^\mu = i(\phi^* \partial^\mu \phi - \phi \partial^\mu \phi^*)$.

Man führt nun ein neues masseloses Vektorfeld A_μ ein, das mit der Kopplungskonstante e an den Strom koppeln soll. Ausßerdem bringt es noch einen in A quadratischen Term und den kinetischen Term eines Vektorfelds ein, also insgesamt

$$\mathcal{L}_{eich} = -eJ^\mu A_\mu + e^2 A_\mu A^\mu \phi^* \phi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (1.13)$$

mit dem Feldstärketensor $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$. Dieses Feld soll sich unter einer lokalen Eichtransformation transformieren nach der Vorschrift

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e} \partial_\mu \Lambda \quad (1.14)$$

Der Term $F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}$ ist invariant unter dieser Eichtransformation. Damit gilt

$$\delta \mathcal{L}_{eich} = -e(\delta J^\mu) A_\mu - J^\mu \partial_\mu \Lambda + 2e^2 A_\mu (\delta A^\mu) \phi^* \phi \quad (1.15)$$

$$= -J^\mu \partial_\mu \Lambda \quad (1.16)$$

und insgesamt also

$$\delta \mathcal{L} + \delta \mathcal{L}_{eich} = 0 \quad (1.17)$$

Das elektromagnetische Viererpotential wird im Rahmen der QED also neu gedeutet als ein Eichpotential, das ein notwendiger Bestandteil der Theorie ist, um eine lokale $U(1)$ -Eichinvarianz zu gewährleisten.

An der Gesamt-Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu \phi)(\partial^\mu \phi^*) - m^2 \phi \phi^* - ie(\phi^* \partial^\mu \phi - \phi \partial^\mu \phi^*) A_\mu + e^2 A_\mu A^\mu \phi^* \phi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (1.18)$$

kann man noch zwei weitere wichtige Eigenschaften einer Eichsymmetrie erkennen:

1. Das Eichfeld A_μ muss masselos sein: ein Masseterm $\mathcal{L}_M = M^2 A_\mu A^\mu$ wäre nicht eichinvariant.
2. Die Einführung des Eichpotentials und seine Wechselwirkung mit den geladenen Feldern kann auch ausgedrückt werden, indem man die gewöhnliche Ableitung ∂_μ ersetzt durch die *kovariante Ableitung*

$$D_\mu \phi = (\partial_\mu + ie A_\mu) \phi \quad (1.19)$$

die ihren Namen der Eigenschaft verdankt, dass

$$\delta(D_\mu \phi) = \delta(\partial_\mu \phi) + ie(\delta A_\mu) \phi + ie A_\mu \delta \phi = -\Lambda(D_\mu \phi) \quad (1.20)$$

Mit ihr lautet die eichinvariante Lagrangedichte

$$\mathcal{L} = D_\mu \phi D^\mu \phi^* - m^2 \phi^* \phi - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} \quad (1.21)$$

Analoge Überlegungen lassen sich für geladene Spinorfelder anstellen.

Dieses Konzept, eine Erhaltungsgrösse, bzw. den mit ihr verbundenen Viererstrom (in der QED z.B. der Viererstrom der elektr. Ladung), als den Noetherstrom einer lokalen, inneren Symmetrie der Felder aufzufassen, die wiederum die Existenz von Eichfeldern voraussagt, ist vielleicht die wichtigste Idee der Elementarteilchenphysik geworden. Die QED ist nur die einfachste einer ganzen Klasse von Theorien. Insbesondere auch die Verwendung von nichtabelschen Eichgruppen wie $SU(2)$ oder $SU(3)$, die zu *Yang-Mills-Eichtheorien* [8,9] führt, hat sich als großer Erfolg erwiesen.

Im allgemeinen Fall einer beliebigen Eichgruppe mit den Generatoren T^a schreibt man die Eichtransformation (mit Eichparametern Λ^a) als

$$\Psi(x) \rightarrow e^{i\Lambda^a(x)T^a} \Psi(x) \quad (1.22)$$

(mit Summenkonvention: über doppelt vorkommende Indizes wird in dieser Arbeit immer summiert, falls nicht anders angegeben).

Jedem Generator wird ein Eichpotential G_μ^a zugeordnet, und die kovariante Ableitung wird damit definiert als

$$D_\mu = \partial_\mu - igT^a G_\mu^a \quad (1.23)$$

mit der Kopplungskonstante g . Ein wichtiger Unterschied zwischen abelschen und nichtabelschen Eichtheorien zeigt sich im Feldstärketensor der Eichfelder, der definiert ist als Kommutator der kovarianten Ableitungsoperatoren:

$$[D_\mu, D_\nu] = -igT^a G_{\mu\nu}^a \quad (1.24)$$

Im Falle einer nichtabelschen Eichtheorie enthält der Feldstärketensor einen weiteren Term, der proportional ist zum Kommutator der Generatoren:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a + gc^{abc} G_\mu^b G_\nu^c \quad (1.25)$$

wobei die c^{abc} die Strukturkonstanten der Gruppe sind, die deren Algebra widerspiegeln:

$$[T^a, T^b] = ic^{abc} T^c \quad (1.26)$$

Die Strukturkonstanten einer abelschen Gruppe verschwinden. In einer nichtabelschen Eichtheorie stellt der zusätzliche Term aus physikalischer Sicht eine Selbstwechselwirkung der Eichfelder dar, d.h. nicht nur die Ladungsträger (oder ihr Analogon in der jeweiligen Theorie) sind Quellen der Eichwechselwirkung, sondern auch die Eichbosonen selbst. Außerdem legt das Vorkommen der Kopplungskonstante g und aller Generatoren in der Feldstärke jedes Eichfeldes diese Kopplung fest. Während die Kopplung einer abelschen Gruppe, z.B. die elektrische Ladung, im Prinzip von Feld zu Feld verschieden sein kann, ist die Kopplung einer nichtabelschen Gruppe *universell*.

1.2 Die elektroschwache Wechselwirkung als Eichwechselwirkung

Die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung werden im Standardmodell durch das Glashow-Salam-Weinberg-Modell (GSW-Modell, [10]) vereinigt zur elektroschwachen Wechselwirkung. Das GSW-Modell ist eine nichtabelsche Eichtheorie mit der Eichgruppe $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Den drei Generatoren T^a der $SU(2)_L$ werden die drei Eichfelder W_μ^a zugeordnet, dem Generator Y der $U(1)_Y$ das Eichfeld B_μ . Die Eichfelder werden zunächst als masselose Vektorfelder eingeführt, die sich unter der adjungierten Darstellung der Eichgruppe transformieren. Auch die an der Wechselwirkung teilnehmenden Fermionen müssen zunächst masselos sein, um eine eichinvariante Lagrangedichte zu konstruieren. Ein masseloses freies Fermionfeld besitzt die Lagrangedichte

$$\mathcal{L}_{frei} = i\bar{\psi}\not{\partial}\psi \quad (1.27)$$

Mit Hilfe der Projektionsoperatoren (siehe Appendix 1)

$$P_{R/L} = \frac{1 \pm \gamma_5}{2} \quad (1.28)$$

lässt sich das Fermionfeld in seine links- und rechtshändigen Anteile zerlegen:

$$\mathcal{L}_{frei} = i\bar{\psi}_L\not{\partial}\psi_L + i\bar{\psi}_R\not{\partial}\psi_R \quad (1.29)$$

Die schwache Wechselwirkung ist paritätsverletzend, und dem entspricht in der Theorie ein unterschiedliches Transformationsverhalten der links- und rechtshändigen Anteile der teilnehmenden Felder. Die linkshändigen Anteile der Leptonen und ihrer zugehörigen Neutrinos bilden Dupletts unter der $SU(2)_L$:

$$E_L^i = \begin{pmatrix} \nu^i \\ e^i \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} \nu^e \\ e \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu^\mu \\ \mu \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} \nu^\tau \\ \tau \end{pmatrix}_L \quad (1.30)$$

und ebenso die linkshändigen Quarks:

$$Q_L^i = \begin{pmatrix} u^i \\ d^i \end{pmatrix}_L = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}_L \quad (1.31)$$

Die rechtshändigen Anteile dagegen sind Singletts:

$$E_R^i = (e_R, \mu_R, \tau_R) \quad (1.32)$$

und

$$U_R^i = (u_R, c_R, t_R) \quad D_R^i = (d_R, s_R, b_R) \quad (1.33)$$

Hier werden die Neutrinos in ihrer "alten" Form behandelt: als masselose und rein linkshändige Felder.

Die zur Eichgruppe gehörigen Quantenzahlen sind der Betrag und die dritte Komponente des schwachen Isospins, T^3 (für die $SU(2)_L$), und die Hyperladung Y (für die $U(1)_Y$). Die Gell-Mann-Nishijima-Relation stellt eine Verbindung dieser QZ mit der elektrischen Ladung her:

$$Q = T^3 + \frac{Y}{2} \quad (1.34)$$

Rechtshändige Felder haben $T^3 = 0$. Damit besitzen die rechtshändigen Leptonen $Y(e_R, \mu_R, \tau_R) = -2$, die rechtshändigen up-artigen Quarks $Y = \frac{4}{3}$ und die rechtshändigen down-artigen Quarks $Y = -\frac{2}{3}$. Die linkshändigen Leptonen besitzen $Y(\nu, e) = -1$ und die Quarks $Y(u_L, d_L) = \frac{1}{3}$.

Man sieht hier, warum die Eichinvarianz auch Massenterme der Fermionen verbietet: der Massenterm eines Dirac-Spinors hätte die Form

$$\mathcal{L}_{M,Dirac} = -M_D \bar{\psi}_D \psi_D = -M_D (\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L) \quad (1.35)$$

Da die links- und rechtshändigen Felder sich aber unterschiedlich transformieren, kann dieser Ausdruck nicht eichinvariant sein.

Lokale Eichinvarianz wird durch die Einführung der Eichfelder und der kovarianten Ableitung erreicht, wobei jede der beiden Untergruppen der Eichgruppe eine eigene Kopplungskonstante hat:

$$D_\mu = \partial_\mu - igT^a W_\mu^a + ig' \frac{Y}{2} B_\mu \quad (1.36)$$

Die Lagrangedichte des elektroschwachen Standardmodells mit ungebrochener Eichsymmetrie nimmt damit diese Form an:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{EW} = & \bar{L}_i \gamma^\mu D_\mu L_i + \bar{R}_i \gamma^\mu D_\mu R_i \\ & - \frac{1}{4} (\partial_\mu W_\nu^a - \partial_\nu W_\mu^a + g\epsilon_{abc} W_\mu^b W_\nu^c)^2 - \frac{1}{4} (\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)^2 \end{aligned} \quad (1.37)$$

wobei L für alle linkshändigen Felder steht und R für alle rechtshändigen. Neben den kinetischen Termen der Fermion- und Eichfelder sind die Wechselwirkung der Fermionen mit den Eichfeldern enthalten (über die kov. Ableitungen) sowie eine Selbstwechselwirkung der Eichbosonen der nichtabelschen Gruppe $SU(2)_L$.

1.3 Der Higgs-Mechanismus

Die Lagrangedichte (1.37) kann natürlich keine realistische Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung sein. Eine solche muss auch die Brechung der Symmetrie und die Entstehung der Massen der Fermionen und mancher Eichbosonen erklären. Im Standardmodell übernimmt diese Rolle das *Higgsfeld* [11]. Dies ist ein komplexes Skalarfeld mit den Quantenzahlen $T^3 = \pm\frac{1}{2}$ und $Y = 1$, also ein $SU(2)$ -Duplett:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (1.38)$$

Zur Lagrangedichte steuert es den Beitrag

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi) \quad (1.39)$$

bei, wobei das *Higspotential* $V(\Phi)$ aus Gründen der Renormierbarkeit und Eichinvarianz nur von der Form

$$V(\Phi) = -\mu^2 (\Phi^\dagger \Phi) + \frac{\lambda}{4} (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (1.40)$$

sein kann, mit μ und λ reell. Das Potential besitzt damit ein Minimum bei

$$\Phi^\dagger \Phi = \frac{2\mu^2}{\lambda} =: \frac{v^2}{2} \quad (1.41)$$

Da das Potentialminimum den Vakuumzustand der Theorie definiert, ist der Vakuumzustand des Higgsfeldes entartet und sein Vakuumerwartungswert (VEV) verschwindet nicht:

$$\Phi_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} e^{i\alpha} \quad (1.42)$$

wobei α eine beliebige Phase ist. Das physikalische System befindet sich aber in *einem* bestimmten Zustand, den man aufgrund der Eichinvarianz wählen kann als

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{\sqrt{2}} \end{pmatrix} \quad (1.43)$$

Durch das Wählen dieses konkreten Zustands als Vakuumzustand bricht man die Eichinvarianz der Lagrangedichte. Obwohl die anderen möglichen Vakuumzustände energetisch gleichwertig sind, muss das System sich für einen Zustand "entscheiden" - die ursprüngliche Symmetrie wird *spontan gebrochen*. Die Anregungszustände dieses Felds sind die Higgs-Bosonen, die man durch eine Entwicklung findet:

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x) + i\rho(x)) \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

In der unitären Eichung, die man aus praktischen Gründen meist verwendet, verschwinden ϕ^+ und ρ und das Higgsfeld wird beschrieben durch

$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x)) \end{pmatrix} \quad (1.45)$$

Eingesetzt in (1.39) erhält man einen Massenterm für das Higgsfeld, der einer Masse

$$M_H = \sqrt{2}\mu = \sqrt{\frac{\lambda}{2}}v \quad (1.46)$$

entspricht. Der kinetische Term des Higgsfeldes liefert nun auch Massen für die elektroschwachen Eichbosonen:

$$(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) = \frac{1}{2}(\partial_\mu)^2 + \frac{g^2 v^2}{4}[(W_\mu^1)^2 + (W_\mu^2)^2] + \frac{v^2}{4}(gW_\mu^3 - g'B_\mu)^2 + \dots \quad (1.47)$$

(einige Wechselwirkungsterme sind weggelassen). Die Masseneigenzustände ergeben sich also zu

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{2}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2) \quad (1.48)$$

und

$$\begin{pmatrix} Z_\mu \\ A_\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta_W & -\sin \Theta_W \\ \sin \Theta_W & \cos \Theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} W_\mu^3 \\ B_\mu \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

mit dem *Weinbergwinkel* Θ_W mit

$$\cos \Theta_W = \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \sin \Theta_W = \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad (1.50)$$

Die Eichbosonen bekommen die Massen

$$M_W = \frac{vg}{2} \quad M_Z = \frac{v}{2}\sqrt{g^2 + g'^2} \quad M_A = 0 \quad (1.51)$$

Man identifiziert deshalb A_μ mit dem Photonfeld, das ja weiterhin das Eichfeld einer ungebrochenen $U(1)_{em}$ -Symmetrie sein muss. Zwischen der Kopplungskonstanten e der elektromagnetischen Wechselwirkung und g und g' besteht dann folgende Beziehung:

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad g = \frac{e}{\sin \Theta_W} \quad g' = \frac{e}{\cos \Theta_W} \quad (1.52)$$

Die Massen der Fermionen entstehen durch Yukawa-Kopplungen des Higgsfeldes an die links- und rechtshändigen Anteile der jeweiligen Felder:

$$\mathcal{L}_m = -\lambda_d^{ij} \bar{Q}_L^i \Phi d_R^j - \lambda_u^{ij} \bar{Q}_L^i \Phi u_R^j - \lambda_l^{ij} \bar{E}_L^i \Phi e_R^j + h.c. \quad (1.53)$$

Ausdrücke der Form $\bar{L}\Phi$ sind $SU(2)$ -Singletts, und die Indizes i, j nummerieren die Generationen. Die komplexen Kopplungsmatrizen λ sind durch keine weiteren Eich-Eigenschaften eingeschränkt. Falls sie nicht diagonal sind, kommt es zu einer Mischung der verschiedenen Flavours, ausserdem kann hier ein Mechanismus zur CP -Verletzung liegen [6]. Allgemein können solche Matrizen durch eine biunitäre Transformation diagonalisiert werden:

$$\lambda_u = U_u D_u W_u^\dagger \quad \lambda_d = U_d D_d W_d^\dagger \quad \lambda_l = U_l D_l W_l^\dagger \quad (1.54)$$

mit jeweils unitären Matrizen $U_u, W_u, U_d, W_d, U_l, W_l$ und den Diagonalmatrizen D_u, D_d, D_l , die reelle Eigenwerte besitzen. Die Quarkmassen sind dann gegeben durch [11] die Diagonalelemente der Matrizen D :

$$m_u^i = \frac{1}{\sqrt{2}} D_u^{ii} v \quad m_d^i = \frac{1}{\sqrt{2}} D_d^{ii} v \quad (1.55)$$

und analog die Leptonmassen

$$m_e^i = \frac{1}{\sqrt{2}} D_l^{ii} v \quad (1.56)$$

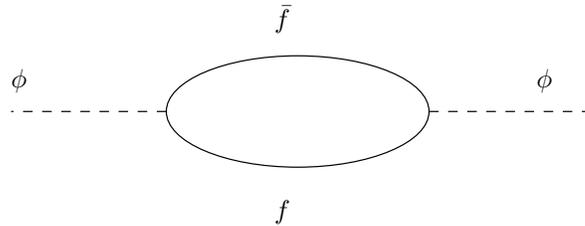
Man kann zeigen dass aufgrund der (hier) nicht vorhandenen rechtshändigen Neutrinos die schwachen Wechselwirkungen der Leptonen nicht CP -verletzend sein können. Mögliche CP -verletzende Effekte im elektroschwachen Standardmodell beschränken sich also auf den Quarksektor, solange man nur von SM-Neutrinos ausgeht.

1.4 Supersymmetrie

1.4.1 Warum Supersymmetrie?

Das Standardmodell (SM) hat bis heute so gut wie alle bekannten Phänomene der Teilchenphysik erfolgreich erklären können. Es gibt jedoch einige Fragen, die sich hartnäckig einer zufriedenstellenden Lösung im Rahmen des SM entziehen und die als Hinweis darauf gesehen werden, dass das SM nur eine Näherungslösung für "niedrige" Energien darstellt. Dass das SM noch keine vollständige Beschreibung der Natur liefern kann, erkennt man schon an der Tatsache, dass es bis heute nicht gelungen ist, die Gravitation in einer zu den im SM zusammengefassten Wechselwirkungen analogen Weise als eine Quantenfeldtheorie zu formulieren. Das spielt zwar aufgrund der extrem schwachen Kopplung der Gravitation keinerlei Rolle für die experimentelle Teilchenphysik, ist aber theoretisch unbefriedigend, v.a auch deswegen, weil es keine schlüssige Erklärung für die extrem unterschiedliche Stärke der Wechselwirkungen gibt. Während die elektroschwache Symmetriebrechung schon bei $m_W \sim 100 \text{ GeV}$ stattfindet, wird die Gravitation erst bei $M_{Planck} \sim 10^{19} \text{ GeV}$ vergleichbar stark wie die anderen Wechselwirkungen. Auch die Vereinheitlichung der starken Kernkraft und der elektroschwachen Kraft zu einer *Grand Unified Theory* (GUT) ist im Rahmen des SM bis jetzt nicht zufriedenstellend zu erreichen gewesen. Die Supersymmetrie ermöglicht diese Vereinigung bei einer Energieskala von $M_{GUT} = 10^{15} - 10^{16} \text{ GeV}$. Einige weitere Vorteile der Supersymmetrie sind:

- Die Lösung des *Finetuning-* oder *Natürlichkeitsproblems*: Die Massen der Eichbosonen sind im SM durch die Eichsymmetrie vor großen Loop-Korrekturen geschützt, die der Fermionen durch die chirale Symmetrie. Ein elementares Skalarfeld besitzt aber keinen derartigen Schutzmechanismus. Die Masse des Higgsbosons erhält deshalb z.B. Korrekturen durch Fermionloops [12]:



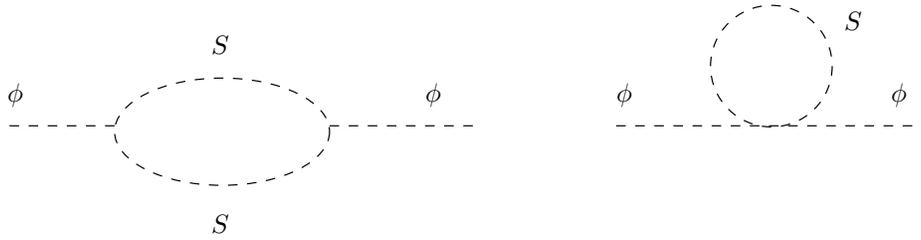
Bereits auf Ein-Loop-Level sind diese quadratisch divergent:

$$\delta m_H^2 = N(f) \frac{|\lambda_f|^2}{16\pi^2} [-2\Lambda_{UV}^2 + 6m_f^2 \ln(\Lambda_{UV}/m_f) + \dots] \quad (1.57)$$

Hier sind λ_f und m_f die Yukawa-Kopplung bzw. die Masse des Fermions und $N(f)$ dessen Color-Multiplizität. Λ_{UV} ist der Cutoff des Loopintegrals, der zu dessen Regularisierung eingeführt werden muss. Er kann interpretiert werden als die Energieskala, bei der neue Effekte das Hochenergieverhalten der Theorie bestimmen. Die Größe der Higgsmasse hängt also sehr sensibel von einer im SM nicht fixierten Skala Λ_{UV} ab, im Zweifel also der GUT-Skala oder gar M_{Planck} . Um aber seine ursprüngliche "Aufgabe", die Brechung der elektroschwachen Symmetrie, erfüllen zu können, sollte das Higgsboson nicht viel schwerer als 1 TeV sein. Messungen deuten sogar auf ein wesentlich leichteres Higgssteilchen hin, etwa im Bereich von 115 GeV (LEP II [13]).

Um dies im SM erreichen zu können benötigte man eine präzise Feinabstimmung der Parameter in jeder einzelnen Ordnung der Störungstheorie, die jedoch völlig "unnatürlich" wäre. Die Supersymmetrie löst das Problem durch

die Einführung von skalaren Partnerteilchen zu jedem Fermion und fermionischen Partnern zu jedem skalaren Feld des SM. Der skalare Partner des obigen Fermions f steuert folgende Korrekturen zur Higgsmasse bei:



Das rechte Diagramm ergibt eine Massenkorrektur von

$$\delta m_H^2 = N(S) \frac{\lambda_S^2}{16\pi^2} [\Lambda_{UV}^2 - 2m_S^2 \ln(\Lambda_{UV}/m_f) + \dots] \quad (1.58)$$

Die Divergenz des Fermionloops wird also genau aufgehoben, wenn $m_f = m_S$ gilt, und

$$N(S) = 2N(f) \quad (1.59)$$

d.h. wenn der Superpartner die gleiche Anzahl an Freiheitsgraden besitzt.

Die SUSY kann nicht exakt gelten, sonst hätte man schon Superpartner der bekannten Teilchen finden müssen, aber die aus ihrer Brechung noch resultierenden Korrekturen der Higgsmasse wären immerhin kleiner als $\delta m_H^2 \sim \delta m^2$, wobei δm^2 die Massenaufspaltung zwischen den Teilchen und ihren Superpartnern ist [15].

- Wenn man von der Erhaltung der R-Parität ausgeht (s. Abschnitt 1.4.3), dann ist das leichteste supersymmetrische Teilchen (LSP) stabil. Dieses ist in vielen Szenarien ein elektrisch und farb-neutrales Teilchen, das also nur an der schwachen Wechselwirkung teilnimmt. Damit wird es zu einem der besten Kandidaten für nichtbaryonische *Dunkle Materie*, deren Existenz vom SM nicht erklärt werden konnte, aber von der Astronomie (z.B. Stabilität der Galaxien) gefordert wird.
- Die Supersymmetrie ist eine Raumzeitsymmetrie. Für ihre Generatoren gilt (für $N = 1$) [12]:

$$\{Q_\alpha, Q_\beta^\dagger\} = 2\sigma_{\alpha\beta}^\mu P_\mu \quad (1.60)$$

d.h. ihre Algebra beinhaltet die Raumzeittranslationen. Behandelt man die SUSY als eine lokale Symmetrie (wie die Eichsymmetrien), dann gelangt man zu *Supergravity*-Modellen (SUGRA) [16]. Obwohl auch hier nicht alle Schwierigkeiten mit der Gravitation bewältigt werden, erscheint der Zusammenhang der SUSY mit den Raumzeittranslationen weiterhin vielversprechend. Eine ähnliche Rolle spielt die SUSY im Rahmen von *Superstring*-Modellen, die als hoffnungsvollste Kandidaten einer alle grundlegenden Wechselwirkungen umfassenden Theorie gelten.

1.4.2 Das Teilchenspektrum des MSSM

Anfangs hatte man gehofft, einige der schon bekannten Teilchen als Superpartner anderer bekannter Teilchen identifizieren zu können. Diese Versuche führten jedoch stets zu Verletzungen von Erhaltungssätzen, z.B. der Leptonzahl. Heute

geht man davon aus, dass eine supersymmetrische Erweiterung des Standardmodells mindestens einen noch unbekanntem Superpartner zu jedem bekannten Teilchen enthalten muss. Das MSSM ist in diesem Sinne die minimale Erweiterung des Standardmodells, da es die Anzahl neuer Felder und Wechselwirkungen so klein wie möglich hält. Das MSSM besitzt die gleiche Eichgruppe wie das Standardmodell: $SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y$. Sämtliche Felder des SM werden durch ihre *Superfelder* ersetzt, die neben den SM-Feldern auch ihre Partnerfelder enthalten, mit gleichen Massen und Eichquantenzahlen [12]. Die Fermionen des SM sind Bestandteile von *chiralen Supermultipletts*, die auch ihre komplexen Spin-0-Partner enthalten. Dabei entsprechen den vier Dirac-Spinor-Freiheitsgraden 2×2 skalare Freiheitsgrade in Form zweier komplexer Skalarfelder, die aus praktischen Gründen jeweils als Partner zu den links- bzw. rechtshändigen Anteilen des Spinors definiert sind. Dem Elektronfeld e entsprechen also \tilde{e}_L und \tilde{e}_R (die Indizes identifizieren nur die Felder, sie selbst haben natürlich als Skalarfelder keine Chiralität).

Die Eichbosonen des SM werden Komponenten von *Vektor-Supermultipletts* in denen auch ihre Spin-1/2-Partner stehen. Im elektroschwachen Sektor hat man dabei die Wahl, ob man zur Beschreibung die Winos \tilde{W}_μ^a , $a = 1, 2, 3$ und das Bino \tilde{B}_μ benutzt, oder die Partner der nach der Symmetriebrechung physikalischen Felder W^\pm, Z, γ vorzieht.

Das MSSM führt außerdem ein weiteres zusätzliches Feld ein: ein zweites Higgs-Duplett mit der Hyperladung $Y = -1$. Ohne dieses würde das MSSM Eichanomalien besitzen. Man kann außerdem zeigen, dass ein Higgs-Duplett nicht ausreicht, um Massenterme für up- und down-artige Quarks zu erzeugen.

Zusammengefasst enthält das MSSM die folgenden Teilchen:

Standardmodell-Teilchen	SUSY-Partnerteilchen	
	Wechselwirkungseigenz.	Masseneigenzustand
Leptonen: $l = e, \mu, \tau$ Neutrinos: $\nu = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ Quarks: $q = u, d, s, c, b, t$	Sleptonen: \tilde{l}_L, \tilde{l}_R Sneutrinos: $\tilde{\nu}$ Squarks: \tilde{q}_L, \tilde{q}_R	Sleptonen: \tilde{l}_1, \tilde{l}_2 Sneutrinos: $\tilde{\nu}$ Squarks: \tilde{q}_1, \tilde{q}_2
W-Bosonen: W^\pm Geladene Higgsbosonen: H_1^-, H_2^+	Winos: \tilde{W}^\pm Geladene Higgsinos: $\tilde{H}_1^-, \tilde{H}_2^+$	Charginos: $\tilde{\chi}_j^\pm$, $j = 1, 2$
Photon: γ Z-Boson: Z Neutrale Higgsbosonen: H_1^0, H_2^0	Photino: $\tilde{\gamma}$ Zino: \tilde{Z} Neutrale Higgsinos: $\tilde{H}_1^0, \tilde{H}_2^0$	Neutralinos: $\tilde{\chi}_j^0$ $j = 1, 2, 3, 4$
Gluon: g	Gluino: \tilde{g}	Gluino: \tilde{g}

1.4.3 R-Parität

Ohne weitere Einschränkungen könnten supersymmetrische Theorien unbeschadet ihrer Eichinvarianz und Renormierbarkeit auch Terme enthalten, die die Erhaltung der Baryonzahl oder Leptonzahl verletzen [12, 17]. Solche Prozesse wurden bisher aber nicht beobachtet. Ein Verletzungsmechanismus der Baryonzahl würde außerdem eine endliche Lebensdauer für das Proton bedeuten, aber alle Versuche, Protonzerfälle einwandfrei nachzuweisen, sind bislang gescheitert. Die Untergrenze seiner Lebensdauer liegt mittlerweile bei etwa $10^{32}a$ [18]. B - und L -verletzende Terme werden aber ausgeschlossen, wenn man eine weitere Symmetrie einführt, die *R-Parität*, die gegeben ist durch

$$R_P = (-1)^{3(B-L)+2s} \quad (1.61)$$

mit s =Spin des Teilchens. Man fordert, dass die Lagrangedichte nur R_P -gerade Terme enthalten darf. Da jedes SM-Teilchen und die Higgsbosonen $R_P = 1$ besitzt, während alle Superpartner $R_P = -1$ besitzen, folgt daraus, dass supersymmetrische Teilchen nur in Paaren produziert werden können. Allgemeiner gesagt kann sich die Anzahl von supersymmetrischen Teilchen in jedem Prozess nur um eine gerade Anzahl ändern. Eine wichtige Folge dieser Annahme ist, dass es ein stabiles leichtestes SUSY-Teilchen (LSP) gibt. Alle anderen SUSY-Teilchen zerfallen schließlich in einen Endzustand mit einer ungeraden Anzahl an LSPs. In vielen Modellen ist das LSP das leichteste Neutralino, d.h. es ist sowohl elektrisch als auch farbneutral, wechselwirkt also nur schwach. Von einem solchen LSP wird auch in dieser Arbeit ausgegangen.

1.4.4 Supersymmetriebrechung

Da bislang keine SUSY-Partner für die Teilchen des Standardmodells gefunden wurden, muss man davon ausgehen, dass die Spersymmetrie bei einer Energieskala oberhalb der bislang erforschten gebrochen ist. Mehrere Mechanismen der SUSY-Brechung wurden bereits vorgeschlagen [12]. Da es hier aber um Phänomenologie gehen soll, genügt es, die zusätzlichen SUSY-Brechungsterme in die Lagrangedichte des MSSM einzufügen. Es werden nur *soft supersymmetry breaking terms* (SSB-Terme) zugelassen, die die SUSY insofern nur "schwach" brechen, als sie keine neuen quadratischen Divergenzen in die Theorie einführen. Deren Verschwinden war ja gerade eine der Hauptmotivationen der Supersymmetrie. Diese Terme haben im MSSM die folgende Form [12], wobei Squark- und Gluino-Beiträge weggelassen wurden (da sie in dieser Arbeit keine Rolle spielen):

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{SSB} = & -\frac{1}{2}(M_2\tilde{W}\tilde{W} + M_1\tilde{B}\tilde{B} + h.c.) \\
& -\tilde{l}_L^\dagger m_L^2 \tilde{l}_L - \tilde{l}_R m_R^2 \tilde{l}_R^\dagger \\
& -\tilde{l}_R A \tilde{l}_L H_1 + h.c. \\
& -m_{H_1}^2 H_1^\dagger H_1 - m_{H_2}^2 H_2^\dagger H_2 - (bH_1 H_2 + h.c.) \quad (1.62)
\end{aligned}$$

M_1 und M_2 sind Massenparameter für die Binos bzw. Winos, d.h. für die Partner der Eichbosonen der ungebrochenen $U(1)_Y$ bzw. $SU(2)_L$ -Symmetrie (die sog. *Gaugino-Massenparameter*). In der zweiten Zeile stehen die SSB-Beiträge zu den Sleptonmassen. \tilde{l}_L ist dabei ein 3er-Vektor mit den Einträgen $\tilde{e}_L, \tilde{\mu}_L, \tilde{\tau}_L$, und m_L^2 und m_R^2 sind hermitesche 3×3 -Massenmatrizen. In der dritten Zeile stehen die trilinearen Kopplungen zwischen den L- und R-Sleptonen und dem Higgsfeld, und in der letzten Zeile Beiträge zu den Higgs-Massen und Higgs-Mischungsterm mit dem Mischungsparameter b .

Durch die SSB-Terme kommt es zu einer Massenaufspaltung zwischen den Mitgliedern eines Supermultipletts. Außerdem bewirkt die Brechung der SUSY analog zur elektroschwachen Symmetriebrechung eine Mischung der Wechselwirkungseigenzustände zu den Masseneigenzuständen. Winos und geladene Higgsinos mischen zu Charginos, und neutrale Higgsinos, Zino und Photino zu den Neutralinos.

1.4.5 Massen der Sfermionen

Im Sfermion-Sektor kommt es zu einer Mischung der links- und rechtshändigen Sfermionen, die aber proportional zur Masse des jeweiligen Fermions ist. Da in dieser Arbeit nur Leptonen der 1. und 2. Generation vorkommen, vernachlässigt man diese Mischung hier [20].

Unter der Annahme, dass eine *Grand Unified Theory* bei einer hohen Energieskala

vorliegt, bei der alle skalaren Teilchen die gleiche Masse m_0 besitzen, erhält man die Massen der Sfermionen aus der *Polchinski-Gleichung* [21]:

$$m_{\tilde{f}_{L/R}}^2 = m_f^2 + m_0^2 + C(\tilde{f})M^2 \pm m_Z^2 \cos 2\beta(T_{3f} - e_f \sin^2 \Theta_W) \quad (1.63)$$

mit der Fermionmasse m_f , dessen elektrischer Ladung e_f und seiner Isospin-Quantenzahl T_{3f} . $C(\tilde{f})$ ist ein dimensionsloser Parameter, dessen Wert vom betrachteten Sfermion abhängt. Für L-Sleptonen ist $C(\tilde{L}) \approx 0.79$ und für R-Sleptonen $C(\tilde{R}) \approx 0.23$ [22].

Die Seletron- und Smuon-Massen sind hier also als näherungsweise gleich angenommen worden, man erhält sie aus

$$m_{\tilde{l}_L}^2 = m_0^2 + 0.79M^2 + m_Z^2 \cos 2\beta\left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \Theta_W\right) \quad (1.64)$$

$$m_{\tilde{l}_R}^2 = m_0^2 + 0.23M^2 + m_Z^2 \cos 2\beta \sin^2 \Theta_W \quad (1.65)$$

1.4.6 Neutralmischung

Die Wechselwirkungseigenzustände der neutralen Higgsino- und Eichfermionfelder mischen wie schon erwähnt bei der Bildung der Masseneigenzustände, wobei die auftretenden Mischungsmatrizen durch folgende Größen parametrisiert werden [23]:

- $U(1)_Y$ -Gaugino-Massenparameter M_1
- $SU(2)_L$ -Gaugino-Massenparameter M_2
- Higgsino-Massenparameter μ
- Verhältnis der beiden Higgs-Vakuumerwartungswerte

$$\tan \beta = \frac{v_2}{v_1} = \frac{\langle H_2^0 \rangle}{\langle H_1^0 \rangle} \quad (1.66)$$

Im Falle von CP -Erhaltung sind M_1, M_2 und μ reell, und man wählt meist $M_{1/2} > 0$. Falls CP -Verletzung angenommen werden soll, können diese Parameter komplexe Phasen erhalten.

Der Massenterm der neutralen Higgsinos und Eichfermionen hat die Form

$$\mathcal{L}_{mass}^0 = -\frac{1}{2}\psi_i^0 Y_{ij} \psi_j^0 + h.c. \quad j = 1, \dots, 4 \quad (1.67)$$

Die Mischungsmatrix hängt noch von der gewählten Basis ab, hier verwenden wir die *Photino-Zino-Basis*

$$\psi_j^0 = (-i\lambda_\gamma, -i\lambda_Z, \psi_{\tilde{H}}^a, \psi_{\tilde{H}}^b) \quad (1.68)$$

mit den Weyl-Spinoren λ_γ des Photinos und λ_Z des Zinos. Die Higgsino-Spinoren sind hier gegeben durch Linearkombinationen von $\psi_{\tilde{H}_1^0}$ und $\psi_{\tilde{H}_2^0}$:

$$\psi_{\tilde{H}}^a = \psi_{\tilde{H}_1^0} \cos \beta - \psi_{\tilde{H}_2^0} \sin \beta \quad (1.69)$$

$$\psi_{\tilde{H}}^b = \psi_{\tilde{H}_1^0} \sin \beta + \psi_{\tilde{H}_2^0} \cos \beta \quad (1.70)$$

Die Massenmischungsmatrix lautet in dieser Basis [23]:

$$Y = \begin{pmatrix} M_2 s_W^2 + M_1 c_W^2 & (M_2 - M_1) s_W c_W & 0 & 0 \\ (M_2 - M_1) s_W c_W & M_2 c_W^2 s_W^2 & m_Z & 0 \\ 0 & m_Z & \mu s_{2\beta} & -\mu c_{2\beta} \\ 0 & 0 & -\mu c_{2\beta} & -\mu s_{2\beta} \end{pmatrix} \quad (1.71)$$

mit den Abkürzungen $s_W = \sin \Theta_W$, $c_W = \cos \Theta_W$, $s_{2\beta} = \sin 2\beta$ und $c_{2\beta} = \cos 2\beta$. In der ebenfalls üblichen *Bino-Wino-Basis* ist

$$\psi_j^0 = (\tilde{B}, \tilde{W}, \tilde{H}_1^0, \tilde{H}_2^0) \quad (1.72)$$

und

$$\hat{Y} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & -m_Z c_\beta s_W & m_Z s_\beta s_W \\ 0 & M_2 & m_Z c_\beta c_W & -m_Z s_\beta c_W \\ -m_Z c_\beta s_W & m_Z c_\beta c_W & 0 & -\mu \\ m_Z s_\beta s_W & -m_Z s_\beta c_W & -\mu & 0 \end{pmatrix} \quad (1.73)$$

Geht man von der Existenz einer GUT aus, dann erhält man eine Beziehung zwischen den beiden Gaugino-Massenparametern:

$$\frac{|M_1|}{|M_2|} = \frac{5}{3} \tan^2 \Theta_W \quad (1.74)$$

Damit kann man einen dieser beiden Parameter eliminieren.

Zur Diagonalisierung der Matrix Y genügt, da sie symmetrisch ist, eine unitäre Matrix N :

$$N^* Y N^{-1} = M_D^0 \quad (1.75)$$

Eine analytische Diagonalisierung ist zwar prinzipiell möglich, liefert aber ein sehr kompliziertes Resultat [26], das bei der Untersuchung der Abhängigkeit der Masseneigenwerte von den Parametern nicht hilfreich ist. Deshalb werden die Masseneigenwerte im Rahmen dieser Arbeit numerisch mit Hilfe der Singulärwertzerlegung [25] näherungsweise ermittelt. Diese hat den Vorteil, dass alle Eigenwerte positiv werden, das Vorzeichen, das man bei einer Diagonalisierung mit reeller Matrix N erhält, wird hier in Form einer komplexen Phase in die Matrix N und damit in die Neutralinokopplungen geschoben.

Die Masseneigenzustände sind also Linearkombinationen der Form

$$\chi_i^0 = N_{ij} \psi_j^0 \quad i, j = 1, \dots, 4 \quad (1.76)$$

Sie tauchen in den weiteren Rechnungen als Majorana-Spinoren auf:

$$\tilde{\chi}_i^0 = \begin{pmatrix} \chi_i^0 \\ \tilde{\chi}_i^0 \end{pmatrix} \quad i = 1, \dots, 4 \quad (1.77)$$

Die Matrix N liefert daneben auch die Kopplungen der Neutralinos an die Higgsbosonen (s.u.).

Im weiteren wird davon ausgegangen, dass das leichteste Neutralino $\tilde{\chi}_1^0$ das LSP ist und dass R-Paritätserhaltung gilt, d.h. dass das LSP stabil ist.

1.4.7 Charginomischung

Die Brechung der SUSY und der elektroschwachen Symmetrie mischt auch die Wechselwirkungseigenzustände der Winos und der geladenen Higgsinos zu den Masseneigenzuständen der *Charginos*. Nach Einführung der beiden Higgs-Dubletts mit den Vakuumerwartungswerten v_1 und v_2 und der “soft-susy-breaking” Terme (1.62) in die MSSM-Lagrangedichte erhält man für die Charginos den Massenterm [20]:

$$\mathcal{L}_M^\pm = \frac{ig}{\sqrt{2}} [v_1 \lambda^+ \psi_{H_1^-} + v_2 \lambda^- \psi_{H_2^+}] + M_2 \lambda^+ \lambda^- - \mu \psi_{H_1^-} \psi_{H_2^+} + h.c. \quad (1.78)$$

Hier sind λ^\pm die Weyl-Spinoren der Winos und $\psi_{H_1^-}, \psi_{H_2^+}$ die der geladenen Higgsinos. Wählt man die Basis

$$\psi_j^+ = (-i\lambda^+, \psi_{H_2^+}), \quad \psi_j^- = (-i\lambda^-, \psi_{H_1^-}), \quad j = 1, 2 \quad (1.79)$$

dann lässt sich der Massenterm schreiben als

$$\mathcal{L}_M^\pm = -\frac{1}{2}(\psi^+, \psi^-) \begin{pmatrix} 0 & X^T \\ X & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix} + h.c. \quad (1.80)$$

mit der Massenmischungsmatrix X der Charginos:

$$X = \begin{pmatrix} M_2 & m_W \sqrt{2} \sin \beta \\ m_W \sqrt{2} \cos \beta & \mu \end{pmatrix} \quad (1.81)$$

X ist komplex und nicht symmetrisch, zu ihrer Diagonalisierung muss man deshalb eine biunitäre Transformation verwenden:

$$M_{Dij} = U_{im}^* X_{jn} V_{mn}^{-1} \quad (1.82)$$

mit unitären Matrizen U und V . Die Masseneigenzustände sind also

$$\chi_i^+ = V_{ij} \psi_j^+ \quad \chi_i^- = U_{ij} \psi_j^- \quad i, j = 1, 2 \quad (1.83)$$

Für die Masseneigenwerte $M_{D1,2}$ kann man folgende Formel herleiten [14]:

$$M_{D1,2} = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(M_2 - \mu)^2 + 2m_W^2(1 + \sin 2\beta)} \mp \sqrt{(M_2 + \mu)^2 + 2m_W^2(1 - \sin 2\beta)} \right) \quad (1.84)$$

und für die Elemente der Diagonalisierungsmatrizen U und V findet man nach längerer Rechnung [14]:

$$U_{12} = U_{21} = \frac{\theta_1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{M_2^2 - \mu^2 - 2m_w^2 \cos 2\beta}{W}} \quad (1.85)$$

$$U_{22} = -U_{11} = \frac{\theta_2}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{M_2^2 - \mu^2 - 2m_w^2 \cos 2\beta}{W}} \quad (1.86)$$

$$V_{21} = -V_{12} = \frac{\theta_3}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{M_2^2 - \mu^2 + 2m_w^2 \cos 2\beta}{W}} \quad (1.87)$$

$$V_{22} = V_{11} = \frac{\theta_4}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{M_2^2 - \mu^2 + 2m_w^2 \cos 2\beta}{W}} \quad (1.88)$$

mit

$$W = \sqrt{(M_2^2 + \mu^2 + 2m_W^2)^2 - 4(M_2\mu - m_W^2 \sin 2\beta)^2} \quad (1.89)$$

und den Vorzeichenfaktoren θ_i , die man der folgenden Tabelle entnehmen kann:

	$\tan \beta > 1$	$\tan \beta < 1$
θ_1	1	$\text{sign}(M_2 \cos \beta + \mu \sin \beta)$
θ_2	$\text{sign}(M_2 \cos \beta + \mu \sin \beta)$	1
θ_3	$\text{sign}(M_2 \sin \beta + \mu \cos \beta)$	1
θ_4	1	$\text{sign}(M_2 \sin \beta + \mu \cos \beta)$

1.5 Spinformalismus

Da in dieser Arbeit der Einfluss der Spinpolarisation der einlaufenden und produzierten Teilchen eine wichtige Rolle spielt, soll in diesem Abschnitt kurz auf den benutzten Formalismus eingegangen werden.

1.5.1 Spin- $\frac{1}{2}$ -Helizitätszustände

Die Helizitätsspinoren $u(p, \lambda)$ eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens sind eine Basis im Raum der Lösungen der Dirac-Gleichung [27]

$$(\not{p} - m)u(p, \lambda) = 0 \quad (1.90)$$

Die explizite Form der Spinoren hängt ab von der gewählten Darstellung der γ -Matrizen. Hier wird die *Dirac-Darstellung* verwendet:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (1.91)$$

mit den Paulimatrizen $\sigma^i, i = 1, 2, 3$, und

$$\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \quad (1.92)$$

Den Spinor des Antiteilchens erhält man durch Anwenden des Ladungskonjugationsoperators C :

$$v(p, \lambda) = C\bar{u}^T(p, \lambda) = i\gamma^0\gamma^2\bar{u}^T(p, \lambda) \quad (1.93)$$

Der adjungierte Spinor $\bar{u}(p, \lambda)$ ist dabei definiert durch

$$\bar{u}(p, \lambda) = u^\dagger(p, \lambda)\gamma^0 \quad (1.94)$$

und das liefert für den Antiteilchen-Spinor die Dirac-Gleichung

$$(\not{p} + m)v(p, \lambda) = 0 \quad (1.95)$$

Die Lösungen der Dirac-Gleichung sind vierkomponentige Spinoren, die man schreiben kann als

$$u(p) = \sqrt{2m} \begin{pmatrix} \cosh \frac{\zeta}{2} \chi \\ \sinh \frac{\zeta}{2} \vec{\sigma} \cdot \hat{p} \chi \end{pmatrix} \quad (1.96)$$

mit dem Einheitsvektor in Impulsrichtung \hat{p} , Zweierspinoren χ und der *Rapidität* ζ , die die Information über die Relativgeschwindigkeit zwischen dem Beobachter und dem Spinor enthält und deshalb mit dessen Impuls, Masse und Energie zusammenhängt über

$$\cosh \frac{\zeta}{2} = \sqrt{\frac{E + m}{2m}} \quad (1.97)$$

$$\sinh \frac{\zeta}{2} = \sqrt{\frac{E - m}{2m}} \quad (1.98)$$

$$E = \sqrt{\vec{p}^2 + m^2} \quad (1.99)$$

Um Helizitätsspinoren zu erhalten, wählt man als Basis für die Spinoren χ die Eigenzustände des Helizitätsoperators $\frac{1}{2}\vec{\sigma} \cdot \hat{p}$:

$$\frac{1}{2}\vec{\sigma} \cdot \hat{p}\chi_\lambda = \lambda\chi_\lambda \quad (1.100)$$

mit den Eigenwerten $\lambda = \pm\frac{1}{2}$. Mit \hat{p} in Polarkoordinaten

$$\hat{p} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta) \quad (1.101)$$

lauten die expliziten Lösungen für die Weylspinoren:

$$\chi_{\frac{1}{2}}(\hat{p}) = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad \chi_{-\frac{1}{2}}(\hat{p}) = \begin{pmatrix} -e^{-i\phi} \sin \frac{\theta}{2} \\ \cos \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \quad (1.102)$$

und damit ergibt sich schließlich:

$$u(p, \lambda) = \begin{pmatrix} \sqrt{E + m\chi_\lambda(\hat{p})} \\ 2\lambda\sqrt{E - m\chi_\lambda(\hat{p})} \end{pmatrix} \quad (1.103)$$

$$v(p, \lambda) = \begin{pmatrix} \sqrt{E - m\chi_{-\lambda}(\hat{p})} \\ -2\lambda\sqrt{E + m\chi_{-\lambda}(\hat{p})} \end{pmatrix} \quad (1.104)$$

Dabei wurden die Helizitätsspinoren auf $2m$ normiert:

$$\bar{u}(p, \lambda)u(p, \lambda') = 2m\delta_{\lambda\lambda'} \quad (1.105)$$

$$\bar{v}(p, \lambda)v(p, \lambda') = -2m\delta_{\lambda\lambda'} \quad (1.106)$$

Masselose Spinoren erhält man in dieser Normierung problemlos aus dem Grenzwert $m \rightarrow 0$ der Formeln (1.103), (1.104).

1.5.2 Helizitätsprojektionsoperatoren

Um unabhängig von der gewählten Darstellung der Dirac-Matrizen und Spinoren einen bestimmten Helizitätsanteil aus den Dirac-Spinoren herausprojizieren zu können, ist es praktisch, die Projektionsoperatoren für die Helizitätszustände explizit zu berechnen.

Man führt zunächst einen Spin-Vierervektor s^μ ein, der für massive Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen mit Helizität λ und Viererimpuls $p^\mu = (E, \vec{p})$ definiert ist als

$$s^\mu = \frac{2\lambda}{m}(|\vec{p}|, E\hat{p}) \quad (1.107)$$

und damit die Eigenschaften

$$s \cdot p = 0 \quad s \cdot s = -1 \quad (1.108)$$

besitzt. Er ist also ein raumartiger Einheitsvektor, dessen Raumkomponenten in der Helizitätsdarstellung als Quantisierungsachse des Spins angesehen werden können. Helizitätsspinoren sind Eigenzustände des Operators $\gamma^5 \not{s}$ zum Eigenwert 1:

$$\gamma^5 \not{s} u(p, \lambda) = u(p, \lambda) \quad (1.109)$$

$$\gamma^5 \not{s} v(p, \lambda) = v(p, \lambda) \quad (1.110)$$

Durch Addition von $u(p, \lambda)$ bzw. $v(p, \lambda)$ auf beiden Seiten erhält man aus diesen Eigenwertgleichungen

$$\frac{1 + \gamma^5 \not{s}}{2} u(p, \lambda) = u(p, \lambda) \quad (1.111)$$

$$\frac{1 + \gamma^5 \not{s}}{2} v(p, \lambda) = v(p, \lambda) \quad (1.112)$$

Addiert man auf beiden Seiten der Dirac-Gleichung $2mu(p, \lambda)$ bzw. $2mv(p, \lambda)$, so erhält man

$$\frac{\not{p} + m}{2m} u(p, \lambda) = u(p, \lambda) \quad (1.113)$$

$$\frac{-\not{p} + m}{2m} v(p, \lambda) = v(p, \lambda) \quad (1.114)$$

Die Kombination der letzten vier Gleichungen liefert die gesuchten Projektoren:

$$u(p, \lambda)\bar{u}(p, \lambda) = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5 \not{s})(\not{p} + m) \quad (1.115)$$

$$v(p, \lambda)\bar{v}(p, \lambda) = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5 \not{s})(\not{p} - m) \quad (1.116)$$

1.5.3 Die Bouchiat-Michel-Formeln

Bei der Berechnung der Dichtematrizen für Produktion und Zerfall tauchen auch Terme der Form

$$u(p, \lambda)\bar{u}(p, \lambda') \quad (1.117)$$

auf, zu deren Berechnung sind die Helizitätsprojektoren aber nicht geeignet. Hier helfen die *Bouchiat-Michel-Formeln* weiter [28]:

$$u(p, \lambda')\bar{u}(p, \lambda) = \frac{1}{2}(\delta_{\lambda\lambda'} + \gamma_5 \not{s}^a \sigma_{\lambda\lambda'}^a)(\not{p} + m) \quad (1.118)$$

$$v(p, \lambda')\bar{v}(p, \lambda) = \frac{1}{2}(\delta_{\lambda'\lambda} + \gamma_5 \not{s}^a \sigma_{\lambda'\lambda}^a)(\not{p} - m) \quad (1.119)$$

Die Verwendung der Bouchiat-Michel-Formeln hat zudem den Vorteil, dass man die Dichtematrix bereits in einer nach Pauli-Matrizen entwickelten Form erhält.

Zur Beschreibung des Spinzustandes der Teilchen reicht hier nicht mehr ein einzelner Spinvektor s_μ . Man benötigt ein Tripel s_μ^a , $a = 1, 2, 3$ von Vierervektoren, die zusammen mit p/m eine Orthonormalbasis des Minkowskiraums bilden:

$$p \cdot s^a = 0 \quad (1.120)$$

$$s^a \cdot s^b = -\delta^{ab} \quad (1.121)$$

$$s_\mu^a \cdot s_\nu^a = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m^2} \Leftrightarrow s^a \cdot s^a = -1 \quad (1.122)$$

Jeder der Vektoren s^a liefert eine Eigenwertgleichung der Form

$$\gamma^5 \not{s}^a u(p, \lambda') = \sigma_{\lambda\lambda'}^a u(p, \lambda) \quad (1.123)$$

$$\gamma^5 \not{s}^a v(p, \lambda') = \sigma_{\lambda'\lambda}^a v(p, \lambda) \quad (1.124)$$

wobei $\sigma_{\lambda\lambda'}^a$ das Element $\lambda\lambda'$ der Pauli-Matrix σ^a ist. Man sieht hier, dass die Indizes der Spinvektoren so gewählt wurden, dass s^3 den longitudinalen Anteil der Spinpolarisation beschreibt und s^1 und s^2 die transversalen Anteile. s^3 übernimmt die Rolle des Spinvektors s aus dem vorigen Abschnitt.

In dem in dieser Arbeit betrachteten Produktionsprozess von Neutralinos durch muon-Antimuon-Kollision werden aufgrund der viel höheren Neutralinomassen die Massen der muonen vernachlässigt. Man benötigt deshalb die Bouchiat-Michel-Formeln auch für masselose Teilchen, bzw. deren Hochenergielimes. Für ihre Herleitung genügt es nicht, einfach in (1.118) und (1.119) $m = 0$ zu setzen, denn gleichzeitig geht ja $p/m \rightarrow \infty$. Mit Hilfe der Eigenwertgleichungen (1.123) und (1.124) findet man jedoch

$$u(p, \lambda')\bar{u}(p, \lambda) = \frac{1}{2}(1 + 2\lambda\gamma_5)\not{p}\delta_{\lambda\lambda'} + \frac{1}{2}\gamma_5(\not{s}^1\sigma_{\lambda\lambda'}^1 + \not{s}^2\sigma_{\lambda\lambda'}^2)\not{p} \quad (1.125)$$

$$v(p, \lambda')\bar{v}(p, \lambda) = \frac{1}{2}(1 - 2\lambda\gamma_5)\not{p}\delta_{\lambda'\lambda} + \frac{1}{2}\gamma_5(\not{s}^1\sigma_{\lambda'\lambda}^1 + \not{s}^2\sigma_{\lambda'\lambda}^2)\not{p} \quad (1.126)$$

1.5.4 Spin-Dichtematrizen

In dieser Arbeit geht es u.a. um den Einfluss der Polarisation der einlaufenden Strahlen auf den Zustand der produzierten Neutralinos und auf die möglichen Zerfallsprodukte und Spinkorrelationen zwischen diesen.

Die einlaufenden Strahlen können nicht zu 100% polarisiert sein, sondern werden in Wirklichkeit statistische Gemische von muonen in verschiedenen Polarisationszuständen sein. Man beschreibt sie deshalb durch Spin-Dichtematrizen. Auch das Ergebnis der Produktion ist kein reiner Spinzustand der produzierten Teilchen, sondern ein Gemisch und wird durch eine Dichtematrix beschrieben.

Die Spindichtematrix für die Zustände eines Teilchens mit Spin s und z -Komponente m_s ist

$$\rho = \sum_{m_s, m'_s} |sm'_s\rangle \rho_{m_s, m'_s} \langle sm_s| \quad (1.127)$$

Die Dichtematrix hat also Dimension $(2s + 1) \times (2s + 1)$ und nach Definition die Spur 1 und ist hermitesch. Für ein Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen ist dies eine hermitesche 2×2 -Matrix, und für solche Matrizen bilden die Pauli-Matrizen $\sigma_i, i = 1, 2, 3$ und die Einheitsmatrix $\mathbb{1}$ eine Basis. Man kann deshalb den Ansatz

$$\rho = \rho_0 \mathbb{1} + \vec{\rho} \vec{\sigma} \quad (1.128)$$

machen, wobei ρ_0 und $\vec{\rho}$ reelle Koeffizienten sind. Die Pauli-Matrizen sind spurlos, deshalb ist

$$\text{Tr} \rho = 2\rho_0 \quad (1.129)$$

und damit $\rho_0 = \frac{1}{2}$. Man schreibt für die Spindichtematrix eines Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchens deshalb

$$\rho = \frac{1}{2} (\mathbb{1} + \vec{P} \vec{\sigma}) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + P_3 & P_1 - iP_2 \\ P_1 + iP_2 & 1 - P_3 \end{pmatrix} \quad (1.130)$$

Der Vektor \vec{P} heißt *Polarisationsvektor* des Teilchens. Seine Richtung gibt die mittlere Richtung des Spinvektors an, die man findet, wenn man viele Teilchen des Gemischs betrachtet. Sein Betrag

$$P = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + P_3^2} \quad (1.131)$$

gibt den *Polarisationsgrad* an. Die Dichtematrix ist diagonal in dem System, in dem die z -Achse parallel zum Polarisationsvektor liegt. Dort ist

$$\tilde{\rho} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + P & 0 \\ 0 & 1 - P \end{pmatrix} \quad (1.132)$$

Man sieht, dass also $P < 1$ gelten muss, um eine sinnvolle Beschreibung zu erhalten. Für $P = \pm 1$ befindet sich das System in einem reinen Zustand, für $P = 0$ liegt ein unpolarisiertes System vor, d.h. jede Spinrichtung ist gleich wahrscheinlich.

Kapitel 2

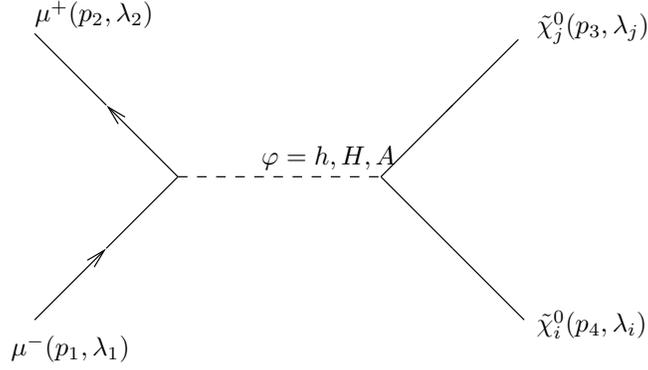
Der Produktionsprozess

2.1 Betrachteter Prozess

Als Prozess zur Erzeugung von Neutralinos wird in dieser Arbeit der Austausch neutraler Higgsbosonen im s-Kanal bei Muon-Antimuon-Kollisionen betrachtet:

$$\mu^-(p_1) + \mu^+(p_2) \longrightarrow \tilde{\chi}_j^0(p_3) + \tilde{\chi}_i^0(p_4) \quad (2.1)$$

mit $i, j \in \{1, 2, 3, 4\}$. Dieser Prozess kann auch dargestellt werden durch das Diagramm



In der Lagrangedichte des MSSM wird dieser Austausch ermöglicht durch die Terme [20]

$$\mathcal{L}_{\varphi \tilde{\chi}_i^0 \tilde{\chi}_j^0} = \frac{1}{2} \tilde{\chi}_i^0 \left[c_L^{(\varphi)} P_L + c_R^{(\varphi)} P_R \right] \tilde{\chi}_j^0 \varphi + h.c. \quad (2.2)$$

$$\mathcal{L}_{\varphi l \bar{l}} = \frac{1}{2} \bar{l} \left[d_L^{(\varphi)} P_L + d_R^{(\varphi)} P_R \right] l + h.c. \quad (2.3)$$

Hier sind $P_{R/L} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)$ die Chiralitätsprojektoren, $\varphi = h, H, A$ sind die Felder der neutralen Higgsbosonen und l ist ein Leptonfeld. Die Kopplungskonstanten zwischen Leptonen und Higgsfeldern sind gegeben durch

$$d_L^{(h)} = d_R^{(h)} = g \frac{m_l \cos \alpha}{m_W \cos \beta} \quad (2.4)$$

$$d_L^{(H)} = d_R^{(H)} = g \frac{m_l \sin \alpha}{m_W \cos \beta} \quad (2.5)$$

$$d_L^{(A)} = -d_R^{(A)} = -ig \frac{m_l}{m_W} \tan \beta \quad (2.6)$$

Es gilt also auch

$$d_L^{(\varphi)} = (d_R^{(\varphi)})^* \quad (2.7)$$

Die Kopplungen der Neutralino-Higgs-Wechselwirkung erhält man aus der Diagonalisierung der Neutralino-Mischungsmatrix [29]. Diese wird diagonalisiert mit Hilfe der unitären 4×4 -Matrix N (siehe Kapitel 1). Aus deren Elementen bildet man die Hilfsmatrizen Q'' und S'' :

$$Q''_{ij} = \frac{1}{2 \cos \Theta_W} [N_{i2}(N_{j3} \cos \beta + N_{j4} \sin \beta) + N_{j2}(N_{i4} \sin \beta + N_{i3} \cos \beta)] \quad (2.8)$$

$$S''_{ij} = \frac{1}{2 \cos \Theta_W} [N_{i2}(N_{j4} \cos \beta - N_{j3} \sin \beta) + N_{j2}(N_{i4} \cos \beta - N_{i3} \sin \beta)] \quad (2.9)$$

$$S''_{ij} = \frac{1}{2 \cos \Theta_W} [N_{i2}(N_{j4} \cos \beta - N_{j3} \sin \beta) + N_{j2}(N_{i4} \cos \beta - N_{i3} \sin \beta)] \quad (2.10)$$

$$+ N_{j2}(N_{i4} \cos \beta - N_{i3} \sin \beta)] \quad (2.11)$$

Die Higgs-Neutralino-Kopplungen nehmen, ausgedrückt durch diese Matrizen, eine übersichtliche Form an:

$$c_L^{(h)}(i, j) = S_{ij}^* \cos \alpha + Q_{ij}^* \sin \alpha \quad (2.12)$$

$$c_R^{(h)}(i, j) = S_{ij} \cos \alpha + Q_{ij} \sin \alpha \quad (2.13)$$

$$c_L^{(H)}(i, j) = S_{ij}^* \sin \alpha - Q_{ij}^* \cos \alpha \quad (2.14)$$

$$c_R^{(H)}(i, j) = S_{ij} \sin \alpha - Q_{ij} \cos \alpha \quad (2.15)$$

$$c_L^{(A)}(i, j) = i [Q_{ij}^* \sin \beta - S_{ij}^* \cos \beta] \quad (2.16)$$

$$c_R^{(A)}(i, j) = -i [Q_{ij} \sin \beta - S_{ij} \cos \beta] \quad (2.17)$$

Der Winkel α ist der *Higgs-Mischungswinkel*, der bei der Diagonalisierung der Higgs-Massenmatrix auftritt.

Im Falle von CP -Erhaltung (von dem in dieser Arbeit ausgegangen wird), ist die Matrix N reell, und damit auch S'' und Q'' . Dadurch werden die Kopplungen $c_{L/R}^{(h)}$ und $c_{L/R}^{(H)}$ reell, während $c_{L/R}^{(A)}$ rein imaginär wird. Insgesamt gilt bei CP -Erhaltung also auch für die Higgs-Neutralino-Kopplungen

$$c_L^{(\varphi)} = (c_R^{(\varphi)})^* \quad (2.18)$$

2.2 Die Produktionsdichtematrix

Im Folgenden werden die Indizes i, j an den Kopplungen zur Abkürzung der Schreibweise weggelassen.

Die Amplitude des Produktionsprozesses (2.1) hat die Form

$$A = \sum_{\varphi=h,H,A} \bar{v}(p_2, \lambda_2) \left[d_R^{(\varphi)} P_R + d_L^{(\varphi)} P_L \right] u(p_1, \lambda_1) \frac{ig^2}{s^2 - m_\varphi^2 + im_\varphi \Gamma_\varphi} \times \\ \times \bar{u}(p_3, \lambda_j) \left[c_R^{(\varphi)} P_R + c_L^{(\varphi)} P_L \right] v(p_4, \lambda_i) \quad (2.19)$$

Man kann zeigen, dass die Majoranaspinooren $u(p_3, \lambda_j)$ und $v(p_4, \lambda_i)$ tatsächlich in genau dieser Reihenfolge in die Amplitude eingehen.

Für einen Summanden der Amplitude schreibt man im Folgenden

$$M(\varphi)_{\lambda_i \lambda_j}^{\lambda_1 \lambda_2} = R^{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) \Delta(\varphi) T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi)$$

mit den Definitionen

$$\begin{aligned} R^{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) &= \bar{v}(p_2, \lambda_2) \left[d_R^{(\varphi)} P_R + d_L^{(\varphi)} P_L \right] u(p_1, \lambda_1) \\ \Delta(\varphi) &= \frac{ig^2}{s - m_\varphi^2 + im_\varphi \Gamma_\varphi} \\ T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi) &= \bar{u}(p_3, \lambda_j) \left[c_R^{(\varphi)} P_R + c_L^{(\varphi)} P_L \right] v(p_4, \lambda_i) \end{aligned}$$

Da die ausgetauschten Teilchen Skarteilchen sind, faktorisiert die Amplitude in Muonanteil, Higgspropagator und Neutralinoanteil. Es sind $s = (p_1 + p_2)^2$ das Quadrat der Gesamtenergie, m_φ die Masse des ausgetauschten Higgsteilchens und Γ_φ die Zerfallsbreite dieses Teilchens. Die Indizes λ sind Helizitätsindizes und können die Werte $\pm \frac{1}{2}$ annehmen.

Die Produktions-Dichtematrix ρ des Prozesses wird dann beschrieben durch

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^{\lambda_1 \lambda_2 \lambda'_1 \lambda'_2} &= AA^\dagger \\ &= \sum_{\varphi=h,H,A} M(\varphi)_{\lambda_i \lambda_j}^{\lambda_1 \lambda_2} \cdot \left(M(\psi)_{\lambda'_i \lambda'_j}^{\lambda'_1 \lambda'_2} \right)^* \\ &= \sum_{\varphi=h,H,A} R^{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) (R^{\lambda'_1 \lambda'_2})^*(\psi) \times \\ &\quad \times \Delta(\varphi) \Delta^*(\psi) T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi) T_{\lambda'_i \lambda'_j}^*(\psi) \end{aligned} \quad (2.20)$$

Die Produktions-Dichtematrix faktorisiert also für jeden (φ, ψ) -Summanden in zwei Spindichtematrizen, eine für die einlaufenden Leptonen:

$$R^{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) (R^{\lambda'_1 \lambda'_2})^*(\psi) \quad (2.21)$$

und eine für die produzierten Neutralinos:

$$T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi) T_{\lambda'_i \lambda'_j}^*(\psi) \quad (2.22)$$

Diese beiden Anteile sollen nun getrennt berechnet werden.

2.2.1 Berechnung der Leptonmatrix $R^{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) (R^{\lambda'_1 \lambda'_2})^*(\psi)$

Da die Rechnung für polarisierte Strahlen durchgeführt werden soll, werden für die Auswertung der Spinorprodukte die Bouchiat-Michel-Formeln benutzt. Im Falle der Muonen kann man deren Hochenergielimes anwenden, da selbst bei einer Masse von 80 GeV für das leichteste Neutralino die Beiträge, die mit m_μ/s eingehen, vernachlässigbar sind.

Es ist

$$\begin{aligned} R_{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) R_{\lambda'_1 \lambda'_2}^*(\psi) &= \bar{v}(p_2, \lambda_2) \left[d_R^{(\varphi)} P_R + d_L^{(\varphi)} P_L \right] u(p_1, \lambda_1) \\ &\quad \times \bar{u}(p_1, \lambda'_1) \left[d_R^{*(\psi)} P_L + d_L^{*(\psi)} P_R \right] v(p_2, \lambda'_2) \end{aligned} \quad (2.23)$$

und wenn man die einzelnen Bestandteile (Spinoren, Matrizen) dieses Ausdrucks komponentenweise ausschreibt, sieht man, dass dies eine Spur ist:

$$\begin{aligned} &= \text{Tr} \left\{ v(p_2, \lambda'_2) \bar{v}(p_2, \lambda_2) \left[d_R^{(\varphi)} P_R + d_L^{(\varphi)} P_L \right] \times \right. \\ &\quad \left. \times u(p_1, \lambda_1) \bar{u}(p_1, \lambda'_1) \left[d_R^{*(\psi)} P_L + d_L^{*(\psi)} P_R \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.24)$$

Für die Spinorprodukte erhält man mit den Bouchiat-Michel-Formeln:

$$v(p_2, \lambda'_2) \bar{v}(p_2, \lambda_2) = \frac{1}{2}(1 - 2\lambda_2 \gamma_5) \not{p}_2 \delta_{\lambda'_2 \lambda_2} + \frac{1}{2} \gamma_5 t^b \sigma_{\lambda'_2 \lambda_2}^b \not{p}_2 \quad (2.25)$$

$$u(p_1, \lambda_1) \bar{u}(p_1, \lambda'_1) = \frac{1}{2}(1 + 2\lambda_1 \gamma_5) \not{p}_1 \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} + \frac{1}{2} \gamma_5 \not{s}^a \sigma_{\lambda_1 \lambda'_1}^a \not{p}_1 \quad (2.26)$$

Die Indizes a, b , die die Spinbasisvektoren der Leptonen indizieren, können hier die Werte 1, 2 annehmen, und es soll implizit über sie summiert werden. Die Vektoren s^3 und t^3 , die die longitudinale Polarisation der Leptonen beschreiben würden, kommen bei masselosen Teilchen nicht mehr vor, der Beitrag der Longitudinalpolarisation ist hier in den ersten Summanden absorbiert.

Eingesetzt und ausmultipliziert erhält man

$$R_{\lambda_1 \lambda'_1 \lambda_2 \lambda'_2} = \text{Tr} \left\{ \left(\frac{1}{2} \not{p}_2 \delta_{\lambda'_2 \lambda_2} - \lambda_2 \gamma_5 \not{p}_2 \delta_{\lambda'_2 \lambda_2} + \frac{1}{2} \gamma_5 t^b \sigma_{\lambda'_2 \lambda_2}^b \not{p}_2 \right) \left[d_R^{(\varphi)} P_R + d_L^{(\varphi)} P_L \right] \right. \\ \left. \times \left(\frac{1}{2} \not{p}_1 \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} + \lambda_1 \gamma_5 \not{p}_1 \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} + \frac{1}{2} \gamma_5 \not{s}^a \sigma_{\lambda_1 \lambda'_1}^a \not{p}_1 \right) \left[d_R^{(\psi)} P_L + d_L^{(\psi)} P_R \right] \right\}$$

(zur Abkürzung wird einfach nur $R_{\lambda_1 \lambda'_1 \lambda_2 \lambda'_2}$ anstatt $R_{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) R_{\lambda'_1 \lambda'_2}^{(\psi)}$ geschrieben). Unter Verwendung von Spurtheoremen für die γ -Matrizen und der Eigenschaften der R/L -Projektoren (siehe Appendix 1) wird dieser Ausdruck nun summandenweise ausgewertet. Die Verwendung der Bouchiat-Michel-Formeln erweist sich hier auch dadurch als vorteilhaft, dass das Ergebnis schon in Pauli-Matrizen entwickelt ist. Man erhält schließlich das Ergebnis

$$2R_{\lambda_1 \lambda'_1 \lambda_2 \lambda'_2} = \delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} (p_2 \cdot p_1) \left[d_R^{(\varphi)} d_R^{(\psi)} + d_L^{(\varphi)} d_L^{(\psi)} \right] (1 + 4\lambda_1 \lambda_2) \\ + 2\delta_{\lambda_2 \lambda'_2} \delta_{\lambda_1 \lambda'_1} (p_2 \cdot p_1) \left[d_R^{(\varphi)} d_R^{(\psi)} - d_L^{(\varphi)} d_L^{(\psi)} \right] (\lambda_1 + \lambda_2) \\ + \sigma_{\lambda_2 \lambda'_2}^b \sigma_{\lambda_1 \lambda'_1}^a \left[d_R^{(\varphi)} d_L^{(\psi)} - d_L^{(\varphi)} d_R^{(\psi)} \right] \times \\ \times \left[(p_2 t^b)(p_1 s^a) - (p_2 p_1)(t^b s^a) + (p_1 t^b)(p_2 s^a) \right] \\ + \sigma_{\lambda_2 \lambda'_2}^b \sigma_{\lambda_1 \lambda'_1}^a \left[d_R^{(\varphi)} d_L^{(\psi)} + d_L^{(\varphi)} d_R^{(\psi)} \right] i \langle t^b p_2 s^a p_1 \rangle \quad (2.27)$$

mit $\epsilon^{\rho\mu\sigma\nu} t_\rho^b p_{2\mu} s_\sigma^a p_{1\nu} =: \langle t^b p_2 s^a p_1 \rangle$

2.2.2 Wichtung mit den Spindichtematrizen der einlaufenden Teilchen

Der Polarisationszustand der einlaufenden Muonen und Antimuonen ist ein Parameter des Experiments, also bekannt. Man kann deshalb die Spinindizes λ_1 und λ_2 der Anfangsteilchen eliminieren, indem man die oben berechnete Dichtematrix $\rho_{\lambda_1 \lambda'_1 \lambda_2 \lambda'_2}^{\lambda_i \lambda'_i \lambda_j \lambda'_j}$ mit den Spindichtematrizen der einlaufenden Teilchen multipliziert:

$$\rho_P^{\lambda_i \lambda'_i \lambda_j \lambda'_j}(\vec{P}_-, \vec{P}_+) = \rho_{\lambda_1 \lambda'_1}^- \rho_{\lambda_2 \lambda'_2}^+ \rho_{\lambda_1 \lambda'_1 \lambda_2 \lambda'_2}^{\lambda_i \lambda'_i \lambda_j \lambda'_j} \quad (2.28)$$

Die Spindichtematrizen ρ^- und ρ^+ haben die Form (siehe Kapitel 1):

$$\rho_{\lambda\lambda'}^\pm = \frac{1}{2}(1 + P_\pm^i \sigma^i) = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + P_\pm^3 & P_\pm^1 - iP_\pm^2 \\ P_\pm^1 + iP_\pm^2 & 1 - P_\pm^3 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Die Wichtung mit den Spindichtematrizen wirkt sich nur auf die Muonmatrix $R_{\lambda_1 \lambda'_1 \lambda_2 \lambda'_2}$ aus. Man definiert deshalb den gewichteten Muonanteil der Produktionsdichtema-

trix als

$$\begin{aligned}
L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) &= \rho_{\lambda_1 \lambda_1}^- \rho_{\lambda_2 \lambda_2}^+ R_{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) R_{\lambda_1' \lambda_2'}^*(\psi) \\
&= \frac{1}{4} \sum_{i,j=1}^3 (\delta_{\lambda_2 \lambda_2} + P_+^i \sigma_{\lambda_2 \lambda_2}^i) (\delta_{\lambda_1 \lambda_1} + P_+^j \sigma_{\lambda_1 \lambda_1}^j) \times \\
&\quad \times R_{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) R_{\lambda_1' \lambda_2'}^*(\psi)
\end{aligned} \tag{2.30}$$

Aufgrund der Struktur der Muonmatrix (2.27) zerfällt L in einen Teil, der die longitudinal und unpolarisierten Anteile der einlaufenden Strahlung beschreibt, und einen, der deren transversal polarisierte Anteile beschreibt.

Longitudinal polarisierte Anteile der Muonstrahlen

Wie oben gezeigt, werden die longitudinalen und unpolarisierten Anteile der Muonstrahlen in der Matrix $R^{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_1' \lambda_2'}$ durch den Summanden

$$\begin{aligned}
\delta_{\lambda_2 \lambda_2} \delta_{\lambda_1' \lambda_1} (p_2 p_1) \frac{1}{2} \left\{ \left[d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} + d_L^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} \right] (1 + 4\lambda_1 \lambda_2) \right. \\
\left. + 2 \left[d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} - d_L^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} \right] (\lambda_1 + \lambda_2) \right\}
\end{aligned} \tag{2.31}$$

repräsentiert. Man sieht, dass dieser Term für $\lambda_1 \neq \lambda_2$ verschwindet. Bei der Summation von oben treten also zwei Beiträge auf:

Für $\lambda_1 = \lambda_2 = \frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{4} (1 + P_-^3) (1 + P_+^3) (p_2 p_1) \left\{ \left[d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} + d_L^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} \right] + \left[d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} - d_L^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} \right] \right\} \tag{2.32}$$

Für $\lambda_1 = \lambda_2 = -\frac{1}{2}$:

$$\frac{1}{4} (1 - P_-^3) (1 - P_+^3) (p_2 p_1) \left\{ \left[d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} + d_L^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} \right] - \left[d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} - d_L^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} \right] \right\} \tag{2.33}$$

Die Summe liefert

$$\frac{1}{2} (1 + P_+^3) (1 + P_-^3) d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} (p_2 p_1) + \frac{1}{2} (1 - P_+^3) (1 - P_-^3) d_L^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} (p_2 p_1) \tag{2.34}$$

Transversal polarisierte Anteile der Muonstrahlen

Die Terme der Muonmatrix $R_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_1' \lambda_2'}$, die die transversal polarisierten Anteile repräsentieren, enthalten alle ihre λ_1, λ_2 -Abhängigkeit in Form eines Produkts von zwei Paulimatrizen: $\sigma_{\lambda_1' \lambda_1}^a \sigma_{\lambda_2' \lambda_2}^b (\dots)$. Was den (\dots) entspricht, kann man in den beiden letzten Summanden von (2.27) ablesen. Der Beitrag dieser Terme zur Produktionsdichtematrix ist also

$$\frac{1}{4} \sum_{i,j=1}^2 (\delta_{\lambda_2 \lambda_2} + P_+^i \sigma_{\lambda_2 \lambda_2}^i) (\delta_{\lambda_1 \lambda_1} + P_+^j \sigma_{\lambda_1 \lambda_1}^j) \sigma_{\lambda_1' \lambda_1}^a \sigma_{\lambda_2' \lambda_2}^b (\dots) \tag{2.35}$$

Da σ^1 und σ^2 verschwindende Diagonalelemente besitzen, verschwinden auch alle Terme, die eine Paulimatrix und das Kroneckersymbol mit den gleichen Indizes enthalten. Vom obigen Ausdruck bleibt also nur

$$\frac{1}{4} \sum_{i,j=1}^2 P_+^i P_-^j \sigma_{\lambda_2 \lambda_2}^i \sigma_{\lambda_1 \lambda_1}^j \sigma_{\lambda_1' \lambda_1}^a \sigma_{\lambda_2' \lambda_2}^b (\dots) \tag{2.36}$$

Betrachtet man die Reihenfolge der Indizes, dann sieht man, dass dieses Matrizenprodukt unter Anwendung der Summenkonvention zwei Spuren liefert:

$$\frac{1}{4} \sum_{i,j=1}^2 P_+^i P_-^j \text{Tr}\{\sigma^i \sigma^b\} \text{Tr}\{\sigma^j \sigma^a\} (\dots) \quad (2.37)$$

$$= \sum_{i,j=1}^2 P_+^i P_-^j \delta^{ib} \delta^{ja} (\dots) \quad (2.38)$$

$$= P_+^b P_-^a (\dots) \quad (2.39)$$

Damit erhält man für L das folgende Zwischenergebnis:

$$\begin{aligned} L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) &= \frac{1}{2} (1 + P_+^3)(1 + P_-^3) d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} (p_2 p_1) \\ &+ \frac{1}{2} (1 - P_+^3)(1 - P_-^3) d_L^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} (p_2 p_1) \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{a,b=1}^2 P_+^b P_-^a \left\{ \left[d_R^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} - d_L^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} \right] \times \right. \\ &\quad \times \left[(p_2 t^b)(p_1 s^a) - (p_2 p_1)(t^b s^a) + (p_1 t^b)(p_2 s^a) \right] \\ &\quad \left. + \left[d_R^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} + d_L^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} \right] i \langle t^b p_2 s^a p_1 \rangle \right\} \quad (2.40) \end{aligned}$$

2.2.3 Berechnung der Neutralinomatrix $T = T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi) T_{\lambda'_i \lambda'_j}^*(\psi)$

Auch hier wendet man die Bouchiat-Michel-Formeln an, da der Polarisationszustand der auslaufenden Strahlen für die weiteren Untersuchungen wichtig ist. Hier müssen jetzt aber deren Versionen für massive Spinoren angewandt werden. Bei der Auswertung von T erhält man so die Terme

$$u(p_3, \lambda'_j) \bar{u}(p_3, \lambda_j) = \frac{1}{2} \left[\delta_{\lambda_j \lambda'_j} + \gamma_5 \not{y}^c \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \right] (\not{p}_3 + m_j) \quad (2.41)$$

$$v(p_4, \lambda_i) \bar{v}(p_4, \lambda'_i) = \frac{1}{2} \left[\delta_{\lambda_i \lambda'_i} + \gamma_5 \not{z}^d \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \right] (\not{p}_4 - m_i) \quad (2.42)$$

Die Vierervektoren y^c mit $c = 1, 2, 3$ bilden die Spinbasis für das Neutralino mit dem Viererimpuls p_3 , der Masse m_j und der Chiralität λ_j . Analog bilden die z^d die Spinbasis für das Neutralino mit p_4, m_i und λ_i .

Die Neutralinomatrix hat damit die Form

$$\begin{aligned} T_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j} &= \text{Tr} \left\{ \left(\frac{1}{2} \delta_{\lambda_j \lambda'_j} (\not{p}_3 + m_j) + \frac{1}{2} \gamma_5 \not{y}^c \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c (\not{p}_3 + m_j) \right) \times \right. \\ &\quad \times [c_R^{(\varphi)} P_R + c_L^{(\varphi)} P_L] \times \\ &\quad \times \left(\frac{1}{2} \delta_{\lambda_i \lambda'_i} (\not{p}_4 - m_i) + \frac{1}{2} \gamma_5 \not{z}^d \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d (\not{p}_4 - m_i) \right) \times \\ &\quad \left. \times [c_R^{*(\psi)} P_L + c_L^{*(\psi)} P_R] \right\} \quad (2.43) \end{aligned}$$

Nach längerer Rechnung erhält man für diese Spur den Ausdruck

$$\begin{aligned}
2T_{\lambda_i \lambda'_i \lambda_j \lambda'_j} &= \delta_{\lambda_j \lambda'_j} \delta_{\lambda_i \lambda'_i} (p_4 \cdot p_3) [c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)}] \\
&\quad - \delta_{\lambda_j \lambda'_j} \delta_{\lambda_i \lambda'_i} m_i m_j [c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \\
&\quad + \delta_{\lambda_j \lambda'_j} \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \left\{ m_i (z^d p_3) [c_L^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} - c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \right. \\
&\quad \quad \left. + m_j (z^d p_4) [c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} - c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \right\} \\
&\quad + \delta_{\lambda_i \lambda'_i} \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \left\{ m_i (y^c p_3) [c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} - c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)}] \right. \\
&\quad \quad \left. + m_j (y^c p_4) [c_L^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} - c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \right\} \\
&\quad + m_i m_j \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d (y^c z^d) [c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)}] \\
&\quad + \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \left\{ -i \langle y^c p_4 z^d p_3 \rangle [c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} - c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \right. \\
&\quad \quad + ((p_4 y^c)(p_3 z^d) + (p_4 z^d)(p_3 y^c) - (p_4 p_3)(y^c z^d)) \\
&\quad \quad \left. \times [c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \right\} \tag{2.44}
\end{aligned}$$

Es wird sich als praktisch erweisen, die Koeffizienten der Entwicklung von T in Paulimatrizen einzeln zu benennen:

$$\begin{aligned}
2T_{\lambda_i \lambda'_i \lambda_j \lambda'_j} &= \delta_{\lambda_j \lambda'_j} \delta_{\lambda_i \lambda'_i} \bar{P}(\varphi, \psi) \\
&\quad + \delta_{\lambda_j \lambda'_j} \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \bar{\Sigma}^d(\varphi, \psi) \\
&\quad + \delta_{\lambda_i \lambda'_i} \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \bar{\Sigma}^c(\varphi, \psi) \\
&\quad + \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \bar{\Sigma}^{cd}(\varphi, \psi) \tag{2.45}
\end{aligned}$$

Man kann diese Koeffizienten nun direkt aus (2.44) ablesen:

$$\begin{aligned}
2\bar{P}(\varphi, \psi) &= (p_4 p_3) [c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)}] \\
&\quad - m_i m_j [c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \tag{2.46}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\bar{\Sigma}^c(\varphi, \psi) &= m_i (y^c p_3) [c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} - c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)}] \\
&\quad + m_j (y^c p_4) [c_L^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} - c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \tag{2.47}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\bar{\Sigma}^d(\varphi, \psi) &= m_i (z^d p_3) [c_L^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} - c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \\
&\quad + m_j (z^d p_4) [c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} - c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \tag{2.48}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
2\bar{\Sigma}^{cd}(\varphi, \psi) &= m_i m_j (y^c z^d) [c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)}] \\
&\quad - i \langle y^c p_4 z^d p_3 \rangle [c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} - c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \\
&\quad + ((p_4 y^c)(p_3 z^d) + (p_4 z^d)(p_3 y^c) - (p_3 p_4)(y^c z^d)) \\
&\quad \quad \times [c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}] \tag{2.49}
\end{aligned}$$

2.3 Wahl des Bezugssystems und Konstruktion der Spinbasen

Die Produktionsdichtematrix wurde bis jetzt in kovarianter Form gehalten: sie enthält nur Lorentzskalare, ist also von der Wahl des Bezugssystems unabhängig.

Für die numerische Auswertung muss man sich aber auf ein bestimmtes Bezugssystem festlegen, in dem man die verschiedenen kinematischen Parameter und Messgrößen explizit bestimmt.

Als Bezugssystem wird hier das Schwerpunktsystem (CMS) verwendet, das in einer $\mu^+\mu^-$ -Kollision, wie sie in einem realistischen Collider stattfindet, mit dem Laborsystem identisch ist. Man wählt die xz -Ebene als Reaktionsebene, wobei die Impulse der auslaufenden Neutralinos die z -Achse definieren sollen. Die Viererimpulse der Neutralinos lauten in diesen Koordinaten

$$p_3^\mu = \begin{pmatrix} E_3 \\ 0 \\ 0 \\ |\vec{p}_3| \end{pmatrix} \quad p_4^\mu = \begin{pmatrix} E_4 \\ 0 \\ 0 \\ -|\vec{p}_3| \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

Mit dem Streuwinkel θ (zwischen \vec{p}_1 und \vec{p}_3) kann man die Viererimpulse der einlaufenden Teilchen dann ausdrücken als

$$p_1^\mu = \begin{pmatrix} E \\ -|\vec{p}| \sin \theta \\ 0 \\ |\vec{p}| \cos \theta \end{pmatrix} \quad p_2^\mu = \begin{pmatrix} E \\ |\vec{p}| \sin \theta \\ 0 \\ -|\vec{p}| \cos \theta \end{pmatrix}$$

wobei \vec{p} der Impuls des Muons bzw. Antimuons im CMS ist und E ihre jeweilige Energie im CMS. Da die Muonen hier als quasi masselos angenommen werden, gilt

$$E \approx |\vec{p}| \quad (2.51)$$

und damit

$$(p_1 \cdot p_2) = E^2 + |\vec{p}|^2 \approx 2E^2 \quad \text{und} \quad E \cdot |\vec{p}| \approx E^2 \quad (2.52)$$

2.3.1 Konstruktion der Spinbasen des Muons und Antimuons

Die Spinbasen $s^{(1)}, s^{(2)}, s^{(3)}$ und $t^{(1)}, t^{(2)}, t^{(3)}$ zur Beschreibung des Spinvektors des Muons bzw. Antimuons werden per Konvention so gewählt, dass sie zusammen mit dem Viererimpuls des jeweiligen Teilchens eine Basis des Minkowskiraums bilden, also für das Muon z.B.:

$$s^{(i)} \cdot p_1 = 0 \quad (2.53)$$

$$s^{(i)} \cdot s^{(j)} = -\delta^{ij} \quad (2.54)$$

Per Konvention konstruiert man die Basisvektoren wie folgt:

- man wählt $s^{(2)}$ senkrecht zur Produktionsebene, d.h. senkrecht zu \vec{p}_1 und \vec{p}_3 :

$$s^{(2)\mu} = \left(0, \frac{\vec{p}_1 \times \vec{p}_3}{|\vec{p}_1 \times \vec{p}_3|} \right) \quad (2.55)$$

- $s^{(1)}$ soll senkrecht auf $s^{(2)}$ und \vec{p}_1 stehen:

$$s^{(1)\mu} = \left(0, \frac{(\vec{p}_1 \times \vec{p}_3) \times \vec{p}_1}{|(\vec{p}_1 \times \vec{p}_3) \times \vec{p}_1|} \right) \quad (2.56)$$

- $s^{(3)}$ wird so konstruiert, dass sein Raumanteil parallel zu \vec{p}_1 liegt, d.h. $\vec{s}^{(3)} = a\vec{p}_1$. Man bestimmt die Komponenten von $s^{(3)}$ dann aus den Gleichungen

$$\begin{cases} s^{(3)} \cdot p_1 = E s_0^{(3)} - \vec{s}^{(3)} \cdot \vec{p}_1 = E s_0^{(3)} - a p_1^2 = 0 \\ s^{(3)} \cdot s^{(3)} = (s_0^{(3)})^2 - (\vec{s}^{(3)})^2 = -1 \end{cases} \quad (2.57)$$

Es ist also

$$s_0^{(3)} = a^2 \frac{\vec{p}_1^2}{E} \quad (2.58)$$

und damit

$$\frac{a^2 \vec{p}_1^4}{E^2} - a^2 \vec{p}_1^2 = -1 \quad (2.59)$$

$$\Leftrightarrow \vec{p}_1^2 \left(1 - \frac{\vec{p}_1^2}{E^2}\right) = \frac{1}{a^2} \quad (2.60)$$

$$\Leftrightarrow \vec{p}_1^2 \frac{m^2}{E^2} = \frac{1}{a^2} \quad (2.61)$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{E}{m} \frac{1}{|\vec{p}_1|} \quad (2.62)$$

$$\Leftrightarrow s_0^{(3)} = \frac{|\vec{p}_1|}{m} \quad (2.63)$$

Damit ist

$$s^{(3)\mu} = \left(\frac{|\vec{p}_1|}{m}, \frac{E}{m} \frac{\vec{p}_1}{|\vec{p}_1|} \right) \quad (2.64)$$

Die Raumanteile der Vektoren wurden so gewählt, dass $\vec{s}^{(1)}$, $\vec{s}^{(2)}$, $\vec{s}^{(3)}$ in dieser Reihenfolge ein Rechtssystem bilden.

Der Vektor $s^{(3)}$ (ebenso wie $t^{(3)}$) spielt für ein masseloses Teilchen keine Rolle. In dem hier gewählten Bezugssystem ergeben sich die Spinbasisvektoren des Muons also zu

$$s^{(1)\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \theta \\ 0 \\ \sin \theta \end{pmatrix} \quad s^{(2)\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

Analog konstruiert man die Spinbasis für das Antimuon:

$$t^{(2)\mu} = s^{(2)\mu} \quad (2.66)$$

$$t^{(1)\mu} = -s^{(1)\mu} \quad (2.67)$$

$$t^{(3)\mu} = (s_0^{(3)}, -\vec{s}^{(3)}) \quad (2.68)$$

Ihre explizite Form liest man ab aus (2.65).

2.3.2 Konstruktion der Spinbasen der Neutralinos

Die Spinbasen der Neutralinos werden völlig analog konstruiert. Man erhält

$$y^{(2)\mu} = \left(0, \frac{\vec{p}_1 \times \vec{p}_3}{|\vec{p}_1 \times \vec{p}_3|} \right) \quad (2.69)$$

und

$$y^{(1)\mu} = \left(0, \frac{(\vec{p}_1 \times \vec{p}_3) \times \vec{p}_3}{|(\vec{p}_1 \times \vec{p}_3) \times \vec{p}_3|} \right) \quad (2.70)$$

und

$$y^{(3)\mu} = \left(\frac{|\vec{p}_3|}{m_j}, \frac{E_3}{m_j} \frac{\vec{p}_3}{|\vec{p}_3|} \right) \quad (2.71)$$

Für das hier gewählte Bezugssystem lauten die $y^{(c)}$ demnach

$$y^{(1)\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad y^{(2)\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad y^{(3)\mu} = \begin{pmatrix} \frac{|\vec{p}_3|}{m_j} \\ 0 \\ 0 \\ \frac{E_3}{m_j} \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

Analog zu oben gilt dann im CMS für die Spinbasis der $z^{(d)\mu}$:

$$z^{(2)\mu} = y^{(2)\mu} \quad (2.73)$$

$$z^{(1)\mu} = -y^{(1)\mu} \quad (2.74)$$

$$z^{(3)\mu} = \left(\frac{|\vec{p}_4|}{m_i}, \frac{E_4}{m_i} \frac{\vec{p}_4}{|\vec{p}_4|} \right) \quad (2.75)$$

oder hier explizit

$$z^{(1)\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z^{(2)\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad z^{(3)\mu} = \begin{pmatrix} \frac{|\vec{p}_3|}{m_i} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{E_3}{m_i} \end{pmatrix} \quad (2.76)$$

2.4 Produktionsdichtematrix im CMS

2.4.1 Leptonanteil $L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)$

Um nun die Produktionsdichtematrix im CMS auszudrücken, müssen alle auftauchenden Skalarprodukte explizit berechnet werden.

Im Leptonanteil $L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)$ findet man die Produkte

$$p_1 \cdot s^{(a)} = 0 \quad (2.77)$$

$$p_2 \cdot t^{(b)} = 0 \quad (2.78)$$

die nach Konstruktion der Spinbasen verschwinden. Da im CMS $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ gilt, verschwinden auch

$$p_1 \cdot t^{(b)} = 0 \quad (2.79)$$

$$p_2 \cdot s^{(a)} = 0 \quad (2.80)$$

Produkte aus Spinbasisvektoren ergeben

$$s^{(a)} \cdot t^{(b)} = (-1)^b \delta^{ab} \quad a, b = 1, 2 \quad (2.81)$$

Schließlich tauchen noch Terme der Form $\langle t^{(b)} p_2 s^{(a)} p_1 \rangle$ auf. Es ist

$$\begin{aligned} \langle t^{(b)} p_2 s^{(a)} p_1 \rangle &= \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} t_\mu^{(b)} p_{2\nu} s_\rho^{(a)} p_{1\sigma} \\ &= (-1)^b \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} s_\mu^{(b)} p_{2\nu} s_\rho^{(a)} p_{1\sigma} \end{aligned} \quad (2.82)$$

Da $a, b = 1, 2$ ist, verschwinden alle Terme, in denen $\mu = 0$ oder $\rho = 0$ ist. Andererseits muss dann entweder ν oder σ Null sein, damit alle Indizes von ϵ verschieden sein können. Dies läßt von den 4^4 möglichen Termen nur $2 \cdot (3!) = 12$ übrig.

Ausserdem kann man ausnutzen, dass gilt

$$p_{10} = p_{20} = E \quad p_{2\nu} = -p_{1\nu} \quad (2.83)$$

Es ist nämlich

$$(-1)^b \epsilon^{\mu 0 \rho \sigma} s_\mu^{(b)} p_{20} s_\rho^{(a)} p_{1\sigma} = E (-1)^b \epsilon^{\mu 0 \rho \sigma} s_\mu^{(b)} s_\rho^{(a)} p_{1\sigma} \quad (2.84)$$

und

$$(-1)^b \epsilon^{\mu\nu\rho 0} s_\mu^{(b)} p_{20} s_\rho^{(a)} p_{1\sigma} = -E (-1)^b \underbrace{\epsilon^{\mu\nu\rho 0}}_{-\epsilon^{\mu 0 \rho \sigma}} s_\mu^{(b)} s_\rho^{(a)} p_{1\nu} \quad (2.85)$$

D.h. Terme, in denen entweder ν der σ Null sind, liefern den gleichen Beitrag. Man setzt also $\nu = 0$ und erhält

$$\langle t^{(b)} p_2 s^{(a)} p_1 \rangle = 2E(-1)^b \epsilon^{\mu 0 \rho \sigma} s_\mu^{(b)} s_\rho^{(a)} p_{1\sigma} \quad (2.86)$$

Für die restlichen drei Indizes bleiben noch 6 Kombinationen, die man per Hand ausrechnen muss. Mit $p_{12} = p_{22} = 0$ erhält man schliesslich

$$\begin{aligned} \langle t^{(b)} p_2 s^{(a)} p_1 \rangle &= 2E(-1)^b (-s_1^b s_2^a p_{13} \\ &\quad + s_2^b s_1^a p_{13} - s_2^b s_3^a p_{11} + s_3^b s_2^a p_{11}) \\ &= 2E|\vec{p}|(\delta^{b1} \delta^{a2} + \delta^{b2} \delta^{a1}) \\ &= 2E^2(\delta^{b1} \delta^{a2} + \delta^{b2} \delta^{a1}) \end{aligned} \quad (2.87)$$

Eingesetzt in L (2.27) liefern diese Ausdrücke

$$\begin{aligned} L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) &= E^2(1 + P_+^3 + P_-^3 + P_+^3 P_-^3) d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)} \\ &= +E^2(1 - P_+^3 - P_-^3 + P_+^3 P_-^3) d_L^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} \\ &= +E^2(P_+^1 P_-^1 - P_+^2 P_-^2) (d_R^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} + d_L^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)}) \\ &= -iE^2(P_+^1 P_-^2 + P_+^2 P_-^1) (d_R^{(\varphi)} d_L^{*(\psi)} - d_L^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)}) \end{aligned} \quad (2.88)$$

Da im Leptonsektor CP -Erhaltung gilt (2.7), kann man dies weiter zusammenfassen zu

$$\begin{aligned} L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) &= 2E^2 \left\{ (1 + P_+^3 P_-^3) \text{Re}(d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)}) \right. \\ &\quad + (P_+^1 P_-^1 - P_+^2 P_-^2) \text{Re}(d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)}) \\ &\quad \left. - (P_+^1 P_-^2 + P_+^2 P_-^1) \text{Im}(d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)}) \right\} \\ &\quad + 2iE^2(P_+^3 + P_-^3) \text{Im}(d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)}) \end{aligned} \quad (2.89)$$

2.4.2 Neutralinoanteil $T = T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi) T_{\lambda_i' \lambda_j'}^*(\psi)$

Nach Konstruktion der Spinbasen verschwindet hier

$$y^{(c)} \cdot p_3 = 0 \quad (2.90)$$

$$z^{(d)} \cdot p_4 = 0 \quad (2.91)$$

Bei den restlichen Skalarprodukten ergeben sich einige Abweichungen im Vergleich zum Leptonenteil aufgrund der Masse der Neutralinos:

$$y^{(c)} \cdot p_4 = \begin{cases} 0 & \text{für } c = 1, 2 \\ 2E \frac{|\vec{p}_3|}{m_j} & \text{für } c = 3 \end{cases} \quad (2.92)$$

$$z^{(d)} \cdot p_3 = \begin{cases} 0 & \text{für } d = 1, 2 \\ 2E \frac{|\vec{p}_3|}{m_i} & \text{für } d = 3 \end{cases} \quad (2.93)$$

Für das Produkt zweier Spinbasisvektoren erhält man

$$y^{(c)} \cdot z^{(d)} = \begin{cases} -\delta^{cd}(-1)^d & \text{für } c, d = 1, 2 \\ \frac{p_3 \cdot p_4}{m_i m_j} & \text{für } c = d = 3 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad (2.94)$$

Für den Term $\langle y^{(c)} p_4 z^{(d)} p_3 \rangle$ findet man durch eine zum Leptonanteil analoge Rechnung

$$\begin{aligned} \langle y^{(c)} p_4 z^{(d)} p_3 \rangle &= \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} y_\mu^{(c)} p_{4\nu} z_\rho^{(d)} p_{3\sigma} \\ &= (E_3 + E_4)(-1)^d (y_2^{(c)} y_1^{(d)} p_{33} - y_1^{(c)} y_2^{(d)} p_{33}) \\ &= 2E|\vec{p}_3|(\delta^{c1}\delta^{d2} + \delta^{c2}\delta^{d1}) \end{aligned} \quad (2.95)$$

Damit können nun die einzelnen Terme der Neutralinomatrix (2.46) ausgewertet werden. Es wird im Folgenden angenommen, dass die Higgs-Neutralino-Wechselwirkungen CP -erhaltend sind, d.h dass gilt:

$$c_L^{(\varphi)} = c_R^{*(\psi)} \quad (2.96)$$

Damit ist

$$\begin{aligned} \bar{P}(\varphi, \psi) &= \frac{1}{2}(p_4 p_3) \left[c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} \right] - \frac{1}{2} m_i m_j \left[c_R^{(\varphi)} c_L^{*(\psi)} + c_L^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right] \\ &= (p_4 p_3) \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right) - m_i m_j \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right) \end{aligned} \quad (2.97)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}^{c=3}(\varphi, \psi) &= E|\vec{p}_3| \left[c_R^{*(\varphi)} c_R^{(\psi)} - c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right] \\ &= 2iE|\vec{p}_3| \text{Im} \left(c_R^{*(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) \end{aligned} \quad (2.98)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}^{d=3}(\varphi, \psi) &= E|\vec{p}_3| \left[c_R^{*(\varphi)} c_R^{(\psi)} - c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right] \\ &= 2iE|\vec{p}_3| \text{Im} \left(c_R^{*(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) = \bar{\Sigma}^{d=3} \end{aligned} \quad (2.99)$$

Die Terme $\bar{\Sigma}^{c=1,2}$ und $\bar{\Sigma}^{d=1,2}$ verschwinden aufgrund der Wahl der Spinbasen. Es bleibt noch $\bar{\Sigma}^{cd}(\varphi, \psi)$. Von den 9 möglichen Termen bleiben wegen (2.94) nur 5 übrig:

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}^{12}(\varphi, \psi) &= Ei|\vec{p}_3| \left[c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} + c_R^{*(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right] \\ &= 2Ei|\vec{p}_3| \text{Im} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) \end{aligned} \quad (2.100)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}^{21}(\varphi, \psi) &= Ei|\vec{p}_3| \left[c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} + c_R^{*(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right] \\ &= 2Ei|\vec{p}_3| \text{Im} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) = \bar{\Sigma}^{12}(\varphi, \psi) \end{aligned} \quad (2.101)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}^{11}(\varphi, \psi) &= \frac{1}{2} m_i m_j \left[c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} + c_R^{*(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right] - \frac{1}{2} (p_3 p_4) \left[c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} + c_R^{*(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right] \\ &= m_i m_j \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right) - (p_3 p_4) \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) \end{aligned} \quad (2.102)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}^{22}(\varphi, \psi) &= -m_i m_j \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right) + (p_3 p_4) \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) \\ &= -\bar{\Sigma}^{11}(\varphi, \psi) \end{aligned} \quad (2.103)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}^{33}(\varphi, \psi) &= (p_4 p_3) \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right) - \frac{(p_4 p_3)^2}{m_i m_j} \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) \\ &\quad + 4E^2 \frac{|\vec{p}_3|^2}{m_i m_j} \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) \\ &= (p_4 p_3) \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)} \right) - m_i m_j \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) = \bar{P}(\varphi, \psi) \end{aligned} \quad (2.104)$$

2.4.3 Endgültige Form der Produktionsdichtematrix

Die Produktionsdichtematrix ist gegeben durch (2.20), jetzt aber gewichtet durch die Spindichtematrizen der einlaufenden Teilchen:

$$\rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\vec{P}_-, \vec{P}_+) = \sum_{(\varphi, \psi)} \rho_{\lambda_1 \lambda'_1}^- (\vec{P}_-) \rho_{\lambda_2 \lambda'_2}^+ (\vec{P}_+) \rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^{\lambda_1 \lambda_2 \lambda'_1 \lambda'_2}(\varphi, \psi) \quad (2.105)$$

Weiter oben wurde ja schon definiert:

$$L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) = \rho_{\lambda_1 \lambda'_1}^- \rho_{\lambda_2 \lambda'_2}^+ R_{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) R_{\lambda'_1 \lambda'_2}^*(\psi) \quad (2.106)$$

Wenn man nun φ und ψ im Argument von L vertauscht, dann erhält man

$$L(\psi, \varphi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) = \rho_{\lambda_1 \lambda'_1}^- \rho_{\lambda_2 \lambda'_2}^+ R_{\lambda_1 \lambda_2}(\psi) R_{\lambda'_1 \lambda'_2}^*(\varphi) \quad (2.107)$$

Das gleiche erhält man aber auch, wenn man L komplex konjugiert und die gestrichenen mit den ungestrichenen Indizes vertauscht.

Dann geht $R_{\lambda_1 \lambda_2}(\varphi) R_{\lambda'_1 \lambda'_2}^*(\psi)$ über in $R_{\lambda'_1 \lambda'_2}^*(\varphi) R_{\lambda_1 \lambda_2}(\psi)$, während die Spindichtematrizen in sich selbst übergehen, denn komplexes Konjugieren und Vertauschen der Indizes entspricht hier der hermiteschen Konjugation, und die Spindichtematrizen sind hermitesch.

Da die Indizes $\lambda_1, \lambda_2, \lambda'_1, \lambda'_2$ aber ohnehin summiert werden, kann man zusammenfassend schreiben:

$$L(\psi, \varphi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) = L^*(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \quad (2.108)$$

Definiert man zusätzlich

$$Q_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}(\varphi, \psi) = \Delta(\varphi) \Delta^*(\psi) T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi) T_{\lambda'_i \lambda'_j}^*(\psi) \quad (2.109)$$

so dass

$$\rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) = L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) Q_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}(\varphi, \psi) \quad (2.110)$$

dann sieht man, dass auch gilt (Indizes!):

$$Q_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}(\varphi, \psi) = Q_{\lambda'_i \lambda'_j \lambda_i \lambda_j}(\psi, \varphi)^* \quad (2.111)$$

Insgesamt erfüllen die Summanden der Produktionsdichtematrix damit die Bedingung:

$$\rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) = \rho_{\lambda'_i \lambda'_j \lambda_i \lambda_j}^P(\psi, \varphi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)^* \quad (2.112)$$

Das bedeutet, dass die in φ und ψ "diagonalen" Terme $\rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\varphi, \varphi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)$ reell sein müssen. Die Interferenzterme $\varphi \neq \psi$ lassen sich paarweise zu reellen Termen zusammenfassen:

$$\begin{aligned} & \rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) + \rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\psi, \varphi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \\ &= L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) Q_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}(\varphi, \psi) \\ &= 2\text{Re} \left\{ L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \Delta(\varphi) \Delta^*(\psi) T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi) T_{\lambda'_i \lambda'_j}^*(\psi) \right\} \end{aligned} \quad (2.113)$$

Im Folgenden definieren wir deshalb die asymmetrischen Terme als

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) &:= \rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \\ &\quad + \rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\psi, \varphi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \end{aligned} \quad (2.114)$$

so dass die gesamte Produktionsdichtematrix die Form

$$\rho^P = \rho^P(h, h) + \rho^P(H, H) + \rho^P(A, A) + \rho^P(h, H) + \rho^P(h, A) + \rho^P(H, A) \quad (2.115)$$

annimmt.

Ebenso wie $T_{\lambda_i \lambda_j}(\varphi) T_{\lambda'_i \lambda'_j}^*(\psi)$ in (2.45) wird die Produktionsdichtematrix in Paulimatrizen entwickelt:

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda_i \lambda_j \lambda'_i \lambda'_j}^P(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) &= \delta_{\lambda_i \lambda'_i} \delta_{\lambda_j \lambda'_j} P(\varphi, \psi) \\ &+ \delta_{\lambda_j \lambda'_j} \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \Sigma^d(\varphi, \psi) \\ &+ \delta_{\lambda_i \lambda'_i} \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \Sigma^c(\varphi, \psi) \\ &+ \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \Sigma^{cd}(\varphi, \psi) \end{aligned}$$

Die Entwicklungskoeffizienten erhält man aus den Koeffizienten (2.46): für die Interferenzterme z.B. durch

$$\begin{aligned} P(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) &= 2\text{Re}\{L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \Delta(\varphi) \Delta^*(\psi) \bar{P}(\varphi, \psi)\} \quad (2.116) \\ &= 2\text{Re}\{\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi)\} \text{Re}\{L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \bar{P}(\varphi, \psi)\} \\ &\quad - 2\text{Im}\{\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi)\} \text{Im}\{L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \bar{P}(\varphi, \psi)\} \end{aligned}$$

und für die Diagonalterme durch

$$P(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) = L(\varphi, \varphi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) |\Delta(\varphi)|^2 \bar{P}(\varphi, \varphi) \quad (2.117)$$

Analoge Ausdrücke gelten für $\Sigma^c, \Sigma^d, \Sigma^{cd}$.

Da wir CP -Erhaltung angenommen haben, sind die Neutralino-Higgs-Kopplungen $c_{R/L}$ entweder reell oder rein imaginär. Die Kopplungen an das h - und an das H -Boson sind reell, die an das A -Boson rein imaginär. Dadurch sind auch die Entwicklungskoeffizienten $\bar{P}, \bar{\Sigma}^c, \bar{\Sigma}^d, \bar{\Sigma}^{cd}$ der Neutralinomatrix (2.46) entweder reell oder rein imaginär. Für die Entwicklungskoeffizienten der Produktionsdichtematrix ρ^P bedeutet dies eine wesentliche Vereinfachung. Während die Diagonalterme der Art $P(\varphi, \varphi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)$ sowieso reell sind, kann man die Interferenzterme nun in zwei Klassen einteilen:

1. Die reellen Terme: $\bar{P}, \bar{\Sigma}^{33}, \bar{\Sigma}^{11}, \bar{\Sigma}^{22}$.
Für diese ist z.B.

$$\begin{aligned} P(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) &= 2\text{Re}\{L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \Delta(\varphi) \Delta^*(\psi) \bar{P}(\varphi, \psi)\} \\ &= 2\text{Re}\{\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi) L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)\} \bar{P}(\varphi, \psi) \\ &= 2 \left(\text{Re}\{\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi)\} \text{Re}\{L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)\} - \right. \\ &\quad \left. \text{Im}\{\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi)\} \text{Im}\{L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)\} \right) \times \\ &\quad \times \bar{P}(\varphi, \psi) \quad (2.118) \end{aligned}$$

und analog für $\bar{\Sigma}^{33}, \bar{\Sigma}^{11}, \bar{\Sigma}^{22}$.

2. Die imaginären Terme: $\bar{\Sigma}^{c=3}, \bar{\Sigma}^{d=3}, \bar{\Sigma}^{12}, \bar{\Sigma}^{21}$. Für sie gilt z.B.:

$$\begin{aligned} \Sigma^{c=3}(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) &= 2\text{Re}\{L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+) \Delta(\varphi) \Delta^*(\psi) \bar{\Sigma}^{c=3}(\varphi, \psi)\} \\ &= 2i \text{Im}\{\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi) L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)\} \bar{\Sigma}^{c=3}(\varphi, \psi) \\ &= 2i \left(\text{Re}\{\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi)\} \text{Im}\{L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)\} + \right. \\ &\quad \left. \text{Im}\{\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi)\} \text{Re}\{L(\varphi, \psi, \vec{P}_-, \vec{P}_+)\} \right) \times \\ &\quad \times \bar{\Sigma}^{c=3}(\varphi, \psi) \quad (2.119) \end{aligned}$$

und analog für $\bar{\Sigma}^{d=3}, \bar{\Sigma}^{12}, \bar{\Sigma}^{21}$.

In diesem Teil der Arbeit geht es um die (H, A) -Interferenzterme, die vom Produkt der beiden Kopplungen abhängen. Da das Produkt der H - und A -Kopplungen $c_R^{(H)} c_R^{(A)}$ und $d_R^{(H)} d_R^{(A)}$ bei CP -Erhaltung rein imaginär wird, tragen nur die Elemente der Produktionsdichtematrix bei, die proportional zu $\text{Im}\{c_R^{(H)} c_R^{(A)}\}$ (oder den konjugierten Kopplungen) sind. Dies sind genau die imaginären Elemente (2.119). Die reellen Elemente (2.118) verschwinden identisch. Wenn man zusätzlich die transversalen Polarisationsanteile der einlaufenden Strahlen, repräsentiert durch $P_+^1, P_+^2, P_-^1, P_-^2$, so klein halten kann, dass

$$P_+^1, P_+^2, P_-^1, P_-^2 \ll P_+^3, P_-^3 \quad (2.120)$$

gilt, dann wird $L(H, A, \bar{P}_-, \bar{P}_+)$ rein imaginär und die (H, A) -Interferenzterme nehmen die besonders einfache Form

$$\begin{aligned} \Sigma^{c=3}(H, A, \bar{P}_-, \bar{P}_+) &\approx -2E^2(P_+^3 + P_-^3) \left(\frac{m_\mu}{m_W}\right)^2 \sin \alpha \sin \beta \times \\ &\times \bar{\Sigma}^{c=3}(H, A) \text{Re}\{\Delta(\varphi)\Delta^*(\psi)\} \end{aligned} \quad (2.121)$$

an, analoge Formeln gelten für die anderen imaginären Elemente (2.119).

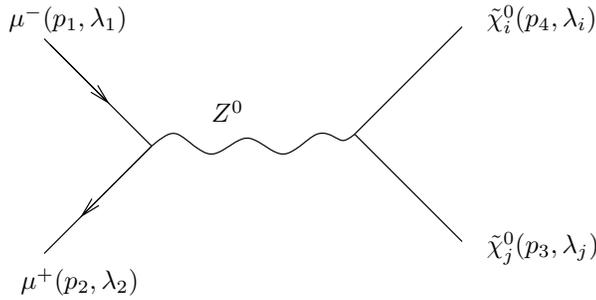
Eine Auflistung der expliziten Ausdrücke aller Produktionsdichtematrix-Elemente findet man in Appendix 2.

2.5 Betrachtete Untergrundprozesse

Der Austausch des leichten neutralen Higgs-Teilchens h muss bei einer Energie von $\sqrt{s} \approx 350$ GeV eigentlich zu den Untergrundprozessen gerechnet werden, da in den hier betrachteten Szenarien (Kap. 4) etwa $m_h \approx 120$ GeV ist. Daneben werden in dieser Arbeit Z^0 -Austausch im s-Kanal und Smuon-Austausch im t- und u-Kanal berücksichtigt.

2.5.1 Z^0 -Austausch im s-Kanal

Diesem Prozess entspricht das Feynman-Diagramm



Sein Beitrag zur Produktionsamplitude ist gegeben durch [31]:

$$\begin{aligned} A_{\lambda_1 \lambda_2}^{\lambda_i \lambda_j} &= i\Delta_s(Z) [\bar{v}(\mu^+, \lambda_2) \gamma^\mu (L_L P_L + R_L P_R) u(\mu^-, \lambda_1)] \\ &\cdot [\bar{u}(\tilde{\chi}_i^0, \lambda_i) \gamma^\mu (O_{ij}^{\prime\prime L} P_L + O_{ij}^{\prime\prime R} P_R) v(\tilde{\chi}_j^0, \lambda_j)] \end{aligned} \quad (2.122)$$

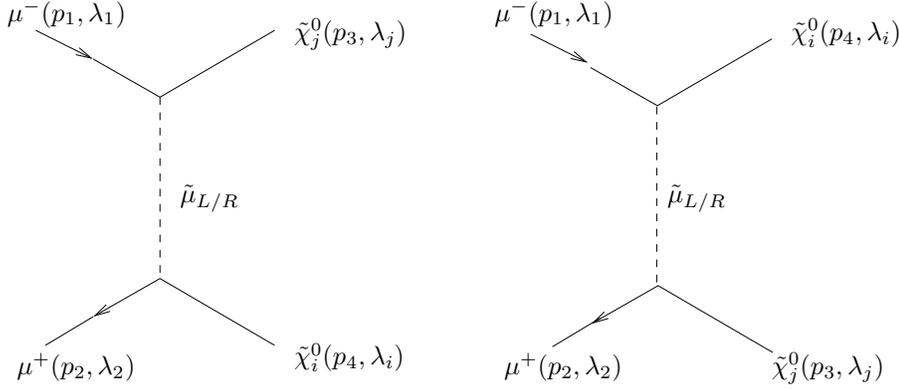
mit

$$\Delta_s(Z) = \frac{g^2}{\cos^2 \theta_W} \frac{1}{s - m_Z^2 + im_Z \Gamma_Z} \quad (2.123)$$

Die Beiträge dieses Prozesses zu den einzelnen Elementen der Produktions-Spindichtematrix findet man in [24].

2.5.2 Smuon-Austausch im t- und u-Kanal

Im t- und u-Kanal kann die Neutralinoproduktion zusätzlich über den Austausch von Smuonen stattfinden:



Der Beitrag zur Amplitude ist im t-Kanal [31]:

$$C_{\lambda_1 \lambda_2}^{\lambda_i \lambda_j} = -i\Delta_t^L(\tilde{\mu}_L) [\bar{v}(\mu^+, \lambda_2) P_R v(\tilde{\chi}_j^0, \lambda_j)] [\bar{u}(\tilde{\chi}_i^0, \lambda_i) P_L u(\mu^-, \lambda_1)] - i\Delta_t^R(\tilde{\mu}_R) [\bar{v}(\mu^+, \lambda_2) P_L v(\tilde{\chi}_j^0, \lambda_j)] [\bar{u}(\tilde{\chi}_i^0, \lambda_i) P_R u(\mu^-, \lambda_1)] \quad (2.124)$$

mit

$$\Delta_t^L = \frac{g^2}{t - m_{\tilde{\mu}_L}^2} f_{li}^{L*} f_{lj}^L \quad \Delta_t^R = \frac{g^2}{t - m_{\tilde{\mu}_R}^2} f_{li}^{R*} f_{lj}^R \quad (2.125)$$

Analog steuert der u-Kanal-Austausch folgenden Term zur Produktionsamplitude bei:

$$D_{\lambda_1 \lambda_2}^{\lambda_i \lambda_j} = -i\Delta_u^L(\tilde{\mu}_L) [\bar{v}(\mu^+, \lambda_2) P_R v(\tilde{\chi}_i^0, \lambda_i)] [\bar{u}(\tilde{\chi}_j^0, \lambda_j) P_L u(\mu^-, \lambda_1)] - i\Delta_u^R(\tilde{\mu}_R) [\bar{v}(\mu^+, \lambda_2) P_L v(\tilde{\chi}_j^0, \lambda_j)] [\bar{u}(\tilde{\chi}_i^0, \lambda_i) P_R u(\mu^-, \lambda_1)] \quad (2.126)$$

mit

$$\Delta_u^L = \frac{g^2}{u - m_{\tilde{\mu}_L}^2} f_{li}^{L*} f_{lj}^L \quad \Delta_u^R = \frac{g^2}{u - m_{\tilde{\mu}_R}^2} f_{li}^{R*} f_{lj}^R \quad (2.127)$$

Die dazugehörigen Beiträge zu den Elementen der Produktionsdichtematrix erhält man aus [24].

2.6 Phasenraum und Wirkungsquerschnitt

Die allgemeine Formel für den Wirkungsquerschnitt eines Prozesses der Form

$$1 + 2 \longrightarrow 3 + 4 + \dots + n \quad (2.128)$$

lautet [6, 30]:

$$\begin{aligned} d\sigma &= |\mathcal{A}|^2 \frac{S}{2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} d\text{lips}(s, p_3, p_4, \dots, p_n) \\ &= |\mathcal{A}|^2 \frac{S}{2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} \left[\left(\frac{d^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \cdots \left(\frac{d^3 \vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] \times \\ &\quad \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - \dots - p_n) \end{aligned} \quad (2.129)$$

Hierin ist

- $|\mathcal{A}|^2$ das Amplitudenquadrat des Prozesses,
- $S = S_1 S_2 \dots S_k = \frac{1}{i_1!} \frac{1}{i_2!} \dots \frac{1}{i_k!}$ ein statistischer Faktor, der die Ununterscheidbarkeit von i_1, \dots, i_k identischen Teilchen im Endzustand berücksichtigt,
- $\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz$ die *kinematische Dreiecksfunktion* und
- das lorentzinvariante Phasenraumelement

$$d\text{lips}(s, p_3, p_4, \dots, p_n) = (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - \dots - p_n) d\text{lips}(p_3, p_4, \dots, p_n) \quad (2.130)$$

mit

$$d\text{lips}(p_3, p_4, \dots, p_n) = \left(\frac{d^3 \vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \dots \left(\frac{d^3 \vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \quad (2.131)$$

$$\text{und } E_i = \sqrt{m_i^2 + \vec{p}_i^2}.$$

Für den Spezialfall der Zweikörperstreuung $1+2 \rightarrow 3+4$ mit zwei unterschiedlichen Teilchen im Endzustand erhält man so

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{|\mathcal{A}|^2}{2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} \frac{1}{(2\pi)^2} \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \frac{d^3 \vec{p}_3 d^3 \vec{p}_4}{4E_3 E_4} \\ &= \frac{|\mathcal{A}|^2}{2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} \frac{1}{(2\pi)^2} \delta(2E - E_3 - E_4) \delta^3(\vec{p}_1 + \vec{p}_2 - \vec{p}_3 - \vec{p}_4) \end{aligned} \quad (2.132)$$

mit E als der Energie der einlaufenden Muonen im CMS. Da dort $\vec{p}_1 = -\vec{p}_2$ ist, kann man nach Integration über $d^3 \vec{p}_4$ schreiben

$$\begin{aligned} d\sigma &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{|\mathcal{A}|^2}{2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} \frac{\delta(2E - \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} - \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2})}{4\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}} d^3 \vec{p}_3 \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{|\mathcal{A}|^2}{2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} \frac{\delta(2E - \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} - \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2})}{4\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}} |\vec{p}_3|^2 d|\vec{p}_3| d\Omega \end{aligned} \quad (2.133)$$

Man führt als Variable die Gesamtenergie E' der produzierten Teilchen ein:

$$E' = \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} + \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2} \quad (2.134)$$

Es ist

$$dE' = \frac{|\vec{p}_3| d|\vec{p}_3|}{\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2}} + \frac{|\vec{p}_3| d|\vec{p}_3|}{\sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}} = \frac{E' |\vec{p}_3| d|\vec{p}_3|}{\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_3^2} \sqrt{m_4^2 + \vec{p}_3^2}} \quad (2.135)$$

und damit

$$d\sigma = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{|\mathcal{A}|^2}{2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} \frac{\delta(2E - E')}{4E'} |\vec{p}_3| dE' d\Omega \quad (2.136)$$

Da die Muonmasse vernachlässigt werden kann (außer in den Kopplungen), ist $\lambda(s, m_1^2, m_2^2) = s^2$. Außerdem gilt

$$|\vec{p}_3| = \frac{\sqrt{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)}}{2\sqrt{s}} \quad (2.137)$$

Damit ist der (bzgl. Ω) differentielle Wirkungsquerschnitt gegeben durch

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{\sqrt{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)}}{16\sqrt{s^3}} \int_{m_3+m_4}^{\infty} |\mathcal{A}|^2 \delta(2E - E') \frac{dE'}{E'} \quad (2.138)$$

$$= \frac{|\mathcal{A}|^2}{64\pi^2 s^2} \sqrt{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)} \quad (2.139)$$

Der Azimuthwinkel ϕ des Produktionsprozesses beschreibt nur die Lage der Reaktionsebene relativ zum gewählten Koordinatensystem, und kann (wie hier schon geschehen, s. Abschnitt ‘‘Koordinatensystem’’) immer als $\phi = 0$ gewählt werden. Das Amplitudenquadrat ist unabhängig von ϕ , man integriert den Azimuth also aus und erhält für den differentielle Produktionsquerschnitt über dem Produktionswinkel θ :

$$\frac{d\sigma}{d\theta} = \frac{|\mathcal{A}|^2}{32\pi s^2} \sqrt{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)} \sin \theta \quad (2.140)$$

Wenn man im Experiment nicht die Spinzustände der auslaufenden Teilchen betrachtet, sondern nur ihre Winkelverteilung, dann berechnet man das Quadrat der Produktionsamplitude aus der Spindichtematrix durch

$$\begin{aligned} |\mathcal{A}|^2 &= \text{Tr}_{\lambda_i \lambda'_i} \text{Tr}_{\lambda_j \lambda'_j} \rho_P^{\lambda_i \lambda'_i \lambda_j \lambda'_j} \\ &= \text{Tr}_{\lambda_i \lambda'_i} \text{Tr}_{\lambda_j \lambda'_j} \left\{ \delta_{\lambda_i \lambda'_i} \delta_{\lambda_j \lambda'_j} P \right. \\ &\quad \left. + \delta_{\lambda_i \lambda'_i} \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \Sigma^c \right. \\ &\quad \left. + \delta_{\lambda_j \lambda'_j} \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \Sigma^d \right. \\ &\quad \left. + \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \Sigma^{cd} \right\} \\ &= 4P \end{aligned} \quad (2.141)$$

wobei hier

$$P = \sum_{(\varphi, \psi)} P(\varphi, \psi) \quad (2.142)$$

ist, und analog für die anderen Koeffizienten.

Der totale Wirkungsquerschnitt der Zweikorperstreuung (mit zwei unterscheidbaren Endteilchen) ist also gegeben durch

$$\sigma_P = \int_0^\pi \frac{P}{8\pi s^2} \sqrt{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)} \sin \theta d\theta \quad (2.143)$$

Die Produktionsdichtematrix der Neutralino-Paarerzeugung durch Higgs-Austausch im s-Kanal ist zusätzlich vom Produktionswinkel unabhängig (2.46). Der Grund dafür ist in der Tatsache zu sehen, dass die Higgs-Bosonen Skalarteilchen sind. Der Produktionsquerschnitt vereinfacht sich für diesen Fall zu

$$\sigma_P = \frac{P}{4\pi s^2} \sqrt{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)} \quad (2.144)$$

Kapitel 3

Zweikörperzerfall

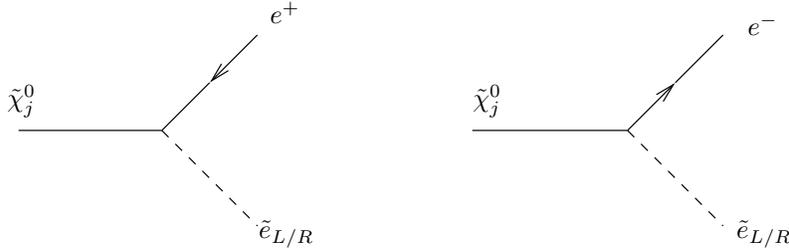
Als elektrisch und farbneutrale Teilchen können die Neutralinos nicht direkt im Detektor nachgewiesen werden, sondern nur ihre Zerfallsprodukte oder ein Betrag fehlender Energie. Daher wird in diesem Kapitel der Zweikörperzerfall eines der beiden produzierten Neutralinos untersucht. Da das Produkt der Kopplungen in den rein imaginären Spinpolarisations- und Spinkorrelationstermen der Produktionsdichtematrix steckt, ist zu erwarten, dass man es nicht im totalen Wirkungsquerschnitt sehen kann, sondern im differentiellen Querschnitt oder in einer Energieverteilung.

3.1 Betrachtete Prozesse

Wir betrachten nur Prozesse mit einem Elektron oder Positron im Endzustand, d.h. die Zerfälle

$$\tilde{\chi}_j^0 \longrightarrow \tilde{e}_{L/R}^\pm + e^\mp \quad (3.1)$$

Ihnen entsprechen die Diagramme:



Diese Prozesse finden nur statt, wenn

$$m_{\tilde{e}_{L/R}} < m_{\tilde{\chi}_j^0} \quad (3.2)$$

gilt, was nur in einem Teil des MSSM-Parameterraums der Fall ist (dazu mehr unter “Wahl der Szenarien”). Es gibt weitere mögliche Zweikörperzerfälle, z.B. in ein Z^0 -Boson und ein anderes Neutralino, sowie Dreikörperzerfälle, die hier aber nicht untersucht werden.

3.2 Kinematik

Die Notation der Impulse und Winkel ist wie folgt gewählt: das zerfallende Neutralino hat Impuls p_3 und Helizität λ_j . Das produzierte Selelektron besitzt den Impuls

p_5 , das Lepton p_6 und die Helizität λ .

Winkel, die auf die Impulsrichtung des zerfallenden Neutralinos bezogen sind, werden gestrichen geschrieben, z.B. $\angle(\vec{p}_6, \vec{p}_3) = \theta'_6$. Ungestrichene Winkel sind auf den Strahl, also \vec{p}_1 bezogen, z.B. $\angle(\vec{p}_6, \vec{p}_1) = \theta_6$.

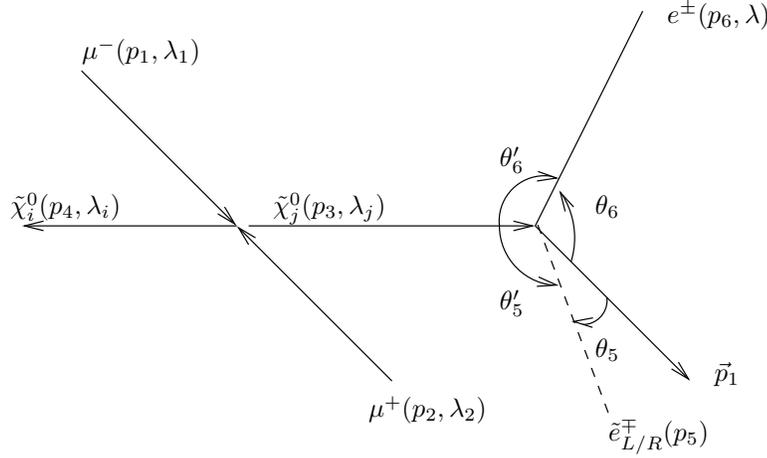


Abbildung 3.1: Kinematik und Notation im Zerfallsprozess $\tilde{\chi}_j^0 + \tilde{e}_{R/L} + e^\pm$

3.3 Dichtematrix

3.3.1 Zerfallsdichtematrix

Der Zerfall von $\tilde{\chi}_j^0$ in ein Selektion und ein Elektron wird ermöglicht von dem Term

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}_j^0 \tilde{e}_{L/R} l} = g f_{lj}^L \bar{l} P_R \tilde{\chi}_j^0 \tilde{l}_L + g f_{lj}^R \bar{l} P_L \tilde{\chi}_j^0 \tilde{l}_R + h.c. \quad (3.3)$$

in der MSSM-Lagrangedichte. Die Amplitude des Prozesses ist (falls man ein \tilde{e}_R und ein e^- im Endzustand hat):

$$T_{\lambda_j} = g f_{ej}^R \bar{u}(p_6, \lambda) P_L v(p_3, \lambda_j) \tilde{e}_R(p_5) \quad (3.4)$$

Im Endzustand liegt ein Elektron e^- mit Impuls p_6 und Helizität λ vor, sowie das rechtshändige Selektion \tilde{e}_R^+ . Man interessiert sich nicht für die Helizität des Leptons, deshalb ist die Dichtematrix gegeben durch

$$\begin{aligned} \sum_{\lambda\lambda'} T_{\lambda_j} T_{\lambda_j}^* &= g^2 |f_{ej}^R|^2 \sum_{\lambda\lambda'} \{ \bar{u}(p_6, \lambda) P_L v(p_3, \lambda_j) \bar{v}(p_3, \lambda'_j) P_L u(p_6, \lambda') \} \\ &= g^2 |f_{ej}^R|^2 \sum_{\lambda\lambda'} \text{Tr} \{ u(p_6, \lambda') \bar{u}(p_6, \lambda) P_L v(p_3, \lambda_j) \bar{v}(p_3, \lambda'_j) P_R \} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Für die Auswertung der Spinorprodukte kommen wieder die Bouchiat-Michel-Formeln zum Einsatz, für das Lepton in ihrer Hochenergienäherung. Es ist

$$v(p_3, \lambda_j) \bar{v}(p_3, \lambda'_j) = \frac{1}{2} \left(\delta_{\lambda'_j \lambda_j} + \gamma^5 \not{y}^{(c)} \sigma_{\lambda'_j \lambda_j}^{(c)} \right) (\not{p}_3 - m_j) \quad (3.6)$$

mit der Spinbasis $y^{(c)}$, $c = 1, 2, 3$ des Neutralinos und für das Lepton

$$\begin{aligned} \text{Tr}_{\lambda\lambda'} u(p_6, \lambda') \bar{u}(p_6, \lambda) &= \frac{1}{2} \sum_{\lambda=\lambda'} (1 + 2\lambda\gamma^5) \not{p}_6 \delta_{\lambda\lambda'} \\ &\quad + \gamma^5 (\not{\beta}^1 \sigma_{\lambda\lambda'}^1 + \not{\beta}^2 \sigma_{\lambda\lambda'}^2) \not{p}_6 \\ &= \not{p}_6 \end{aligned} \quad (3.7)$$

Damit vereinfacht sich die Dichtematrix zu

$$\begin{aligned} T_{\lambda_j} T_{\lambda'_j}^* &= \frac{g^2}{2} |f_{ej}^R|^2 \text{Tr} \left\{ \not{p}_6 P_L \left(\delta_{\lambda_j \lambda'_j} + \gamma^5 \not{y}^{(c)} \sigma_{\lambda'_j \lambda_j}^{(c)} \right) (\not{p}_3 - m_j) P_R \right\} \\ &= \frac{g^2}{2} |f_{ej}^R|^2 (m_j^2 - m_{\tilde{e}_R}^2) \delta_{\lambda'_j \lambda_j} + g^2 |f_{ej}^R|^2 m_j (p_6 \cdot y^{(c)}) \sigma_{\lambda'_j \lambda_j}^{(c)} \end{aligned} \quad (3.8)$$

Die Dichtematrix des betrachteten Zerfalls lautet also in Paulimatrizen entwickelt:

$$\rho_{\lambda_j \lambda'_j}^D = D \delta_{\lambda'_j \lambda_j} + \Sigma_D^c \sigma_{\lambda'_j \lambda_j}^{(c)} \quad (3.9)$$

mit

$$D = \frac{g^2}{2} |f_{ej}^R|^2 (m_j^2 - m_{\tilde{e}_R}^2) \quad (3.10)$$

$$\Sigma_D^c = \pm g^2 |f_{ej}^R|^2 m_j (p_6 \cdot y^{(c)}) \quad (3.11)$$

Das Vorzeichen von Σ_D^c hängt vom produzierten Selekttron ab: für ein \tilde{e}_R gilt das Vorzeichen “+”, für ein \tilde{e}_L das Vorzeichen “-”.

3.3.2 Amplitudenquadrat des Gesamtprozesses

Die Dichtematrix des gesamten Prozesses der Produktion und des Zerfalls ist das Produkt aus der Produktionsdichtematrix, der Zerfallsdichtematrix und dem Betragsquadrat des Propagators von $\tilde{\chi}_j^0$. Beim unbeobachtet entkommenden zweiten Neutralino $\tilde{\chi}_i^0$ wird über dessen Helizitäten summiert, wodurch im Ausdruck für noch ein Term $\delta_{\lambda'_i \lambda_i}$ auftaucht. Insgesamt ist also

$$\begin{aligned} \rho &= |\Delta(\tilde{\chi}_j^0)|^2 \rho_P^{\lambda_i \lambda'_i \lambda_j \lambda'_j} \delta_{\lambda'_i \lambda_i} \rho_{D \lambda'_j \lambda_j} \quad (3.12) \\ &= |\Delta(\tilde{\chi}_j^0)|^2 \left(\delta_{\lambda_i \lambda'_i} \delta_{\lambda_j \lambda'_j} P + \delta_{\lambda_i \lambda'_i} \Sigma_P^c \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \right. \\ &\quad \left. + \delta_{\lambda_j \lambda'_j} \Sigma_P^d \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d + \Sigma_P^{cd} \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \sigma_{\lambda_i \lambda'_i}^d \right) \times \\ &\quad \times \delta_{\lambda'_i \lambda_i} \left(D \delta_{\lambda'_j \lambda_j} + \Sigma_D^a \sigma_{\lambda'_j \lambda_j}^a \right) \\ &= |\Delta(\tilde{\chi}_j^0)|^2 \left(2 \delta_{\lambda'_j \lambda_j} \delta_{\lambda_j \lambda'_j} D P + 2 \Sigma_D^a \Sigma_P^c \sigma_{\lambda'_j \lambda_j}^a \sigma_{\lambda_j \lambda'_j}^c \right) \\ &= 4 |\Delta(\tilde{\chi}_j^0)|^2 (D P + \delta^{ac} \Sigma_D^a \Sigma_P^c) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Von den Neutralinopolarisationen Σ_P^c der Produktion ist nur $\Sigma_P^3 \neq 0$. Setzt man in (3.13) die Zerfallsmatrix (3.10) ein, dann erhält man

$$\rho = 4(DP + \Sigma_P^3 \Sigma_D^3) = 4g^2 |f_{ej}^{R/L}|^2 \left(\frac{P}{2} (m_j^2 - m_{\tilde{e}_{L/R}}^2) \pm \Sigma_P^3 m_j (y^3 \cdot p_6) \right) \quad (3.14)$$

Mit Hilfe der Spinbasis $y^{(c)}$ (2.72) des zerfallenden Neutralinos findet man

$$(y^3 \cdot p_6) = \frac{E_6}{m_j} (|\vec{p}_3| - E_3 \cos \theta'_6) \quad (3.15)$$

und damit schliesslich

$$\rho = 4g^2 |f_{ej}^{R/L}|^2 \left(\frac{P}{2} (m_j^2 - m_{\tilde{e}_{L/R}}^2) \pm \Sigma_P^3 E_6 (|\vec{p}_3| - E_3 \cos \theta'_6) \right) \quad (3.16)$$

mit “+” als Vorzeichen des zweiten Summanden, falls ein \tilde{e}_R produziert wird, und “-”, für ein \tilde{e}_L im Endzustand.

3.4 Phasenraum und Wirkungsquerschnitt

Man betrachtet nun den Wirkungsquerschnitt des Gesamtprozesses

$$\mu^-(p_1) + \mu^+(p_2) \longrightarrow \tilde{\chi}_i^0(p_4) + \tilde{e}_{L/R}^\pm(p_5) + e^\mp(p_6) \quad (3.17)$$

Als Ausgangspunkt dient wieder (2.129):

$$d\sigma = \frac{|T|^2}{2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} d\text{lips}(s, p_4, p_5, p_6) \quad (3.18)$$

mit

$$d\text{lips}(s, p_4, p_5, p_6) = (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_4 - p_5 - p_6) d\text{lips}(p_4, p_5, p_6) \quad (3.19)$$

Der Phasenraum des Gesamtprozesses lässt sich faktorisieren in Produktion und Zerfall. Dazu führt man zunächst den Faktor

$$1 = \int d^4 p_3 \delta^4(p_3 - p_5 - p_6) \quad (3.20)$$

ein, so dass

$$\begin{aligned} d\text{lips}(s, p_4, p_5, p_6) &= d\text{lips}(s, p_4, p_5, p_6) d^4 p_3 \delta^4(p_3 - p_5 - p_6) \\ &= (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) d^4 p_3 \times \\ &\quad \times \delta^4(p_3 - p_5 - p_6) d\text{lips}(p_4, p_5, p_6) \\ &= (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) d^4 p_3 \times \\ &\quad \times \delta^4(p_3 - p_5 - p_6) d\text{lips}(p_4) d\text{lips}(p_5, p_6) \end{aligned} \quad (3.21)$$

und davon bildet

$$(2\pi)^4 \delta^4(p_3 - p_5 - p_6) d\text{lips}(p_5, p_6) = d\text{lips}(s_3, p_5, p_6) \quad (3.22)$$

mit $s_3 = p_3^2$ das Phasenraumelement des Zerfalls. Somit ist

$$d\text{lips}(s, p_4, p_5, p_6) = \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) d^4 p_3 d\text{lips}(p_4) d\text{lips}(s_3, p_5, p_6) \quad (3.23)$$

Mit der Beziehung

$$d^4 p_3 = \int d^4 p_3 ds_3 \delta(p_3^2 - s_3) = \frac{d^3 \vec{p}_3}{2E_3} ds_3 = (2\pi)^3 d\text{lips}(p_3) ds_3 \quad (3.24)$$

findet man schließlich

$$\begin{aligned} d\text{lips}(s, p_4, p_5, p_6) &= (2\pi)^3 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4) \times \\ &\quad \times d\text{lips}(p_3) d\text{lips}(p_4) ds_3 d\text{lips}(s_3, p_5, p_6) \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \underbrace{d\text{lips}(s, p_3, p_4)}_{\text{Produktion}} ds_3 \underbrace{d\text{lips}(s_3, p_5, p_6)}_{\text{Zerfall}} \quad (3.26)$$

Die Integration über s_3 eliminiert den Propagator $|\Delta(\tilde{\chi}_j^0)|^2$ des zerfallenden Teilchens. Falls, wie hier vorausgesetzt, die Breite des Neutralinos klein gegenüber seiner Masse ist, verwendet man die *narrow-width*-Näherung:

$$|\Delta(\tilde{\chi}_j^0)|^2 = \frac{1}{(s_3 - m_j^2)^2 + m_j^2 \Gamma_j^2} \approx \frac{\pi}{m_j \Gamma_j} \delta(s_3 - m_j^2) \quad (3.27)$$

Hier hat man ausgenutzt, dass die Lorentzfunktion im Grenzfall verschwindender Breite gegen eine Deltafunktion geht:

$$\lim_{\Gamma \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \frac{m\Gamma}{(m_0 - m)^2 + m^2\Gamma^2} = \delta(m_0 - m) \quad (3.28)$$

Die Integration über s_3 liefert jetzt nur noch den Faktor $\frac{\pi}{m_j\Gamma_j}$.

Dieses Vorgehen entspricht dem *on-shell*-Setzen des zerfallenden Teilchens. Für den Gesamtprozess faktorisiert dann der Wirkungsquerschnitt auch in den Produktionsquerschnitt und das Verzweigungsverhältnis:

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{1}{4m_j\Gamma_j} \int dlips(s, p_3, p_4) \rho_P(s, p_3, p_4) \int dlips(s_3, p_5, p_6) \rho_D(s_3, p_5, p_6) \\ &= \frac{1}{4m_j\Gamma_j} \sigma_{PBR}(\tilde{\chi}_j^0 \rightarrow \tilde{e} + e) \end{aligned} \quad (3.29)$$

3.4.1 Produktionsphasenraum

Das Phasenraumelement der Produktion ist schon aus dem vorigen Kapitel bekannt (2.140):

$$d_P lips = \frac{1}{2\pi} \frac{\sqrt{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)}}{8s} \sin\theta d\theta \quad (3.30)$$

Der frei wählbare Azimuthwinkel der Produktion wurde schon ausintegriert.

3.4.2 Zerfallsphasenraum

Für den Zerfall hat man in (3.22) das Phasenraumelement

$$d_D lips = (2\pi)^4 \delta^4(p_3 - p_5 - p_6) \frac{d^3\vec{p}_5}{(2\pi)^3 2E_5} \frac{d^3\vec{p}_6}{(2\pi)^3 2E_6} \quad (3.31)$$

$$= \frac{1}{4(2\pi)^2} \delta(E_3 - E_5 - E_6) \delta^3(\vec{p}_3 - \vec{p}_5 - \vec{p}_6) \frac{d^3\vec{p}_5}{E_5} \frac{d^3\vec{p}_6}{E_6} \quad (3.32)$$

hergeleitet. Die Masse m_6 des Elektrons wird im Folgenden vernachlässigt:

$$m_6 \approx 0 \quad (3.33)$$

Integration über $d^3\vec{p}_5$ führt dann zu

$$d_D lips = \frac{1}{4(2\pi)^2} \delta(E_3 - E_5 - E_6) \delta^3(\vec{p}_3 - \vec{p}_5 - \vec{p}_6) \frac{1}{E_5} \frac{d^3\vec{p}_6}{E_6} \quad (3.34)$$

Die Energie-Deltafunktion kann mit der Integration über $|\vec{p}_6|$ beseitigt werden. Dazu betrachtet man ihr Argument als eine Funktion von $|\vec{p}_6|$, d.h.

$$\delta(E_3 - E_5 - E_6) = \delta(f(|\vec{p}_6|)) \quad (3.35)$$

und wendet die Formel

$$\delta(f(x)) = \sum_{i=0}^n \frac{\delta(x - x_i)}{|f'(x_i)|} \quad (3.36)$$

an, wobei $x_i, i = 1, \dots, n$ die Nullstellen von f sind. Es ist

$$\begin{aligned} f(|\vec{p}_6|) &= E_3 - E_5 - E_6 \\ &= E_3 - \sqrt{m_5^2 + |\vec{p}_5|^2} - \sqrt{m_6^2 + |\vec{p}_6|^2} \\ &= E_3 - |\vec{p}_6| - \sqrt{m_5^2 + (\vec{p}_3 - \vec{p}_6)^2} \\ &= E_3 - |\vec{p}_6| - \sqrt{m_5^2 + \vec{p}_3^2 + \vec{p}_6^2 - 2|\vec{p}_3||\vec{p}_6| \cos\theta'_6} \end{aligned}$$

Die Funktion hat nur eine Nullstelle:

$$|\vec{p}_6|_0 = \frac{m_j^2 - m_5^2}{2(E_3 - |\vec{p}_3| \cos \theta'_6)} = E_{6,0} \quad (3.37)$$

und dort ist

$$\left| \frac{1}{f'(|\vec{p}_6|_0)} \right| = \left| \frac{E_5|_{E_{6,0}}}{-E_5|_{E_{6,0}} - E_{6,0} + |\vec{p}_3| \cos \theta'_6} \right| \quad (3.38)$$

Und da $E_6 = |\vec{p}_6|$ angenommen wurde, ist

$$\frac{d^3 \vec{p}_6}{E_6} = |\vec{p}_6| d|\vec{p}_6| d\Omega_6 \quad (3.39)$$

womit man das Phasenraumelement schreiben kann als

$$d_{Dlips} = \frac{1}{16\pi^2} \left| \frac{E_{6,0}}{|\vec{p}_3| \cos \theta'_6 - E_{6,0} - E_5|_{E_{6,0}}} \right| d\Omega_6 \quad (3.40)$$

Man kann weiter vereinfachen. Aus den Gleichungen

$$\begin{aligned} -E_5 &= E_6 - E_3 \\ -E_5|_{E_{6,0}} - E_{6,0} + |\vec{p}_3| \cos \theta'_6 &= -E_3 + |\vec{p}_3| \cos \theta'_6 \end{aligned} \quad (3.41)$$

erkennt man, dass

$$\left| -E_5|_{E_{6,0}} - E_{6,0} + |\vec{p}_3| \cos \theta'_6 \right| = E_3 - |\vec{p}_3| \cos \theta'_6 \quad (3.42)$$

und damit nimmt das Phasenraumelement des Zerfalls schließlich die Form

$$d_{Dlips} = \frac{1}{32\pi^2} \frac{m_j^2 - m_5^2}{(E_3 - |\vec{p}_3| \cos \theta'_6)^2} \sin \theta'_6 d\theta'_6 d\phi'_6 \quad (3.43)$$

an. Für den Wirkungsquerschnitt des Gesamtprozesses erhält man damit den Ausdruck

$$\sigma = \frac{\sqrt{\lambda(s, m_i^2, m_j^2)}}{128(2\pi)^4 s^2} \frac{\pi}{m_j \Gamma_j} (m_j^2 - m_5^2) \int |T|^2 \frac{\sin \theta \sin \theta'_6}{(E_3 - |\vec{p}_3| \cos \theta'_6)^2} d\theta d\theta'_6 d\phi'_6 \quad (3.44)$$

Das $|T|^2$ ist vom Produktionswinkel unabhängig, da die Produktionsdichtematrix von ihm unabhängig ist. Ebenso sind die Matrixelemente des Zerfalls unabhängig von ϕ'_6 . Ausintegrieren dieser beiden Variablen und Einsetzen der Gesamtdichtematrix liefert

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{4g^2 \pi^2 \sqrt{\lambda(s, m_i^2, m_j^2)}}{m_j \Gamma_j 32s^2 (2\pi)^4} \left\{ P \int \frac{|f_{ej}^{R/L}|^2}{2} \left(\frac{m_j^2 - m_5^2}{E_3 - |\vec{p}_3| \cos \theta'_6} \right)^2 \sin \theta'_6 d\theta'_6 \right. \\ &\quad \left. \pm \Sigma_P^3 \int E_{6,0} |f_{ej}^{R/L}|^2 (|\vec{p}_3 - E_3 \cos \theta'_6|) \frac{m_j^2 - m_5^2}{(E_3 - |\vec{p}_3| \cos \theta'_6)^2} \sin \theta'_6 d\theta'_6 \right\} \quad (3.45) \end{aligned}$$

Hieraus kann man auch den differentiellen Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\theta'_6$ ablesen.

3.4.3 Energieverteilung des Zerfallsleptons

Information über das Produkt $c^H c^A$ der Neutralino-Higgs-Kopplungen liefert die Verteilung $d\sigma/dE_6$ der Energie des beim Zerfall entstehenden Leptons. Energie und Zerfallswinkel des Leptons sind verknüpft über (3.37):

$$E_6 = \frac{m_j^2 - m_5^2}{2(E_3 - |\vec{p}_3| \cos \theta'_6)} \quad (3.46)$$

Damit ist

$$\cos \theta'_6 = \frac{1}{|\vec{p}_3|} \left(E_3 - \frac{m_j^2 - m_5^2}{2E_6} \right) \quad (3.47)$$

und also

$$-\sin \theta'_6 d\theta'_6 = d(\cos \theta'_6) = \frac{dE_6}{|\vec{p}_3|} \left(\frac{m_j^2 - m_5^2}{2E_6^2} \right) \quad (3.48)$$

Aus (3.47) ergeben sich Ober- und Untergrenzen für die Energie des Leptons:

$$\cos \theta'_6 \leq 1 \quad \Rightarrow \quad E_6^{max} = \frac{m_j^2 - m_5^2}{2(E_3 - |\vec{p}_3|)} \quad (3.49)$$

$$\cos \theta'_6 \geq -1 \quad \Rightarrow \quad E_6^{min} = \frac{m_j^2 - m_5^2}{2(E_3 + |\vec{p}_3|)} \quad (3.50)$$

Der Wirkungsquerschnitt nimmt mit der Energie als Variable die folgende Form an:

$$\begin{aligned} \sigma = & \frac{\pi^2 g^2}{8m_j \Gamma_j s^2} \frac{\sqrt{\lambda(s, m_i^2, m_j^2)}}{(2\pi)^4} \left\{ P \int_{E_6^{min}}^{E_6^{max}} |f_{ej}^{R/L}|^2 \frac{m_j^2 - m_5^2}{|\vec{p}_3|} dE_6 \right. \\ & \left. \pm \Sigma_P^c \int_{E_6^{min}}^{E_6^{max}} |f_{ej}^{R/L}|^2 \frac{2E_6}{|\vec{p}_3|^2} \left(\frac{E_3}{2E_6} (m_j^2 - m_5^2) - m_j^2 \right) dE_6 \right\} \quad (3.51) \end{aligned}$$

3.5 Bestimmung von $c_R^{(H)} c_R^{(A)}$ aus der Energieverteilung des Zerfallsleptons

Aus (3.51) erkennt man, dass die Energieverteilung des beim Zweikörper-Zerfall des Neutralinos entstehenden Leptons eine lineare Funktion der Leptonenergie ist:

$$\frac{d\sigma}{dE_6} = A + K \cdot E_6 \quad (3.52)$$

mit

$$\begin{aligned} A = & \frac{\pi^2 g^2}{8m_j \Gamma_j s^2} \frac{\sqrt{\lambda(s, m_i^2, m_j^2)}}{(2\pi)^4} \left\{ P |f_{ej}^{R/L}|^2 \frac{m_j^2 - m_5^2}{|\vec{p}_3|} \right. \\ & \left. \pm \Sigma_P^{c=3} |f_{ej}^{R/L}|^2 \frac{E_3}{|\vec{p}_3|^2} (m_j^2 - m_5^2) \right\} \quad (3.53) \end{aligned}$$

$$K = \mp \frac{\pi^2 g^2}{8m_j \Gamma_j s^2} \frac{\sqrt{\lambda(s, m_i^2, m_j^2)}}{(2\pi)^4} \Sigma_P^{c=3} |f_{ej}^{R/L}|^2 \frac{2m_j^2}{|\vec{p}_3|^2} \quad (3.54)$$

Da $\Sigma_P^{c=3}$ direkt proportional zu der gesuchten Größe $c_R^{(H)} c_R^{(A)}$ ist, kann man im Prinzip diese Größe durch eine Messung von K bestimmen. Um die Abhängigkeit

von K von den SUSY- und Experiment-Parametern, und damit auch vom gewählten SUSY-Szenario, untersuchen zu können, soll nun dessen explizite analytische Form aufgestellt werden.

Es ist (siehe (2.98))

$$\begin{aligned}\Sigma_{\vec{P}}^{c=3}(\varphi, \psi) &= 2\text{Re} \left\{ L(\varphi, \psi, \vec{P}_+, \vec{P}_-) \Delta(\varphi) \Delta(\psi)^* \overline{\Sigma}_{\vec{P}}^{c=3}(\varphi, \psi) \right\} \\ &= -2E |\vec{p}_3| \text{Im} \left\{ c_R^{*(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right\} \text{Im} \left\{ L(\varphi, \psi, \vec{P}_+, \vec{P}_-) \Delta(\varphi) \Delta(\psi)^* \right\}\end{aligned}\quad (3.55)$$

Der Imaginärteil des Kopplungsprodukts verschwindet im Falle von CP -Erhaltung nur für die Interferenzterme (h, A) und (H, A) nicht. Da wir aber fern von der h -Resonanz sind, kann der (h, A) -Austausch zum Untergrund gezählt werden, und K wird fast ausschließlich von $\Sigma_{\vec{P}}^{c=3}(H, A)$ bestimmt.

Für die Muon-Higgs-Kopplungen gilt bei CP -Erhaltung ebenfalls

$$\text{Re} \left\{ d_R^{(H)} d_R^{*(A)} \right\} = \text{Re} \left\{ d_R^{(H)} d_R^{(A)} \right\} = 0 \quad (3.56)$$

und damit vereinfacht sich L hier zu

$$\begin{aligned}L(H, A, \vec{P}_+, \vec{P}_-) &= -2E^2 (P_+^1 P_-^2 + P_+^2 P_-^1) \text{Im} \left\{ d_R^{(H)} d_R^{(A)} \right\} \\ &\quad + 2iE^2 (P_+^3 + P_-^3) \text{Im} \left\{ d_R^{(H)} d_R^{*(A)} \right\}\end{aligned}\quad (3.57)$$

Der Effekt ist am größten für longitudinal polarisierte Strahlen, da die maximale Summe der beiden Longitudinalpolarisationen $P_+^3 + P_-^3$ größer ist als das maximale Produkt $P_+^1 P_-^2 + P_+^2 P_-^1$. Für longitudinal polarisierte Strahlen, von denen hier näherungsweise ausgegangen wird, gilt

$$P^3 \gg P^1, P^2 \quad (3.58)$$

und dann ist L sogar (mit (2.5) und (2.6)) nur

$$L(H, A, \vec{P}_+, \vec{P}_-) = -2iE^2 (P_-^3 + P_+^3) \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} g^2 \quad (3.59)$$

Damit erhält man

$$\begin{aligned}\text{Im} \left\{ L(H, A, \vec{P}_+, \vec{P}_-) \Delta(H) \Delta(A)^* \right\} &= -2iE^2 (P_-^3 + P_+^3) \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \times \\ &\quad \times \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} g^2 \text{Re} \left\{ \Delta(H) \Delta(A)^* \right\}\end{aligned}\quad (3.60)$$

Mit dem Higgspropagator (2.20) ist

$$\text{Re} \left\{ \Delta(H) \Delta(A)^* \right\} = \frac{(s - m_H^2)(s - m_A^2) + m_H m_A \Gamma_H \Gamma_A}{[(s - m_H^2) + m_H^2 \Gamma_H^2] [(s - m_A^2) + m_A^2 \Gamma_A^2]} \quad (3.61)$$

Damit findet man schliesslich

$$\begin{aligned}K &= \mp \frac{g^4 |f_{ej}^{R/L}|^2 m_j}{128\pi^2 \Gamma_j} \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} (P_+^3 + P_-^3) \times \\ &\quad \times \frac{(s - m_H^2)(s - m_A^2) + m_H m_A \Gamma_H \Gamma_A}{[(s - m_H^2) + m_H^2 \Gamma_H^2] [(s - m_A^2) + m_A^2 \Gamma_A^2]} \text{Im} \left\{ c_R^{(H)} c_R^{(A)} \right\}\end{aligned}\quad (3.62)$$

Das Vorzeichen “-” (“+”) gilt für ein R-(L-)-Selektron im Endzustand.

Die Steigung der Energieverteilung ist also proportional zur Summe der Longitudinalpolarisationen. Außerdem ist K proportional zum Verhältnis m_j/Γ_j zwischen der Masse und totalen Zerfallsbreite des zerfallenden Neutralinos. Hierin und im Quadrat der Selektron-Neutralino-Kopplung, $|f_{ej}^{R/L}|^2$ steckt eine Abhängigkeit von den SUSY-Parametern M_2 und μ (und auch in evtl. berücksichtigten Loop-Korrekturen der Higgs-Massen und Breiten).

Eine Vereinfachung ergibt sich im sog. *decoupling limit*. Dieses liegt vor, falls für die Masse des pseudoskalaren Higgs-Bosons etwa $m_A \gtrsim 300$ GeV angenommen wird. In diesem Fall gilt nämlich [12]:

$$\alpha \approx \beta - \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} \approx -\tan \beta \quad (3.63)$$

Das decoupling limit liegt in den im Folgenden betrachteten Szenarien immer vor, deshalb kann man hier von einer direkten $\tan \beta$ -Proportionalität von K ausgehen. Da $c_R^{(A)}$ bei CP -Erhaltung rein imaginär ist, also $c_R^{(A)} = i\gamma^{(A)}$, und $c_R^{(H)}$ reell, ist $\text{Im} \left\{ c_R^{(H)} c_R^{(A)} \right\} = c_R^{(H)} \gamma^{(A)}$.

Schliesslich enthält K noch eine kompliziertere Abhängigkeit von den Higgs-Massen und -Breiten. Der Betrag von K wird deshalb wesentlich von der Kollisionsenergie \sqrt{s} abhängen. Er ist offensichtlich am größten, wenn \sqrt{s} auf einer der schweren Higgs-Resonanzen liegt. Für $s = m_H^2$ ist im decoupling limit

$$\begin{aligned} K(s = m_H^2) &= \pm \frac{g^4 |f_{ej}^{R/L}|^2 m_j}{128\pi^2 \Gamma_j} \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \tan \beta (P_+^3 + P_-^3) \times \\ &\times \frac{m_A \Gamma_A}{m_H \Gamma_H [(m_H^2 - m_A^2)^2 + m_A^2 \Gamma_A^2]} c_R^{(H)} \gamma^{(A)} \end{aligned} \quad (3.64)$$

und $K(s = m_A^2)$ erhält man analog durch die Ersetzungen $m_A \leftrightarrow m_H$ und $\Gamma_A \leftrightarrow \Gamma_H$. Es sind also insbesondere solche SUSY-Szenarien günstig für die Bestimmung von K , in denen die schweren Higgs-Resonanzen sehr nahe beieinander liegen. Schon eine kleine Differenz wird, da sowohl die Massen als auch die Differenz aus deren Quadraten quadriert wird, eine starke Verringerung von K zur Folge haben.

3.6 Polarisationsasymmetrie des totalen Wirkungsquerschnitts

Integriert man die Energieverteilung des Zerfallsleptons, um den totalen Wirkungsquerschnitt zu erhalten, dann sieht man, dass der Beitrag der linearen Korrektur verschwindet:

$$\begin{aligned} \sigma &= \int_{E_6^{min}}^{E_6^{max}} A dE_6 + \int_{E_6^{min}}^{E_6^{max}} K E_6 dE_6 \\ &= (E_6^{max} - E_6^{min})(A + k\tilde{E}) \\ &= \frac{m_j^2 - m_{\tilde{e}}^2}{m_j^2} |\vec{p}_3| \left(A + \frac{m_j^2 - m_{\tilde{e}}^2}{2m_j^2} E_j K \right) \end{aligned} \quad (3.65)$$

Der Grund liegt in der Form der Korrektur, die genau symmetrisch um eine Nullstelle bei $\tilde{E} = \frac{1}{2}(E_6^{max} + E_6^{min})$ liegt.

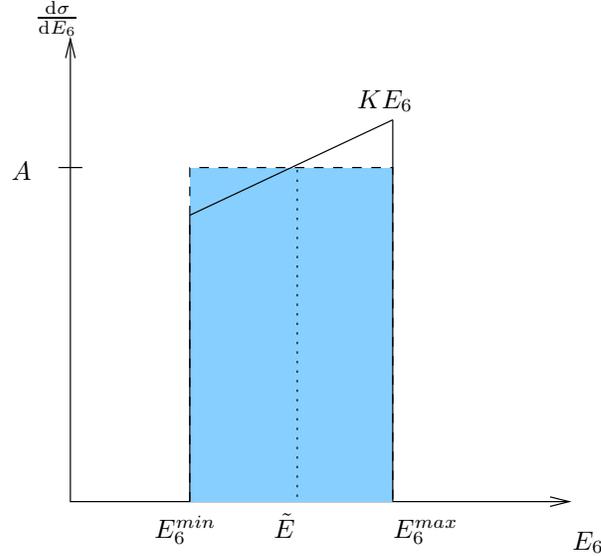


Abbildung 3.2: Schematische Form der Energieverteilung des Zerfallsleptons. Die schattierte Fläche stellt den totalen Wirkungsquerschnitt dar. Die lineare Korrektur ist stark überhöht eingezeichnet.

Um den Einfluss der Strahlpolarisation auf den totalen Wirkungsquerschnitt zu untersuchen, kann man die Größe σ^* definieren:

$$\begin{aligned}
 \sigma^* &:= \int_{E_6^{min}}^{\tilde{E}} \frac{d\sigma}{dE_6} dE_6 & (3.66) \\
 &= \frac{\pi^2 g^2 |f_{ej}^{R/L}|^2 |\vec{p}_3|}{8m_j \Gamma_j s^2 (2\pi)^4} \left\{ \left(P \frac{m_j^2 - m_{\tilde{e}}^2}{|\vec{p}_3|} \mp \Sigma_P^3 \frac{E_3}{|\vec{p}_3|^2} (m_j^2 - m_{\tilde{e}}^2) \right) \right. \\
 &\quad \left. \pm \Sigma_P^3 \frac{m_j^2}{|\vec{p}_3|^2} (\tilde{E}^2 - (E_6^{min})^2) \right\}
 \end{aligned}$$

Man definiert die *Polarisationsasymmetrie* $A_{pol}(P_3^+, P_3^-)$ als:

$$A_{pol}(P_3^+, P_3^-) = \frac{\sigma^*(P_3^+, P_3^-) - \sigma^*(-P_3^+, -P_3^-)}{\sigma^*(P_3^+, P_3^-) + \sigma^*(-P_3^+, -P_3^-)} \quad (3.67)$$

Im Folgenden soll wieder von longitudinal polarisierten Strahlen ausgegangen werden, d.h.

$$P_+^1, P_+^2, P_-^1, P_-^2 \ll P_-^3, P_+^3 \quad (3.68)$$

Damit nimmt der Leptonteil L der Produktionsdichtematrix, der die Polarisationsabhängigkeit enthält, die Form

$$\begin{aligned}
 L(\varphi, \psi, \vec{P}_+, \vec{P}_-) &= 2E^2 (1 + P_+^3 P_-^3) \text{Re}(d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)}) \\
 &\quad + 2iE^2 (P_+^3 + P_-^3) \text{Im}(d_R^{(\varphi)} d_R^{*(\psi)})
 \end{aligned} \quad (3.69)$$

an. Man sieht leicht, dass

$$\begin{aligned}
 P &\sim (1 + P_+^3 P_-^3) \\
 \Sigma_P^3 &\sim (P_+^3 + P_-^3)
 \end{aligned}
 \Rightarrow \begin{cases} \sigma^*(P_3^+, P_3^-) - \sigma^*(-P_3^+, -P_3^-) \sim 2\Sigma_P^3 \\ \sigma^*(P_3^+, P_3^-) + \sigma^*(-P_3^+, -P_3^-) \sim 2P \end{cases} \quad (3.70)$$

Die Polarisationsasymmetrie nimmt damit folgende Form an

$$A_{pol}(P_3^+, P_3^-) = \frac{\mp \Sigma_P^3(P_3^+, P_3^-) \frac{E_3}{|\vec{p}_3|} (m_j^2 - m_\ell^2) \pm \Sigma_P^3(P_3^+, P_3^-) \frac{m_j^2}{|\vec{p}_3|} (\tilde{E} + E_6^{min})}{P(P_3^+, P_3^-) (m_j^2 - m_\ell^2)} \quad (3.71)$$

wobei das obere (untere) Vorzeichen für ein R-(L-)Selektron im Endzustand gilt.

Mit

$$\tilde{E} + E_6^{min} = \frac{m_j^2 - m_\ell^2}{2} \left(\frac{E_3}{m_j^2} + \frac{1}{E_3 + |\vec{p}_3|} \right) = \frac{m_j^2 - m_\ell^2}{2} \left(\frac{2E_3 - |\vec{p}_3|}{m_j^2} \right) \quad (3.72)$$

kann man weiter vereinfachen zu

$$A_{pol}(P_3^+, P_3^-) = \frac{\Sigma_P^3(P_3^+, P_3^-)}{P(P_3^+, P_3^-)} \left(\mp \frac{E_3}{|\vec{p}_3|} \pm \frac{2E_3 - |\vec{p}_3|}{2|\vec{p}_3|} \right) = \mp \frac{1}{2} \frac{\Sigma_P^3(P_3^+, P_3^-)}{P(P_3^+, P_3^-)} \quad (3.73)$$

Besonders interessant ist für die Bestimmung der Neutralino-Higgs-Kopplungen die analytische Form der Polarisationsasymmetrie auf den schweren neutralen Higgs-Resonanzen. Es ist bei Vernachlässigung der (h, A) -Interferenz

$$\Sigma_P^3(P_3^+, P_3^-) = \frac{\sqrt{s^3}}{2} |\vec{p}_3| (P_3^+ + P_3^-) \text{Im}(d_R^{(H)} d_R^{(A)}) \text{Im}(c_R^{*(H)} c_R^{(A)}) \text{Re}(\Delta(H) \Delta^*(A)) \quad (3.74)$$

Setzt man $s = m_A^2$, dann erhält man mit (3.61):

$$\text{Re}(\Delta(H) \Delta^*(A)) \Big|_{s=m_A^2} = \frac{m_H \Gamma_H}{m_A \Gamma_A [(m_A^2 - m_H^2)^2 + m_H^2 \Gamma_H^2]} \quad (3.75)$$

$$\text{Im}(d_R^{(H)} d_R^{(A)}) = \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} g^2 \quad (3.76)$$

$$\text{Im}(c_R^{*(H)} c_R^{(A)}) = c_R^{(H)} \gamma^{(A)} \quad (3.77)$$

und damit

$$\begin{aligned} \Sigma_P^3(P_3^+, P_3^-) \Big|_{s=m_A^2} &= (P_3^+ + P_3^-) \frac{m_A^3}{2} |\vec{p}_3| \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} g^2 \times \\ &\times \frac{m_H \Gamma_H}{m_A \Gamma_A [(m_A^2 - m_H^2)^2 + m_H^2 \Gamma_H^2]} c_R^{(H)} \gamma^{(A)} \end{aligned} \quad (3.78)$$

Zur Berechnung von $P(P_3^+, P_3^-)$ muss man

$$2\text{Re} \left(L(\varphi, \psi, \vec{P}_+, \vec{P}_-) \bar{P}(\varphi, \psi) \Delta(\varphi) \Delta^*(\psi) \right) \quad (3.79)$$

über $(\varphi, \psi) = (h, H), (h, h), (H, H), (A, A)$ summieren. Wir vernachlässigen auch hier Terme in h , d.h. (h, h) und (h, H) . Damit ist

$$P(P_3^+, P_3^-) = s \sum_{(H,H), (A,A)} \bar{P}(\varphi, \psi) (\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi)) (1 + P_3^+ P_3^-) d_R^{(\varphi)} d_R^{(\psi)} \text{Re}(\Delta(\varphi) \Delta^*(\psi)) \quad (3.80)$$

Es ist

$$\bar{P}(\varphi, \psi) = (p_3 p_4) \text{Re}(c_R^{(\varphi)} c_R^{*(\psi)}) - m_i m_j \text{Re}(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)}) \quad (3.81)$$

Man kann die folgenden Größen auswerten:

$$(p_3 p_4) \Big|_{s=m_A^2} = \frac{1}{2} (m_A^2 - m_i^2 - m_j^2) \quad (3.82)$$

$$|\Delta(H)|^2 \Big|_{s=m_A^2} = \frac{1}{(m_A^2 - m_H^2)^2 + m_H^2 \Gamma_H^2} \quad (3.83)$$

$$|\Delta(A)|^2 \Big|_{s=m_A^2} = \frac{1}{m_A^2 \Gamma_A^2} \quad (3.84)$$

und erhält so schließlich

$$\begin{aligned}
 P(P_3^+, P_3^-) \Big|_{s=m_A^2} &= m_A^2 (1 + P_3^+ P_3^-) \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{g^2}{\cos^2 \beta} \frac{1}{2} (m_A^2 - (m_i + m_j)^2) \times \\
 &\times \left\{ \frac{\sin^2 \alpha |c_R^{(H)}|^2}{(m_A^2 - m_H^2)^2 + m_H^2 \Gamma_H^2} + \frac{\sin^2 \beta |c_R^{(A)}|^2}{m_A^2 \Gamma_A^2} \right\} \quad (3.85)
 \end{aligned}$$

Dies liefert den gesuchten Ausdruck für die Polarisationsasymmetrie auf der A -Resonanz:

$$\begin{aligned}
 A_{pol}(P_3^+, P_3^-) \Big|_{s=m_A^2} &= \mp m_A |\vec{p}_3| \frac{P_3^+ + P_3^-}{1 + P_3^+ P_3^-} \sin \alpha \sin \beta \frac{c_R^{(H)} \gamma^{(A)}}{m_A^2 - (m_i + m_j)^2} \times \\
 &\times \frac{\frac{m_H \Gamma_H}{m_A \Gamma_A [(m_A^2 - m_H^2)^2 + m_H^2 \Gamma_H^2]}}{\frac{\sin^2 \alpha |c_R^{(H)}|^2}{(m_A^2 - m_H^2)^2 + m_H^2 \Gamma_H^2} + \frac{\sin^2 \beta |c_R^{(A)}|^2}{m_A^2 \Gamma_A^2}} \quad (3.86)
 \end{aligned}$$

Um $A_{pol}(P_3^+, P_3^-)$ an der H -Resonanz zu bestimmen, ersetzt man einfach in (3.86)

$$m_A \leftrightarrow m_H \quad \Gamma_A \leftrightarrow \Gamma_H \quad (3.87)$$

Aus der Polarisationsasymmetrie lässt sich zwar nicht das Produkt der beiden Kopplungen bestimmen, dafür aber ihr Quotient. Teilt man (3.86) durch $(\gamma^{(A)})^2$, dann erhält man

$$\begin{aligned}
 A_{pol}(P_3^+, P_3^-) \Big|_{s=m_A^2} &= \mp m_A |\vec{p}_3| \frac{P_3^+ + P_3^-}{1 + P_3^+ P_3^-} \frac{\frac{c_R^{(H)}}{\gamma^{(A)}}}{m_A^2 - (m_i + m_j)^2} \times \\
 &\times \frac{\frac{m_H \Gamma_H}{m_A \Gamma_A}}{\frac{\sin \alpha (c_R^{(H)})^2}{\sin \beta (\gamma^{(A)})^2} + \frac{\sin \beta (m_A^2 - m_H^2)^2 + m_H^2 \Gamma_H^2}{m_A^2 \Gamma_A^2}} \quad (3.88)
 \end{aligned}$$

Man besitzt nun sowohl eine Möglichkeit, das Produkt als auch den Quotienten der Kopplungen zu bestimmen. Damit sind auch die Kopplungen selber bis auf ein Vorzeichen bestimmbar.

Kapitel 4

Szenarienwahl

Die Produktion reeller Neutralinos über H, A -Higgsaustausch und anschließender Zweikörperzerfall in ein Selektion und ein Elektron/Positron ist nur einem begrenzten Gebiet des MSSM-Parameterraums möglich. Vom experimentellen Standpunkt her ist dies notwendig, um nicht einen zu kleinen Wirkungsquerschnitt für den Prozess zu bekommen. Da das $\tilde{\chi}_1^0$ hier das LSP und damit stabil, aber nicht nachweisbar ist, müssen mindestens $\tilde{\chi}_1^0$ und $\tilde{\chi}_2^0$ produziert werden. Falls das über H - und A -Austausch möglich sein soll, muss

$$m_H > m_{\tilde{\chi}_2^0} + m_{\tilde{\chi}_1^0} \quad (4.1)$$

gelten. Der Prozess ist damit auch über H -Austausch möglich, da in allen betrachteten Szenarien das A -Boson das schwerste der neutralen Higgsbosonen ist.

Eine zweite Bedingung erlegt der Zerfall den Parametern auf: Das zweitschwerste Neutralino muss schwerer sein als das produzierte Selektion:

$$m_{\tilde{\chi}_2^0} > m_{\tilde{e}_{R/L}} + m_e \quad (4.2)$$

Die Elektronmasse kann vernachlässigt werden. Das R -Selektion ist in allen hier betrachteten Szenarien leichter als das L -Selektion (siehe auch Kap. 1), deshalb wird es mit einem größeren Querschnitt produziert werden, und seine Produktion wird bei Parametern M_2, μ möglich sein, bei denen man das L -Selektion nicht mehr produzieren kann.

4.1 Higgssektor

Die Higgsmassen und -breiten $m_h, m_H, m_A, \Gamma_h, \Gamma_H, \Gamma_A$ hängen von den Parametern m_A , der Masse des pseudoskalaren Higgsbosons, $\tan\beta$, dem Verhältnis der Higgs-Vakuumerwartungswerte, m_0 , der vereinheitlichten Masse aller Skalarfelder an der GUT-Skala, μ und M_2 , dem Higgsino- bzw. $SU(2)$ -Gaugino-Massenparameter sowie den trilinearen Kopplungen A_τ, A_t und A_b ab.

Die GUT-Masse m_0 wird im Folgenden immer als

$$m_0 = 100 \text{ GeV} \quad (4.3)$$

angenommen. Die wichtigsten Parameter sind m_A und $\tan\beta$. Auf Baumgraphen-Niveau besteht zwischen den Massen m_h, m_H, m_A die Relation [29]:

$$m_{h,H}^2 = \frac{1}{2} \left(m_A^2 + m_Z^2 \mp \sqrt{(m_A^2 + m_Z^2)^2 - 4m_Z^2 m_A^2 \cos^2 2\beta} \right) \quad (4.4)$$

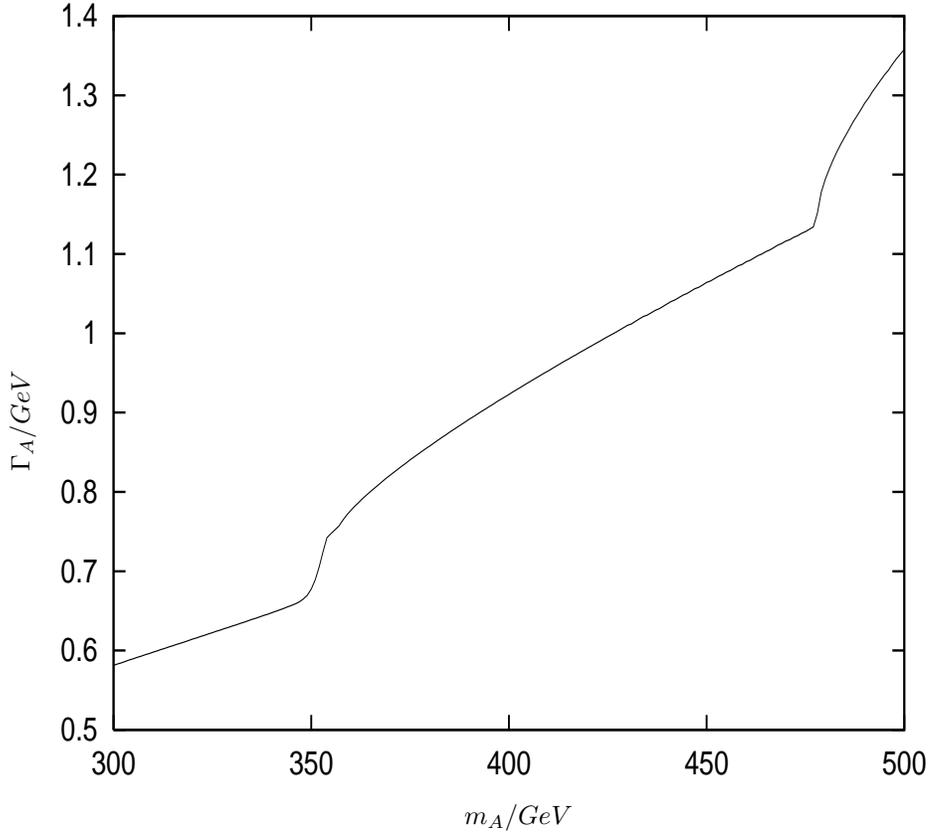


Abbildung 4.1: Totale Zerfallsbreite Γ_A des A -Bosons in GeV über der A -Masse m_A , berechnet mit HDECAY [34]. Verwendete Parameter: $m_0 = 100GeV$, $\tan\beta = 10$, $\mu = 500GeV$, $M_2 = 250GeV$, $A_\tau = -250GeV$

die in niedrigster Ordnung damit alle Higgs-Massen festlegt, wenn m_A bekannt ist. Auf der Ebene der Schleifendiagramme kommen aber noch wesentliche Korrekturen dazu. Man sieht, dass für steigende Werte von $\tan\beta$ die H - und A -Resonanz immer enger zusammen liegen. Die SUSY-Parameter μ und M_2 legen die Massen und Kopplungen der supersymmetrischen Teilchen fest. Dadurch tragen sie auch zu den Zerfallsbreiten und Schleifen-Korrekturen der Massen der Higgs-Bosonen bei. Die trilinearen Kopplungen, die aus den *soft SUSY breaking terms* des MSSM stammen, steuern wesentliche Beiträge zu den Higgsbreiten auf Schleifendiagramm-Niveau bei. Sie werden hier als vereinheitlicht angenommen:

$$A_\tau = A_t = A_b = -250 \text{ GeV} \quad (4.5)$$

Aufgrund der Bedingung (4.1) scheint es prinzipiell günstig zu sein, eine möglichst hohe Masse m_A des A -Bosons im Szenario anzusetzen. Mit steigender A -Masse werden allerdings immer weitere Zerfälle in Standardmodell- und supersymmetrische Teilchen möglich. Dadurch wächst zum einen die Breite des A -Bosons immer stärker an (siehe Fig. 4.1), zum anderen sinkt das Verzweungsverhältnis $BR(A \rightarrow \tilde{\chi}_2^0 + \tilde{\chi}_1^0)$.

4.2 Neutralino- und Sfermion-Sektor

Die Massen der Sfermionen gehorchen, bei Annahme einer GUT, der Polchinski-Gleichung (1.63). Dort sieht man, dass für genügend großes M_2 deren Massen quasi linear mit M_2 steigen. Andererseits steigen auch die Neutralinomassen mit M_2 . Die Neutralinomassen erhält man aus der Diagonalisierung der Massenmatrix (1.71). Diese könnte zwar prinzipiell analytisch erfolgen, das ist aber relativ aufwendig und bei numerischen Untersuchungen nicht notwendig. Sie wurde für alle Ergebnisse dieser Arbeit numerisch mit Hilfe der Singulärwertzerlegung diagonalisiert.

Man muss also versuchen, den Ausschnitt des Parameterraums zu finden, in dem (4.1) und (4.2) gleichzeitig erfüllt sind, und ausserdem die Massendifferenz $m_{\tilde{\chi}_3^0} - m_{\tilde{e}_{R/L}}$ möglichst groß ist. Die letzte Forderung ergibt sich aus der Tatsache, dass das Verzweigungsverhältnis für den Zweikörperzerfall in Selektion/Elektron proportional zu $(m_{\tilde{\chi}_2^0}^2 - m_{\tilde{e}}^2)$ ist.

In Abb. 4.2 und Abb. 4.3 ist diese Massendifferenz für $\tan\beta = 10$ und $m_A = 450$ GeV aufgetragen. Dabei wurde nur der Bereich berücksichtigt, der (4.1) und (4.2) erfüllt. Die beiden Plots danach zeigen die Massen der rechts- und linkshändigen Selektionen für die gleichen Parameter. Auch hier wurden die Massen nur in den Bereich des Parameterraums eingezeichnet, der die obigen Bedingungen erfüllt.

Eine Änderung der A -Masse ändert diese Plots qualitativ nicht. Die A -Masse spielt auf Baumgraphen-Niveau weder für die Massen der Neutralinos noch für die der Sfermionen eine wesentliche Rolle. Eine Verringerung von m_A verkleinert lediglich die "Hügel" in den $m_{\tilde{\chi}_2^0} - m_{\tilde{e}}$ -Plots, da dann ein weiterer Teil des $M_2 - \mu$ -Raums nicht mehr zur Verfügung steht, weil dort (4.1) nicht mehr erfüllt ist. Dabei fallen stets die Teile an der Kante des Hügels weg, wo die Massendifferenz am größten ist. Bei $m_A = 400$ GeV beträgt die maximale Massendifferenz zwischen dem zweitleichtesten Neutralino und dem R -Selektion z.B. nur noch ~ 90 GeV, gegenüber ~ 110 GeV bei $m_A = 450$ GeV.

4.3 Die Szenarien

Wir haben uns für fünf Szenarien (Tab. 1 und Tab. 2) entschieden, die hier mit den Buchstaben A bis E bezeichnet sind. Jedes Szenario wird einmal für $\tan\beta = 5$ und einmal für $\tan\beta = 10$ ausgewertet, die Bezeichnung lautet dann z.B. "Szenario A5" usw.

Die Lage der Szenarien im Parameterraum macht man sich am besten mit Hilfe der Abb. 4.2 klar. Man erkennt dort, dass man zwar einen relativ großen Bereich von μ -Werten zur Verfügung hat ($\mu \gtrsim 200$ GeV), aber in M_2 auf einen Streifen zwischen ~ 150 GeV und ~ 350 GeV eingeschränkt ist. Dadurch hat man auch nur noch beschränkte Wahlmöglichkeiten für mögliche Szenarien, wenn man den Mischungs-Charakter der beiden leichtesten Neutralinos vorgeben will.

Alle Szenarien beschränken sich auf eine A -Masse von $m_A = 450$ GeV. Kleinere A -Massen ermöglichen zwar schmalere Higgs-Resonanzen, schwächen aber auch die Observablen K und A_{pol} , an deren Bestimmung man hier interessiert ist.

Die Szenarien A und B liegen auf der Vorderkuppe des "Hügels" in der Abb. 4.2, bei $\mu = 250$ GeV und $M_2 = 350$ GeV bzw. $M_2 = 280$ GeV. In diesen Szenarien wird das LSP $\tilde{\chi}_1^0$ von seinen Photino- und Zino-Anteilen dominiert, ist also gauginoartig, während das zweitleichteste Neutralino gemischten Charakter besitzt. Die Szenarien C und D liegen bei $M_2 = 280$ und $\mu = 400$ GeV bzw. $\mu = 900$ GeV, d.h. auf dem von μ praktisch unabhängigen hinteren Teil des Hügels. Die beiden leichtesten Neutralinos besitzen hier beide einen klar gauginoartigen Charakter. Das

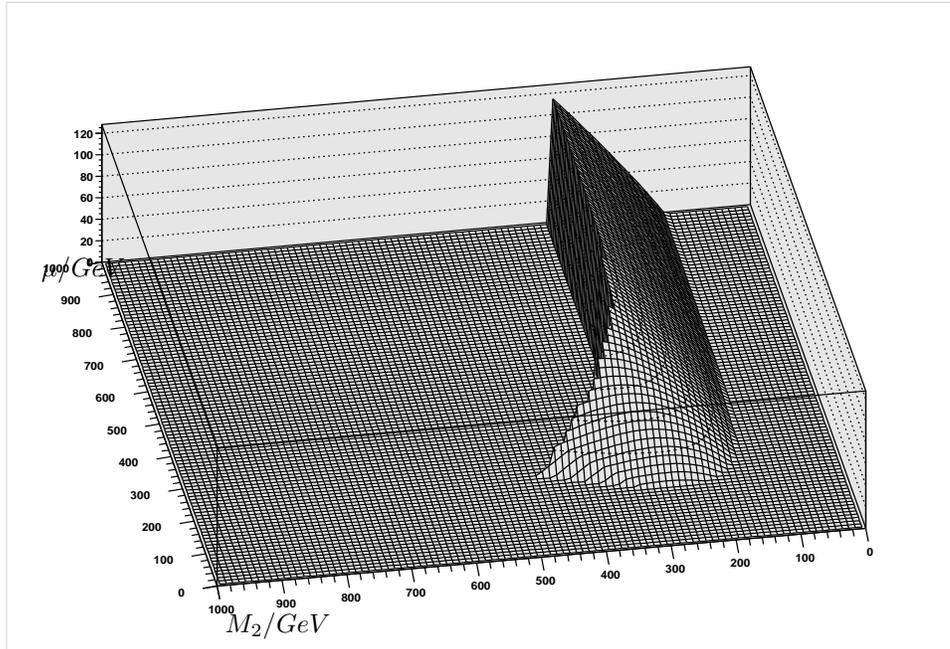


Abbildung 4.2: Massendifferenz $m_{\tilde{\chi}_2^0} - m_{\tilde{e}_R}$ über dem $M_2 - \mu$ -Parameterraum. Ein-gezeichnet ist die Differenz nur für solche Werte von M_2, μ , für die (4.1) und (4.2) erfüllt sind. Verwendete Parameter: $m_0 = 100\text{GeV}$, $\tan\beta = 10$, $A_\tau = -250\text{GeV}$

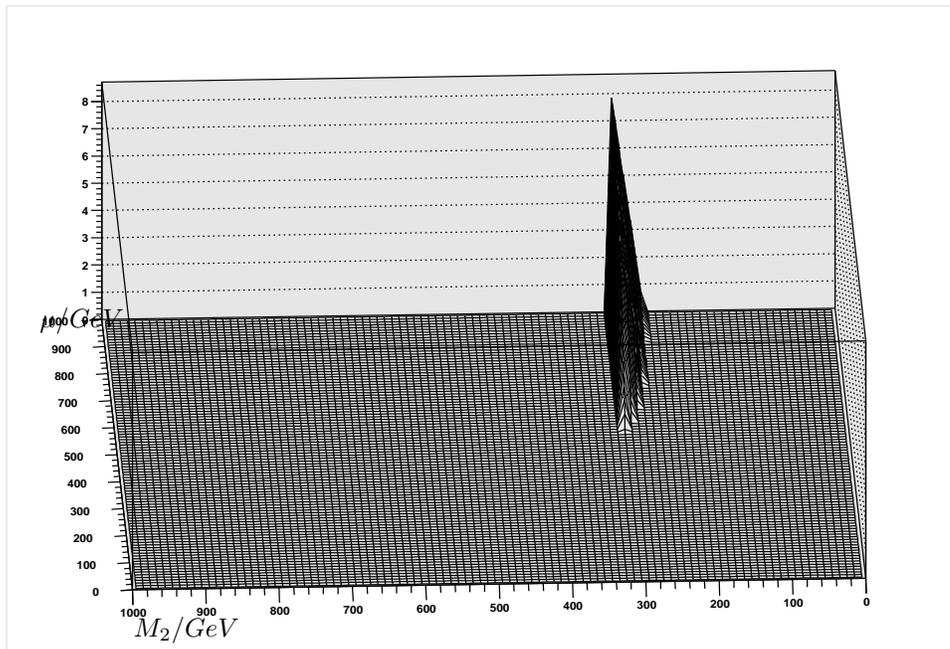


Abbildung 4.3: Massendifferenz $m_{\tilde{\chi}_2^0} - m_{\tilde{e}_L}$ über dem $M_2 - \mu$ -Parameterraum. Ein-gezeichnet ist die Differenz nur für solche Werte von M_2, μ , für die (4.1) und (4.2) erfüllt sind. Verwendete Parameter: $m_0 = 100\text{GeV}$, $\tan\beta = 10$, $A_\tau = -250\text{GeV}$

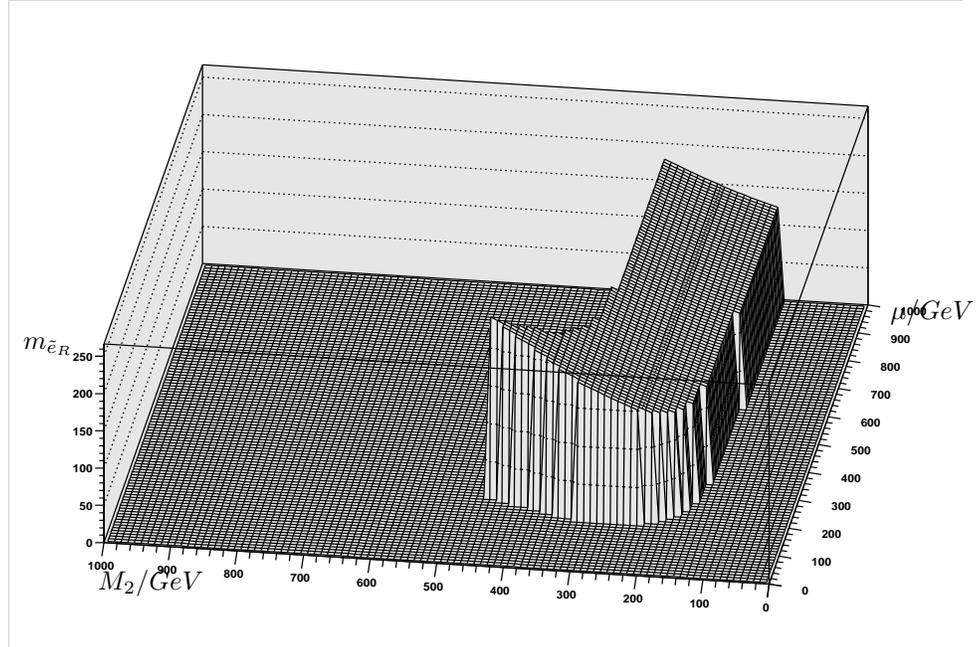


Abbildung 4.4: Masse $m_{\tilde{e}_R}$ des R-Selektrens. Eingezeichnet ist die Masse nur für solche Werte von M_2, μ , für die (4.1) und (4.2) erfüllt sind. Verwendete Parameter: $m_0 = 100\text{GeV}$, $\tan \beta = 10$, $A_\tau = -250\text{GeV}$

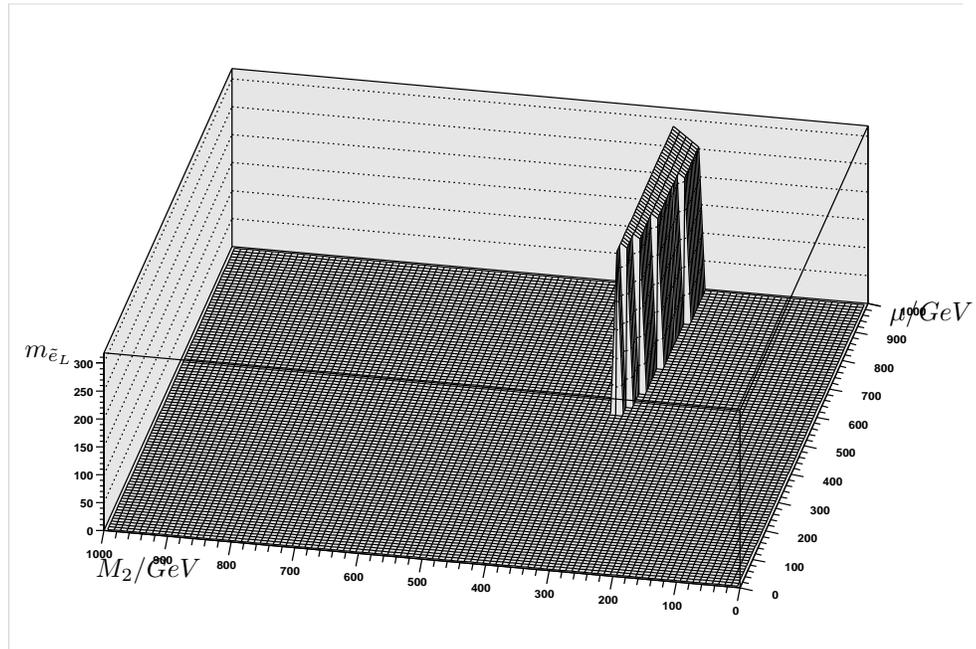


Abbildung 4.5: Masse $m_{\tilde{e}_L}$ des L-Selektrens. Eingezeichnet ist die Masse nur für solche Werte von M_2, μ , für die (4.1) und (4.2) erfüllt sind. Verwendete Parameter: $m_0 = 100\text{GeV}$, $\tan \beta = 10$, $A_\tau = -250\text{GeV}$

Szenario *E* stellt einen Sonderfall dar. Es liegt bei $M_2 = 380$ GeV und $\mu = 210$ GeV, d.h. nahe an der Grenze des Bereichs, in dem ein Zweikörperzerfall in ein Selekttron und ein Elektron überhaupt möglich ist. Es wurde so gewählt, dass die Zerfallsbreite $\Gamma_{\tilde{\chi}_2^0}$ des zweitleichtesten Neutralinos möglichst klein wird. Dies ist für eine Bestimmung der Steigung K der Energieverteilung des Zerfallsleptons günstig, da dort ein Faktor m_2/Γ_2 auftaucht (wenn man von $\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$ -Produktion ausgeht). Der Wirkungsquerschnitt des Prozesses sinkt allerdings. In diesem Szenario hat das LSP gemischten Charakter, das zweitleichteste Neutralino besitzt sogar einen higgsino-artigen Charakter.

Die Massen und Zerfallsbreiten sowie der Mischungswinkel α des MSSM-Higgs-Sektors werden mit dem Programm HDECAY [34] berechnet. Dieses berücksichtigt auch Loop-Korrekturen zu den Higgs-Massen, d.h. dort spielen auch die trilinearen Kopplungen A_τ , A_t und A_b eine Rolle. Sie wurden hier als vereinheitlicht angenommen (s.o.). Mit steigendem $\tan\beta$ liegen die Higgs-Resonanzen enger beisammen und werden breiter, bei $\tan\beta = 10$ lassen sie sich bereits nicht mehr trennen, wie man an den totalen Produktionsquerschnitten für diese Szenarien gut erkennen kann. Die Higgsbreite steigt außerdem, falls die Neutralinos gemischten Charakter besitzen, denn in diesem Fall sind die Higgs-Neutralino-Kopplungen größer ([35, 36]).

Tab. 1: Parameter der Szenarien mit $\tan\beta = 5$. Alle Massen und Zerfallsbreiten sowie die trilinearen Kopplungen A_τ sind in GeV angegeben.

	A5	B5	C5	D5	E5
$\tan\beta$	5	5	5	5	5
m_0	100	100	100	100	100
A_τ	-250	-250	-250	-250	-250
M_2	350	280	280	280	380
μ	250	250	400	900	210
M_1	175.721	140.577	140.577	140.577	190.783
m_A	450	450	450	450	450
m_h	106.236	106.434	106.289	106.411	106.110
m_H	451.549	451.551	451.514	451.315	451.556
Γ_H	0.9235	1.107	0.6961	0.6637	1.035
Γ_A	1.605	2.287	1.110	1.000	1.771
$m_{\tilde{\chi}_1^0}$	158.691	128.699	136.233	139.361	155.883
$m_{\tilde{\chi}_2^0}$	234.553	208.939	254.459	274.664	214.889
$\Gamma_{\tilde{\chi}_2^0}$	59.763	41.696	31.616	52.365	0.0122
$m_{\tilde{e}_L}$	329.903	272.024	272.024	272.024	355.158
$m_{\tilde{e}_R}$	199.880	172.652	172.652	172.652	212.106
$\tilde{\chi}_1^0(\tilde{\gamma})$	(0.7003	(0.7456	(0.8382	(0.8676	(0.5062
\tilde{Z}	-0.5466	-0.5605	-0.5220	-0.4941	-0.4992
\tilde{H}_a	0.3404	0.2502	0.0976	0.0277	0.5440
$\tilde{H}_b)$	0.3082)	0.2568)	0.1243)	0.0474)	0.4456)
$\tilde{\chi}_2^0(\tilde{\gamma})$	(-0.6214	(-0.6124	(-0.5376	(-0.4971	(-0.0170
\tilde{Z}	-0.1563	-0.3758	-0.7460	-0.8606	0.0961
\tilde{H}_a	0.6296	0.5547	0.2916	0.0663	-0.5662
$\tilde{H}_b)$	0.4394)	0.4196)	0.2637)	0.0888)	0.8184)

Tab. 2: Parameter der Szenarien mit $\tan \beta = 10$. Alle Massen und Zerfallsbreiten sowie die trilinearen Kopplungen A_τ sind in GeV angegeben.

	A10	B10	C10	D10	E10
$\tan \beta$	10	10	10	10	10
m_0	100	100	100	100	100
A_τ	-250	-250	-250	-250	-250
M_2	350	280	280	280	380
μ	250	250	400	900	210
M_1	175.721	140.577	140.577	140.577	190.783
m_A	450	450	450	450	450
m_h	117.509	117.697	117.149	115.762	117.494
m_H	450.452	450.453	450.431	450.245	450.454
Γ_H	1.140	1.318	0.9626	0.9431	1.257
Γ_A	1.393	2.097	1.107	1.019	1.673
$m_{\tilde{\chi}_1^0}$	161.773	131.294	137.404	139.788	160.046
$m_{\tilde{\chi}_2^0}$	235.895	212.031	258.191	276.078	216.330
$\Gamma_{\tilde{\chi}_2^0}$	56.838	41.814	34.770	104.642	0.05564
$m_{\tilde{e}_L}$	330.096	272.258	272.258	272.258	355.337
$m_{\tilde{e}_R}$	200.154	172.971	172.971	172.971	212.365
$\tilde{\chi}_1^0(\tilde{\gamma})$	(0.7245	(0.7698	(0.8470	(0.8704	(0.5245
\tilde{Z}	-0.5351	-0.5440	-0.5106	-0.4894	-0.4898
\tilde{H}_a	0.2838	0.1981	0.0714	0.0180	0.4872
$\tilde{H}_b)$	0.3291)	0.2685)	0.1294)	0.0498)	0.4974)
$\tilde{\chi}_2^0(\tilde{\gamma})$	(-0.5877	(-0.5789	(-0.5239	(-0.4921	(-0.0193
\tilde{Z}	-0.1585	-0.3857	-0.7602	-0.8639	0.1089
\tilde{H}_a	0.6019	0.5243	0.2506	0.0488	-0.6432
$\tilde{H}_b)$	0.5169	0.4912	0.2912	0.0947	0.7576

Kapitel 5

Numerische Ergebnisse

5.1 Produktionsquerschnitte

Zunächst soll der Produktionsquerschnitt des Prozesses

$$\mu^+ \mu^- \longrightarrow \tilde{\chi}_1^0 \tilde{\chi}_2^0 \quad (5.1)$$

für die Szenarien *A5* bis *E5* und *A10* bis *E10* untersucht werden. Berücksichtigt wurden dabei die im Kapitel 2 angegebenen Beiträge: Higgs- und Z-Austausch im s-Kanal und Smuon-Austausch im t- und u-Kanal sowie Interferenzterme zwischen Z- und Smuon-Austausch. Nicht berücksichtigt bleiben Interferenzen zwischen Higgs-Austausch und Z- und Smuon-Austausch.

Um die gleichen Parameter wie in den Untersuchungen zur Polarisationsasymmetrie und zur Energiedistribution des Zerfalls zu benutzen, wurden vollständig longitudinal polarisierte Muon-Strahlen angenommen, d.h.

$$P_+^3 = P_-^3 = 1 \quad (5.2)$$

In einem realen Muon-Collider ist es eine realistische vorsichtige Schätzung, von einer Longitudinalpolarisation von $\sim 20\%$ auszugehen [19]. In diesem Fall verringern sich die Wirkungsquerschnitte auf den folgenden Abbildungen um einen Faktor $(1 + 0.2 \cdot 0.2)/(1 + 1 \cdot 1) = 0.52$. (siehe Gln.2.89,2.116,2.144).

Im Fall $\tan \beta = 5$ lassen sich die Higgs-Resonanzen noch trennen, obwohl sie auch hier schon stark überlappen. Für $\tan \beta = 10$ kann man die beiden Resonanzpeaks nicht mehr unterscheiden, dafür steigt der Querschnitt in diesen Szenarien um mehr als einen Faktor zwei. Die Produktionsquerschnitte sind am größten für die Szenarien *A*, *B* und *E*. Dort besitzen die beiden produzierten Neutralinos einen gemischteren Charakter als in den Szenarien *C* und *D*, wo sie sehr stark von ihren Gaugino-Anteilen dominiert werden. In gemischteren Szenarien sind die Higgs-Neutralino-Kopplungen stärker ([35], [36]), wodurch der Anstieg der Querschnitte zustande kommt. Ein weiterer Grund für die kleineren Querschnitte in *C* und *D* liegt in der wesentlich größeren Masse $m_{\tilde{\chi}_2^0}$ des zweitleichtesten Neutralinos in diesen Szenarien, die eine Verkleinerung des Produktionsphasenraums bewirkt.

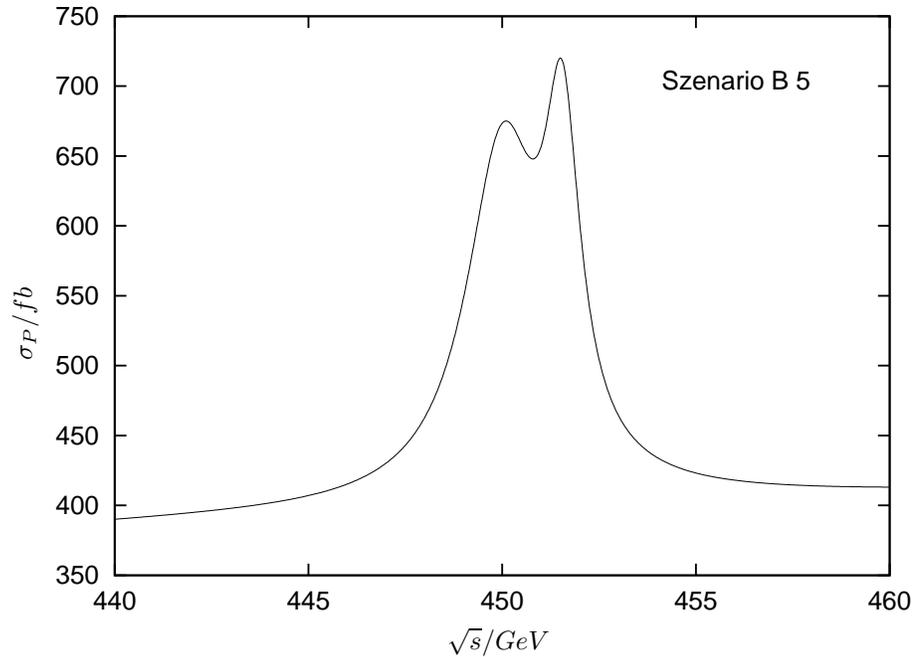
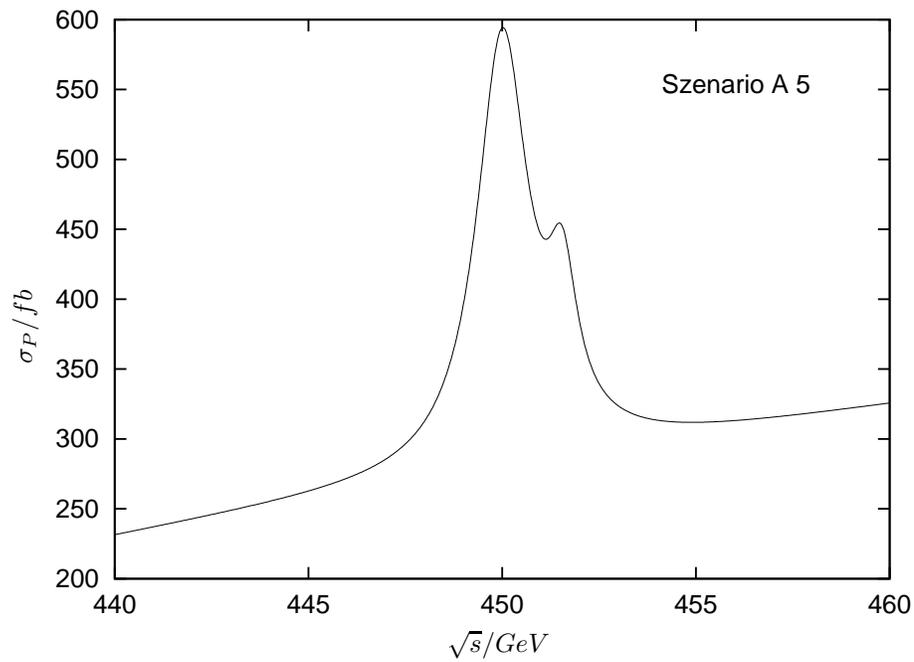


Abbildung 5.1: Produktionsquerschnitt σ_P des Prozesses $\mu^+\mu^- \rightarrow \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$ in fb in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien A5 und B5 (s. Kap.4, Tab.1), bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

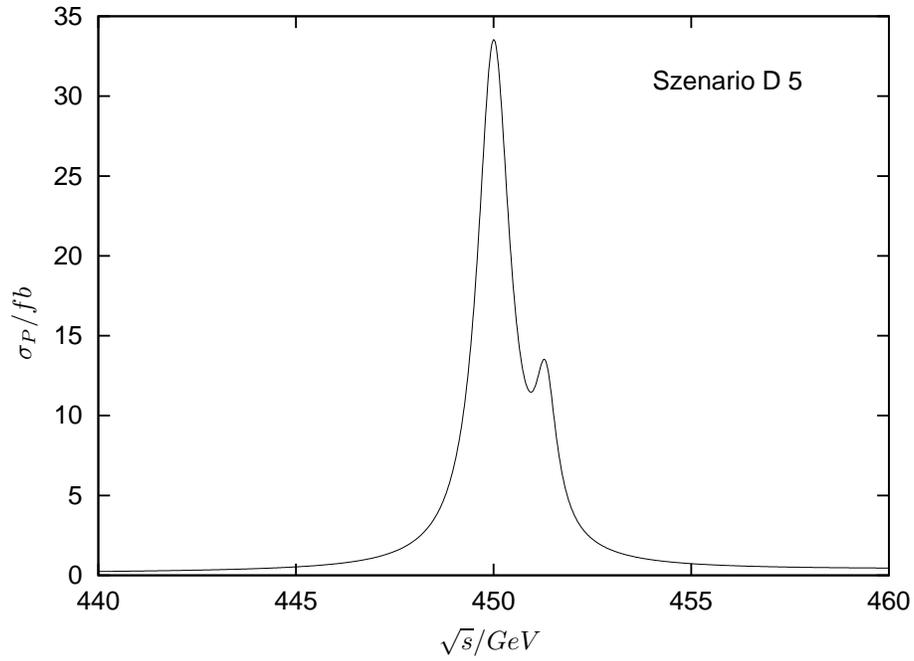
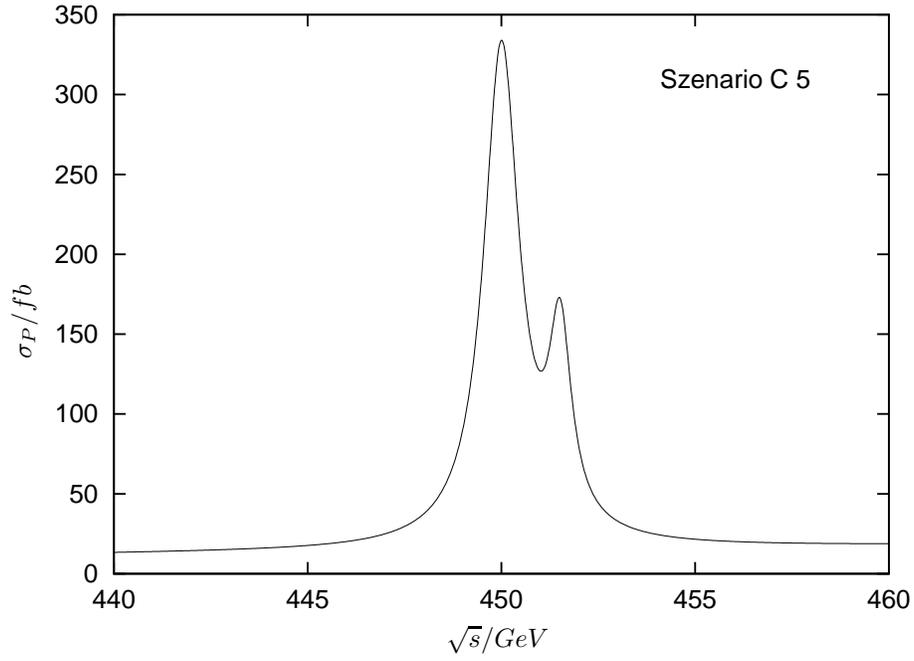


Abbildung 5.2: Produktionsquerschnitt σ_P des Prozesses $\mu^+\mu^- \rightarrow \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$ in fb in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien C5 und D5 (s. Kap.4, Tab.1) bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

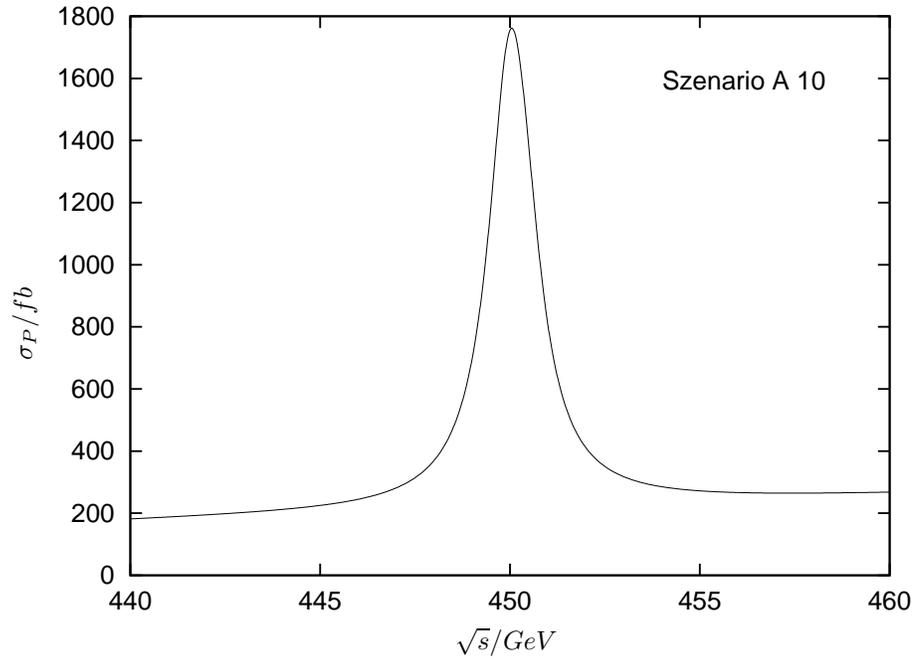
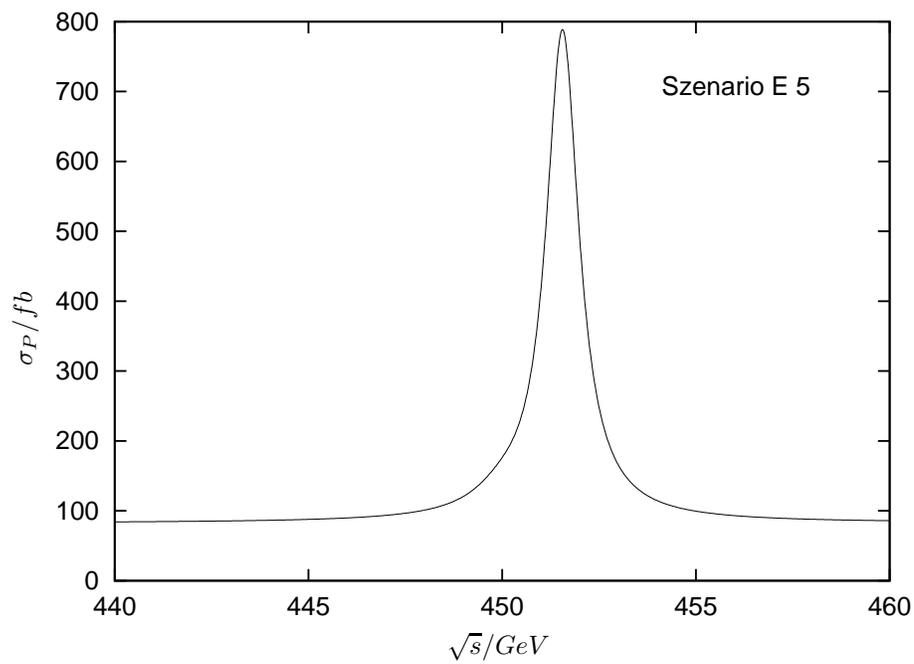


Abbildung 5.3: Produktionsquerschnitt σ_P des Prozesses $\mu^+\mu^- \rightarrow \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$ in fb in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien E5 und A10 (s. Kap.4, Tab.1 u. 2) bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

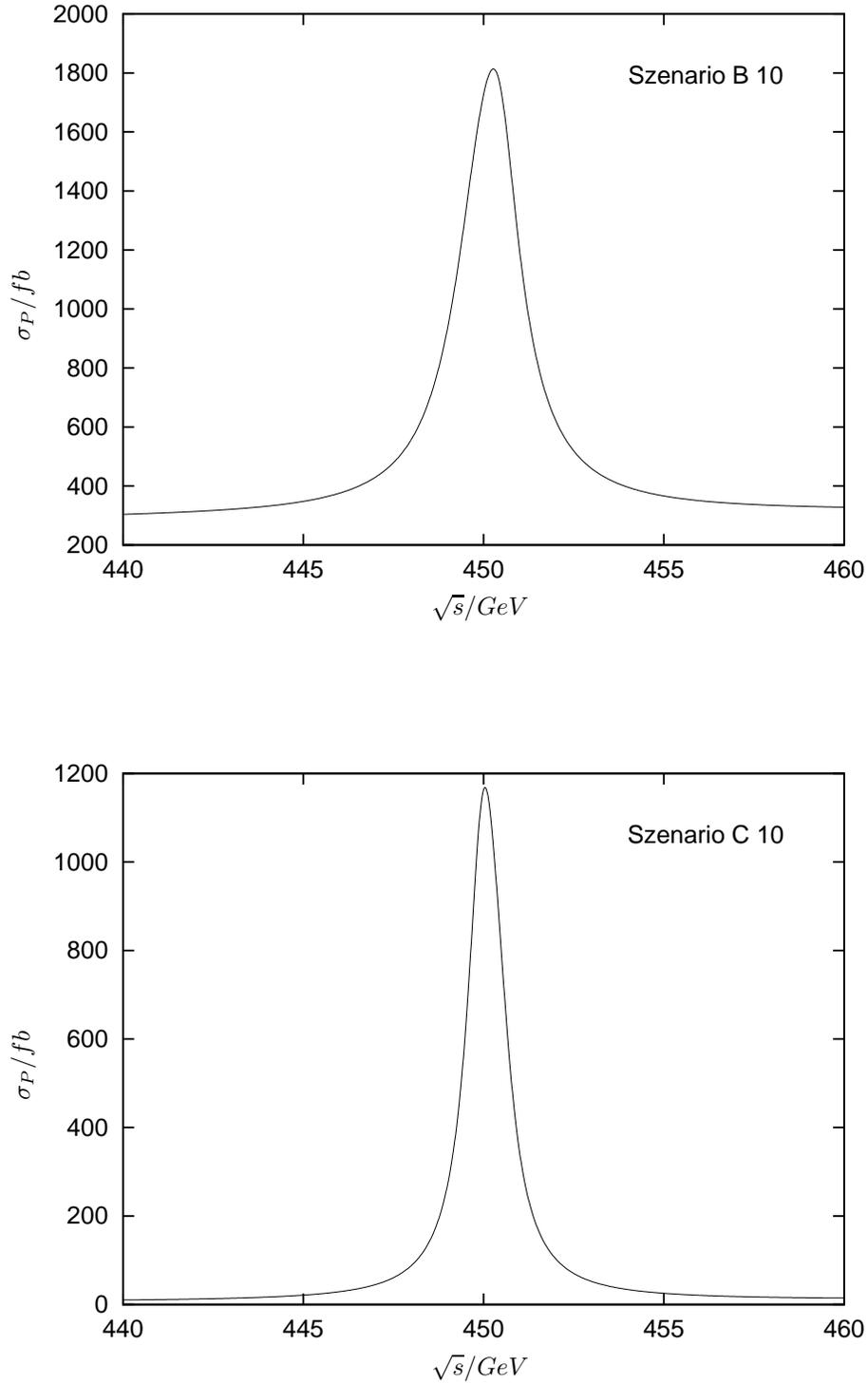


Abbildung 5.4: Produktionsquerschnitt σ_P des Prozesses $\mu^+\mu^- \rightarrow \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$ in fb in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien B10 und C10 (s. Kap.4, Tab.2) bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

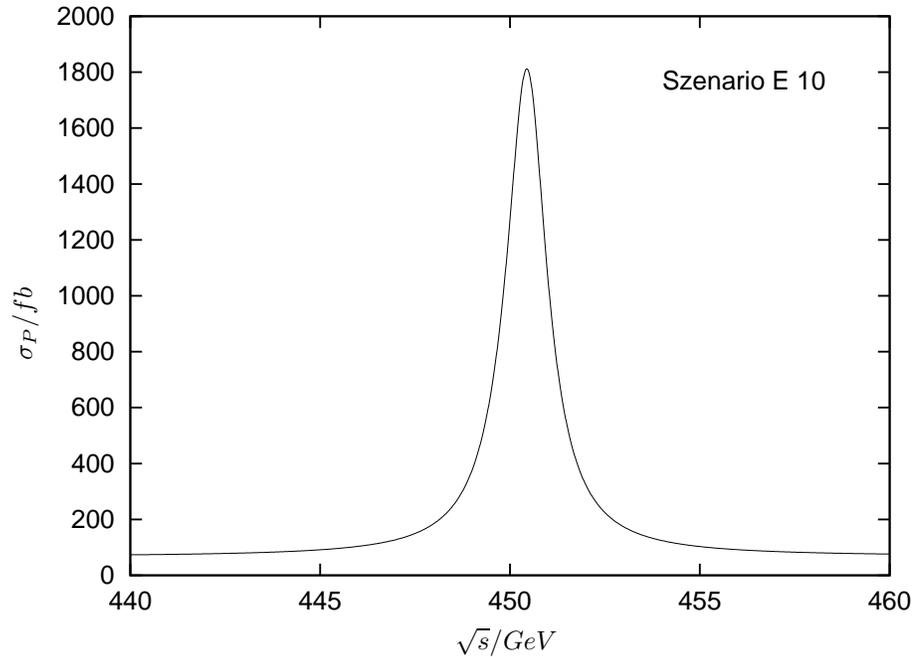
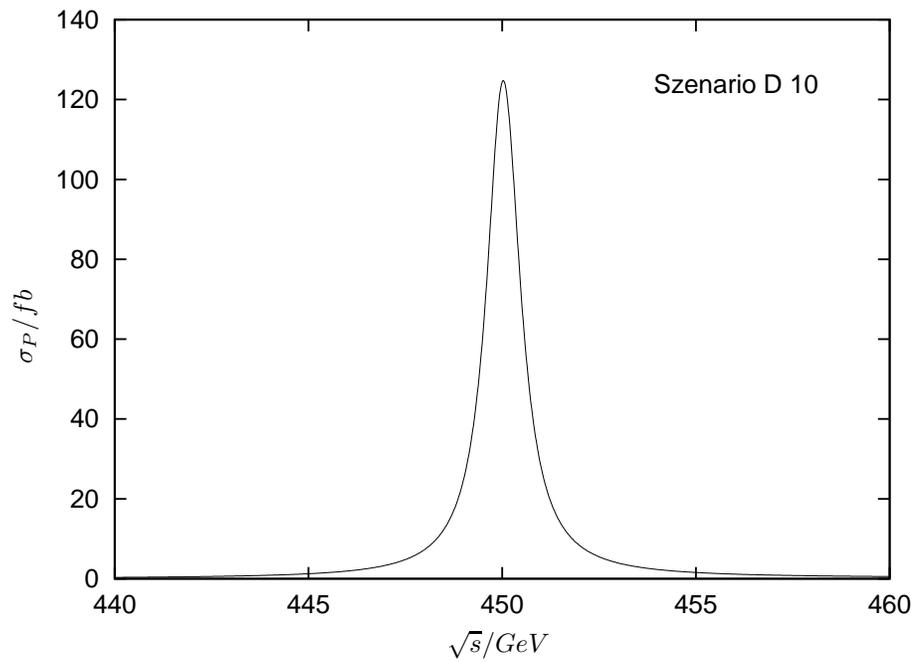


Abbildung 5.5: Produktionsquerschnitt σ_P des Prozesses $\mu^+\mu^- \rightarrow \tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$ in fb in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien D10 und E10 (s. Kap.4, Tab.2) bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

5.2 Polarisationsasymmetrie

In diesem Abschnitt soll die Polarisationsasymmetrie A_{pol} (3.67) für die verschiedenen Szenarien in ihrer Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} dargestellt werden. Wie in Kapitel 3 gezeigt, bietet sie eine Möglichkeit zur Bestimmung des Verhältnisses der Neutralino-Higgs-Kopplungen $\gamma_R^{(A)}/c_R^{(H)}$ (siehe auch Gl (3.73)). Dazu wurde angenommen, dass die beiden Ausgangs-Muonen vollständig longitudinal polarisiert sind:

$$P_3^+ = P_3^- = 1 \quad (5.3)$$

In diesem Fall erreicht A_{pol} seine größten Werte, d.h. die folgenden Ergebnisse können als eine obere Schranke der möglichen Polarisationsasymmetrie angesehen werden. Ein realer Muon-Collider erreicht ohne longitudinale Kühlung nur etwa 20 % Longitudinalpolarisation [19]. Aus den Gleichungen (3.67) und (3.86) sieht man, dass dann der Faktor

$$\frac{P_3^+ + P_3^-}{1 + P_3^+ P_3^-} \quad (5.4)$$

von 1 auf ~ 0.4 sinkt, d. h. realistische Asymmetrien liegen etwa bei 40 % der im Folgenden angegebenen Werte.

Es treten insgesamt sehr große Polarisationsasymmetrien auf, etwa zwischen +30% und -45%. Für Experimente interessant sind die Werte der Asymmetrie aber nur in Energiebereichen, in denen der Wirkungsquerschnitt des Prozesses ebenfalls hoch ist. Aus den Diagrammen im vorigen Abschnitt erkennt man, dass die Produktionsquerschnitte des Higgs-Austausches nur in einem Streifen von etwa ± 3 GeV um die schweren neutralen Higgs-Resonanzen gut vom Untergrund unterscheidbar sind. Die folgende Diskussion bezieht sich nur auf diesen Bereich.

Für die $\tan \beta = 5$ -Szenarien zeigt A_{pol} zwei Minima und ein klar ausgeprägtes Maximum im Bereich der beiden Higgs-Resonanzen. Bei den Szenarien mit $\tan \beta = 10$ sieht man hier nur noch eine leichte Stufe. Dafür sieht man in diesen Szenarien durchweg eine betragsmäßige Zunahme der Asymmetrie (abgesehen vom Szenario D). Während in den Szenarien $A5$ und $B5$ die Asymmetrie etwa zwischen -15% und +5% liegt, ist sie in $A10$ und $B10$ negativ und liegt zwischen -5% und -40%. Zwischen $C5$ und $C10$ fällt der Unterschied weniger dramatisch aus, A_{pol} liegt in $C5$ zwischen +20% und -35%, wird aber in $C10$ rein negativ (im betrachteten Energiebereich) und erreicht Werte von -20% bis -42%. Auch im Szenario D wird die Asymmetrie rein negativ für $\tan \beta = 10$, die Spanne der erreichten Werte schrumpft jedoch von -45% bis +17% auf etwa -25% bis -37%. Der Wertebereich von A_{pol} liegt in $E5$ noch weitgehend im Positiven, mit $\sim 15\%$ im Bereich um die Higgs-Resonanzen, für $\tan \beta = 10$ liegt er dagegen im Negativen, wobei im Bereich der Higgs-Resonanzen mit -25% der betragsmäßig größte Wert erreicht wird.

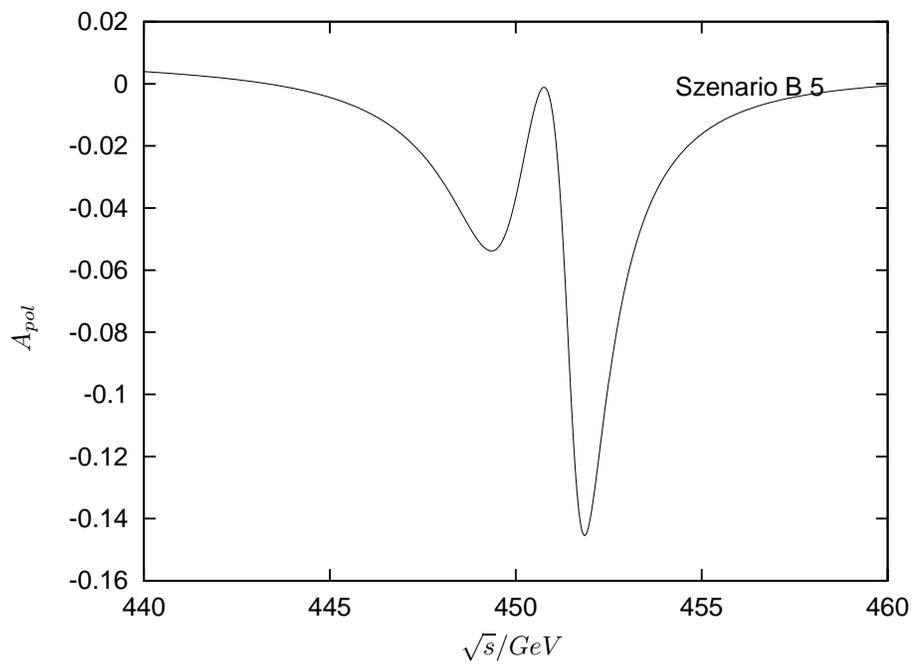
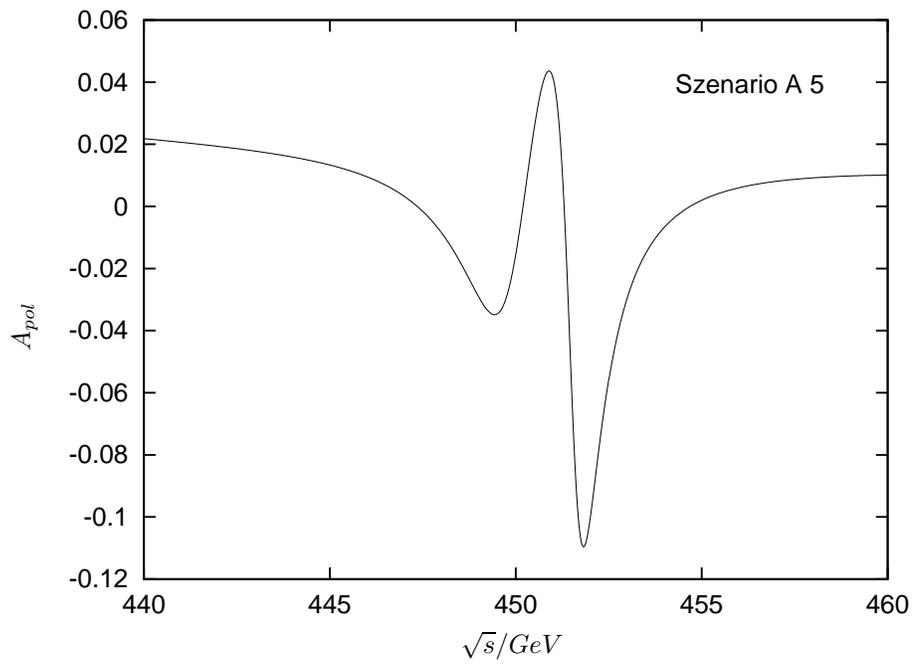


Abbildung 5.6: Polarisationsasymmetrie A_{pol} (3.67) der Neutralinoproduktion über Higgsaustausch im s-Kanal in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien A5 und B5 (s. Kap.4, Tab.1). Dabei wurden beide Ausgangs-Muonen als vollständig longitudinal polarisiert angenommen.

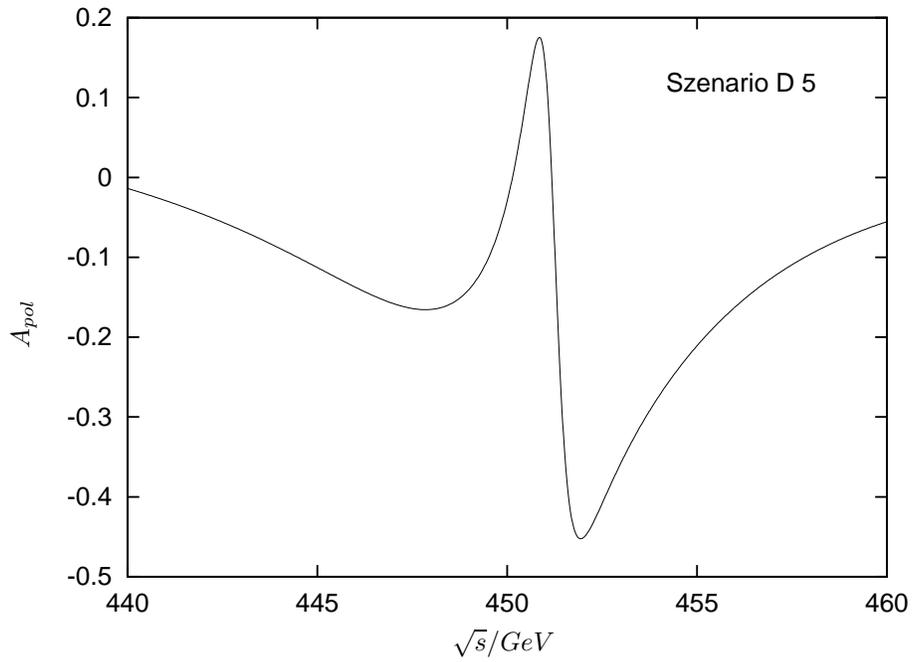
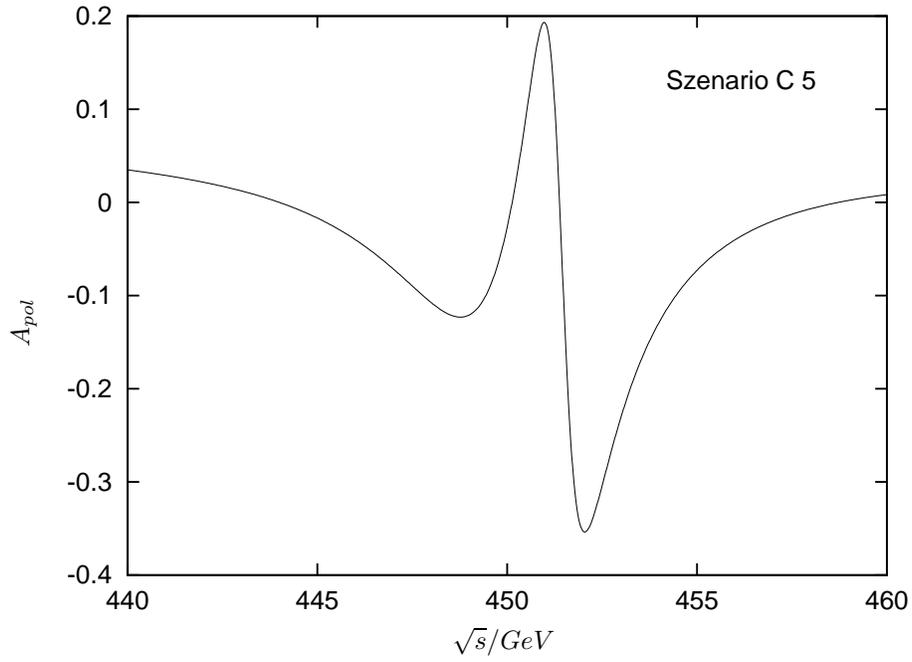


Abbildung 5.7: Polarisationsasymmetrie A_{pol} (3.67) der Neutralinoproduktion über Higgsaustausch im s-Kanal in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien C5 und D5 (s. Kap.4, Tab.1). Dabei wurden beide Ausgangs-Muonen als vollständig longitudinal polarisiert angenommen.

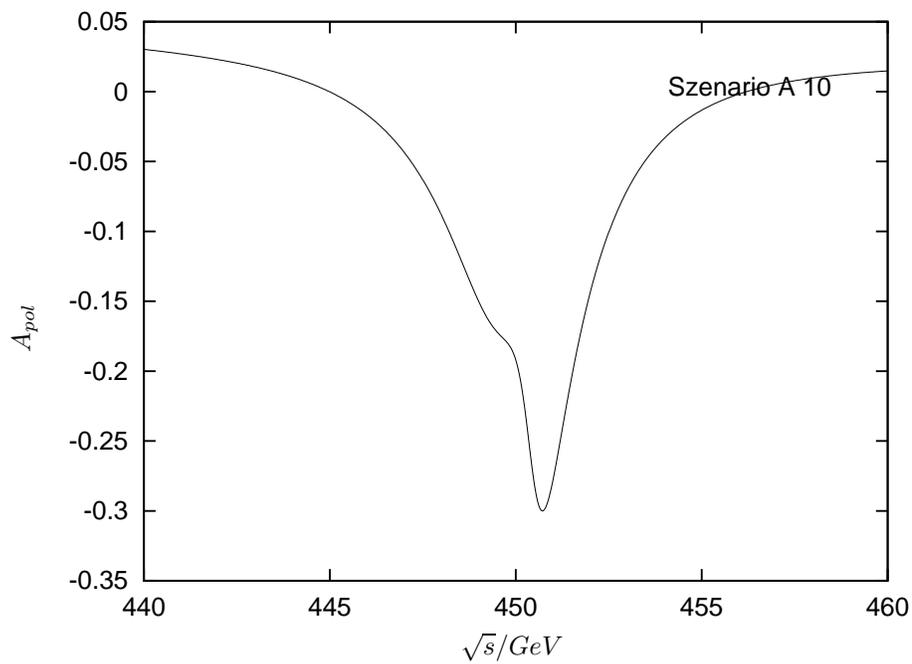
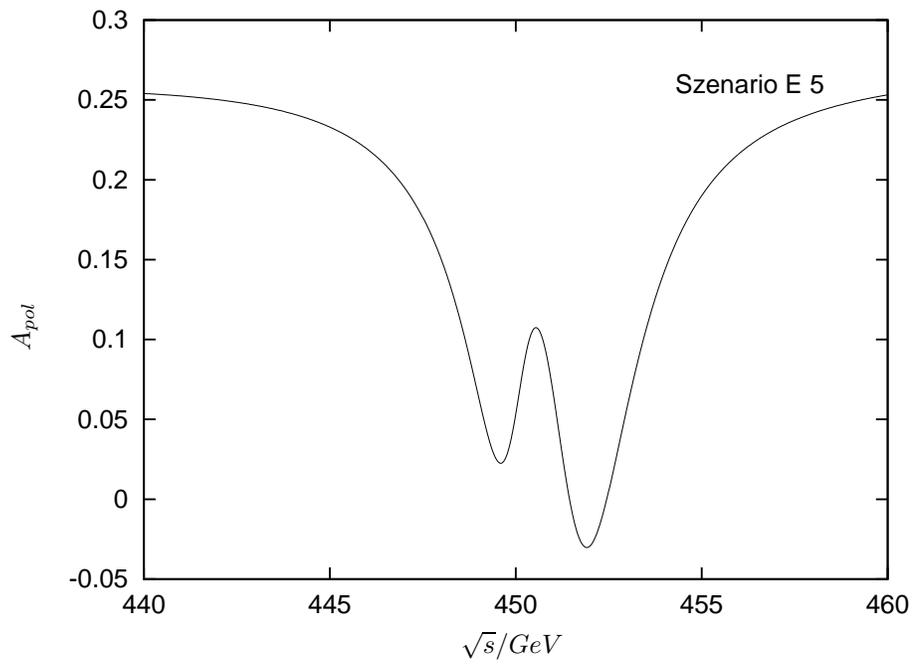


Abbildung 5.8: Polarisationsasymmetrie A_{pol} (3.67) der Neutralinoproduktion über Higgsaustausch im s-Kanal in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien E5 und A10 (s. Kap.4, Tab.1 u. 2). Dabei wurden beide Ausgangs-Muonen als vollständig longitudinal polarisiert angenommen.

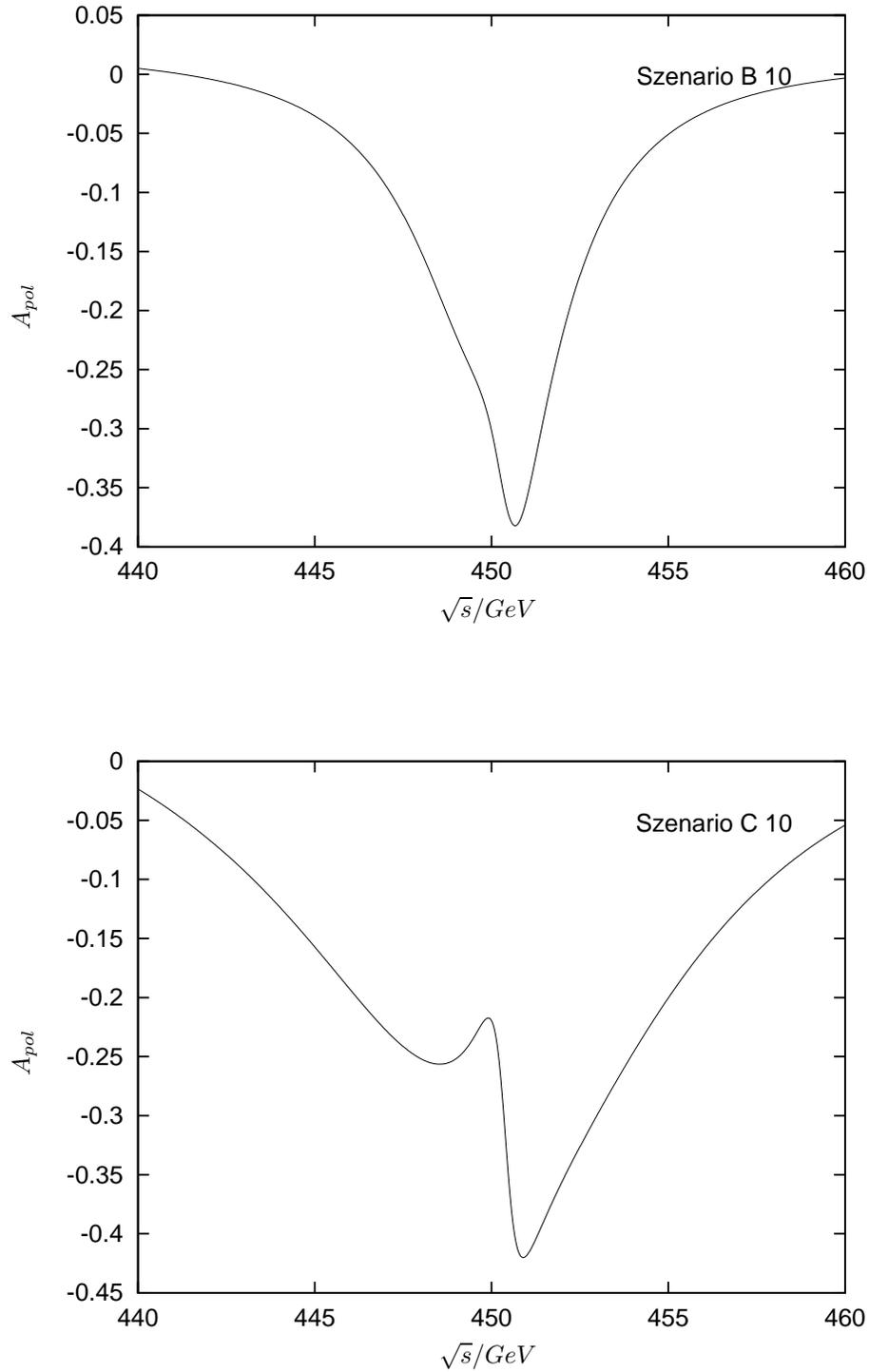


Abbildung 5.9: Polarisationsasymmetrie A_{pol} (3.67) der Neutralinoproduktion über Higgsaustausch im s-Kanal in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien B10 und C10 (s. Kap.4, Tab.2). Dabei wurden beide Ausgangs-Muonen als vollständig longitudinal polarisiert angenommen.

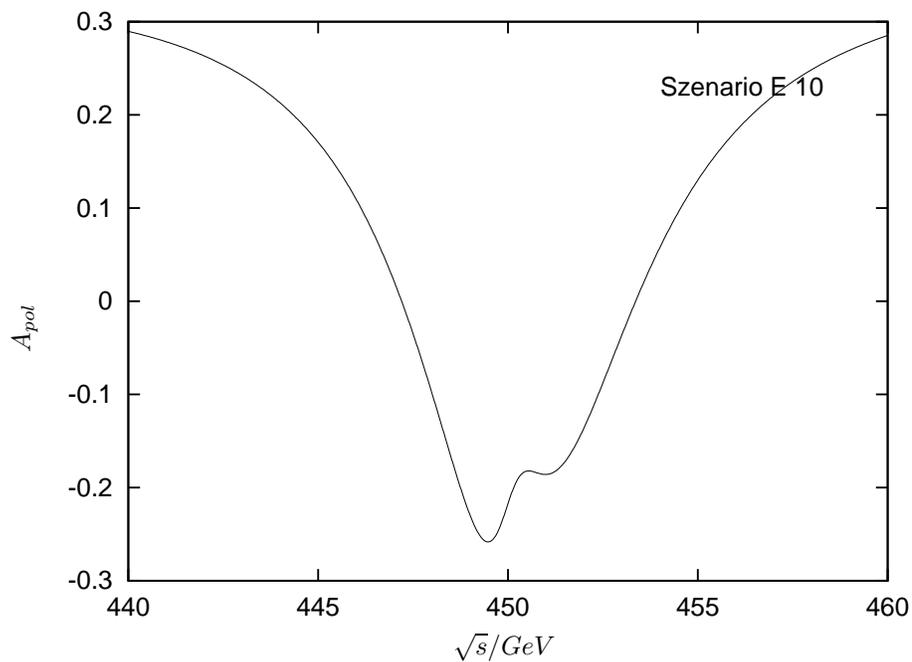
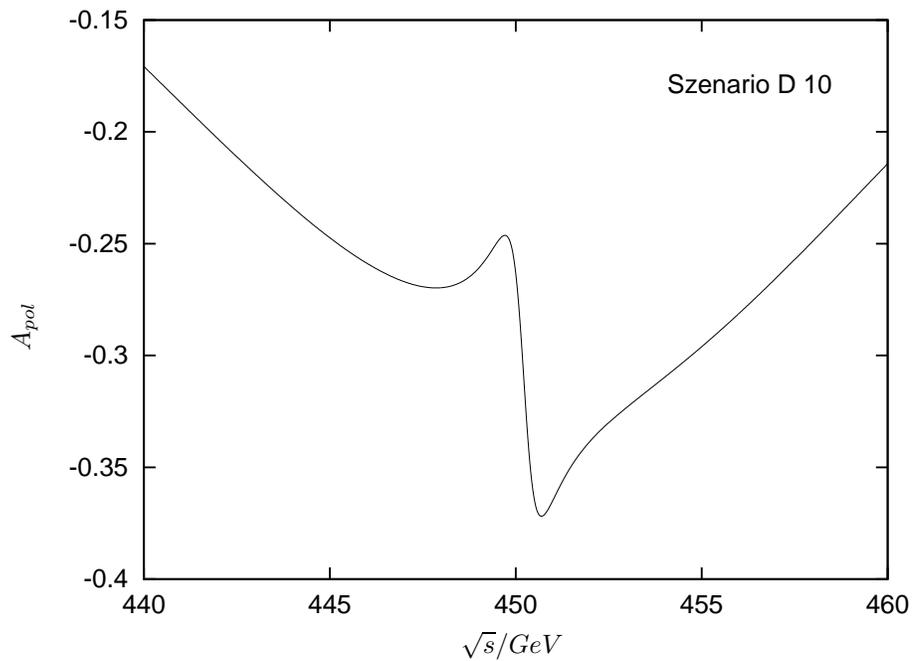


Abbildung 5.10: Polarisationsasymmetrie A_{pol} (3.67) der Neutralinoproduktion über Higgsaustausch im s-Kanal in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien D10 und E10 (s. Kap.4, Tab.2). Dabei wurden beide Ausgangs-Muonen als vollständig longitudinal polarisiert angenommen.

5.3 Steigungsparameter K der Energieverteilung des Zerfallsleptons

Die Steigung K (3.62) der Energieverteilung des im \tilde{e} - e -Zweikörperzerfall produzierten Elektrons stellt eine Größe dar, aus der man das Produkt der Higgs-Neutralino-Kopplungen bestimmen kann (siehe Kapitel 3). Diese Abweichung von einer konstanten Energiedistribution stammt von den Spinkorrelationen zwischen Neutralinoproduktion und Zerfall.

Es wurde auch hier eine vollständige longitudinale Polarisation der Muonstrahlen angenommen: $P_3^+ = P_3^- = 1$. Wie oben erwähnt sind aber nur etwa 20 % Polarisation realistisch [19]. Wegen der $(P_3^+ + P_3^-)$ -Proportionalität von K (siehe Gln. 3.62) sinkt K in diesem Fall auf 40 % der hier angegebenen Werte.

Die Abhängigkeit von K von der Strahlenergie \sqrt{s} ähnelt sehr der von A_{pol} von \sqrt{s} . Für $\tan\beta = 5$ (Abb.5.11,Abb.5.12,Abb.5.13) zeigen die Abhängigkeiten zwei Minima um ein ausgeprägtes Maximum, für $\tan\beta = 10$ sieht man dagegen nur ein einzelnes Minimum. Alle Minima sind allerdings schmaler als bei der Polarisationsasymmetrie. In den Szenarien für $\tan\beta = 10$ (Abb.5.13,Abb.5.14,Abb.5.15) nimmt K zudem durchweg negative Werte an, während bei den $\tan\beta = 5$ -Szenarien auch positive Werte auftauchen. Betragsmässig grösser ist K dabei bei den $\tan\beta = 10$ -Szenarien, und zwar durchweg um etwa einen Faktor 8. Dies lässt sich zum Teil erklären aus der $\tan\beta$ -Proportionalität von K (3.62). Man beobachtet außerdem, dass $|K|$ von A zu D kontinuierlich abnimmt. In den Szenarien A und B hat $|K|$ grössenordnungsmässig gleiche Werte, aber in den stark gauginoartigen Szenarien C und D nimmt sein Wert stark ab, von B zu C um etwa eine Größenordnung, von C zu D nochmals um 3 Größenordnungen. In den Szenarien A und B beträgt K etwa 10^{-2} fb/GeV^2 bei $\tan\beta = 5$ bzw. $\sim 10^{-1} \text{ fb/GeV}^2$ bei $\tan\beta = 10$, bei C schon nur noch $\sim 10^{-3} \text{ fb/GeV}^2$ und bei D nur $10^{-6} \dots 10^{-5} \text{ fb/GeV}^2$. Auch im Szenario E , das so konstruiert war, dass das Verhältnis $m_{\tilde{\chi}_2^0}/\Gamma_{\tilde{\chi}_2^0}$ besonders groß wird, hat $|K|$ eine im Vergleich zu A und B nur vernachlässigbare Größe von $\sim 10^{-4} \dots 10^{-3} \text{ fb/GeV}^2$. Es scheint also eine Abnahme von K mit wachsendem μ und mit dem zunehmend gauginoartigen Charakter des LSPs zu geben. Durchweg variiert die Energieverteilung nur um Bruchteile von fb pro GeV. Falls sie überhaupt messbar sein wird an einem zukünftigen Muon-Collider, dann nur, falls die Natur einen großen Wert für $\tan\beta$ und ein Szenario in der Nähe von A und B bevorzugt, also mit nur mäßig gauginoartigem LSP und einem im Vergleich zu M_2 nicht zu grossen μ .

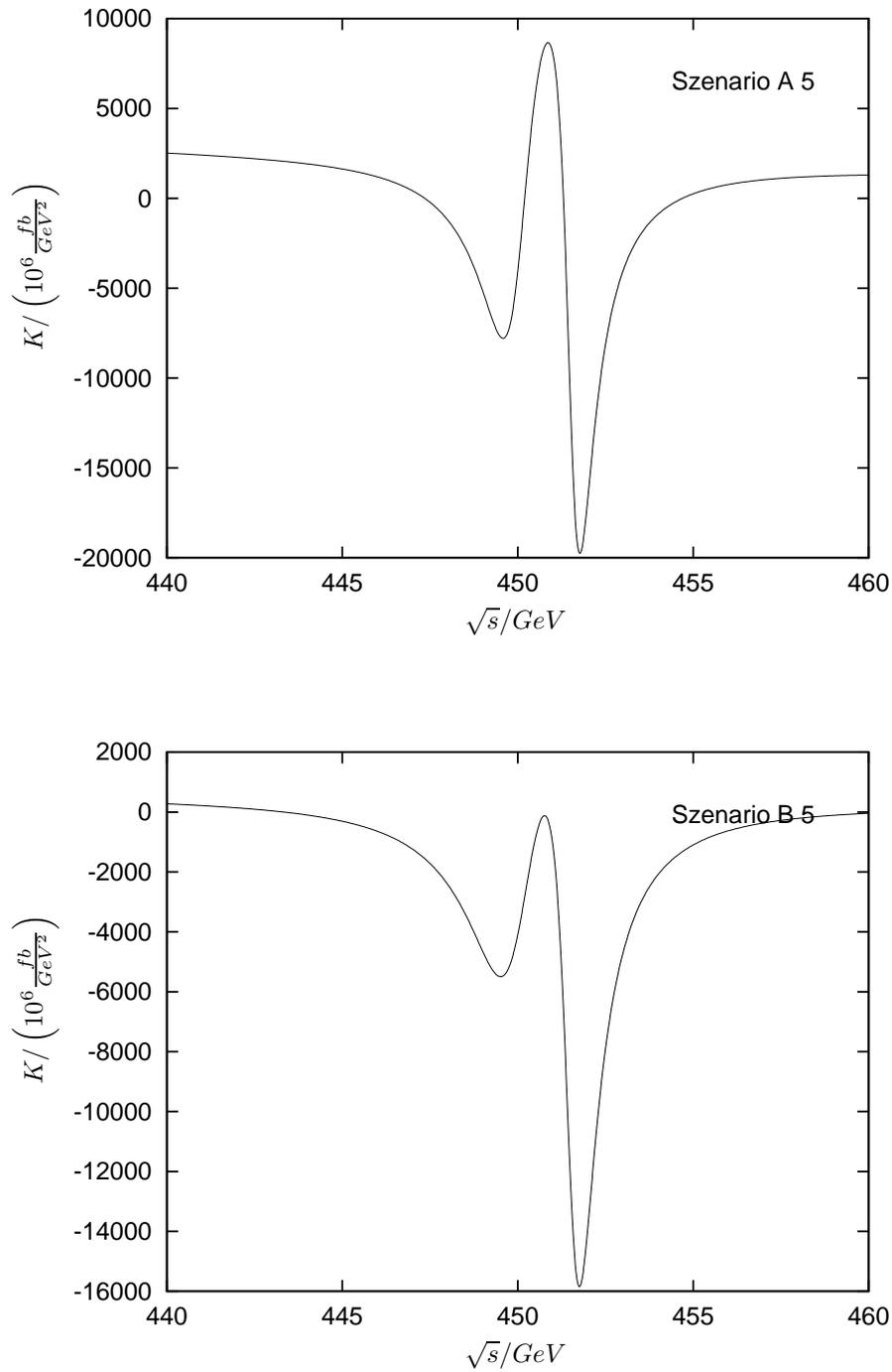


Abbildung 5.11: Steigung K (3.62) der Energieverteilung des Zerfallsleptons in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien A5 und B5 (s. Kap. 4, Tab.1) bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

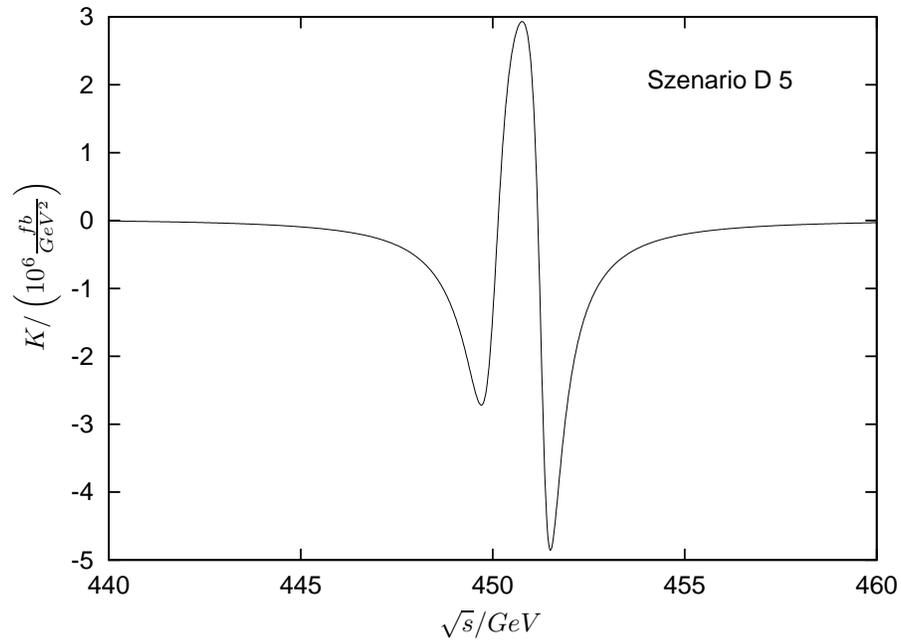
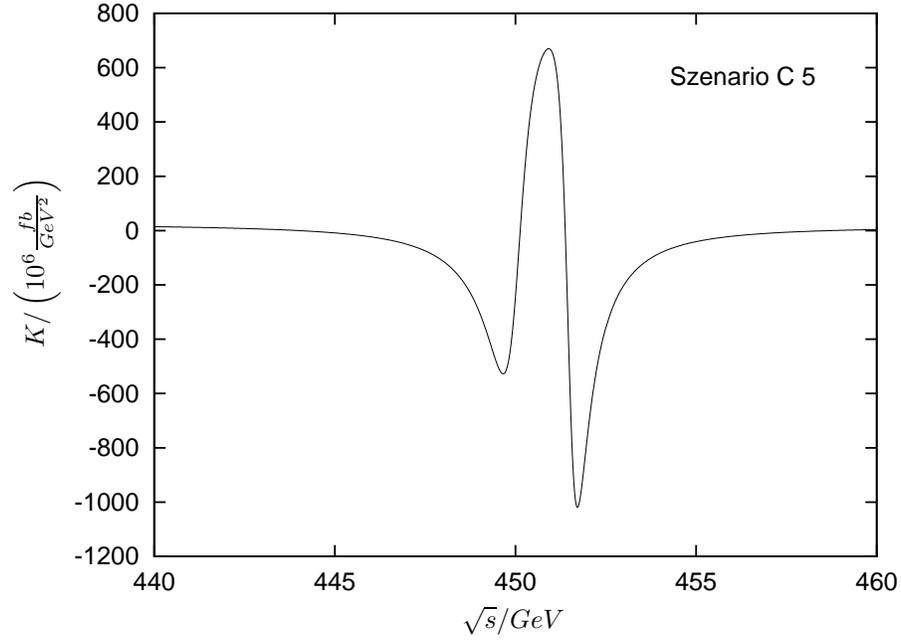


Abbildung 5.12: Steigung K (3.62) der Energieverteilung des Zerfallsleptons in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien C5 und D5 (s. Kap. 4, Tab.1) bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

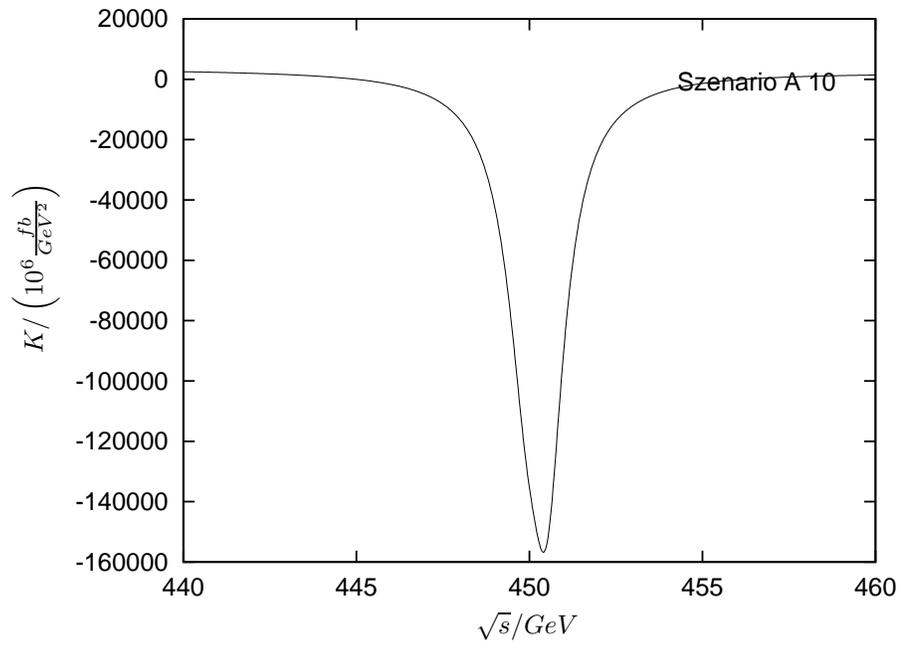
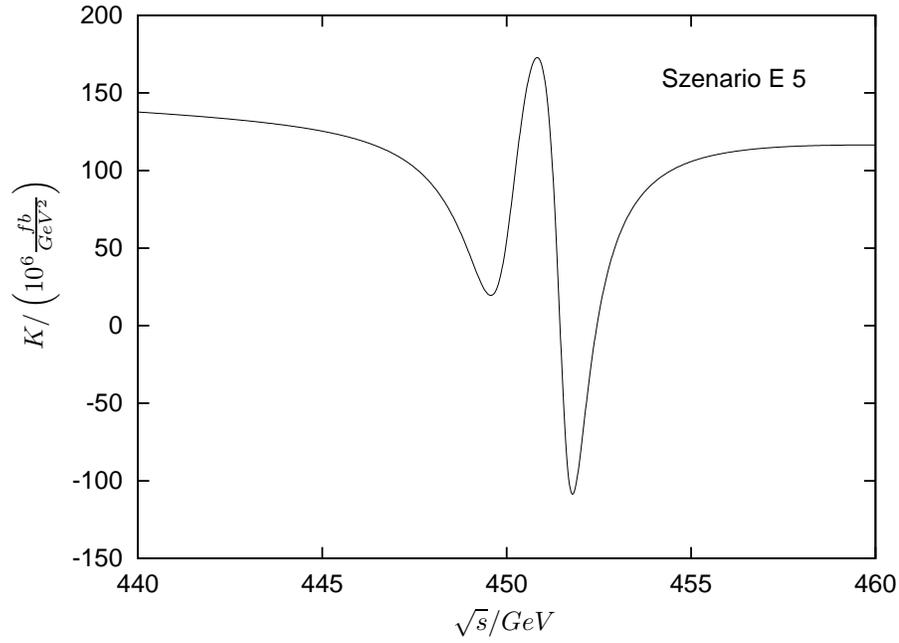


Abbildung 5.13: Steigung K (3.62) der Energieverteilung des Zerfallsleptons in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien E5 und A10 (s. Kap. 4, Tab.1 u. 2) bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

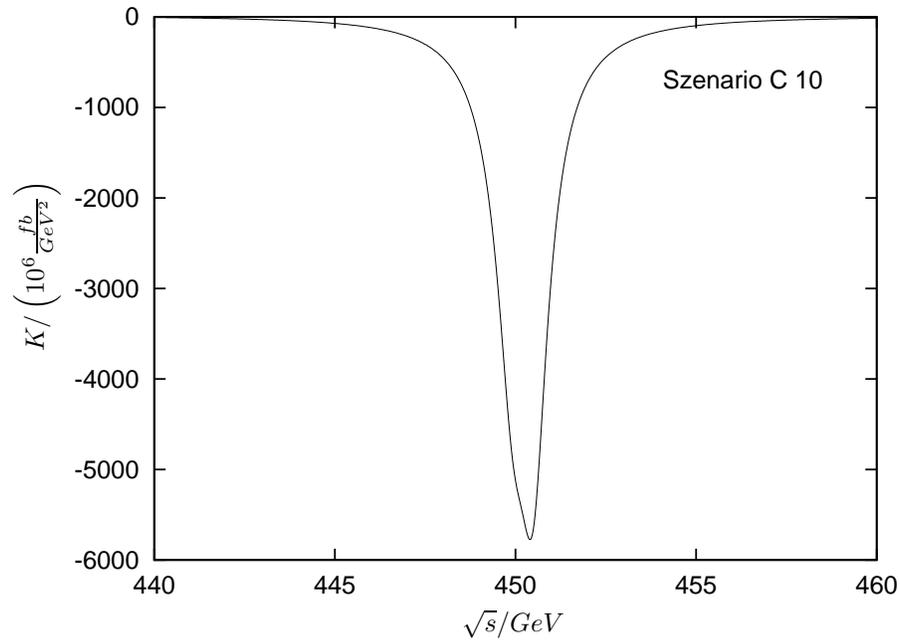
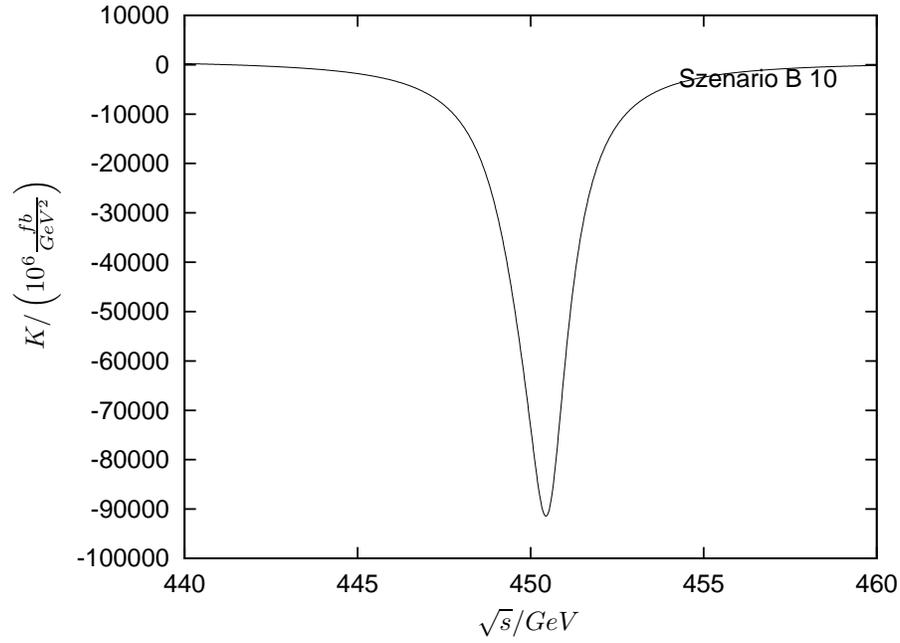


Abbildung 5.14: Steigung K (3.62) der Energieverteilung des Zerfallsleptons in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien B10 und C10 (s. Kap. 4, Tab.2) bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

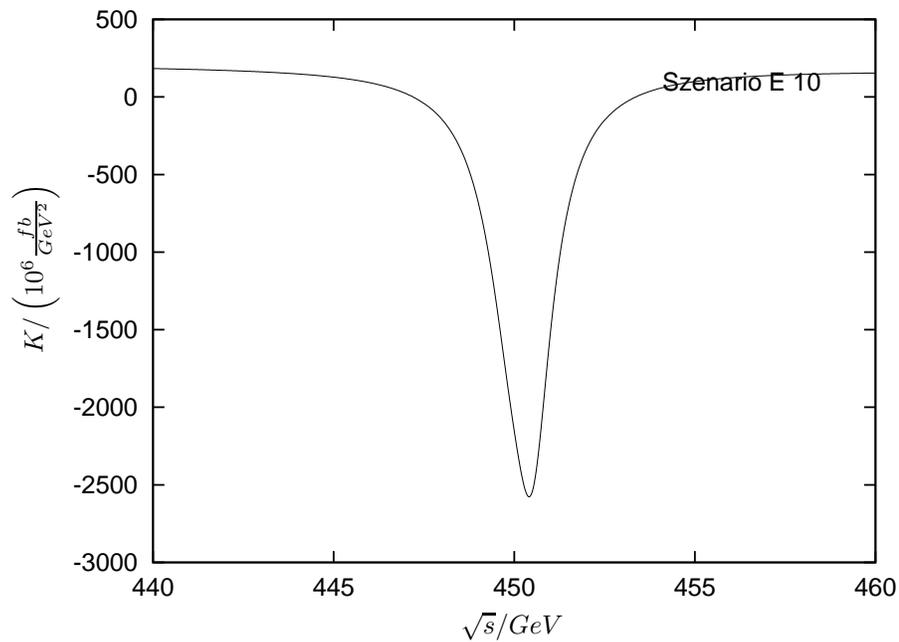
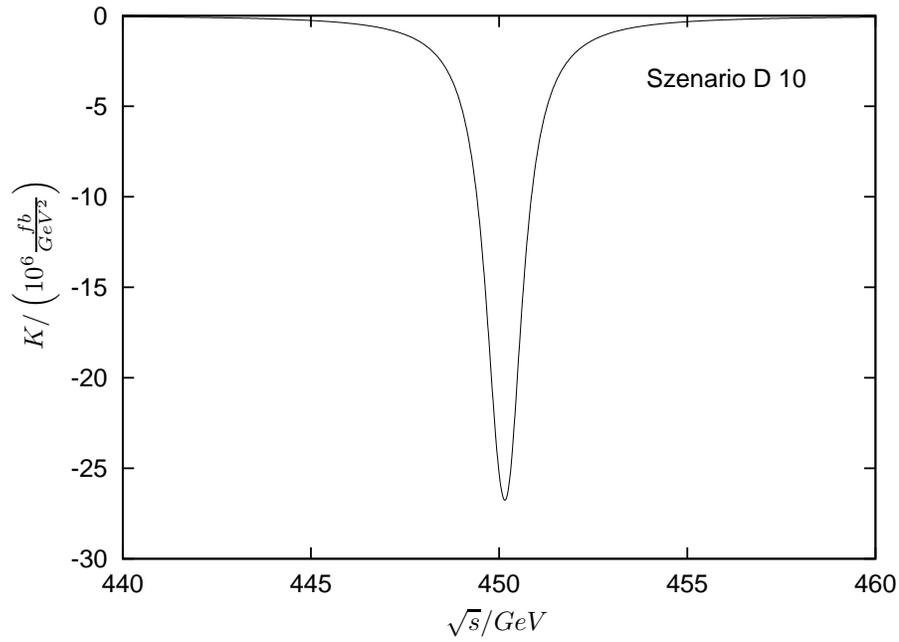


Abbildung 5.15: Steigung K (3.62) der Energieverteilung des Zerfallsleptons in Abhängigkeit von der Strahlenergie \sqrt{s} für die Szenarien C10 und E10 (s. Kap. 4, Tab.2) bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen. bei vollständig longitudinal polarisierten Muonstrahlen.

Kapitel 6

Nullstellen der Chargino-Higgs-Kopplungen

In diesem Teil der Arbeit geht es um die Auffindung von Punkten oder Bereichen im SUSY-Parameterraum aus $\tan\alpha$, $\tan\beta$, M_2 und μ , an denen eine der Chargino-Higgs-Kopplungen $b_{L/R}^{(\varphi)}$ verschwindet. Dabei beschränken wir uns hier auf den Fall von CP -Erhaltung.

6.1 Motivation

In [38] wird gezeigt, wie man durch Messung der Produktionsquerschnitte von Charginos an den H - und A -Resonanzen das Verhältnis der Higgs-Chargino-Kopplungen bestimmen kann. Dazu bildet man, nach einer möglichst exakten Bestimmung des Untergrundes, das Verhältnis der Produktionsquerschnitte an den H - und A -Resonanzen:

$$r = \frac{\sigma_P(m_H) - \sigma_{backgr}(m_H)}{\sigma_P(m_A) - \sigma_{backgr}(m_A)} = \frac{\sigma_H(m_H) + \sigma_A(m_H)}{\sigma_H(m_A) + \sigma_A(m_A)} \quad (6.1)$$

Das letzte Gleichheitszeichen gilt, da bei CP -Erhaltung im totalen Wirkungsquerschnitt keine HA -Interferenzen auftauchen, und die restlichen Interferenzterme mit einer Proportionalität zu m_μ/\sqrt{s} vernachlässigt werden können.

Aus r lässt sich das Verhältnis der Kopplungsquadrate bestimmen. Betrachtet man z.B. $\tilde{\chi}_1^\pm$ - Paarproduktion, dann kann man zeigen [38], dass gilt:

$$\frac{b_R^{(H)}(1,1)}{b_R^{(A)}(1,1)} = \frac{r}{C} \frac{1 - C_1/r}{1 - C_2/r} \quad (6.2)$$

mit den Abkürzungen

$$C = \frac{\beta^3(m_H)}{\beta(m_A)} \frac{\Gamma_A^2}{\Gamma_H^2} \quad (6.3)$$

$$C_1 = K_A(m_H) \Gamma_A^2 \quad (6.4)$$

$$C_2 = K_H(m_A) \Gamma_H^2 \quad (6.5)$$

$$\beta(\sqrt{s}) = \sqrt{\frac{s - 4m_{\tilde{\chi}_1^\pm}^2}{s}} \quad (6.6)$$

$$K_\varphi(\sqrt{s}) = \frac{s}{(s - m_\varphi^2)^2 + \Gamma_\varphi^2 m_\varphi^2} \quad (6.7)$$

und mit Γ_φ als der totalen Zerfallsbreite des φ -Bosons.

Das Verfahren funktioniert nur unter der Annahme von CP -Erhaltung. Es ist aber offensichtlich, dass es nicht angewandt werden kann, wenn eine der beiden Kopplungen verschwindet. Zudem wächst der relative Fehler, wenn eine oder beide Kopplungen sehr klein werden, da dann das Verhältnis Untergrund/Produktionsquerschnitt sinkt. Die Auffindung der Nullstellen ist deshalb wichtig, um die Bereiche des Parameterraums zu finden, wo das obige Verfahren scheitert. Die Higgs-Neutralino-Kopplungen können verschwinden [39]. Man kann aber vermuten, dass dies nicht für alle Chargino-Kopplungen gilt, da die Charginos Dirac-Spinoren sind, d.h. vier Freiheitsgrade besitzen, während die Neutralinos als Majorana-Teilchen nur zwei unabhängige Spinoreinträge besitzen.

6.2 Lagrangedichte und Kopplungen

Die Higgs-Chargino-Wechselwirkung wird in der MSSM-Lagrangedichte von dem Term

$$\mathcal{L}_{\tilde{\chi}_i^\pm \tilde{\chi}_1^\pm \varphi} = g_{\tilde{\chi}_i^\pm} \left\{ b_L^{(\varphi)}(i, j) P_L + b_R^{(\varphi)}(i, j) P_R \right\} \tilde{\chi}_j^\mp \varphi \quad (6.8)$$

beschrieben. Die Massen und Higgs-Kopplungen der Charginos werden durch Diagonalisierung der Chargino-Massenmatrix (1.82) berechnet. Die dazu benutzten Diagonalisierungsmatrizen U und V sind im Falle von CP -Erhaltung (auf den wir uns hier beschränken) reell, denn M_2 und μ sind dann reell. Weiterhin beschränken wir uns auf den Fall $\tan \beta > 1$ (experimentelle Ergebnisse [18, 32, 33] legen sogar $\tan \beta > 3$ nahe). Damit gilt

$$\frac{\pi}{4} < \beta < \frac{\pi}{2} \quad (6.9)$$

Man kann zeigen, dass man bei CP -Erhaltung stets $M_2 > 0$ wählen kann, aber für μ muss man positives und negatives Vorzeichen zulassen. Eine weitere Einschränkung gilt für den Higgs-Mischungswinkel [29]:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \alpha \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} \sin \alpha < 0 \\ \cos \alpha > 0 \end{cases} \quad (6.10)$$

Die Kopplungen werden mit Hilfe der Chargino-Massenmatrix und den Matrizen U und V aus (1.82) ausgedrückt, indem man zunächst die Hilfsmatrizen Q und S definiert durch [29]:

$$Q_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_{i2} V_{j1} \quad (6.11)$$

$$S_{ij} = \frac{1}{\sqrt{2}} U_{i1} V_{j2} \quad (6.12)$$

Die Kopplungen ergeben sich damit zu

$$b_L^{(h)}(i, j) = Q_{ij}^* \sin \alpha - S_{ij}^* \cos \alpha \quad (6.13)$$

$$b_R^{(h)}(i, j) = (b_L^{(h)}(j, i))^* = Q_{ji} \sin \alpha - S_{ji} \cos \alpha \quad (6.14)$$

$$b_L^{(H)}(i, j) = -Q_{ij}^* \cos \alpha - S_{ij}^* \sin \alpha \quad (6.15)$$

$$b_R^{(H)}(i, j) = (b_L^{(H)}(j, i))^* = -Q_{ji} \cos \alpha - S_{ji} \sin \alpha \quad (6.16)$$

$$b_L^{(A)}(i, j) = i (Q_{ij}^* \sin \beta + S_{ij}^* \cos \beta) \quad (6.17)$$

$$b_R^{(A)}(i, j) = (b_L^{(A)}(j, i))^* = -i (Q_{ji} \sin \beta + S_{ji} \cos \beta) \quad (6.18)$$

Man sieht, dass hier im Falle von CP -Erhaltung gilt:

$$b_L^{(\varphi)}(i, j) = \left(b_R^{(\varphi)}(j, i) \right)^* \quad (6.19)$$

also

$$b_L^{(H)}(i, j) = b_R^{(H)}(j, i) \quad b_L^{(A)}(i, j) = -b_R^{(A)}(j, i) \quad (6.20)$$

Es genügt demnach, jeweils das Verschwinden der rechtshändigen oder linkshändigen Kopplungen zu untersuchen.

6.3 Kopplungen an das A -Boson

Die Bedingung, die es zu untersuchen gilt, ist

$$b_L^{(A)}(i, j) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\tan \beta = \frac{S_{ij}^*}{Q_{ij}^*} = \frac{U_{i1}V_{j2}}{U_{i2}V_{j1}} \quad (6.21)$$

Sie muss für die verschiedenen Kombinationen i und j der produzierten Charginos untersucht werden. Hier und im Folgenden sollen diese Abkürzungen benutzt werden:

$$M = M_2 \quad (6.22)$$

$$a = M^2 - \mu^2 - 2m_W^2 \cos 2\beta \quad (6.23)$$

$$b = M^2 - \mu^2 + 2m_W^2 \cos 2\beta \quad (6.24)$$

$$\epsilon_A = \text{sign}(M \sin \beta + \mu \cos \beta) \quad (6.25)$$

$$\epsilon_B = \text{sign}(M \cos \beta + \mu \sin \beta) \quad (6.26)$$

$$W = \sqrt{(M_2^2 + \mu^2 + 2m_W^2)^2 - 4(M_2\mu - m_W^2 \sin 2\beta)^2} \quad (6.27)$$

6.3.1 $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_1^\mp A$ -Kopplung

Die zu lösende Gleichung $b_L^{(A)}(1, 1) = 0$ lautet mit (1.85) bis (1.88)

$$-\tan \beta = \epsilon_A \epsilon_B \sqrt{\frac{W^2 + 4W(b-a) - ab}{W^2 - 4W(b-a) - ab}} \quad (6.28)$$

Man kann leicht prüfen, dass der Radikand immer positiv ist. Als erste Bedingung erhält man also

$$\epsilon_A \epsilon_B = -1 \quad (6.29)$$

die nach einigem Umformen die Form

$$\sin 2\beta < -\frac{2M\mu}{M^2 + \mu^2} \quad (6.30)$$

annimmt. Da $M > 0$ und $\sin 2\beta > 0$ sind, muss gelten: $\mu < 0$.

Die zweite Bedingung ist $\tan \beta > 1$. Sie verlangt im obigen Fall, dass

$$W^2 + 4W(b-a) - ab > W^2 - 4W(b-a) - ab \quad (6.31)$$

$$\Leftrightarrow b-a > a-b \quad (6.32)$$

$$\Leftrightarrow \cos 2\beta > -\cos 2\beta \quad (6.33)$$

Das ist wegen $\cos 2\beta < 0$ unerfüllbar. Es gilt demnach im gesamten betrachteten Parameterraum:

$$b_L^{(A)}(1, 1) = -b_R^{(A)}(1, 1) \neq 0 \quad (6.34)$$

6.3.2 $\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_2^\mp$ A-Kopplung

Gesucht sind Lösungen von

$$b_L^{(A)}(2, 2) = -b_R^{(A)}(2, 2) = 0 \quad (6.35)$$

Diese Gleichung lautet eingesetzt

$$-\tan \beta = \frac{1}{\epsilon_A \epsilon_B} \sqrt{\frac{W^2 - 4W(b-a) - ab}{W^2 + 4W(b-a) - ab}} \quad (6.36)$$

Als erste Bedingung ergibt sich also wieder

$$\epsilon_A \epsilon_B = -1 \quad \Leftrightarrow \quad \mu < 0 \quad (6.37)$$

Die Forderung $\tan \beta > 1$ liefert hier dann keine weitere Einschränkung, sie ist immer erfüllt. Man muss also versuchen, die Gleichung nach einem ihrer Parameter aufzulösen. Dazu formt man zunächst um zu

$$W = M^2 + \mu^2 + 2m_W^2 + 2 \sin \beta (M\mu - m_W^2 \sin 2\beta) \quad (6.38)$$

und führt die Variablen

$$x = 2(M\mu - m_W^2 \sin 2\beta) \quad (6.39)$$

$$y = M^2 + \mu^2 + 2m_W^2 \quad (6.40)$$

ein. Mit diesen lautet die Gleichung

$$y + x \sin 2\beta = \sqrt{y^2 - x^2} \quad (6.41)$$

Aufgefasst als eine quadratische Gleichung in x besitzt sie die zwei Lösungen

$$x_1 = 0 \quad (6.42)$$

$$x_2 = -\frac{2y \sin 2\beta}{1 + \sin^2 2\beta} \quad (6.43)$$

Die erste Lösung $x_1 = 0$ liefert allerdings

$$\mu_1 = \frac{m_W^2 \sin 2\beta}{M} > 0 \quad (6.44)$$

im Widerspruch zur ersten oben gefundenen Bedingung. Setzt man x_2 in (6.38) ein, dann erhält man eine quadratische Gleichung für μ :

$$\mu^2 + M\mu \frac{1 + \sin^2 2\beta}{\sin 2\beta} + M^2 + m_W^2 \cos^2 2\beta = 0 \quad (6.45)$$

Diese besitzt die zwei Lösungen

$$\mu_{2/3} = -\frac{M}{2} \frac{1 + \sin^2 2\beta}{\sin 2\beta} \pm \sqrt{\left(\frac{M}{2}\right)^2 \left(\frac{1 + \sin^2 2\beta}{\sin 2\beta}\right)^2 - M^2 - m_W^2 \cos^2 2\beta} \quad (6.46)$$

Diese Lösungen müssen reell sein, da CP-Erhaltung gelten soll. Setzt man

$$z^2 = \left(\frac{1 + \sin^2 2\beta}{\sin 2\beta}\right)^2 \quad (6.47)$$

dann sieht man, dass $z^2 > 4$ immer gilt, und damit

$$\mu_{2/3} = -\frac{M}{2}z \pm \sqrt{M^2 \left(\frac{z^2}{4} - 1 \right) - m_W^2 \cos^2 2\beta} \quad (6.48)$$

Die Wurzel ist also reell, falls gilt

$$\begin{aligned} M^2 \left(\frac{z^2}{4} - 1 \right) &> m_W^2 \cos^2 2\beta \\ \Leftrightarrow M^2 &> 4m_W^2 \tan^2 2\beta \end{aligned} \quad (6.49)$$

Zusätzlich muss μ negativ sein, wie oben gezeigt. Der Summand vor der Wurzel ist immer negativ. Man sieht leicht, dass beide Vorzeichen vor der Wurzel gültige Lösungen liefern, denn der Term vor der Wurzel kommt im Radikand quadriert vor, und es werden von ihm nur positive Größen abgezogen. Die $\tilde{\chi}_2^+ \tilde{\chi}_2^- A$ -Kopplung verschwindet also bei Werten μ , M , $\tan \beta$, die durch die Gleichung (6.46) gegeben sind, falls zusätzlich (6.49) und $\mu < 0$ gelten.

Eine numerische Auswertung zeigt aber (Abb. 6.3.2), dass für $\tan \beta = 20$ die Kopplung im Gebiet $M < 1000$ GeV und $|\mu| < 1000$ GeV nicht verschwinden kann.

6.3.3 $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_2^\mp A$ -Kopplung

Gesucht sind die Lösungen der Gleichung

$$b_L^{(A)}(1, 2) = -b_R^{(A)}(2, 1) = 0 \quad (6.50)$$

Einsetzen liefert hier

$$-\tan \beta = -\frac{\epsilon_B}{\epsilon_A} \sqrt{\frac{W^2 - W(a+b) + ab}{W^2 + W(a+b) + ab}} \quad (6.51)$$

Es muss also gelten $\frac{\epsilon_B}{\epsilon_A} = 1$, was auf die Bedingung

$$\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2 + \mu^2} \quad (6.52)$$

hinausläuft. Für $\mu \geq 0$ ist sie immer erfüllt, da $\sin 2\beta > 0$. Für $\mu < 0$ liefert sie eine Einschränkung für die Parameter $\tan \beta$, M und μ . Für gegebenes M und μ kann allerdings immer ein β gefunden werden, so dass die Bedingung erfüllt ist, denn

$$-\frac{M\mu}{M^2 + \mu^2} < 1 \quad \Leftrightarrow \quad M\mu < M^2 + \mu^2 + 2M\mu = (M - |\mu|)^2 \quad (6.53)$$

gilt für $\mu < 0$ immer.

Wenn diese Bedingung erfüllt ist, lässt sich (6.51) umformen zu

$$(W^2 + ab) \cos 2\beta = W(a+b) \quad (6.54)$$

Es ist

$$W^2 + ab = 2(M^2 - \mu^2)^2 + 4m_W^2(M^2 + \mu^2 + 2M\mu \sin 2\beta) > 0 \quad (6.55)$$

und das liefert mit $\cos 2\beta < 0$ und $W > 0$ die Bedingung

$$a + b < 0 \quad \Leftrightarrow \quad |\mu| > M \quad (6.56)$$

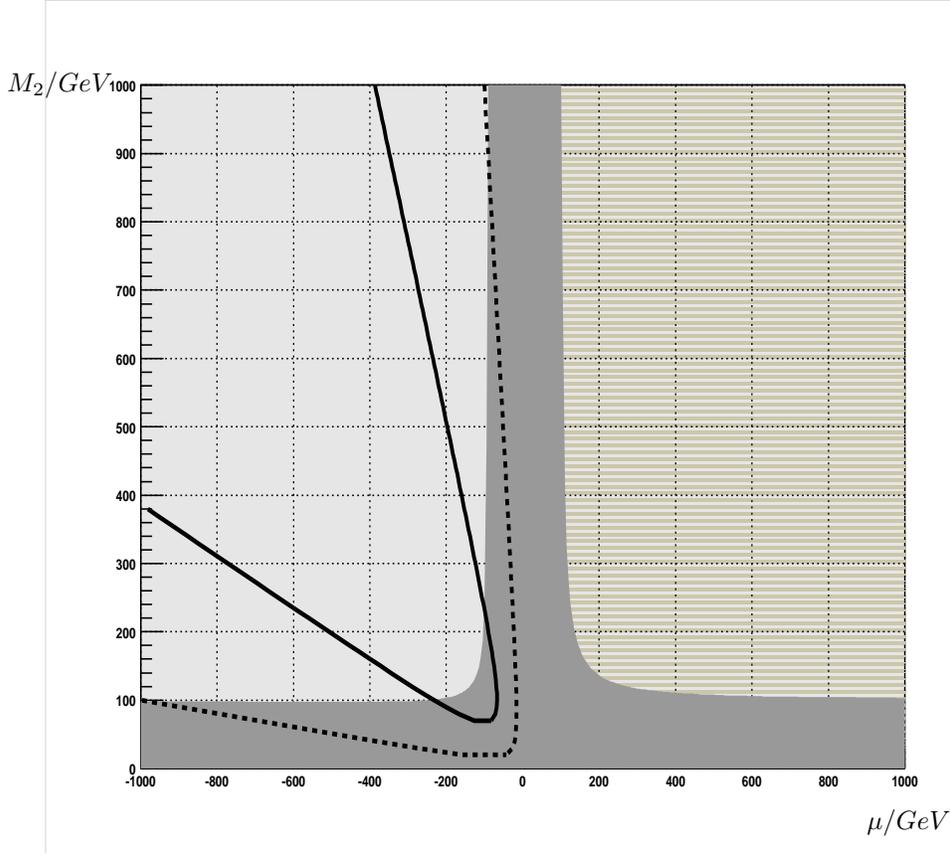


Abbildung 6.1: Nullstellen der Kopplung $b_L^{(A)}(2, 2)$ in Abhängigkeit von μ und M_2 . Die durchgezogene Linie sind die Nullstellen für $\tan \beta = 5$, die gestrichelte Linie für $\tan \beta = 20$. Der schraffierte Bereich ist durch die Bedingung $\mu < 0$ ausgeschlossen, der dunkle Bereich stellt näherungsweise das experimentell ausgeschlossene Gebiet dar. Für $\tan \beta = 20$ kann die Kopplung im betrachteten Parameterraum also praktisch nicht verschwinden.

Die Bedingung $\tan \beta > 1$ liefert noch einmal die gleiche Forderung (6.56). Damit kann man also Parameter β , M und μ finden, so dass

$$b_L^{(A)}(1, 2) = -b_R^{(A)}(2, 1) = 0 \quad (6.57)$$

erfüllt ist. Die explizite Auflösung von (6.54) gestaltet sich allerdings schwierig, da dies eine Gleichung vierten Grades in M und μ ist. Man sucht sich die Lösung am besten numerisch (siehe auch den Abschnitt $b_L^{(H)}(1, 2) = 0$).

6.3.4 $\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_1^\mp A$ -Kopplung

Zu suchen sind Lösungen von

$$b_L^{(A)}(2, 1) = -b_R^{(A)}(1, 2) = 0 \quad (6.58)$$

Dies entspricht der Gleichung

$$-\tan \beta = -\frac{\epsilon_B}{\epsilon_A} \sqrt{\frac{W^2 + W(a+b) + ab}{W^2 - W(a+b) + ab}} \quad (6.59)$$

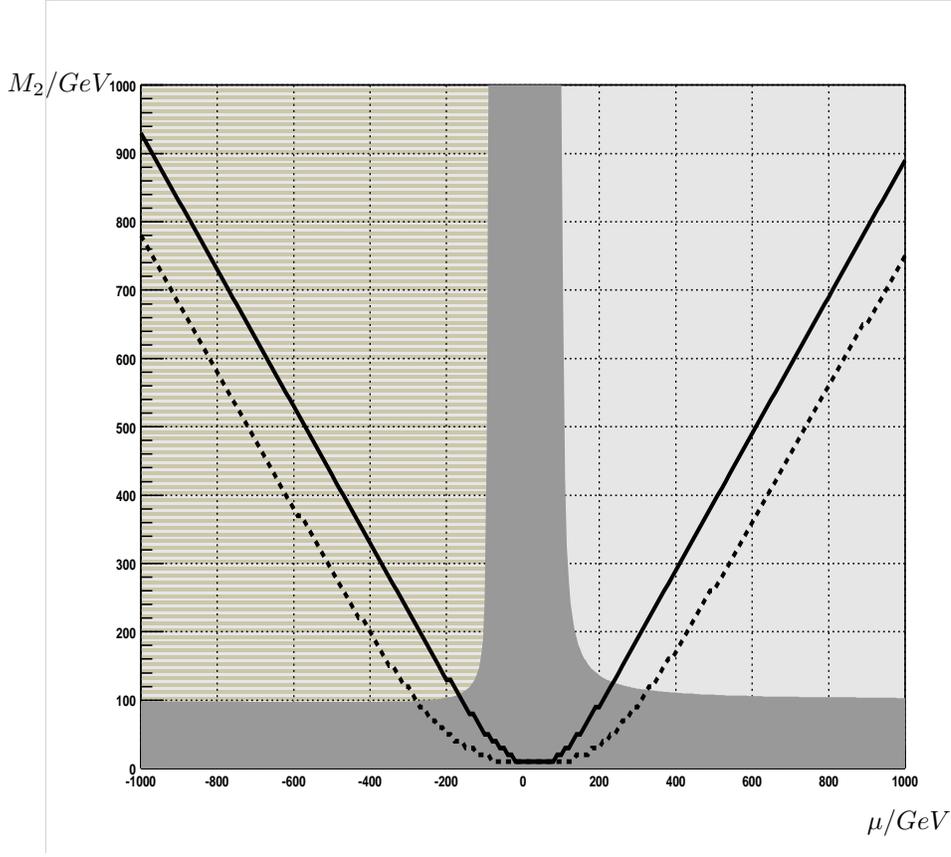


Abbildung 6.2: Nullstellen der Kopplung $b_L^{(A)}(1,2)$ in Abhängigkeit von μ und M_2 . Die durchgezogene Linie sind die Nullstellen für $\tan\beta = 5$, die gestrichelte Linie für $\tan\beta = 20$. Der hell schraffierte Bereich ist durch die Bedingung $\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2 + \mu^2}$ für $\tan\beta = 20$ ausgeschlossen, der dunkel schraffierte stellt näherungsweise den experimentell ausgeschlossenen Bereich dar. Für $\tan\beta = 5$ der ausgeschlossene Bereich ähnlich aus, ist aber etwas kleiner (siehe Abschnitt $b_L^{(H)}(1,2) = 0$)

Die erste Bedingung lautet damit (siehe $b_L^{(A)}(1,2) = 0$):

$$\epsilon_A \epsilon_B = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2 + \mu^2} \quad (6.60)$$

Ist sie erfüllt, dann kann man umformen zu

$$(W^2 + ab) \cos 2\beta = -(a + b)W \quad (6.61)$$

und das liefert die Bedingung

$$a + b > 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2(M^2 - \mu^2) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad |\mu| < M \quad (6.62)$$

Auch hier erhält man aus $\tan\beta > 1$ nur wieder die gleiche Bedingung (6.62). Es gibt also Parameter β , M und μ , so dass

$$b_L^{(A)}(2,1) = -b_R^{(A)}(1,2) = 0 \quad (6.63)$$

gilt. Ihre exakte analytische Berechnung ist allerdings wie bei $b_L^{(A)}(1,2) = 0$ aufwendig und wenig ergiebig. Statt dessen sucht man die Lösung besser numerisch

(siehe Abschnitt $b_L^{(H)}(2,1) = 0$). Aus (6.56) und (6.62) erkennt man allerdings, dass $b_L^{(A)}(2,1)$ und $b_L^{(A)}(1,2)$ nicht gleichzeitig verschwinden können, gleiches gilt für die rechtshändigen Kopplungen. Insgesamt kann man also feststellen, dass die Kopplung des A -Bosons an zwei unterschiedliche Charginos nicht verschwinden kann.

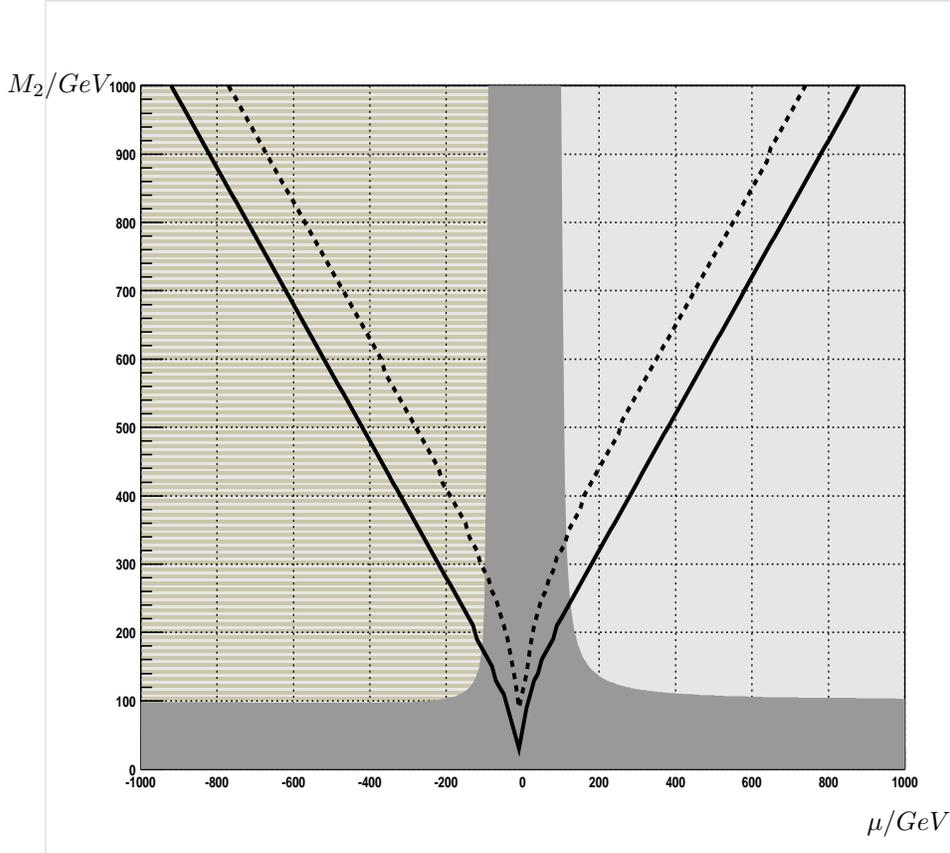


Abbildung 6.3: Nullstellen der Kopplung $b_L^{(A)}(2,1)$ in Abhängigkeit von μ und M_2 . Die durchgezogene Linie sind die Nullstellen für $\tan \beta = 5$, die gestrichelte Linie für $\tan \beta = 20$. Der hell schraffierte Bereich ist durch die Bedingung $\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2 + \mu^2}$ für $\tan \beta = 20$ ausgeschlossen, der dunkel schraffierte stellt näherungsweise den experimentell ausgeschlossenen Bereich dar. Für $\tan \beta = 5$ sieht der ausgeschlossene Bereich ähnlich aus, ist aber etwas kleiner (siehe Abschnitt $b_L^{(H)}(2,1) = 0$)

6.4 Kopplungen an das H -Boson

Zu suchen sind Lösungen der Gleichung

$$b_L^{(H)}(i,j) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\cot \alpha = \frac{S_{ij}}{Q_{ij}} = \frac{U_{i1}V_{j2}}{U_{i2}V_{j1}} \quad (6.64)$$

für die verschiedenen Kombinationen von $i, j = 1, 2$.

6.4.1 $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_1^\mp H$ -Kopplung

Die Bedingung (6.64) lautet in diesem Fall

$$-\cot \alpha = \epsilon_A \epsilon_B \sqrt{\frac{W^2 + W(b-a) - ab}{W^2 - W(b-a) - ab}} \quad (6.65)$$

Da $\cot \alpha < 0$ ist, lautet die erste zu erfüllende Bedingung

$$\epsilon_A \epsilon_B = 1 \quad (6.66)$$

woraus folgt (siehe (6.52)):

$$\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2 + \mu^2} \quad (6.67)$$

Die Bedingung ist immer erfüllt für $\mu > 0$, für $\mu < 0$ kann sie erfüllt werden, liefert aber eine Einschränkung an β , M und μ . Wenn sie gilt, kann man (6.65) umformen zu

$$(W^2 - ab) \cos 2\alpha = W(b-a) \quad (6.68)$$

Es ist

$$b-a = 4m_W^2 \cos 2\beta \quad (6.69)$$

$$W^2 - ab = 4m_W^2 (M^2 + \mu^2 + 2M\mu \sin 2\beta + 2m_W^2 \cos^2 2\beta) > 0 \quad (6.70)$$

und damit wird (6.68) zu

$$W = \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\beta} (M^2 + \mu^2 + 2M\mu \sin 2\beta + 2m_W^2 \cos^2 2\beta) \quad (6.71)$$

Da W und der Ausdruck in der Klammer positiv sind, aber $\cos 2\beta$ negativ ist, muss gelten:

$$\cos 2\alpha < 0 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha < -\frac{\pi}{4} \quad (6.72)$$

Ist auch diese Bedingung erfüllt, dann kann man (6.68) nach μ auflösen. Man setzt

$$\gamma := \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\beta} \quad (6.73)$$

$$y := M^2 + \mu^2 + 2m_W^2 \quad (6.74)$$

$$x := 2M\mu - 2m_W^2 \sin 2\beta \quad (6.75)$$

so dass (6.68) die Form

$$\gamma(y+x) = \sqrt{y^2 - x^2} \quad (6.76)$$

annimmt, und löst nach y auf:

$$\gamma(y+x) = \sqrt{y^2 - x^2} \quad (6.77)$$

$$\Leftrightarrow y^2(\gamma^2 - 1) = -2xy\gamma^2 - x^2(\gamma^2 + 1) \quad (6.78)$$

$$\Leftrightarrow y_{1/2} = -\frac{\gamma^2 x}{\gamma^2 - 1} \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma^2 x}{\gamma^2 - 1}\right)^2 - x^2 \frac{\gamma^2 + 1}{\gamma^2 - 1}} \quad (6.79)$$

$$\Leftrightarrow y_{1/2} = x \left(\frac{-\gamma^2 \pm 1}{\gamma^2 - 1}\right) =: xc_{1/2} \quad (6.80)$$

Es ist also $c_1 = -1$ und $c_2 = (1 + \gamma^2)/(1 - \gamma^2)$.

Dann erhält man mit (6.74)

$$\mu^2 + M^2 + 2m_W^2 = xc_{1/2} \quad (6.81)$$

$$\Leftrightarrow \mu_{1/2}^\pm = Mc_{1/2} \pm \sqrt{M^2 c_{1/2}^2 - M^2 - 2m_W^2 - 2m_W^2 c_{1/2} \sin 2\beta}$$

Für c_1 erhält man daraus

$$\mu_1^\pm = -M \pm \sqrt{-2m_W^2(1 - \sin 2\beta)} \quad (6.82)$$

also ein komplexes μ , im Widerspruch zur geforderten CP -Erhaltung. Gültige Lösungen sind also nur

$$\mu_2^\pm = M \frac{1 + \gamma^2}{1 - \gamma^2} \pm \sqrt{4M^2 \frac{\gamma^2}{(1 - \gamma^2)^2} - 2m_W^2 \left(1 + \sin 2\beta \frac{1 + \gamma^2}{1 - \gamma^2}\right)} \quad (6.83)$$

Als eine letzte Bedingung erhält man hier die Forderung, dass der Radikand positiv sein muss, d.h.

$$M^2 > 2m_W^2 \frac{1 + c_2 \sin 2\beta}{c_2^2 - 1} \quad (6.84)$$

$$\Leftrightarrow M^2 > \frac{m_W^2}{2} \left(\frac{(1 - \gamma^2)^2}{\gamma^2} + \sin 2\beta \frac{1 - \gamma^4}{\gamma^2} \right) \quad (6.85)$$

Die $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_1^\mp H$ -Kopplung $b_L^{(H)}(1, 1) = b_R^{(H)}(1, 1)$ verschwindet also bei Werten μ , M und $\tan \beta$, die von (6.83) definiert werden, falls zusätzlich die Bedingungen (6.84), (6.67) und $-\frac{\pi}{2} < \alpha < -\frac{\pi}{4}$ erfüllt sind.

6.4.2 $\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_2^\mp H$ -Kopplung

Die Bedingung (6.64) lautet in diesem Fall

$$-\cot \alpha = \frac{\epsilon_A}{\epsilon_B} \sqrt{\frac{W^2 + W(a - b) - ab}{W^2 - W(a - b) - ab}} \quad (6.86)$$

Die erste zu erfüllende Bedingung lautet wieder

$$\epsilon_A \epsilon_B = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2 + \mu^2} \quad (6.87)$$

Dann formt man (6.86) um zu

$$(W^2 - ab) \cos 2\alpha = W(a - b) \quad (6.88)$$

Daraus erhält man analog zum vorherigen Abschnitt die Forderung

$$-\frac{\pi}{4} < \alpha < 0 \quad (6.89)$$

Der Rest der Suche nach den Lösungen verläuft analog zum vorigen Abschnitt: man formt um zu

$$-W = \frac{\cos 2\alpha}{\cos 2\beta} (M^2 + \mu^2 + 2M\mu \sin 2\beta + 2m_W^2 \cos^2 2\beta) \quad (6.90)$$

was in der Notation (6.73)-(6.75) geschrieben werden kann als

$$\gamma(x + y) = -\sqrt{y^2 - x^2} \quad (6.91)$$

und man erhält die gleichen Lösungen $\mu(M, \beta, \alpha)$ (6.83) wie bei $b_L^{(H)}(1, 1) = 0$.

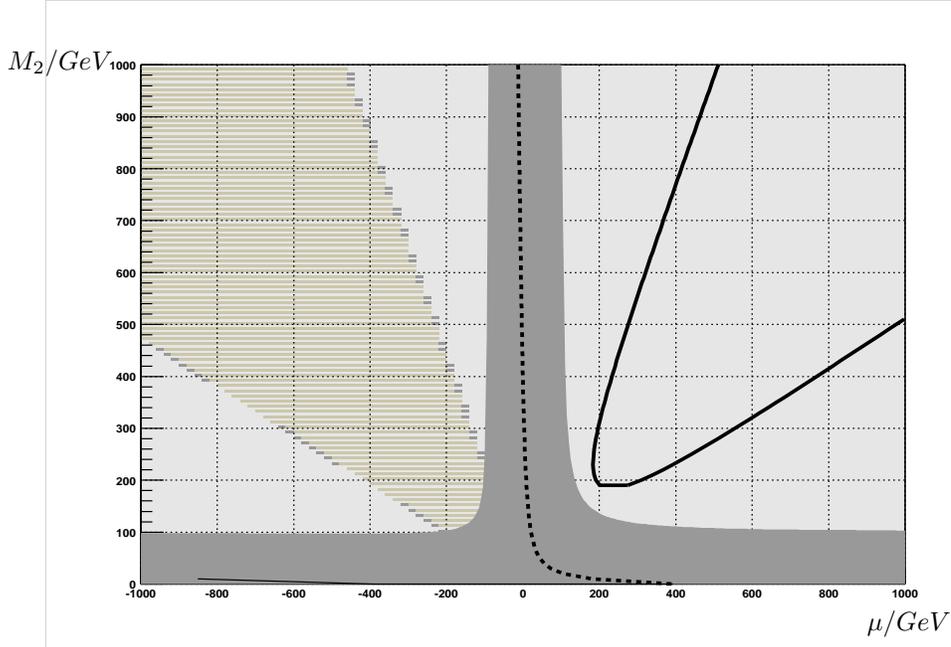


Abbildung 6.4: Nullstellen der $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_1^\mp H$ - und $\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_2^\mp H$ -Kopplung für $\tan \beta = 5$. Die durchgezogene Linie gibt die Nullstellen für $\alpha = -0.45 \pi$ an, die gestrichelte Linie die Nullstellen für $\alpha = -0.3 \pi$. Der schraffierte Bereich ist durch die Bedingung $\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2 + \mu^2}$ ausgeschlossen, der dunkle Bereich gibt näherungsweise den experimentell ausgeschlossenen Bereich an.

6.4.3 $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_2^\mp H$ -Kopplung

Die Bestimmung der Nullstellen der asymmetrischen Kopplungen gestaltet sich um einiges schwieriger als die der symmetrischen H -Kopplungen. Brauchbare (also genügend einfache) analytische Lösungen lassen sich nur für Grenzfälle bestimmen, für Untersuchungen im gesamten Parameterraum muss auf numerische Methoden zurückgegriffen werden.

Man sucht Lösungen der Gleichung

$$b_L^{(H)}(1, 2) = b_R^{(H)}(2, 1) = 0 \quad (6.92)$$

Einsetzen der U - und V -Matrixelemente liefert hier

$$-\cot \alpha = \frac{\epsilon_B}{\epsilon_A} \sqrt{\frac{W^2 - W(a+b) + ab}{W^2 + W(a+b) + ab}} \quad (6.93)$$

und damit als erste Bedingung

$$\epsilon_A \epsilon_B = 1 \quad \Leftrightarrow \quad \sin 2\beta > -\frac{2M\mu}{M^2 + \mu^2} \quad (6.94)$$

die für $\mu > 0$ immer erfüllt ist, für $\mu < 0$ kann sie erfüllt werden, liefert aber eine Einschränkung an β , M und μ . Gilt sie, dann kann man (6.93) umformen zu

$$(W^2 + ab) \cos 2\alpha = -W(a+b) \quad (6.95)$$

Mit $a+b = 2(M^2 - \mu^2)$ liefert dies eine Einschränkung für α , M und μ . Folgende Bedingungen müssen gelten:

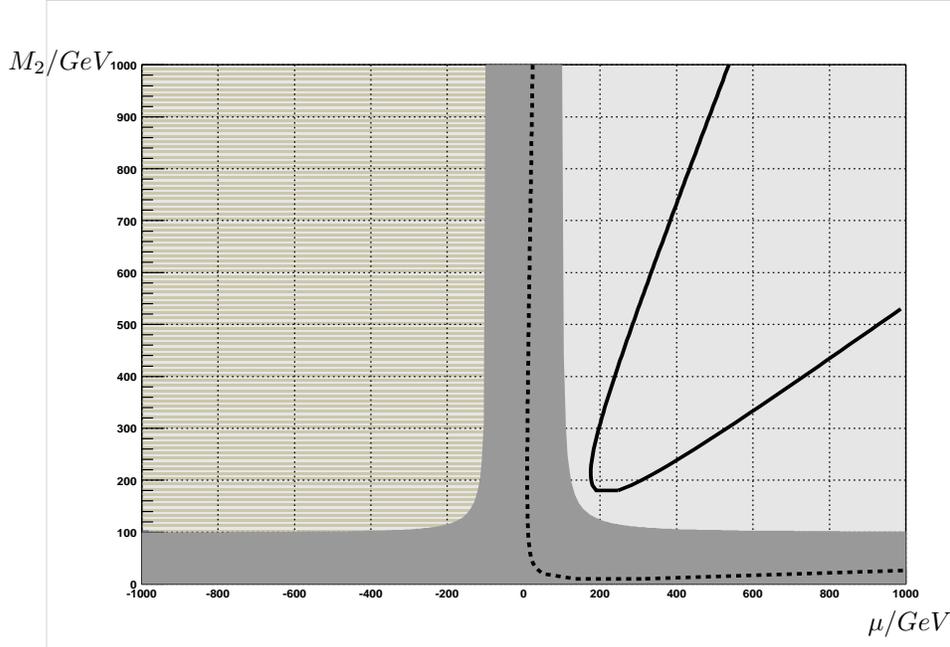


Abbildung 6.5: Nullstellen der $\tilde{\chi}_1^\pm \tilde{\chi}_1^\mp H$ - und $\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_2^\mp H$ -Kopplung für $\tan \beta = 20$. Die durchgezogene Linie gibt die Nullstellen für $\alpha = -0.45 \pi$ an, die gestrichelte Linie die Nullstellen für $\alpha = -0.3 \pi$. Der schraffierte Bereich ist durch die Bedingung $\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2 + \mu^2}$ ausgeschlossen, der dunkle Bereich gibt näherungsweise den experimentell ausgeschlossenen Bereich an.

1. Falls $\alpha < -\frac{\pi}{4}$ ist, dann gilt $\cos \alpha < 0$. Also muss $a + b > 0$ sein, und damit $M > |\mu|$.
2. Für $\alpha > -\frac{\pi}{4}$ ist $\cos \alpha > 0$ und $M < |\mu|$ muss erfüllt sein.

Als letzte Bedingung gilt dann

$$\cos 2\alpha (4m_W^2(M^2 + \mu^2 + 2M\mu \sin 2\beta) + (M^2 - \mu^2)^2) = -(M^2 - \mu^2)W \quad (6.96)$$

Dies ist eine Gleichung vierten Grades in M und μ , ihre analytischen Lösungen könnten also im Prinzip gefunden werden, wären aber sehr unübersichtlich. Statt dessen sind auf den folgenden Diagrammen ihre Lösungen numerisch bestimmt worden.

6.4.4 $\tilde{\chi}_2^\pm \tilde{\chi}_1^\mp H$ -Kopplung

Hier sollen Lösungen der Gleichung

$$b_L^{(H)}(2, 1) = b_R^{(H)}(1, 2) = 0 \quad (6.97)$$

gefunden werden. Einsetzen der U - und V -Matrixelemente liefert

$$-\cot \alpha = -\frac{\epsilon_A}{\epsilon_B} \sqrt{\frac{W^2 + W(a+b) + ab}{W^2 - W(a+b) + ab}} \quad (6.98)$$

und damit als erste Bedingung

$$\epsilon_A \epsilon_B = -1 \quad \Leftrightarrow \quad \sin 2\beta < -\frac{2M\mu}{M^2 + \mu^2} \quad (6.99)$$

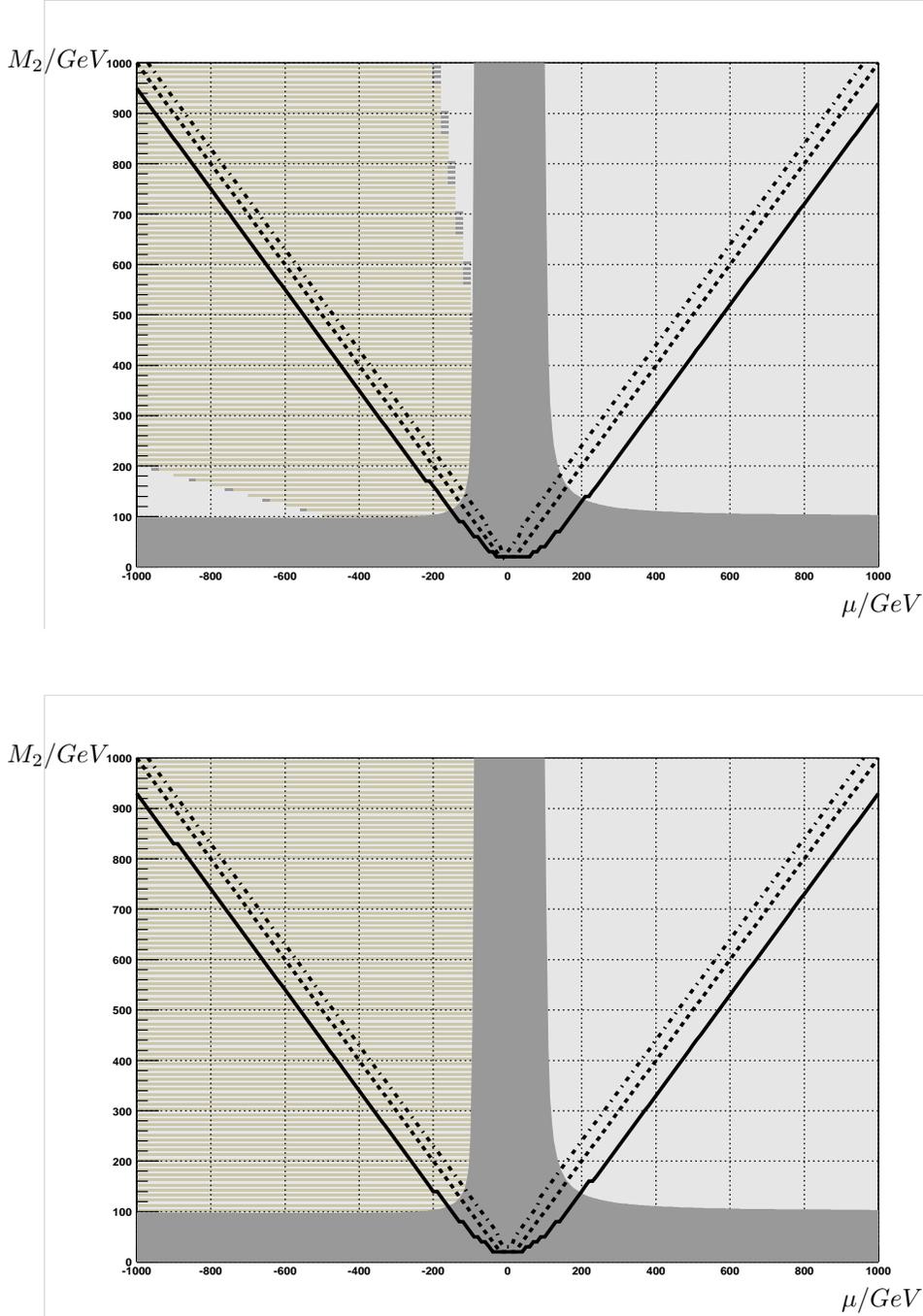


Abbildung 6.6: Nullstellen der Chargino-Higgs-Kopplung $b_L^{(H)}(1,2) = b_R^{(H)}(2,1)$ für $\tan \beta = 5$ (oberes Bild) und $\tan \beta = 20$ (unteres Bild) in Abhängigkeit von μ und M . Die durchgezogene Linie entspricht $\alpha = -\frac{\pi}{8}$, die gestrichelte Linie $\alpha = -\frac{\pi}{4}$ und die gestrichpunktete Linie $\alpha = -\frac{3\pi}{8}$. Der schraffierte Bereich ist ausgeschlossen durch die Bedingung $\sin 2\beta > -\frac{2M\mu}{M^2 + \mu^2}$, der dunkel schraffierte Bereich gibt näherungsweise den experimentell ausgeschlossenen Bereich an.

Sie kann nur für $\mu < 0$ erfüllt werden. Quadrieren von (6.98) liefert dann

$$(W^2 + ab) \cos 2\alpha = W(a + b) \quad (6.100)$$

und damit die folgenden Bedingungen:

1. Falls $\alpha < -\frac{\pi}{4}$ ist, dann gilt $\cos \alpha < 0$. Also muss $a + b < 0$ sein, und damit $M < |\mu|$.
2. Für $\alpha > -\frac{\pi}{4}$ ist $\cos \alpha > 0$ und $M > |\mu|$ muss erfüllt sein.

Man steht also vor dem gleichen Problem wie in (6.96) und bestimmt die Lösungen numerisch.

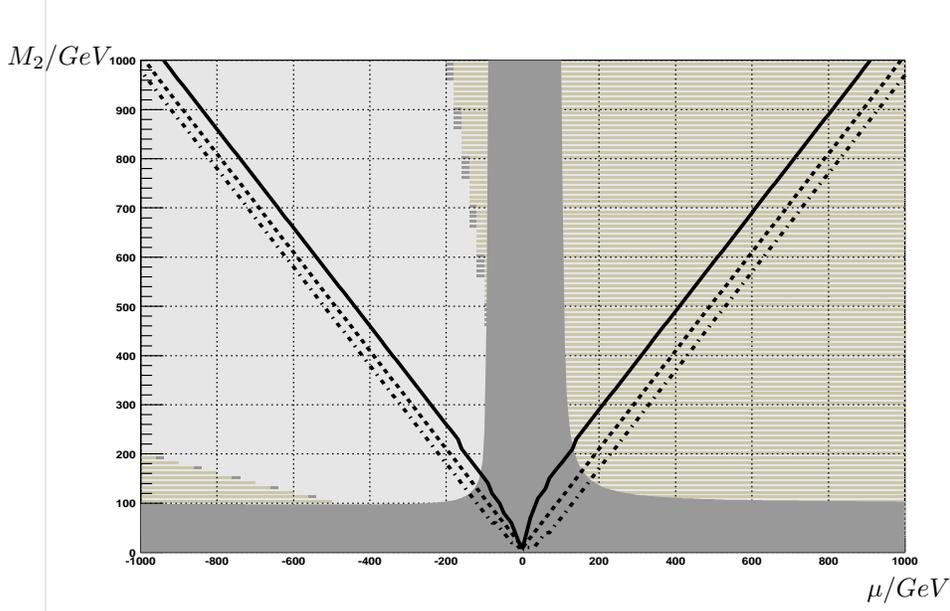


Abbildung 6.7: Nullstellen der Chargino-Higgs-Kopplung $b_L^{(H)}(2,1) = b_R^{(H)}(1,2)$ für $\tan \beta = 5$ in Abhängigkeit von μ und M . Die durchgezogene Linie entspricht $\alpha = -\frac{\pi}{8}$, die gestrichelte Linie $\alpha = -\frac{\pi}{4}$ und die gestrichpunktete Linie $\alpha = -\frac{3\pi}{8}$. Der schraffierte Bereich ist ausgeschlossen durch die Bedingung $\sin 2\beta < -\frac{2M\mu}{M^2+\mu^2}$, der dunkle Bereich gibt näherungsweise das experimentell ausgeschlossene Gebiet an.

Wie schon bei $b_L^{(H)}(1,2) = 0$ sind auch hier die Null-Linien von β praktisch unabhängig. Der Grund liegt darin, dass im betrachteten $\tan \beta$ -Bereich $\beta \approx \frac{\pi}{2}$ gilt, und die Gleichungen, die die Null-Linien bestimmen, von $\sin 2\beta \approx 0$ abhängen, das im Bereich $\tan \beta = 5 \dots 20$ kaum variiert.

Auch hier lässt sich zusammenfassend feststellen, dass aufgrund der hier und im vorigen Abschnitt angegebenen Bedingungen $M \geq |\mu|$ für verschiedene Wertebereiche von α die rechts- und linkshändigen gemischten Kopplungen nicht gleichzeitig verschwinden können: wenn $b_L(H)(1,2) = 0$ ist, kann nicht $b_R^{(H)}(1,2) = 0$ gelten und analog für die $(2,1)$ -Kopplungen.

6.5 Zusammenfassung

Für das Verschwinden der Chargino-Higgs-Kopplungen erhält man insgesamt die folgenden Bedingungen:

für die A -Kopplungen $b_L^{(A)}(i,j)$:

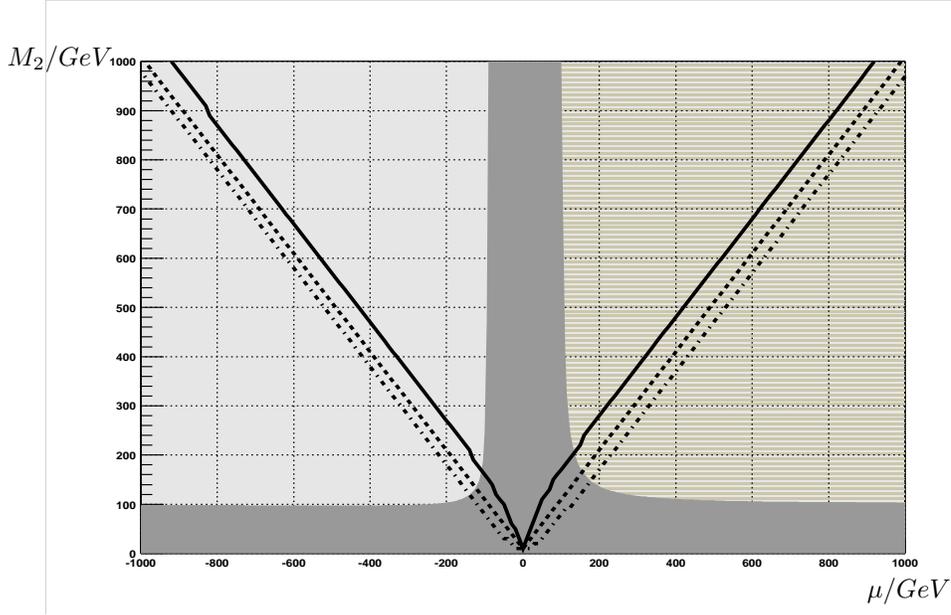


Abbildung 6.8: Nullstellen der Chargino-Higgs-Kopplung $b_L^{(H)}(2,1) = b_R^{(H)}(1,2)$ für $\tan\beta = 20$ in Abhängigkeit von μ und M . Die durchgezogene Linie entspricht $\alpha = -\frac{\pi}{8}$, die gestrichelte Linie $\alpha = -\frac{\pi}{4}$ und die gestrichpunktete Linie $\alpha = -\frac{3\pi}{8}$. Der schraffierte Bereich ist ausgeschlossen durch die Bedingung $\sin 2\beta < -\frac{2M\mu}{M^2+\mu^2}$, der dunkle Bereich gibt näherungsweise das experimentell ausgeschlossene Gebiet an.

1. $b_L^{(A)}(1,1) = 0$ kann für keine Parameterkombination mit $\tan\beta > 1$ erreicht werden.
2. $b_L^{(A)}(2,2) = 0$ gilt für $\mu < 0$ und $M^2 > m_W^2 \tan^2 2\beta$ und

$$\mu_{2/3} = -\frac{M}{2} \frac{1 + \sin^2 2\beta}{\sin 2\beta} \pm \sqrt{\left(\frac{M}{2}\right)^2 \left(\frac{1 + \sin^2 2\beta}{\sin 2\beta}\right)^2 - M^2 - m_W^2 \cos^2 2\beta} \quad (6.101)$$

3. $b_L^{(A)}(1,2) = -b_R^{(A)}(2,1) = 0$ gilt für $\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2+\mu^2}$ und $|\mu| > M$ und

$$(W^2 + ab) \cos 2\beta = 2W(M^2 - \mu^2) \quad (6.102)$$

4. $b_L^{(A)}(2,1) = -b_R^{(A)}(1,2) = 0$ gilt für $\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2+\mu^2}$ und $|\mu| < M$ und

$$(W^2 + ab) \cos 2\beta = -2W(M^2 - \mu^2) \quad (6.103)$$

und für die H -Kopplungen $b_L^{(H)}(i,j)$:

1. $b_L^{(H)}(1,1) = 0$ gilt für $\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2+\mu^2}$ und $-\frac{\pi}{2} < \alpha < -\frac{\pi}{4}$ und $M^2 > \frac{m_w^2}{2} ((1 - \gamma^2) + (1 + \gamma^2) \sin 2\beta)$ und

$$\mu_2^\pm = M \frac{1 + \gamma^2}{1 - \gamma^2} \pm \sqrt{4M^2 \frac{\gamma^2}{(1 - \gamma^2)^2} - 2m_W^2 \left(1 + \sin 2\beta \frac{1 + \gamma^2}{1 - \gamma^2}\right)} \quad (6.104)$$

2. $b_L^{(H)}(2, 2) = 0$ gilt für $\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2+\mu^2}$ und $-\frac{\pi}{4} < \alpha < 0$ und wie bei $b_L^{(H)}(1, 1) = 0$ auch

$$\mu_2^\pm = M \frac{1+\gamma^2}{1-\gamma^2} \pm \sqrt{4M^2 \frac{\gamma^2}{(1-\gamma^2)^2} - 2m_W^2 \left(1 + \sin 2\beta \frac{1+\gamma^2}{1-\gamma^2}\right)} \quad (6.105)$$

3. $b_L^{(H)}(1, 2) = b_R^{(H)}(2, 1) = 0$ gilt für $\sin 2\beta > -\frac{M\mu}{M^2+\mu^2}$. Zusätzlich muss eine der folgenden Bedingungen erfüllt sein:

- $\alpha < -\frac{\pi}{4}$ und $M > |\mu|$
- $\alpha > -\frac{\pi}{4}$ und $M < |\mu|$

Die Nullstellen der Kopplung erfüllen dann die Gleichung vierten Grades

$$\cos 2\alpha (4m_W^2(M^2 + \mu^2 + 2M\mu \sin 2\beta) + (M^2 - \mu^2)^2) = -(M^2 - \mu^2)W \quad (6.106)$$

4. $b_L^{(H)}(2, 1) = b_R^{(H)}(1, 2) = 0$ gilt für $\sin 2\beta < -\frac{M\mu}{M^2+\mu^2}$ und eine der folgenden Bedingungen:

- $\alpha < -\frac{\pi}{4}$ und $M < |\mu|$
- $\alpha > -\frac{\pi}{4}$ und $M > |\mu|$

Die Nullstellen sind dann Lösungen von

$$\cos 2\alpha (4m_W^2(M^2 + \mu^2 + 2M\mu \sin 2\beta) + (M^2 - \mu^2)^2) = (M^2 - \mu^2)W \quad (6.107)$$

Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit besteht aus zwei unabhängigen Teilen.

Im ersten, bei weitem umfangreicheren Teil, wurde im Rahmen des MSSM und unter Annahme von CP -Erhaltung die Möglichkeit untersucht, mittels eines Muon-Colliders eine Präzisionsmessung der Kopplungen der schweren neutralen Higgs-Bosonen H und A an die Neutralinos vornehmen zu können. Dabei sollte der Einfluss der Strahlpolarisation untersucht werden. Ein Muon-Beschleuniger bietet sich für dieses Vorhaben vor allem deshalb an, weil er eine exzellente Energieauflösung besitzt (0.1...0.01%) [37], [40].

Dazu wurde zunächst ein kurzer Überblick über das elektroschwache Standardmodell und insbesondere den Higgs-Mechanismus gegeben. Ein Abschnitt erläuterte die Motivation für die Hypothese einer Supersymmetrie und die Struktur der minimalen supersymmetrischen Erweiterung des Standardmodells (MSSM). Außerdem wurden die wichtigsten verwendeten Techniken vorgestellt, die für Rechnungen unter Berücksichtigung der Spinpolarisation wichtig sind.

Im zweiten Kapitel wurde die Spindichtematrix der Neutralinoproduktion über Higgs-Austausch detailliert hergeleitet, sowie der Phasenraum des Prozesses untersucht. Die erhaltenen Ergebnisse wurden im dritten Kapitel dazu benutzt, den Wirkungsquerschnitt eines kombinierten Produktions- und Zerfallsprozesses zu berechnen, wobei hier nur Zweikörperzerfälle in Selekttron/Elektron-Paare berücksichtigt wurden die dominieren, sobald sie kinematisch erlaubt sind. Es wurden außerdem zwei Observablen konstruiert, die im Prinzip die Bestimmung der Neutralino-Higgs-Kopplungen bis auf ein Vorzeichen zulassen. Die Polarisationsasymmetrie des totalen Wirkungsquerschnitts erlaubt die Messung des Quotienten der Kopplungen der schweren neutralen Higgs-Bosonen an die Neutralinos, während die Energieverteilung des Zerfallsleptons des Zweikörperzerfalls die Bestimmung des Produkts dieser Kopplungen ermöglicht.

Ein Kapitel beschäftigt sich mit der Aufstellung von fünf SUSY-Szenarien, in denen die Produktion des zweitleichtesten Neutralinos zusammen mit dem LSP und dessen Zweikörperzerfall im Bereich der schweren Higgs-Resonanzen möglich ist. Zudem wird untersucht, wann die beiden untersuchten Observablen möglichst gross werden.

Für diese fünf Szenarien wurden die Produktionsquerschnitte für $\tilde{\chi}_1^0\tilde{\chi}_2^0$ -Produktion, die Polarisationsasymmetrie und die Lepton-Energieverteilung in der Umgebung der Higgs-Resonanzen H und A untersucht. Dabei wurden auch Beiträge von Austausch von Z^0 und $\tilde{\mu}$ berücksichtigt.

Die Produktionsquerschnitte erreichen in den untersuchten Szenarien Größenordnungen von einigen nb . Das Verzweigungsverhältnis in den betrachteten Zweikörperzerfall ist ebenfalls stark vom gewählten SUSY-Szenario abhängig, es beträgt typischerweise einige Prozent. Der Prozess sollte also gut sichtbar sein.

Die Polarisationsasymmetrie des Wirkungsquerschnitts für den kombinierten Pro-

duktions- und Zerfallsprozess erreicht bei vollständig polarisierten Strahlen Werte bis zu 40%. Bei der zu erwartenden Strahlpolarisation von 28% reduziert sich dieser Wert um einen Faktor 0.52. Wesentlich schlechter steht es um die Beobachtbarkeit der Steigung der Energieverteilung des Zerfallsleptons, aus der sich das Produkt der Higgs-Neutralino-Kopplungen bestimmen lässt. Sie liegt nur im Bereich von max. $0.1 \text{ fb}/\text{GeV}^2$, in den meisten Szenarien weit darunter. Relativ zum gesamten Querschnitt liegt die Korrektur höchstens im Promillbereich. Entscheidend ist die Longitudinalpolarisation der Strahlen, zu deren Summe sie proportional ist. Wenn es gelingt, die Polarisation sehr scharf einzustellen, dann kann man die Steigung aus der Differenz der Wirkungsquerschnitte bei maximal polarisierten und bei unpolarisierten Strahlen bestimmen.

Interessant wäre noch eine Untersuchung der vorgeschlagenen Beobachtungsgrößen für reale Werte der Energieverteilung des Strahls, wie sie in einem der vorgeschlagenen Muon-Beschleuniger vorlägen. Außerdem ist noch genauer zu untersuchen, welche leptonischen Dreiteilchenzerfälle und hadronischen Zerfälle ebenfalls die Messung der Neutralino-Higgs-Kopplungen ermöglichen könnten. Eine mögliche Erweiterung des hier betrachteten Prozesses wäre auch die Berücksichtigung von CP -Verletzung im Higgs-Sektor des MSSM.

Der zweite Teil der Arbeit beschäftigte sich mit der Suche nach Nullstellen der Chargino-Higgs-Kopplungen im SUSY-Parameterraum. Bei einigen der Kopplungen gelang es, die Nullstellen analytisch anzugeben, bei den anderen musste numerisch vorgegangen werden.

Die Nullstellen der Chargino- (und auch der Neutralino-)Kopplungen sind von praktischer Bedeutung für die Bestimmung der entsprechenden Higgs-Kopplungen aus dem Verhältnis der Produktionsquerschnitte an den Higgs-Resonanzen, wie sie in [38] vorgeschlagen wurde. Die Neutralino-Higgs-Kopplungen für die Produktion zweier unterschiedlicher Neutralinos können verschwinden [39], und die Frage war zu klären, ob dies auch für die Chargino-Kopplungen gilt. Wie sich gezeigt hat, ist das nicht der Fall: es können entweder nur die rechts- oder linkshändigen Kopplungen verschwinden, so dass die Produktion von zwei unterschiedlichen Charginos nie ganz unterdrückt werden kann. Die Ursache ist in der Tatsache zu suchen, dass die Neutralinos Majorana-Fermionen sind, also nur zwei Freiheitsgrade besitzen, während bei den Charginos die vier Spinoreinträge unabhängig sind und ihre Kopplungen deshalb auch unabhängig voneinander verschwinden können.

Anhang A

Spinoren und Dirac-Matrizen

A.1 Die Dirac-Algebra

Die Dirac-Matrizen (oder γ -Matrizen) sind definiert durch die Dirac-Algebra:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \quad (\text{A.1})$$

Daraus folgt

$$(\gamma^0)^2 = \mathbb{1} \quad (\gamma^i)^2 = -\mathbb{1} \quad (\text{A.2})$$

Zusätzlich müssen sie die Bedingungen

$$\gamma^0 = \gamma^{0\dagger} \quad \gamma^i = -\gamma^{i\dagger} \quad (\text{A.3})$$

erfüllen (mit $i = 1, 2, 3$).

Diese Bedingungen legen die γ -Matrizen nur bis auf eine unitäre Transformation fest, es gibt deshalb verschiedene Darstellungen von ihnen. In der *Dirac-Darstellung* lauten sie

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.4})$$

mit den Pauli-Matrizen

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.5})$$

Eine andere häufig benutzte Darstellung der Dirac-Matrizen ist die *chirale Darstellung* [4]:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbb{1} \\ -\mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} \sigma^i & 0 \\ 0 & \sigma^i \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Zwischen den beiden Darstellungen vermittelt die unitäre Transformation

$$S = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

so dass

$$\gamma_{Dirac}^\mu = S \gamma_{chiral}^\mu S^{-1} \quad (\text{A.8})$$

Die Spinoren haben in der chiralen Darstellung die Form

$$\psi_{chiral} = \begin{pmatrix} \phi_R \\ \phi_L \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

d.h. die rechts- und linkshändigen Anteile liegen hier getrennt vor. In der Dirac-Darstellung gilt dagegen:

$$\psi_{Dirac} = S\psi_{chiral} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_R + \phi_L \\ \phi_R - \phi_L \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Hier beschreiben die ersten zwei Komponenten die Anteile ‘‘positiver Energie’’ und die letzten beiden die Anteile mit ‘‘negativer Energie’’, d.h. die Antiteilchen.

Zusätzlich definiert man eine Matrix

$$\gamma^5 = \gamma_5 = \gamma^{5\dagger} = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 \quad (\text{A.11})$$

mit der expliziten Form

$$\gamma_{Dirac}^5 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma_{chiral}^5 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

An γ_{chiral}^5 erkennt man, dass die Basisvektoren der chiralen Darstellung die Eigenvektoren von γ_{chiral}^5 sind, die rechtshändigen Anteile zum Eigenwert 1, die linkshändigen zu -1. γ^5 ist also der Operator der Chiralität. Die rechts- und linkshändigen Anteile lassen sich folglich mit den Projektoren

$$P_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \quad P_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \quad (\text{A.13})$$

aus den Dirac-Spinoren herausprojizieren.

Zusätzlich zu den obigen Definitionen kann man viele weitere nützliche Relationen zwischen den Dirac-Matrizen, γ^5 und den Projektoren herleiten, von denen viele in dieser Arbeit zur Berechnung der Dichtematrizen verwendet wurden.

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0 = g_{\mu\nu}\gamma^\nu = \gamma_\mu \quad (\text{A.14})$$

$$(\gamma^5)^2 = \mathbb{1} \quad (\text{A.15})$$

$$\{\gamma^\mu, \gamma^5\} = 0 \quad (\text{A.16})$$

$$\{\not{a}, \gamma^5\} = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$\not{a}\not{a} = a^2\mathbb{1} \quad (\text{A.18})$$

$$\not{a}\not{b} = 2(pq) - \not{b}\not{a} \quad (\text{A.19})$$

$$\not{a}^\dagger\gamma^0 = \gamma^0\not{a} \quad (\text{A.20})$$

$$(\text{A.21})$$

$$P_L^2 = P_L \quad (\text{A.22})$$

$$P_R^2 = P_R \quad (\text{A.23})$$

$$P_{L/R}^\dagger = P_{L/R} \quad (\text{A.24})$$

$$P_L P_R = P_R P_L = 0 \quad (\text{A.25})$$

$$P_L + P_R = \mathbb{1} \quad (\text{A.26})$$

$$P_L - P_R = -\gamma^5 \quad (\text{A.27})$$

$$P_{L/R}\gamma^\mu = \gamma^\mu P_{R/L} \quad (\text{A.28})$$

$$P_{L/R}\not{a} = \not{a}P_{R/L} \quad (\text{A.29})$$

$$P_L\gamma^5 = \gamma^5 P_L = -P_L \quad (\text{A.30})$$

$$P_R\gamma^5 = \gamma^5 P_R = P_R \quad (\text{A.31})$$

A.2 Spurtheoreme

Die γ -Matrizen sind spurlos, was man z.B. an ihrer Form in der Dirac-Darstellung erkennen kann. Da die Spur unter unitären Transformationen invariant ist, gilt dies in allen Darstellungen. Aufgrund der Struktur der Dirac-Algebra (A.1) verschwinden dann auch die Spuren über eine beliebige ungerade Anzahl von Dirac-Matrizen und eine ungerade Anzahl von Dirac-Matrizen und γ^5 . Für die anderen Spuren erhält man

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4g^{\mu\nu} \quad (\text{A.32})$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^5) = 0 \quad (\text{A.33})$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^5) = 0 \quad (\text{A.34})$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\rho\sigma} - g^{\mu\rho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\rho}) \quad (\text{A.35})$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\rho \gamma^\sigma \gamma^5) = 4i\epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \quad (\text{A.36})$$

$$\mathrm{Tr}(\not{a}\not{b}) = 4(ab) \quad (\text{A.37})$$

$$\mathrm{Tr}(\not{a}\not{b}\gamma^5) = 0 \quad (\text{A.38})$$

$$\mathrm{Tr}(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}) = 4[(ab)(cd) - (ac)(bd) + (ad)(bc)] \quad (\text{A.39})$$

$$\mathrm{Tr}(\not{a}\not{b}\not{c}\not{d}\gamma^5) = 4i\langle abcd \rangle \quad (\text{A.40})$$

$$\begin{aligned} \mathrm{Tr}(\phi_1 \phi_2 \dots \phi_n) &= (a_1 a_2) \mathrm{Tr}(\phi_3 \dots \phi_n) - \\ &\quad - (a_1 a_3) \mathrm{Tr}(\phi_2 \phi_4 \dots \phi_n) + \dots + (a_1 a_n) \mathrm{Tr}(\phi_2 \dots \phi_{n-1}) \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Ganz allgemein gelten für Spuren Linearität und zyklische Vertauschbarkeit der Argumente:

$$\mathrm{Tr}(A + B) = \mathrm{Tr}(A) + \mathrm{Tr}(B) \quad (\text{A.42})$$

$$\mathrm{Tr}(\alpha A) = \alpha \mathrm{Tr}(A) \quad (\text{A.43})$$

$$\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA) \quad (\text{A.44})$$

Anhang B

Explizite Form der Produktionsdichtematrix

In diesem Kapitel wird eine vollständige explizite Aufstellung aller Matrixelemente der in Kapitel 2 berechneten Spindichtematrix der Produktion von Neutralinos durch muon-Antimuon-Annihilation bei Austausch von neutralen Higgs-Bosonen im s-Kanal gegeben. Alle Angaben gelten für das Schwerpunktsystem. Die entsprechenden Matrixelemente der Untergrundprozesse (Z-Austausch, Smuon-Austausch) findet man in [24].

Es ist

$$p_j = p_3 = (E_j, \vec{p}') \quad (\text{B.1})$$

und

$$p_i = p_4 = (E_i, -\vec{p}') \quad (\text{B.2})$$

und der Higgspropagator $\Delta(\varphi)$ ist gegeben durch (2.20). Mit $E = \sqrt{s}/2$ ist die Strahlenergie bezeichnet. Es werden stets die Interferenzterme (φ, ψ) und (ψ, φ) zusammengefasst, z.B. ist das hier angegebene Element $P(H, A)$ umdefiniert in der Art $P(H, A) = P(H, A) + P(A, H)$.

Wie in den vorherigen Kapiteln soll auch hier CP -Erhaltung gelten, d.h. die muon-Higgs-Kopplungen $d^{(\varphi)}$ und die Neutralino-Higgs-Kopplungen $c^{(\varphi)}$ sind reell für $\varphi = h, H$ und imaginär für $\varphi = A$. Insbesondere setzen wir $c_R^{(A)} = i\gamma_R^{(A)}$.

B.1 Von der Neutralinopolarisation unabhängige Elemente $P(\varphi, \psi)$

Es ist

$$\bar{P}(\varphi, \psi) = (p_i p_j) \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{(*\psi)} \right) - m_i m_j \text{Re} \left(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)} \right) \quad (\text{B.3})$$

der polarisationsunabhängige Neutralinofaktor. Er ist reell, und damit gilt für das Element der Produktionsdichtematrix

$$P(\varphi, \psi) = (2)\bar{P}(\varphi, \psi) (\text{Re}(\Delta(\varphi)\Delta^*(\psi))\text{Re}(L) - \text{Im}(\Delta(\varphi)\Delta^*(\psi))\text{Im}(L)) \quad (\text{B.4})$$

Der Faktor (2) gilt für die Interferenzterme, die anderen Terme erhalten hier keinen zusätzlichen Faktor.

Konkret erhält man

$$\begin{aligned}
 P(h, h) &= 2|\Delta(h)|^2 E^2 g^2 \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \beta} (1 + P_+^1 P_-^1 - P_+^2 P_-^2 + P_+^3 P_-^3) \\
 &\quad (E_i E_j + (\vec{p}')^2 - m_i m_j) \left(c_R^{(h)} \right)^2 \tag{B.5}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(H, H) &= 2|\Delta(H)|^2 E^2 g^2 \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \beta} (1 + P_+^1 P_-^1 - P_+^2 P_-^2 + P_+^3 P_-^3) \\
 &\quad (E_i E_j + (\vec{p}')^2 - m_i m_j) \left(c_R^{(H)} \right)^2 \tag{B.6}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(A, A) &= -2|\Delta(A)|^2 E^2 g^2 \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\sin^2 \beta}{\cos^2 \beta} (1 + P_+^1 P_-^1 - P_+^2 P_-^2 + P_+^3 P_-^3) \\
 &\quad (-E_i E_j - (\vec{p}')^2 - m_i m_j) \left(\gamma_R^{(A)} \right)^2 \tag{B.7}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(h, H) &= 4\text{Re}(\Delta(h)\Delta^*(H)) E^2 g^2 \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{\cos^2 \beta} \\
 &\quad (1 + P_+^1 P_-^1 - P_+^2 P_-^2 + P_+^3 P_-^3) (E_i E_j + (\vec{p}')^2 - m_i m_j) c_R^{(h)} c_R^{(H)} \tag{B.8}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(h, A) &= -4E^2 g^2 \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \\
 &\quad ((P_+^1 P_-^2 + P_+^2 P_-^1) \text{Re}(\Delta(h)\Delta^*(A)) - (P_+^3 P_-^3) \text{Im}(\Delta(h)\Delta^*(A))) \\
 &\quad (E_i E_j + (\vec{p}')^2 - m_i m_j) \gamma_R^{(A)} c_R^{(h)} \tag{B.9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P(H, A) &= -4E^2 g^2 \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \\
 &\quad ((P_+^1 P_-^2 + P_+^2 P_-^1) \text{Re}(\Delta(H)\Delta^*(A)) - (P_+^3 P_-^3) \text{Im}(\Delta(H)\Delta^*(A))) \\
 &\quad (E_i E_j + (\vec{p}')^2 - m_i m_j) \gamma_R^{(A)} c_R^{(H)} \tag{B.10}
 \end{aligned}$$

B.2 Spinpolarisations-Elemente $\Sigma^{c/d=3}(\varphi, \psi)$

Die Spinpolarisations-Elemente (siehe Kap. 2) des Neutralinofaktors sind

$$\overline{\Sigma}^{c=3}(\varphi, \psi) = \overline{\Sigma}^{d=3}(\varphi, \psi) = 2Ei|\vec{p}'| \text{Im}(c_R^{(*\varphi)} c_R^{(\psi)}) \tag{B.11}$$

also rein imaginär. Damit sind die entsprechenden Elemente der Produktionsdichtematrix

$$\Sigma^3(\varphi, \psi) = -\frac{(2)}{i} \overline{\Sigma}^3(\varphi, \psi) (\text{Re}(\Delta(\varphi)\Delta^*(\psi)) \text{Im}(L) - \text{Im}(\Delta(\varphi)\Delta^*(\psi)) \text{Re}(L)) \tag{B.12}$$

Der Faktor (2) gilt für die Interferenzterme, die anderen Terme erhalten hier keinen zusätzlichen Faktor.

Damit ist

$$\Sigma^3(h, h) = \Sigma^3(H, H) = \Sigma^3(A, A) = 0 \quad (\text{B.13})$$

$$\begin{aligned} \Sigma^3(h, H) &= -8E^3 |\vec{p}'| g^2 \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\cos \alpha \sin \alpha}{\cos^2 \beta} (1 + P_+^1 P_-^1 - P_+^2 P_-^2 + P_+^3 P_-^3) \\ &\quad \text{Im}(\Delta(h) \Delta^*(H)) c_R^{(h)} c_R^{(H)} \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

$$\begin{aligned} \Sigma^3(h, A) &= 8E^3 |\vec{p}'| g^2 \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} c_R^{(h)} \gamma_R^{(A)} \\ &\quad ((P_+^1 P_-^2 + P_+^2 P_-^1) \text{Im}(\Delta(h) \Delta^*(A)) + (P_+^3 P_-^3) \text{Re}(\Delta(h) \Delta^*(A))) \end{aligned} \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned} \Sigma^3(H, A) &= 8E^3 |\vec{p}'| g^2 \left(\frac{m_\mu}{m_W} \right)^2 \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos^2 \beta} c_R^{(H)} \gamma_R^{(A)} \\ &\quad ((P_+^1 P_-^2 + P_+^2 P_-^1) \text{Im}(\Delta(H) \Delta^*(A)) + (P_+^3 P_-^3) \text{Re}(\Delta(H) \Delta^*(A))) \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

B.3 Spinkorrelationsterme $\Sigma^{cd}(\varphi, \psi)$

Diese zerfallen in drei Gruppen. Zum einen gilt

$$\bar{\Sigma}^{12}(\varphi, \psi) = \bar{\Sigma}^{21}(\varphi, \psi) = 2Ei |\vec{p}'| \text{Im}(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)}) \quad (\text{B.17})$$

Sie sind also identisch mit den Elementen $\bar{\Sigma}^{c/d=3}$, bis auf komplexe Konjugation der φ -Kopplung. Damit gilt

$$\Sigma^{12}(\varphi, \psi) = \Sigma^{21}(\varphi, \psi) = \Sigma^{c=3}(\varphi, \psi) = \Sigma^{d=3}(\varphi, \psi) \quad (\text{B.18})$$

für alle Kombinationen (φ, ψ) außer (A, A) :

$$\Sigma^{12}(A, A) = \Sigma^{21}(A, A) = -\Sigma^{c=3}(A, A) = -\Sigma^{d=3}(A, A) \quad (\text{B.19})$$

Außerdem ist

$$\bar{\Sigma}^{33}(\varphi, \psi) = \bar{P}(\varphi, \psi) = (p_i p_j) \text{Re}(c_R^{(\varphi)} c_R^{(*\psi)}) - m_i m_j \text{Re}(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)}) \quad (\text{B.20})$$

und daraus folgt

$$\Sigma^{33}(\varphi, \psi) = P(\varphi, \psi) \quad (\text{B.21})$$

Es bleiben noch

$$\bar{\Sigma}^{22}(\varphi, \psi) = -\bar{\Sigma}^{11}(\varphi, \psi) \quad (\text{B.22})$$

$$= (p_i p_j) \text{Re}(c_R^{(\varphi)} c_R^{(\psi)}) - m_i m_j \text{Re}(c_R^{(\varphi)} c_R^{(*\psi)}) \quad (\text{B.23})$$

Man sieht, dass gilt:

$$\Sigma^{22}(\varphi, \psi) = -\Sigma^{11}(\varphi, \psi) = P(\varphi, \psi) \quad (\text{B.24})$$

für $(\varphi, \psi) = (h, h), (H, H), (h, H)$ und

$$\Sigma^{22}(\varphi, \psi) = -\Sigma^{11}(\varphi, \psi) = -P(\varphi, \psi) \quad (\text{B.25})$$

für $(\varphi, \psi) = (A, A), (h, A), (H, A)$

Literaturverzeichnis

- [1] G. I. Budker, *Accelerators and Colliding Beams*, Proc. 7th Int. Conference on High Energy Accelerators, **33**, Yerevan (1969)
- [2] J. F. Gunion, hep-ph/9707379v2
- [3] V. Barger, hep-ph/9803480
- [4] L. H. Ryder, *Quantum Field Theory, 2nd Edition*, Cambridge University Press (1996)
- [5] S. Weinberg, *The Quantum Theory Of Fields, Vol I*, Cambridge University Press (1995)
- [6] M. E. Peskin, D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory*, Perseus Books (1995)
- [7] R. Haag, J. Lopuszanski, M. Sohnius, *Nucl. Phys.* **B88** (1975) 257
- [8] C. N. Yang, R. L. Mills, *Phys. Rev.* **96**, (1954) 191
- [9] S. L. Glashow, M. Gell-Mann, *Ann. Phys.* **15** (1961) 437
- [10] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* **B22** (1961) 579, S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* **19** (1967) 1264, A. Salam, in “Elementary Particle Theory”, ed. N. Svartholm, *Almqvist and Wiksell*, Stockholm (1968) 367
- [11] S. M. Bilenky, *Introduction to Feynman Diagrams and Electroweak Interactions Physics* Editions Frontières (1994)
- [12] S. P. Martin, hep-ph/9709356
- [13] R. Barate et al. (ALEPH Collaboration), hep-ex/0011045, M. Acciarri et al. (L3 Collaboration), hep-ex/0011043, A. Sopczak, hep-ph/0112082
- [14] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto, B. Mösslacher, *Z. Phys.* **C 55**, 257-264 (1992)
- [15] G. Bhattacharyya, hep-ph/0108267
- [16] J. Wess, J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity, 2nd edition*, Princeton University Press (1991)
- [17] I. Simonsen, hep-ph/9506369v2
- [18] Particle Data Group, *Phys. Rev.* **D 66**, 010001 (2002) oder unter <http://pdg.lbl.gov>
- [19] B. Autin et al., *Prospective Study of Muon Colliders and Muon Storage Rings at CERN*, CERN 99-02, ECFA 99-197

- [20] H. E. Haber, G. L. Kane, *Phys. Rep.* **117** (1985) 75
- [21] L. J. Hall, J. Polchinski, *Phys. Lett.* **152B** (1985) 335
- [22] A. Bartl, M. Dittmar, W. Majerotto, Proceedings of the Workshop e^+e^- Collisions at 500 GeV. The Physics Potential, Part B, Munich, Annecy, Hamburg, ed. by P. Zerwas, DESY 92-123B (1992) 603
- [23] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto, N. Oshimo, *Phys. Rev.* **D40** (1989) 1594
- [24] G. Moortgat-Pick, H. Fraas, A. Bartl, W. Majerotto, *Eur.Phys.J.* **C9**:521-534, Erratum-ibid. **C9**:549
- [25] J. Stoer, R. Bulirsch, *Numerische Mathematik, Band 1 und 2*, Springer Verlag (1978)
- [26] S. Y. Choi, J. Kalinowski, G. Moortgat-Pick, P. M. Zerwas, *Eur.Phys.J.* **C22**:563-579, Addendum-ibid. **C23**:769-772
- [27] J. D. Bjorken, S. D. Drell, *Relativistische Quantenmechanik*, BI-Wissenschafts-Verlag (1990)
- [28] C. Bouchiat, L. Michel, *Nucl.Phys.* **5** (1958) 416
- [29] J. F. Gunion, H. E. Haber, *Nucl.Phys.* **B** 272:1-76 (1986)
- [30] H. M. Pilkuhn, *Relativistic Particle Physics*, Springer Verlag (1979)
- [31] A. Wagner, *Neutralinoproduktion an einem Muoncollider*, Diplomarbeit, Universität Würzburg (2002)
- [32] R. Barate et al. (ALEPH Collaboration), hep-ex/0011045
- [33] DELPHI Collaboration, hep-ex/0201022
- [34] A. Djouadi, J. Kalinowski, M. Spira, Computational Physics Communications, 108:56-74 (1998), hep-ph/9704448
- [35] M. Spira, P. M. Zerwas, hep-ph/9803257
- [36] A. Djouadi, J. Kalinowski, P. M. Zerwas, *Z. Phys.* **C70**, 435-448, hep-ph/9511342
- [37] B. Autin, *Prospective Study of Muon Colliders and Muon Storage Rings at CERN*, CERN 99-02, ECFA 99-197
- [38] H. Fraas, F. Franke, G. Moortgat-Pick, F. van der Pahlen, A. Wagner, hep-ph/0303044
- [39] H. Fraas, F. Franke, F. von der Pahlen, A. Wagner, *in preparation*
- [40] V. Barger, M.S. Berger, J.F. Gunion, T. Han, *Phys.Rept.* **286** (1997)

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen meinen Dank aussprechen, die - direkt oder indirekt - zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

Zuallererst danke ich natürlich Herrn Prof. Fraas dafür, dass er mir die Möglichkeit gegeben hat, über dieses interessante Thema eine Diplomarbeit anzufertigen. Dass er jederzeit bereit war, mir bei auftauchenden Fragen weiterzuhelfen und mir mit Diskussionen und Korrekturen weiterhalf, hat für eine angenehme und produktive Arbeitsatmosphäre gesorgt.

Unverzichtbare Hilfe in vielen Problemen verdanke ich auch Alexander Wagner, auf dessen Diplomarbeit meine eigene zum Teil aufbaut. Er stand mir nicht nur in teilchenphysikalischen Problemen zur Seite, sondern vor allem auch in zahllosen Fragen zu FORTRAN, Perl, gnuplot, Root, L^AT_EX, ...

Ebenso gilt mein Dank Olaf Kittel, dessen FORTRAN-Programm mich einen entscheidenden Schritt weiter gebracht hat (zu einer Zeit, als ich an meinem eigenen Programm schon fast verzweifelt bin).

Viele anregende Diskussionen verdanke ich zudem Lars Fritz, Markus Ackermann, Christian Vey, Federico van der Pahlen, Frank Raischel, Sigrun Csallner, Volker Schmidt, Tim Koslowski und vielen anderen. Dabei ging es nur selten um Physik, aber unsere täglichen Kaffeerunden trugen viel zu einer angenehmen Atmosphäre bei.

Zuletzt, aber keineswegs am wenigsten, danke ich meinen Eltern, ohne deren - nicht nur finanzielle - Unterstützung mein Studium nicht möglich gewesen wäre.

Erklärung

Hiermit versichere ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Würzburg, den 09. Oktober 2003

Christoph Sachse