Chargino-Produktion und Zerfall durch Photon-Photon-Streuung

Diplomarbeit
von
Tobias Mayer

Institut für Theoretische Physik
der
Julius-Maximilians-Universität Würzburg

März 2000

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

Das Hauptanliegen der Elementarteilchenphysik besteht in der Untersuchung der elementaren Bausteine unserer Welt und der fundamentalen Kräfte, die zwischen diesen Objekten wirken. Hierin spiegelt sich die alte Hoffnung der Menschheit wider, einige einfache, allgemeine Gesetze zu finden, die die heutige Welt zu erklären vermögen. Das theoretische Verständnis dazu beruht im wesentlichen auf zwei wichtigen Errungenschaften der modernen Physik, der Quantenfeldtheorie, die den mathematischen Hintergrund bildet, und der Erkenntnis der Bedeutung von Symmetrieprinzipien.

Durch das Spin-Statistik-Theorem, das eine Beziehung zwischen dem statistischen Verhalten von Teilchen und ihrem Spin herstellt, kann man zwischen Teilchen mit halb- und ganzzahligem Spin, den Fermionen und den Bosonen, unterscheiden. Es hat sich gezeigt, daß die Materie aus Fermionen aufgebaut ist, während die Wechselwirkung der Fermionen untereinander durch den Austausch von Bosonen bestimmt wird. Es gibt vier solche fundamentalen Wechselwirkungen: die Gravitation, die elektromagnetische, die schwache und die starke Kraft.

Die Basis zur Beschreibung von Phänomenen der Elementarteilchenphysik bildet das Standardmodell. Dieses wurde von Glashow, Salam und Weinberg entwickelt [1] und beinhaltet eine Vereinigung von elektromagnetischer und schwacher Kraft zur elektroschwachen Kraft, deren Struktur durch die Symmetriegruppe $\mathrm{SU}(2)\times\mathrm{U}(1)$ bestimmt wird. Eine Erweiterung wurde von Glashow, Illiopoulos und Maiani vorgenommen, welche die Theorie der starken Wechselwirkung, die Quantenchromodynamik, einführten [2]. Diese wird durch die SU(3)-Eichgruppe charakterisiert. Die Voraussagen des Standardmodells wurden in Hochenergieexperimenten mit großer Genauigkeit bestätigt, vor allem sei hier die Entdeckung der vorhergesagten $W^{\pm}$- und Z^0-Bosonen 1983 am CERN [9], sowie die des Top-Quarks 1994 ebenfalls am CERN erwähnt [10].

Allerdings weist es auch Schwachpunkte auf. So stellt es keine wirkliche Vereinigung von elektroschwacher und starker Kraft dar, weil die Transformationen beider Symmetriegruppen unabhängig voneinander erfolgen. Des weiteren beinhaltet das Standardmodell viele willkürliche Annahmen und Parameter, die experimentell bestimmt werden müssen, z.B. die Anzahl der Farben und Generationen oder die Größen von Mischungswinkeln. Durch die Annahme, daß das Standardmodell die Niederenergienäherung einer „Grand Unified Theory“ (GUT) darstellt, können die offenen Parameter reduziert werden, es bleiben aber immer noch Probleme bestehen:

- Die Symmetrie der GUT wird bei $E_{\mathrm{GUT}} \approx 10^{15}$ GeV [5] zur Symmetriegruppe des Standardmodells gebrochen, die Energieskala bei der die Brechung der SU(2)×U(1)-Symmetrie erfolgt, liegt im Bereich der W-Bosonmasse, also bei $E \approx 100$ GeV. Diese große Differenz zwischen beiden Skalen ist unverstanden (*Hierarchie-Problem*).
- Damit verbunden ist das *fine-tuning-problem* [6]. Die Auswertung von Schleifendiagrammen zur Strahlungskorrektur der Higgsmasse, liefert Werte in der Größenordnung von E_{GUT}, während die Higgsmasse selbst vergleichbar mit der W-Bosonmasse ist. Daraus folgt, daß die Parameter wiederholt in jeder Ordnung Störungstheorie sehr genau abgestimmt werden müssen, um die einzelnen Korrekturen zu kompensieren.
- Eine Vereinigung der elektromagnetischen, schwachen und starken Wechselwirkung ist im Rahmen einer GUT ausgeschlossen [11].
- Die Vereinigung der Gravitation mit den anderen Wechselwirkungen kann innerhalb einer GUT nicht erfolgen, da eine quantisierte Gravitationstheorie nicht renormierbar ist [5].

Ein möglicher Ausweg aus diesen Problemen bietet das Konzept der Supersymmetrie. Supersymmetrie ist eine Symmetrie zwischen Bosonen und Fermionen, die in den siebziger Jahren von Wess und Zumino [8], sowie von Haag, Łopuszański und Sohnius [12] entwickelt wurde. Durch die höhere Symmetrie treten nun keine Divergenzen in der Störungstheorie mehr auf, da sowohl Fermionen als auch Bosonen mit entgegengesetztem Vorzeichen zu den Strahlungskorrekturen beitragen und die Beiträge sich gegenseitig aufheben. Dadurch wird das *fine-tuning-problem*, sowie die Nichtrenormierbarkeit einer quantisierten Gravitationstheorie behoben und Supersymmetrie kann Ausgangspunkt einer Theorie sein, die alle vier Kräfte vereinigt.

Als theoretische Grundlage für diese Arbeit dient das Minimale Supersymmetrische Standardmodell (MSSM) [6], welches in Kapitel 1 neben weiteren theoretischen Grundlagen, erläutert wird. In diesem Rahmen soll die Erzeugung von Charginos durch Photon-Photon-Streuung untersucht werden: $\gamma + \gamma \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$. Speziell geht es um die Berücksichtigung von Spinkorrelationen zwischen dieser Produktion und dem anschließenden leptonischen Dreiteilchenzerfall des $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$. Interessant ist dieser Prozeß vor allem wegen der modellunabhängigen Produktion der Charginos, die nur durch die QED-Kopplung beschrieben wird. Supersymmetrische Parameter gehen nur in den Zerfall ein. Dadurch ergibt sich eventuell eine einfachere Möglichkeit der Parameterbestimmung als etwa bei der Charginoproduktion durch e^+e^--Streuung mit anschließendem Zerfall.

Kapitel 2 befaßt sich mit dem Bezugssystem, in welchem die Prozesse betrachtet werden, und Kapitel 3 behandelt kurz die Beschreibung von Streuprozessen und stellt die dazu nötigen Feynman-Graphen für die oben beschriebene Produktion und den Zerfall vor. In Kapitel 4 stehen analytische Ausdrücke für die Spindichtematrizen der beiden Teilprozesse, während sich Kapitel 5 mit den Wirkungsquerschnitten beschäftigt. Der Phasenraum wird ausführlich in Kapitel 6 behandelt. Kapitel 7 beschreibt schließlich numerische Ergebnisse, die mit Schwerpunktsenergien des nächsten geplanten Elektron-Positron-Linearkolliders getestet werden können. Mit TESLA (**T**eV **E**nergy **S**uperconducting **L**inear **A**cclerator) wurde von einigen Institutionen, darunter das DESY in Hamburg, ein Konzept entworfen, das Schwerpunktsenergien bis 500 GeV und einen späteren Ausbau der Anlage auf 1000 GeV vorsieht. Die Luminosität soll dabei $3.2 \cdot 10^4 \frac{1}{\mathrm{pb\,Jahr}}$ betragen. Die hochenergetischen Photonen werden dabei durch Comptonrückstreuung von Laserphotonen an den Elektronenstrahlen erzeugt.

Im Anhang werden noch die verwendeten Konventionen aufgeführt sowie hilfreiche Relationen und Identitäten für die Berechnung von Spuren. Der letzte Abschnitt befaßt sich mit Gram-Determinanten, die für die Kinematik von großer Bedeutung sind.

Kapitel 1

Theoretische Grundlagen

Im ersten Abschnitt werden wesentliche Aspekte des MSSM erläutert, vor allem wird die Mischung der Wechselwirkungseigenzustände ausführlich dargestellt. Der nächste Abschnitt behandelt den Formalismus zur Beschreibung von polarisierten Photonen und geht besonders auf die Erzeugung hochenergetischer Photonen ein. Da der Spin der Charginos eine wichtige Rolle spielt, beschäftigt sich der dritte Abschnitt mit den Helizitätsspinoren. Dabei wird auch eine Ableitung der Bouchiat-Michel-Formeln skizziert. Zuletzt wird noch der Formalismus zur Berechnung der Charginozerfälle dargestellt.

1.1 Minimales Supersymmetrisches Standardmodell MSSM

1.1.1 Das Teilchenspektrum des MSSM

Supersymmetrie SUSY ist eine Symmetrie zwischen Bosonen und Fermionen, d.h. Supersymmetrie-Transformationen überführen Fermionen in Bosonen und umgekehrt, so daß die Anzahl der bosonischen und fermionischen Freiheitsgrade gleich bleibt. Zu jedem Teilchen des Standardmodells gibt es also einen Partner mit um $\frac{1}{2}$ verschiedenem Spin. Da es aber nicht gelingt, die schon bekannten Teilchen des Standardmodells miteinander zu verknüpfen [7], werden diese Teilchen postuliert. Das Teilchenspektrum muß also verdoppelt werden. Eine Theorie bei der nun zu jedem bosonischen (fermionischen) Freiheitsgrad des Standardmodells ein fermionischer (bosonischer) Freiheitsgrad eines SUSY Partners eingeführt wird, heißt minimale Supersymmetrie, die u.a. durch das MSSM mit minimalem Higgssektor realisiert wird. Die wesentlichen Bausteine des MSSM erhält man aus der Forderung nach lokaler Eichinvarianz unter den Symmetriegruppen SU(3) bzw. SU(2) und U(1), wenn man zusätzlich den Higgs-Sektor zur spontanen Symmetriebrechung einfügt. Um sowohl den up- als auch den down-Teilchen Masse zu geben,

Standardmodell-Teilchen	SUSY Partnerteilchen Wechselwirkungseigenzustand		Masseneigenzustand	
$l = e, \mu, \tau$	$\tilde{l}_L, \tilde{l}_R$	Slepton	$\tilde{l}_1, \tilde{l}_2$	Slepton
$\nu = \nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	$\tilde{\nu}$	Sneutrino	$\tilde{\nu}$	Sneutrino
$q = u, d, s, c, b, t$	$\tilde{q}_L, \tilde{q}_R$	Squark	$\tilde{q}_1, \tilde{q}_2$	Squark
$W^\pm$	$\tilde{W}^\pm$	Wino	$\tilde{\chi}_j^\pm$	Chargino
$H^\pm$	$\tilde{H}^\pm$	Higgsino		
γ	$\tilde{\gamma}$	Photino	$\tilde{\chi}_j^0$	Neutralino
Z	$\tilde{Z}$	Zino		
H_1^0	$\tilde{H}_1^0$	Higgsino		
H_2^0	$\tilde{H}_2^0$	Higgsino		
g	$\tilde{g}$	Gluino	$\tilde{g}$	Gluino

Tabelle 1.1: Das Teilchenspektrum des MSSM.

besteht dieser aus zwei Higgs-Dupletts $H_1 = (H_1^0, H_1^+)$ und $H_2 = (H_2^-, H_2^0)$ (minimaler Higgssektor) [8].

Für jeden Helizitätszustand eines Fermions erhält man also ein skalares Partnerteilchen, genannt Sfermion, während man für die skalaren Higgs- und Vektorbosonen des Standardmodells Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$ als Partner erhält, die die Endung -ino bekommen (Higgsinos und Bosinos).

Tabelle 1.1 gibt einen Überblick über den Teilcheninhalt des MSSM, in der schon die Masseneigenzustände aufgeführt sind, die im nächsten Abschnitt behandelt werden.

Um die Stabilität des Protons zu garantieren wird im MSSM eine neue erhaltene Quantenzahl eingeführt, die sog. R-Parität

$$R = (-1)^{3B+L+2S} \tag{1.1}$$

wobei B die Baryonenzahl, L die Leptonenzahl und S der Spin des Teilchens ist. Sie ist eine diskrete, multiplikative Quantenzahl, die für Standardmodell Teilchen den Wert $+1$, für SUSY Teilchen den Wert -1 annimmt. Aus der Erhaltung der R-Parität bei Streu- und Zerfallsprozessen ergeben sich zwei wichtige Konsequenzen:

1. SUSY Teilchen können nur paarweise erzeugt werden.

2. Das leichteste supersymmetrische Teilchen (LSP) muß stabil sein.

1.1.2 Symmetriebrechung und Mischung der Zustände

Da Supersymmetrie-Transformationen die Masse (wie auch alle Quantenzahlen, mit Ausnahme des Spins) nicht ändern, läge eine Massenentartung zwischen den Standardmodell-Teilchen und ihren SUSY Partnern vor. Da SUSY Teilchen bisher experimentell nicht nachgewiesen wurden, muß deren Masse größer als die der Standardmodellteilchen sein. SUSY kann folglich nicht exakt sein, sondern muß gebrochen sein. Als obere Grenze für die Masse gilt 1 TeV, weil darüber das *fine-tuning-problem* nicht mehr gelöst werden kann [6].

Um die Symmetriebrechung zu beschreiben, wurden von Girardello und Grisaru *soft supersymmetry breaking terms* in den Lagrangedichten eingeführt. Das sind Terme, die die Symmetrie nur „schwach" brechen, d.h. zu keinen quadratischen Divergenzen führen. Sie sehen folgendermaßen aus [21]:

$$M_1 \mathrm{Re} A^2 + M_2 \mathrm{Im} A^2 + c(A^3 + \mathrm{h.c.}) + M_3(\lambda^a \lambda^a + \bar{\lambda}^a \bar{\lambda}^a) + M_4(\lambda' \lambda' + \bar{\lambda}' \bar{\lambda}') \quad (1.2)$$

A^2 und A^3 sind invariante Kombinationen der skalaren Felder A_i, die λ sind Zweierspinoren aus einem Isospintriplett λ^a, $a = 1, 2, 3$ und einem Singlett λ'. Der Parameter c beschreibt die Selbstwechselwirkung der skalaren Felder, während M_1 bis M_4 sowohl eine Massenaufspaltung als auch eine Mischung der Zustände bewirken [6].

Wegen der Symmetriebrechung sind die Masseneigenzustände nicht mehr identisch mit den Wechselwirkungseigenzuständen. Vielmehr mischen die Winos mit den geladenen Higgsinos zu Charginos und die Photinos, Zinos und neutralen Higgsinos zu Neutralinos. Ebenso tritt bei den Sfermionen eine Mischung auf, die proportional zur Masse des zugehörigen Fermions ist. Für Fermionen der ersten und zweiten Teilchengeneration kann man die Masse und damit auch die Mischung der Sfermionen vernachlässigen. Hier sind also Wechselwirkungs-und Masseneigenzustand identisch.

Die Mischung der Wechselwirkungseigenzustände wird durch Mischungsmatrizen beschrieben, die jedoch nicht durch die Größen M_1 bis M_4 parametrisiert werden, sondern durch [22]:

- U(1)-Eichfermion-Massenparameter M'
- SU(2)-Eichfermion-Massenparameter M
- Higgsino-Massenparameter μ
- Verhältnis der Higgs-Vakuumerwartungswerte $\frac{v_2}{v_1} = \tan\beta = \cot\theta_V$

1.1.2.1 Charginomischung

Die vollständige Lagrangedichte ist in [6] zu finden. Der Chargino-Massenterm lautet:

$$\mathcal{L}_M^{\pm} = -\frac{1}{2}(\psi^+\psi^-)\begin{pmatrix} 0 & X^T \\ X & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \psi^+ \\ \psi^- \end{pmatrix} + \text{h.c.} \tag{1.3}$$

mit der Massenmatrix X [6, 23]:

$$X = \begin{pmatrix} M & m_W\sqrt{2}\sin\beta \\ m_W\sqrt{2}\cos\beta & \mu \end{pmatrix} \tag{1.4}$$

und den Weyl-Spinoren $\psi_j^{\pm}$ als Basis:

$$\psi_j^+ = (-i\lambda^+, \psi_{H_2}^1), \quad \psi_j^- = (-i\lambda^-, \psi_{H_1}^2), \quad j = 1, 2 \tag{1.5}$$

wobei $\lambda^{\pm}$, $\psi_{H_2}^1$ und $\psi_{H_1}^2$ die Weyl-Spinoren der Winos und der geladenen Higgsinos darstellen. Der Index j bezieht sich auf den jeweiligen Weyl-Spinor, also $\psi_1^+ = -i\lambda^+$, $\psi_2^+ = \psi_{H_2}^1$ usw. m_W bezeichnet die Masse der W-Bosonen. Die Massenmatrix X kann durch zwei geeignete unitäre (2×2)-Matrizen U und V diagonalisiert werden:

$$U_{im}^* V_{jn} X_{mn} = M_i \delta_{ij} \tag{1.6}$$

Die Masseneigenzustände erhält man dann folgendermaßen:

$$\chi_i^+ = V_{ij}\psi_j^+, \quad \chi_i^- = U_{ij}\psi_j^-, \quad i = 1, 2 \tag{1.7}$$

Die Charginos sind demnach Mischungszustände von zwei Wechselwirkungseigenzuständen, den Winos und den Higgsinos. Da sie massive, geladene Fermionen sind, werden sie durch einen Dirac-Spinor beschrieben, der sich aus zwei Teilchen-Antiteilchen Weyl-Spinoren zusammen setzt:

$$\tilde{\chi}_i = \begin{pmatrix} \chi_i^+ \\ \bar{\chi}_i^- \end{pmatrix} \tag{1.8}$$

Die Masseneigenwerte der Charginos sind:

$$M_{1,2} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{(M-\mu)^2 + 2m_W^2(1+\sin 2\beta)} \mp \sqrt{(M+\mu)^2 + 2m_W^2(1-\sin 2\beta)}\right) \tag{1.9}$$

Wenn die Matrizen U und V reell gewählt werden, können auch negative Masseneigenwerte M_i auftreten [23]. Deshalb muß ein Vorzeichenfaktor η_i eingeführt werden, der positive Charginomassen $m_{\tilde{\chi}_i^{\pm}}$ liefert:

$$m_{\tilde{\chi}_i^{\pm}} = \eta_i M_i \tag{1.10}$$

$$\eta_i = -1 \text{ für } M_i < 0, \quad \eta_i = +1 \text{ für } M_i > 0 \tag{1.11}$$

Da die Matrixelemente U_{ij} und V_{ij} die Mischung der Charginos bestimmen und deshalb natürlich auch in den Kopplungen auftreten, seien sie hier explizit angegeben [23]:

$$\begin{aligned}
U_{12} = U_{21} &= \frac{\theta_1}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{M^2-\mu^2-2m_W^2\cos 2\beta}{W}} \\
U_{22} = -U_{11} &= \frac{\theta_2}{\sqrt{2}}\sqrt{1-\frac{M^2-\mu^2-2m_W^2\cos 2\beta}{W}} \\
V_{21} = -V_{12} &= \frac{\theta_3}{\sqrt{2}}\sqrt{1+\frac{M^2-\mu^2+2m_W^2\cos 2\beta}{W}} \\
V_{22} = V_{11} &= \frac{\theta_4}{\sqrt{2}}\sqrt{1-\frac{M^2-\mu^2+2m_W^2\cos 2\beta}{W}}
\end{aligned} \tag{1.12}$$

mit der Abkürzung

$$W = \sqrt{(M^2+\mu^2+2m_W^2)^2 - 4(M\mu - m_W^2\sin 2\beta)^2} \tag{1.13}$$

Die Vorzeichenfaktoren θ_i sind Tabelle 1.2 zu entnehmen.

	$\tan\beta > 1$	$\tan\beta < 1$
θ_1	1	ϵ_B
θ_2	ϵ_B	1
θ_3	ϵ_A	1
θ_4	1	ϵ_A

Tabelle 1.2: Vorzeichenfaktoren $\theta_1, \ldots, \theta_4$, für die Matrixelemente der Mischungsmatrizen, mit $\epsilon_A = \mathrm{sign}(M\sin\beta + \mu\cos\beta)$ und $\epsilon_B = \mathrm{sign}(M\cos\beta + \mu\sin\beta)$.

1.1.2.2 Neutralinomischung

Hier geht man analog vor, wie für Charginos. Der Massenterm der Neutralinos in der Lagrangedichte hat die Form [22]:

$$\mathcal{L}_M^0 = -\frac{1}{2} m_Z \psi_i^0 Y_{ij} \psi_j^0 + \text{h.c.} \tag{1.14}$$

m_Z ist die Masse des Z-Bosons und die Weyl-Spinoren ψ_j^0 sind gegeben durch:

$$\psi_j^0 = (-i\lambda_\gamma, -i\lambda_Z, \psi_H^a, \psi_H^b),\ j = 1, \ldots, 4, \tag{1.15}$$

wobei λ_γ und λ_Z die Weyl-Spinoren des Photinos und Zinos sind und ψ_H^a, sowie ψ_H^b die Higgsinozustände darstellen (mit ψ_{H1}^1 und ψ_{H2}^2 als Weyl-Spinoren der neutralen Higgsinos in einer anderen Basis):

$$\psi_H^a = \psi_{H1}^1 \sin\theta_V - \psi_{H2}^2 \cos\theta_V, \tag{1.16}$$
$$\psi_H^b = \psi_{H1}^1 \cos\theta_V + \psi_{H2}^2 \sin\theta_V, \tag{1.17}$$

In dieser Basis ist die Massenmischungsmatrix Y reell und symmetrisch:

$$Y = \begin{pmatrix} \lambda(\sin^2\theta_W + \frac{M'}{M}\cos^2\theta_W) & (1-\frac{M'}{M})\lambda\sin\theta_W\cos\theta_W & 0 & 0 \\ (1-\frac{M'}{M})\lambda\sin\theta_W\cos\theta_W & \lambda(\cos^2\theta_W + \frac{M'}{M}\sin^2\theta_W) & 1 & 0 \\ 0 & 1 & \nu\sin 2\theta_V & \nu\cos 2\theta_V \\ 0 & 0 & \nu\cos 2\theta_V & -\nu\sin 2\theta_V \end{pmatrix} \tag{1.18}$$

mit θ_W als Weinbergwinkel, sowie $\lambda = \frac{M}{m_Z}$ und $\nu = \frac{\mu}{m_Z}$.

Da die Massenmatrix Y symmetrisch ist, kann sie mit einer unitären Matrix N diagonalisiert werden. Wie bei den Charginos wird N reell gewählt, wodurch wieder negative Masseneigenwerte M_i auftreten können. Um positive Neutralinomassen $m_{\tilde\chi_i^0}$ zu erhalten, wird wieder ein Vorzeichenfaktor η_i eingeführt. Die M_i sind, wie die anderen Massen auch, auf m_Z normiert:

$$N_{im}N_{kn}Y_{mn} = \xi_i\delta_{ik}, \quad \xi_i = \frac{M_i}{m_Z}, \quad m_{\tilde\chi_i^0} = \eta_i M_i \tag{1.19}$$

Die $\xi_i, i = 1, \ldots, 4$ erhält man als Lösungen der Eigenwertgleichung von Y:

$$(\xi^2-\nu^2)(\xi-\lambda)(\xi-\frac{M'}{M}\lambda) - \left[\xi - \lambda(\sin^2\theta_W + \frac{M'}{M}\cos^2\theta_W)\right](\xi + \nu\sin 2\theta_V) = 0 \tag{1.20}$$

Die analytische Lösung dieser Gleichung ist zu kompliziert [15, 16], um zu einem Verständnis der Abhängigkeit der Neutralinomassen von den Parametern beizutragen. Deshalb ist eine explizite Angabe der Massenwerte nicht sinnvoll. Die Neutralinos $\tilde\chi_1^0, \ldots, \tilde\chi_4^0$ werden nach der Größe ihrer Massen geordnet. Man nimmt an, daß das leichteste Neutralino, $\tilde\chi_1^0$, das leichteste und damit im MSSM mit R-Paritätserhaltung das stabile supersymmetrische Teilchen (LSP) ist [38].

Für die Weyl-Spinoren der Neutralinos erhält man:

$$\chi_i^0 = N_{ij}\psi_j^0, \tag{1.21}$$

woraus die vierkomponentigen Majoranaspinoren gebildet werden:

$$\tilde\chi_i^0 = \begin{pmatrix} \chi_i^0 \\ \bar\chi_i^0 \end{pmatrix} \tag{1.22}$$

Die Neutralinos bilden also, im Gegensatz zu den Charginos, Mischungszustände aus vier verschiedene Wechselwirkungszuständen. Die Elemente der Mischungsmatrix sind [22]:

$$\begin{aligned} N_{i1} &= \frac{1}{A_i}(1-\frac{M'}{M})\lambda\sin\theta_W\cos\theta_W(\xi_i^2-\nu^2) \\ N_{i2} &= \frac{1}{A_i}\Big[\xi_i - \lambda(\sin^2\theta_W + \frac{M'}{M}\cos^2\theta_W)\Big](\xi_i^2-\nu^2) \\ N_{i3} &= \frac{1}{A_i}\Big[\xi_i - \lambda(\sin^2\theta_W + \frac{M'}{M}\cos^2\theta_W)\Big](\xi_i + \nu\sin 2\theta_V) \\ N_{i4} &= \frac{1}{A_i}\Big[\xi_i - \lambda(\sin^2\theta_W + \frac{M'}{M}\cos^2\theta_W)\Big]\nu\cos 2\theta_V \end{aligned} \tag{1.23}$$

mit dem Normierungsfaktor:

$$A_i = \Big\{(\xi_i^2 - \nu^2)^2\Big[\sin^2\theta_W(\xi_i - \lambda)^2 + \cos^2\theta_W(\xi_i - \frac{M'}{M}\lambda)^2 + (\xi_i - \lambda)^2(\xi_i - \frac{M'}{M}\lambda)^2\Big]$$
$$+\Big[\xi_i - \lambda(\sin^2\theta_W + \frac{M'}{M}\cos^2\theta_W)\Big]^2(\nu\cos 2\theta_V)^2\Big\}^{\frac{1}{2}} \tag{1.24}$$

1.1.3 Die Massen der Sfermionen

Die Symmetriebrechung führt dazu, daß auch die links- und rechtshändigen Sfermionen $\tilde{f}_{L,R}$ verschiedene Massen erhalten. Ausgehend von der Annahme, daß an der Vereinheitlichungsskala der GUT alle Sfermionen die gleiche Masse m_0 haben [29], kann man mit Hilfe der Renormierungsgruppen eine Gleichung ableiten, die die Sfermionmassen miteinander und mit dem Gaugino-Massenparameter M verknüpft [30]:

$$m^2_{\tilde{f}_{L/R}} = m_f^2 + m_0^2 + C(\tilde{f})M^2 \pm m_Z^2\cos 2\beta(T_{3f} - e_f\sin^2\theta_W) \tag{1.25}$$

mit:

m_0:	Masse der Sfermionen an der Vereinheitlichungsskala der GUT
T_{3f}:	dritte Komponente des schwachen Isospins des Fermions f
e_f:	elektrische Ladung des Fermions f (-1 für Elektronen)
m_f:	Fermionmasse
$C(\tilde{f})$:	dimensionsloser sfermionabhängiger Parameter mit folgenden Werten [26]: $C(\tilde{l}_R) \approx 0.23$, $C(\tilde{l}_L) \approx 0.79$, $C(\tilde{q}_R) \approx 10.1$, $C(\tilde{q}_L) \approx 10.8$

Für die Selektronmassen erhält man somit:

$$m^2_{\tilde{e}_L} = m_0^2 + 0.79M^2 + m_Z^2\cos 2\beta(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_W) \tag{1.26}$$
$$m^2_{\tilde{e}_R} = m_0^2 + 0.23M^2 - m_Z^2\cos 2\beta\sin^2\theta_W \tag{1.27}$$

und für die Sneutrinomasse:

$$m^2_{\tilde{\nu}_e} = m_0^2 + 0.79M^2 + \frac{1}{2}m_Z^2\cos 2\beta \tag{1.28}$$

1.1.4 Die Lagrangedichten

Die vollständige Lagrangedichte findet sich in [6]. In diesem Abschnitt werden nur die, für diese Arbeit relevanten, Lagrangedichten aufgeführt. Die dabei verwendeten Symbole haben folgende Bedeutung:

f :	beliebige Fermionen
e_i bzw. T_{3i} :	Ladung bzw. dritte Komponente des schwachen Isospins des Fermions f_i
g bzw. e :	schwache bzw. elektromagnetische Kopplungskonstante ($e > 0$)
$P_{R/L}$:	chirale Projektionsoperatoren $P_{R/L} = (1 \pm \gamma_5)/2$
V_{ij}, U_{ij} und N_{ij} :	Elemente der Chargino- und Neutralinomischungsmatrizen.

Für die Produktion der Charginos bei Photon-Photon-Streuung ist nur der Teil der Lagrangedichte von Bedeutung, welcher die Wechselwirkung zwischen einem Photon und zwei Charginos beschreibt:

$$\mathcal{L}_{\gamma\tilde{\chi}_i^+\tilde{\chi}_j^+} = -e\bar{\tilde{\chi}}_i^+\gamma^\mu A_\mu \tilde{\chi}_j^+ \delta_{ij} \tag{1.29}$$

Sie ist völlig analog zur Photon-Elektron-Elektron-Lagrangedichte des Standardmodells. Die folgenden Lagrangedichten werden für die Zerfälle der Charginos benötigt:

- Sfermion-Neutrino-Chargino-Wechselwirkung:

$$\mathcal{L}_{\tilde{f}\nu\tilde{\chi}_i^\pm} = -gU_{i1}^*\bar{\tilde{\chi}}_i P_L \nu \tilde{f}_L^* - g\bar{\nu}P_R U_{i1}\tilde{\chi}_i \tilde{f}_L \tag{1.30}$$

- Sfermion-Fermion-Neutralino-Wechselwirkung:

$$\mathcal{L}_{f_i\tilde{f}\tilde{\chi}_j^0} = g\bar{f}_i P_R \tilde{\chi}_j^0 \tilde{f}_L f_{ij}^L + g\bar{f}_i P_L \tilde{\chi}_j^0 \tilde{f}_R f_{ij}^R + \text{h.c.} \tag{1.31}$$

- Sneutrino-Neutrino-Neutralino-Wechselwirkung:

$$\mathcal{L}_{\tilde{\nu}\nu\tilde{\chi}_j^0} = g f_{\nu j}^L \bar{\nu} P_R \tilde{\chi}_j^0 \tilde{\nu}_L + \text{h.c.} \tag{1.32}$$

- W-Chargino-Neutralino-Wechselwirkung:

$$\mathcal{L}_{W\tilde{\chi}_j^\pm\tilde{\chi}_i^0} = gW_\mu \bar{\tilde{\chi}}_i^0 \gamma^\mu (O_{ij}^L P_L + O_{ij}^R P_R)\tilde{\chi}_j + \text{h.c.} \tag{1.33}$$

- Z-Chargino-Chargino-Wechselwirkung:

$$\mathcal{L}_{Z\tilde{\chi}_j^\pm\tilde{\chi}_i^\pm} = gZ_\mu \bar{\tilde{\chi}}_i \gamma^\mu (O_{ij}^{\prime L} P_L + O_{ij}^{\prime R} P_R)\tilde{\chi}_j + \text{h.c.} \tag{1.34}$$

Die Kopplungskonstanten sind gegeben durch:

$$\begin{aligned} O_{ij}^L &= -\frac{1}{\sqrt{2}}(\sin\theta_V N_{i4} - \cos\theta_V N_{i3})V_{j2}^* + (\sin\theta_W N_{i1} + \cos\theta_W N_{i2})V_{j1}^* \\ O_{ij}^R &= +\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos\theta_V N_{i4}^* - \sin\theta_V N_{i3}^*)U_{j2} + (\sin\theta_W N_{i1}^* + \cos\theta_W N_{i2}^*)U_{j1} \end{aligned} \tag{1.35}$$

$$
\begin{aligned}
O'^{L}_{ij} &= \frac{1}{\cos\theta_W}\left(\delta_{ij}\sin^2\theta_W - V_{i1}V^*_{j1} - \frac{1}{2}V_{i2}V^*_{j2}\right)\\
O'^{R}_{ij} &= \frac{1}{\cos\theta_W}\left(\delta_{ij}\sin^2\theta_W - U^*_{i1}U_{j1} - \frac{1}{2}U^*_{i2}V_{j2}\right)
\end{aligned} \tag{1.36}
$$

$$
\begin{aligned}
f^L_{ij} &= -\sqrt{2}\left[\frac{1}{\cos\theta_W}(T_{3i} - e_i\sin^2\theta_W)N_{j2} + e_i\sin\theta_W N_{j1}\right]\\
f^R_{ij} &= -\sqrt{2}e_i\sin\theta_W\left[\tan\theta_W N^*_{j2} - N^*_{j1}\right]\\
f^L_{\nu j} &= -\frac{\sqrt{2}}{\cos\theta_W}T_{3\nu}N_{j2}
\end{aligned} \tag{1.37}
$$

1.2 Polarisierte Photonenstrahlen

1.2.1 Die Polarisationsvektoren der Photonen

Ein Photon wird durch seinen Viererimpuls k^μ und seinen Polarisationsvektor ε^μ vollständig beschrieben, wobei folgende Transversalitätsbedingung

$$\varepsilon_\mu k^\mu = 0 \tag{1.38}$$

und die Normierungsbedingung

$$\varepsilon_\mu \varepsilon^\mu = -1 \tag{1.39}$$

erfüllt sein müssen [34]. Hier soll es sich um reelle Photonen handeln ($k^2 = 0$).

Die Polarisationsvektoren können durch die Impulse der an der Reaktion beteiligten Teilchen ausgedrückt werden. Für die hier betrachtete Reaktion $\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}^+ + \tilde{\chi}^-$ soll folgende Zuordnung gelten (siehe Abbildung 1.1):

- k^μ : Impuls des einfallenden Photons mit Polarisationsvektor $\varepsilon^{(\beta)}_\mu$
- k'^μ : Impuls des einfallenden Photons mit Polarisationsvektor $\varepsilon'^{(\alpha)}_\mu$
- p^μ : Impuls des entstehenden negativ geladenen Charginos
- p'^μ : Impuls des entstehenden positiv geladenen Charginos

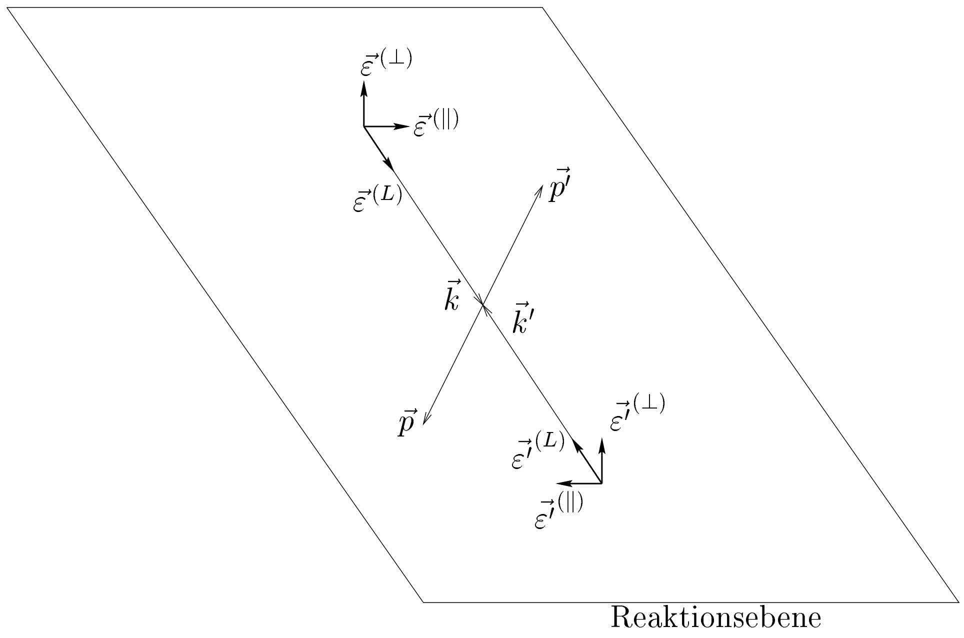


Abbildung 1.1: Impulse der einlaufenden Photonen, $\vec{k}$ und $\vec{k}'$, der auslaufenden Charginos, $\vec{p}$ und $\vec{p'}$, sowie die Polarisationsvektoren der Photonen im CMS.

Zunächst wird das Photon mit Impuls k^μ betrachtet. Die Polarisationsvektoren für das zweite Photon kann man dann anhand einfacher Substitutionen erhalten. Für die folgenden Berechnungen wird zunächst $k^2 > 0$ angenommen und dann der Grenzfall reeller Photonen betrachtet. Den longitudinalen Polarisationsvektor $\varepsilon_\mu^{(L)}$ erhält man aus dem Ansatz:

$$\varepsilon_\mu^{(L)} = Ak_\mu + Bk'_\mu \tag{1.40}$$

Mit den Bedingungen

$$(\varepsilon^{(L)}k) \stackrel{!}{=} 0, \quad (\varepsilon^{(L)}\varepsilon^{(L)}) \stackrel{!}{=} -1 \tag{1.41}$$

werden die Koeffizienten A und B bestimmt:

$$A = \frac{(kk')}{\sqrt{k^2}\sqrt{(kk')^2 - k^2k'^2}} \tag{1.42}$$

$$B = -\frac{k^2}{\sqrt{k^2}\sqrt{(kk')^2 - k^2k'^2}} \tag{1.43}$$

Hierbei wurde ein frei wählbares Vorzeichen so festgelegt, daß der Raumanteil von $\varepsilon_\mu^{(L)}$ im CMS parallel zum Raumanteil von k_μ ist.

Für reelle Photonen $k^2 \to 0$ verschwindet B, allerdings divergiert A. Aus Gründen der Eichinvarianz der Amplitude trägt jedoch auch der erste Term nichts bei, so daß reelle Photonen keine longitudinale Polarisation aufweisen.

Der transversale Polarisationsvektor $\varepsilon_\mu^{(\|)}$, dessen Raumanteil in der Reaktionsebene liegt, wird mit dem Ansatz

$$\varepsilon_\mu^{(\|)} = Ck_\mu + Dk'_\mu + Ep'_\mu \tag{1.44}$$

und den Bedingungen

$$(\varepsilon^{(\|)}k) \stackrel{!}{=} 0, \quad (\varepsilon^{(\|)}\varepsilon^{(L)}) \stackrel{!}{=} 0 \quad (\varepsilon^{(\|)}\varepsilon^{(\|)}) \stackrel{!}{=} -1 \tag{1.45}$$

ermittelt. Man erhält:

$$C = \frac{1}{\tilde{N}}\left[k'^2(p'k) - (p'k')(kk')\right] \tag{1.46}$$

$$D = \frac{1}{\tilde{N}}\left[k^2(p'k') - (kk')(p'k)\right] \tag{1.47}$$

$$E = \frac{1}{\tilde{N}}\left[(kk')^2 - k^2k'^2\right] \tag{1.48}$$

mit:

$$\begin{aligned}\tilde{N}_1 = {} & \sqrt{2(p'k')(p'k)(kk') + k^2k'^2p'^2 - k^2(p'k')^2 - p'^2(kk')^2 - k'^2(p'k)^2} \\ & \times\sqrt{(kk')^2 - k^2k'^2}\end{aligned} \tag{1.49}$$

Im Fall reeller Photonen vereinfacht sich dies zu:

$$\epsilon_\mu^{(\|)} = \frac{1}{N}\left[-(p'k')k_\mu - (p'k)k'_\mu + (kk')p'_\mu\right] \tag{1.50}$$

mit

$$N = \sqrt{2(p'k')(p'k)(kk') - p'^2(kk')^2} \tag{1.51}$$

Für den Polarisationsvektor $\varepsilon_\mu^{(\perp)}$, dessen Raumanteil senkrecht auf der Reaktionsebene steht, macht man den Ansatz

$$\varepsilon_\mu^{(\perp)} = F\epsilon_\mu{}^{\nu\varrho\sigma}\varepsilon_\nu^{(L)}\varepsilon_\varrho^{(\|)}k_\sigma \tag{1.52}$$

mit den Bedingungen

$$(\varepsilon^{(\perp)}k) \stackrel{!}{=} 0, \quad (\varepsilon^{(\perp)}\varepsilon^{(L)}) \stackrel{!}{=} 0, \quad (\varepsilon^{(\perp)}\varepsilon^{(\|)}) \stackrel{!}{=} 0, \quad (\varepsilon^{(\perp)}\varepsilon^{(\perp)}) \stackrel{!}{=} -1 \tag{1.53}$$

Durch Einsetzen der schon bekannten Polarisationsvektoren bekommt man [35]:

$$\varepsilon_\mu^{(\perp)} = -\frac{\sqrt{(kk')^2 - k^2k'^2}}{\tilde{N}}\epsilon_\mu{}^{\nu\varrho\sigma}k'_\nu p'_\varrho k_\sigma, \tag{1.54}$$

woraus man für reelle Photonen

$$\varepsilon_\mu^{(\perp)} = -\frac{1}{N}\epsilon_\mu{}^{\nu\varrho\sigma}k'_\nu p'_\varrho k_\sigma \tag{1.55}$$

erhält. Im CMS der beiden Photonen haben die Polarisationsvektoren folgende Gestalt:

$$\varepsilon_\mu^{(||)} = (0, \frac{\vec{k} \times (\vec{p} \times \vec{k})}{|\vec{k} \times (\vec{p} \times \vec{k})|}) \tag{1.56}$$

$$\varepsilon_\mu^{(\perp)} = (0, \frac{\vec{k} \times \vec{p}}{|\vec{k} \times \vec{p}|}) \tag{1.57}$$

Wie man sieht bilden die Polarisationsvektoren ein Rechtssystem. Somit können aus ihnen die korrekten zirkularen Polarisationsvektoren konstruiert werden:

$$\varepsilon_\mu^{(\pm)} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}}(\varepsilon_\mu^{(||)} \pm i\varepsilon_\mu^{(\perp)}) \tag{1.58}$$

Die Polarisationsvektoren des zweiten Photons ergeben sich zu:

$$\varepsilon_\mu'^{(||)} = -\varepsilon_\mu^{(||)} \tag{1.59}$$

$$\varepsilon_\mu'^{(\perp)} = \varepsilon_\mu^{(\perp)} \tag{1.60}$$

Daraus folgt:

$$\varepsilon_\mu'^{(+)} = \varepsilon_\mu^{(-)} \tag{1.61}$$

$$\varepsilon_\mu'^{(-)} = \varepsilon_\mu^{(+)} \tag{1.62}$$

1.2.2 Die Erzeugung hochenergetischer Photonen

Da Photonen aus herkömmlichen Photonenquellen bei weitem nicht genug Energie haben, um supersymmetrische Teilchen zu erzeugen und sie nicht, wie geladene Teilchen, direkt beschleunigt werden können, benötigt man einen Elektronenbeschleuniger mit dessen Hilfe es dann drei Möglichkeiten gibt hochenergetische Photonen zu erhalten [19, 20]:

1. **Bremsstrahlung der einfallenden Elektronen:** Die Energieverteilung $P(y)$ dieser Photonen wird durch die Weizsäcker-Williams-Approximation beschrieben:
$$P(y) = \frac{\alpha}{2\pi}\frac{1+(1-y)^2}{y}\ln\frac{s_{ee}}{m_e^2} \tag{1.63}$$
Hierbei stellt α die Feinstrukturkonstante, $y = E_\gamma/E_k$ das Verhältnis der Photonen- zur Elektronenenergie und $s_{ee} = 4E_e^2$ das Quadrat der Schwerpunktsenergie des Elektron-Elektron-Beschleunigers dar.

2. **Beamstrahlung:** Diese Photonen entstehen durch Wechselwirkung der beiden einlaufenden Elektronenstrahlen. Form und Intensität der Photonenstrahlen hängen sehr stark von experimentellen Bedingungen ab. Da hier nicht auf eine bestimmte Apparatur näher eingegangen werden soll, wird diese Möglichkeit im folgenden nicht näher betrachtet.

3. **Compton-Rückstreuung** von intensiven Laser-Pulsen an Elektronenstrahlen. Dabei wird die Energie des „konvertierten“ Elektronenstrahls eines e^-e^+-Beschleunigers auf einen Photonenstrahl übertragen.

Im Gegensatz zur Bremsstrahlung liefert die Compton-Rückstreuung ein viel härteres Energiespektrum (siehe Abbildung 1.2). Außerdem hat man mit dieser Methode die Möglichkeit auf die Polarisation der Hochenergiephotonen Einfluß zu nehmen [17, 18]. Aus diesen Gründen wird im Rahmen dieser Arbeit nur die Compton-Rückstreuung betrachtet.

Das Energiespektrum hat folgende Form [17, 18, 19, 20]:

$$P(y) = \frac{1}{\sigma_c}\frac{2\pi\alpha^2}{xm_e^2}\left[\frac{1}{1-y} + 1 - y - 4r(1-r) - \lambda_k\lambda_L rx(2r-1)(2-y)\right] \quad (1.64)$$

mit dem totalen Compton-Wirkungsquerschnitt σ_c:

$$\sigma_c = \sigma_c^0 + \lambda_k\lambda_L\sigma_c^1 \quad (1.65)$$

$$\sigma_c^0 = \frac{\pi\alpha^2}{xm_e^2}\left[\left(2 - \frac{8}{x} - \frac{16}{x^2}\right)\ln(x+1) + 1 + \frac{16}{x} - \frac{1}{(x+1)^2}\right] \quad (1.66)$$

$$\sigma_c^1 = \frac{\pi\alpha^2}{xm_e^2}\left[\left(2 + \frac{4}{x}\right)\ln(x+1) - 5 + \frac{2}{x+1} - \frac{1}{(x+1)^2}\right] \quad (1.67)$$

α steht wieder für die Feinstrukturkonstante. Weiterhin ist definiert:

$$r = \frac{y}{x(1-y)} \leq 1 \quad (1.68)$$

$$x = \frac{4E_kE_L}{m_e^2} \quad (1.69)$$

und:

y:	Verhältnis der Photonen- zur Elektronenenergie E_γ/E_k
E_k:	Energie der konvertierten Elektronen
E_L:	Energie der Laserphotonen
λ_k:	Helizität der konvertierten Elektronen
λ_L:	Helizität der Laserphotonen

y variiert im Bereich von 0 bis $y_{\max} = \frac{x}{x+1}$. Bis zu einem Wert von $x = 2(\sqrt{2}+1) \approx 4.83$ werden nahezu alle Laserphotonen durch Streuung in hochenergetische Photonen umgewandelt, während für größere x-Werte die Energie der gestreuten Comptonphotonen so groß wird, daß es zusammen mit den Laserphotonen zu e^+e^--Paarbildungsprozessen kommt, wodurch die Konversionsrate erheblich verringert wird. Daher wird im folgenden angenommen, daß die Laserwellenlänge so eingestellt wird, daß x den Wert 4.83 annimmt.

Wie man an Gleichung (1.64) sieht, ist das Energiespektrum von der Polarisation der Laserphotonen und konvertierten Elektronen abhängig. In Abbildung 1.2 [32]

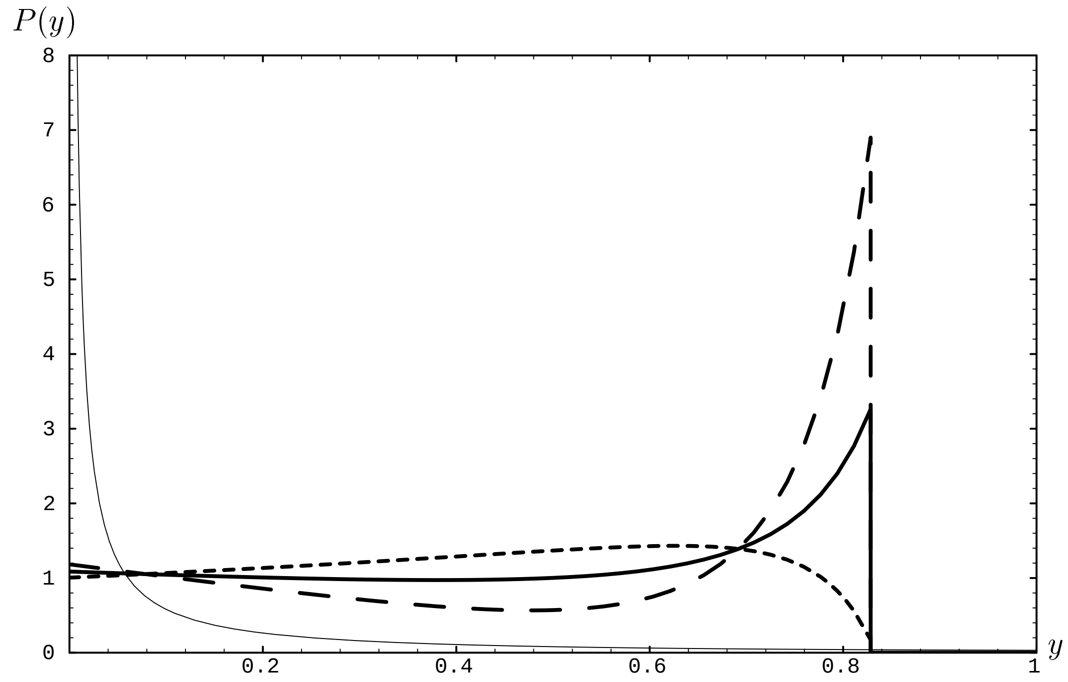


Abbildung 1.2: Energiespektren $P(y)$ der Photonen bei Compton-Rückstreuung für: $\lambda_k = \lambda_L = 0$ (———) $\left.\begin{matrix}\lambda_k = \lambda_L = 1\\ \lambda_k = \lambda_L = -1\end{matrix}\right\}$ (– – – –) $\left.\begin{matrix}\lambda_k = -1,\, \lambda_L = 1\\ \lambda_k = 1,\, \lambda_L = -1\end{matrix}\right\}$ (— —)
Die dünne Linie stellt das Spektrum der Bremsstrahlung für $\sqrt{s_{ee}} = 500$ GeV dar [32].

ist $P(y)$ für verschiedene Einstellungen der Polarisationen dargestellt. Falls λ_k und λ_L entgegengesetztes Vorzeichen haben, ist der peak von $P(y)$ bei $y_{\max}$ größer als im unpolarisierten Fall. Man erhält also ein härteres Spektrum. Wenn λ_k und λ_L gleiches Vorzeichen haben, verläuft das Spektrum im ganzen Energieintervall flach. Für $\lambda_k = 0$ und/oder $\lambda_L = 0$, erhält man das Spektrum des unpolarisierten Falles. Außerdem gilt:

$$P(y, \lambda_k, \lambda_L) = P(y, -\lambda_k, -\lambda_L) \tag{1.70}$$

Die mittlere Helizität der erzeugten Photonen ist gegeben durch [17]:

$$\lambda(y) = \frac{\lambda_L(1-2r)(1-y+\frac{1}{1-y}) + \lambda_k r x[1+(1-y)(1-2r)^2]}{\frac{1}{1-y} + 1 - y - 4r(1-r) - \lambda_k \lambda_L r x(2r-1)(2-y)} \tag{1.71}$$

Falls man linear polarisierte Anteile der Laserphotonen vernachlässigt und die Strahlen axialsymmetrisch sind, weisen die Hochenergiephotonen auch keine Linearpolarisation auf [17] und der Anteil von rechts-/linkszirkularen Photonen ist durch $\frac{1}{2}(1 \pm \lambda(y))$ gegeben.

Es ist natürlich wichtig zu wissen, wie die mittlere Helizität bei verschiedenen Polarisationen der Laserphotonen und Elektronen aussieht, um deren richtige Einstellung für eine gewünschte Photonpolarisation zu kennen. In Abbildung 1.3

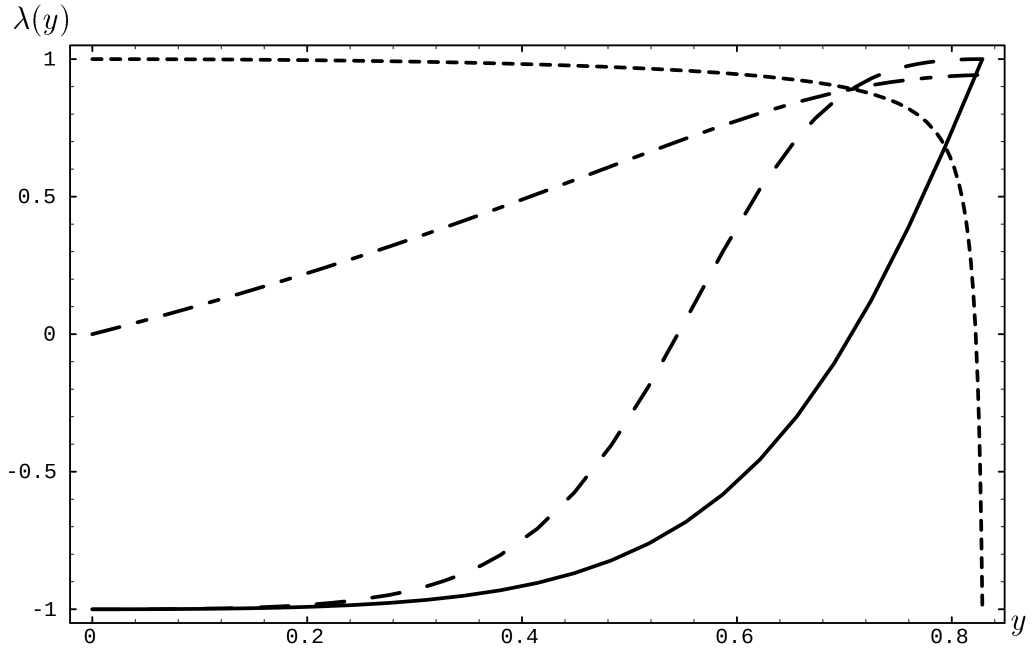


Abbildung 1.3: Helizitäten $\lambda(y)$ der Photonen bei Compton-Rückstreuung für [32]:
$\left.\begin{array}{r}\lambda_k = 0\\ \lambda_L = -1\end{array}\right\}$ (———) $\left.\begin{array}{r}\lambda_k = 1\\ \lambda_L = 0\end{array}\right\}$ (— – —) $\left.\begin{array}{r}\lambda_k = 1\\ \lambda_L = 1\end{array}\right\}$ (- - - -) $\left.\begin{array}{r}\lambda_k = 1\\ \lambda_L = -1\end{array}\right\}$ (— —)

[32] ist deshalb $\lambda(y)$ für verschiedene Werte von λ_k und λ_L graphisch dargestellt. Für $\lambda_k = 1$ und $\lambda_L = -1$ steigt die mittlere Helizität im ganzen Intervall von -1 auf $+1$ an, so daß im Mittel unpolarisierte Photonen vorliegen, wobei allerdings nicht berücksichtigt wurde, daß der wichtige hochenergetische Anteil der Photonen doch mehr rechtszirkular polarisiert ist. Eine Möglichkeit rechtszirkulare Photonen zu generieren, bietet die Einstellung $\lambda_k = 1$ und $\lambda_L = 0$. Hier wächst $\lambda(y)$ von 0 auf fast $+1$ an. Qualitativ den selben Fall hat man für $\lambda_k = 1$ und $\lambda_L = 1$. Mit dieser Einstellung können ebenfalls rechtszirkulare Photonen erzeugt werden, allerdings ist hier der Hochenergieanteil kleiner. An Gleichung (1.71) kann man erkennen, daß $\lambda(y) \to -\lambda(y)$ für $\lambda_k \to -\lambda_k$ und $\lambda_L \to -\lambda_L$. Mit den entsprechenden Ersetzungen gilt oben gesagtes also auch für linkszirkulare Photonen.

1.3 Spin-Formalismus für Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen

Da in dieser Arbeit Spinkorrelationen untersucht werden, benötigt man ein Konzept, mit dem man den Spin der Charginos sowohl im Produktions- als auch Zerfallsprozeß berücksichtigen kann. Dazu werden zuerst die Helizitätsspinoren eingeführt und dann die benötigten Bouchiat-Michel Formeln hergeleitet.

1.3.1 Einführung der Helizitätsspinoren

Für ein Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen mit Impuls p, Energie E, Masse m und Helizität $t = \pm\frac{1}{2}$ wird der Spin-Vierervektor definiert als:

$$s^\mu = \frac{2t}{m}(|\vec{p}|, E\hat{p}) \tag{1.72}$$

Es gilt:

$$(sp) = 0, \quad (ss) = -1 \tag{1.73}$$

Eine Lösung der Dirac-Gleichung im Impulsraum für das freie Teilchen ist der Helizitätsspinor $u_t(p)$ (vgl. Anhang A.1):

$$(\not{p} - m)u_t(p) = 0 \tag{1.74}$$

Der Spinvektor ist so gewählt, daß $u_t(p)$ Eigenzustand zum Operator $\gamma_5 \not{s}$ mit Eigenwert 1 ist:

$$\gamma_5 \not{s} u_t(p) = u_t(p) \tag{1.75}$$

Außerdem gilt für die Spinoren folgende Normierung:

$$\bar{u}_t(p)u_{t'}(p) = 2m\delta_{tt'} \tag{1.76}$$

Ziel ist es nun die Helizitätsprojektionsoperatoren $u_t(p)\bar{u}_t(p)$ zu berechnen. Dazu wird auf beiden Seiten von Gleichung (1.74) $2mu_t(p)$ addiert. Man erhält:

$$\frac{\not{p} + m}{2m}u_t(p) = u_t(p) \tag{1.77}$$

Addition von $u_t(p)$ auf beiden Seiten von Gleichung (1.75) führt auf:

$$\frac{1 + \gamma_5 \not{s}}{2}u_t(p) = u_t(p) \tag{1.78}$$

Gleichung (1.77) in Gleichung (1.78) eingesetzt liefert schließlich, unter Benutzung der Normierung (1.76):

$$u_t(p)\bar{u}_t(p) = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5 \not{s})(\not{p} - m) \tag{1.79}$$

Bei der Berechnung des Betragsquadrats der Amplitude treten allerdings Kombinationen der Form $u_t(p)\bar{u}_s(p)$ auf. Man benötigt also eine Verallgemeinerung der Gleichung (1.79), womit sich der folgende Abschnitt beschäftigt.

1.3.2 Die Bouchiat-Michel-Formeln

Im Gegensatz zum vorigen Abschnitt werden nun drei Spin-Vierervektoren $s^a_\mu,\ a = 1,2,3$ eingeführt, die zusammen mit $\frac{p_\mu}{m}$ einen orthonormalen Satz bilden:

$$(ps^a) = 0 \tag{1.80}$$
$$(s^a s^b) = -\delta^{ab} \tag{1.81}$$
$$s^a_\mu s^a_\nu = -g_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{m^2} \tag{1.82}$$

Eine häufig benutzte Wahl für die Vektoren ist [4]:

$$\begin{aligned} s^{1\mu} &= (0, -\sin\Phi, \cos\Phi, 0) \\ s^{2\mu} &= (0, \cos\Theta\cos\Phi, \cos\Theta\sin\Phi, -\sin\Theta) \\ s^{3\mu} &= \frac{1}{m}(|\vec{p}|, E\hat{p}) \end{aligned} \tag{1.83}$$

Das Koordinatensystem ist so gewählt, daß der Einheitsvektor des Impulses durch

$$\hat{p} = (\sin\Theta\cos\Phi, \sin\Theta\sin\Phi, \cos\Theta) \tag{1.84}$$

gegeben ist. s^3 entspricht dem Spinvektor aus Kapitel 1.3.1, der den longitudinalen Anteil der Polarisation beschreibt. Mit $a = 1,2$ werden die transversalen Anteile beschrieben (vergleiche Abbildung 2.1). Die Eigenwertgleichung (1.75) läßt sich nun verallgemeinern:

$$\gamma_5 \not{s}^a u_s(p) = \sigma^a_{ts} u_t(p) \tag{1.85}$$

σ^a_{ts} steht für die Paulimatrix a mit dem Matrixelement ts. Für $a = 3$ würde man unter Verwendung von

$$\sigma^3_{ts} = 2t\delta_{ts} \tag{1.86}$$

sofort Gleichung (1.75) erhalten.

Jetzt kann man durch analoges Vorgehen wie im vorigen Abschnitt die Verallgemeinerung von Gleichung (1.79) finden. Eine entsprechende Beziehung für die Spinoren der Antiteilchen $v_t(p)$ läßt sich natürlich auch herleiten. Die beiden resultierenden Gleichungen sind die Bouchiat-Michel-Formeln [4]:

$$u_s(p)\bar{u}_t(p) = \frac{1}{2}\left[\delta_{ts} + \gamma_5 \not{s}^a \sigma^a_{ts}\right](\not{p} + m) \tag{1.87}$$

$$v_s(p)\bar{v}_t(p) = \frac{1}{2}\left[\delta_{st} + \gamma_5 \not{s}^a \sigma^a_{st}\right](\not{p} - m) \tag{1.88}$$

1.4 Zerfälle von Teilchen

Der erste Abschnitt behandelt die Formalismen zur Berechnung von Zerfallsbreiten und Verzweigungsraten, während der zweite Abschnitt speziell auf die Charginozerfälle eingeht.

1.4.1 Grundlagen

Man betrachte ein Teilchen 1 in dessen Ruhesystem, das in mehrere andere Teilchen 2, 3, ..., n zerfällt:

$$1 \to 2 + 3 + \cdots + n \tag{1.89}$$

Die Zerfallsbreite für diesen Zerfall ist gegeben durch [3]:

$$\begin{aligned} d\Gamma = |\mathcal{M}|^2 \frac{S}{2m_1} &\left[\left(\frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \right) \left(\frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \cdots \left(\frac{d^3\vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] \\ &\times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - \cdots - p_n) \end{aligned} \tag{1.90}$$

Das Teilchen i hat dabei den Viererimpuls p_i, den Dreierimpuls $\vec{p}_i$, die Energie E_i und die Masse m_i. S ist ein Produkt aus statistischen Faktoren $\frac{1}{j!}$, wobei j jeweils die Anzahl der ununterscheidbaren Teilchen im Endzustand ist. Die Phasenraumfaktoren in der eckigen Klammer beinhalten kinematische Informationen, während die Amplitude $\mathcal{M}$ die Dynamik beschreibt. Die Delta-Funktion sorgt für die Energie- und Impulserhaltung. Für den Spezialfall eines Zweiteilchenzerfalls erhält man:

$$\Gamma = \frac{S}{32\pi^2 m_1} \int \int \frac{|\mathcal{M}|^2}{E_2 E_3} \delta^4(p_1 - p_2 - p_3) d^3\vec{p}_2 d^3\vec{p}_3 \tag{1.91}$$

In der Regel ist die Amplitude von $\vec{p}_2$ und $\vec{p}_3$ abhängig, so daß sie nicht vor das Integral gezogen werden kann. Trotzdem können für den Zweiteilchenzerfall die Integrationen ausgeführt werden, ohne $\mathcal{M}$ zu kennen. Zuerst wird die Delta-Funktion umgeschrieben

$$\delta^4(p_1 - p_2 - p_3) = \delta(m_1 - E_2 - E_3)\delta^3(-\vec{p}_2 - \vec{p}_3), \tag{1.92}$$

so daß die $\vec{p}_3$-Integration ausgeführt werden kann. Es ergibt sich [3]:

$$\Gamma = \frac{S}{32\pi^2 m_1} \int \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta(m_1 - \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_2^2} - \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_2^2})}{\sqrt{m_2^2 + \vec{p}_2^2}\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_2^2}} d^3\vec{p}_2 \tag{1.93}$$

$\mathcal{M}$ ist jetzt nur noch eine Funktion von $\vec{p}_2$. Da die Amplitude ein Skalar sein muß, kann sie nur von $|\vec{p}_2|$ abhängen. Deshalb kann man Kugelkoordinaten einführen

$$d^3\vec{p}_2 = \vec{p}_2^2 d|\vec{p}_2| \sin\theta d\theta d\phi, \tag{1.94}$$

und über die Winkel integrieren:

$$\Gamma = \frac{S}{8\pi m_1} \int_0^\infty \frac{|\mathcal{M}|^2 \delta(m_1 - \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_2^2} - \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_2^2}}{\sqrt{m_2^2 + \vec{p}_2^2}\sqrt{m_3^2 + \vec{p}_2^2}} \vec{p}_2^2 d|\vec{p}_2| \tag{1.95}$$

Führt man nun die Substitution

$$E = \sqrt{m_2^2 + \vec{p}_2^2} + \sqrt{m_3^2 + \vec{p}_2^2} \tag{1.96}$$

ein, mit E als Gesamtenergie der entstehenden Teilchen, dann erhält man:

$$\Gamma = \frac{S}{8\pi m_1}\int_{m_2+m_3}^{\infty} |\mathcal{M}|^2 \frac{|\vec{p}_2|}{E}\delta(m_1 - E)dE \tag{1.97}$$

Für $m_1 < m_2 + m_3$ liegt der peak der Delta-Funktion außerhalb des Integrationsbereiches und man bekommt $\Gamma = 0$. Der Zerfall ist also kinematisch verboten. $m_1 > m_2 + m_3$ liefert das Endergebnis

$$\Gamma = \frac{S|\vec{p}|}{8\pi m_1^2}|\mathcal{M}|^2, \tag{1.98}$$

wobei $|\vec{p}|$ der Impulsbetrag eines der erzeugten Teilchens ist und mit Gleichung (1.96) ermittelt wird, wenn man $E = m_1$ setzt. Es ergibt sich:

$$|\vec{p}| = \frac{\sqrt{\lambda(m_1^2, m_2^2, m_3^2)}}{2m_1} \tag{1.99}$$

Die sog. Dreiecksfunktion $\lambda(m_1^2, m_2^2, m_3^2)$ ist definiert als (siehe auch Anhang A.3):

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \tag{1.100}$$

Die Bestimmung der Amplitude $\mathcal{M}$ wird in Kapitel 3 behandelt.

Summiert man über alle möglichen Zerfallskanäle i, dann erhält man die totale Zerfallsbreite Γ_{tot} eines Teilchens:

$$\Gamma_{\text{tot}} = \sum_i \Gamma_i \tag{1.101}$$

Der Kehrwert von Γ_{tot} liefert die mittlere Lebensdauer des Teilchens

$$\tau = \frac{1}{\Gamma_{\text{tot}}} \tag{1.102}$$

Das Verzweigungsverhältnis BR_i (*branching ratio*) gibt an welcher Bruchteil der Teilchen über den Kanal i zerfällt:

$$\text{BR}_i = \frac{\Gamma_i}{\Gamma_{\text{tot}}} \tag{1.103}$$

1.4.2 Charginozerfälle

Bei den Zerfällen der Charginos sind je nach seiner Masse vier Fälle zu unterscheiden. In der folgenden Aufzählung ist $m_{Z(W)}$ die Masse des Z(W)-Bosons, f bezeichnet ein Fermion und $\tilde{f}$ ein Sfermion.

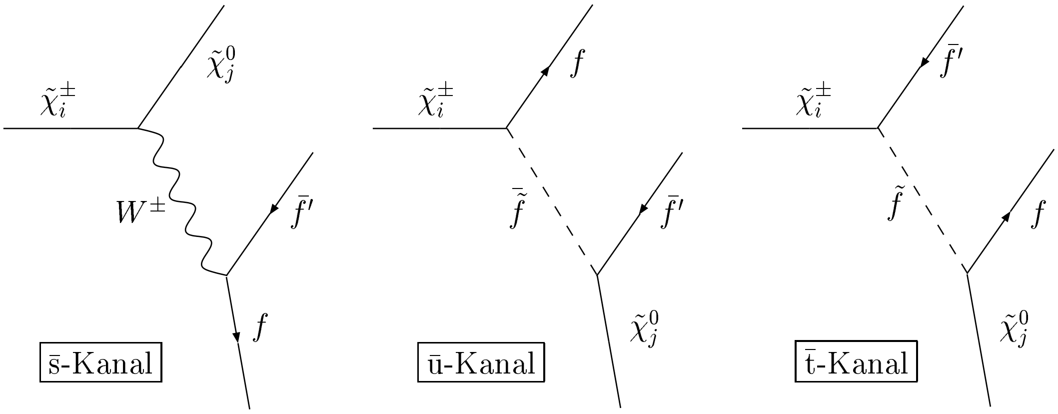


Abbildung 1.4: Feynman-Graphen von s̄-, ū- und t̄-Kanal der Dreiteilchenzerfälle von Charginos.

1. Zerfall des Charginos mit $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} < m_{\mathrm{LSP}} + m_W$, $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} < m_{\tilde{\chi}_1^\pm} + m_Z$ und $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} < m_{\tilde{f}}$:
   Ein Zweiteilchenzerfall in ein LSP und W-Boson, ein $\tilde{\chi}_1^\pm$ und Z-Boson oder ein Sfermion-Fermion-Paar ist kinematisch nicht möglich. Diese Charginos zerfallen aufgrund eines Dreiteilchenzerfalls in ein Chargino oder Neutralino, ein Fermion und ein Antifermion:
   $$\tilde{\chi}_i^\pm \to \tilde{\chi}_j^\pm + f + \bar{f}' \quad \text{oder} \quad \tilde{\chi}_i^\pm \to \tilde{\chi}_j^0 + f + \bar{f}' \tag{1.104}$$
   In Abbildung 1.4 sind die Feynman-Graphen der drei möglichen Zerfallskanäle für den zuletzt angegeben Zerfall abgebildet. Die Formeln für die Berechnung der Zerfallsbreiten findet man in [39] und [42].

2. Zerfall des Charginos mit $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} < m_{\mathrm{LSP}} + m_W$, $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} < m_{\tilde{\chi}_1^\pm} + m_Z$ und $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} > m_{\tilde{f}}$:
   Diese Charginos können neben den oben aufgeführten Dreiteilchenzerfällen auch direkt in ein Sfermion-Fermion-Paar zerfallen:
   $$\tilde{\chi}_i^\pm \to \tilde{f} + f' \tag{1.105}$$
   Die Zerfallsbreite kann über Gleichung (1.98) berechnet werden. Man erhält [32]:
   $$\Gamma(\tilde{\chi}_i^\pm \to \tilde{f} + f') = \frac{1}{32\pi}|(\eta_{\tilde{\chi}_i^\pm})_f|^2 \frac{(m^2_{\tilde{\chi}_i^\pm} - m^2_{\tilde{f}})^2}{m^3_{\tilde{\chi}_i^\pm}} \tag{1.106}$$
   mit folgenden Kopplungen $(\eta_{\tilde{\chi}_i^\pm})_f$ (vgl. Gleichung (1.30)):
   $$\tilde{\chi}_i^\pm \to e_L^\pm + \tilde{\nu}_e: \quad (\eta_{\tilde{\chi}_i^\pm})_{e_L} = -igV_{i1}^* \tag{1.107}$$
   $$\tilde{\chi}_i^\pm \to \tilde{e}_L^\pm + \nu_e: \quad (\eta_{\tilde{\chi}_i^\pm})_{\nu_e} = -igU_{i1} \tag{1.108}$$
   Da die Charginos nicht an rechtshändige Fermionen koppeln können ($(\eta_{\tilde{\chi}_i^\pm})_{e_R} = 0$), zerfallen sie nur in linkshändige.

3. Zerfall des Charginos mit $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} > m_{\mathrm{LSP}} + m_W$, $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} > m_{\tilde{\chi}_1^\pm} + m_Z$ und $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} < m_{\tilde{f}}$:
   Diese Teilchen zerfallen hauptsächlich in ein Boson-Bosino-Paar:
$$\tilde{\chi}_i^\pm \to \tilde{\chi}_j^0 + W^\pm \quad \text{oder} \quad \tilde{\chi}_i^\pm \to \tilde{\chi}_j^\pm + Z \tag{1.109}$$
   mit der Zerfallsbreite [32]:
$$\begin{aligned}\Gamma(\tilde{\chi}_i \to \tilde{\chi}_j + B) = \frac{\sqrt{\lambda(m_{\tilde{\chi}_i}^2, m_{\tilde{\chi}_j}^2, m_B^2)}}{16\pi m_{\tilde{\chi}_i}} & \Bigg[\frac{1}{2}\left(|O_B^L|_{ij}^2 + |O_B^R|_{ij}^2\right) \\ & \times \left(m_{\tilde{\chi}_i}^2 + m_{\tilde{\chi}_j}^2 - m_B^2 + \frac{(m_{\tilde{\chi}_i}^2 - m_{\tilde{\chi}_j}^2)^2 - m_B^4}{m_B^2}\right) \\ & -3 m_{\tilde{\chi}_i} m_{\tilde{\chi}_j}\left((O_B^L)_{ij}(O_B^R)_{ij}^* + (O_B^L)_{ij}^*(O_B^R)_{ij}\right)\Bigg]\end{aligned} \tag{1.110}$$
   B steht für W oder Z und die Kopplungen bekommt man aus den Gleichungen (1.35) und (1.36) über folgende Zuordnungen:
$$(O_Z^{L,R})_{ij} = O_{ij}'^{L,R} \quad \text{und} \quad (O_W^{L,R})_{ij} = O_{ij}^{L,R} \tag{1.111}$$

4. Zerfall des Charginos mit $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} > m_{\mathrm{LSP}} + m_W$, $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} > m_{\tilde{\chi}_1^\pm} + m_Z$ und $m_{\tilde{\chi}_i^\pm} > m_{\tilde{f}}$:
   Zusätzlich zu den Zweiteilchenzerfällen von Punkt 3. können diese Charginos auch in Sfermion-Fermion-Paare zerfallen (siehe Punkt 2.). Es ist jedoch keine allgemeine Aussage darüber möglich, welcher der Zerfälle dominiert, da dies von den Kopplungen und Massen des jeweiligen Szenarios abhängt.

Die in Punkt 1. behandelten Dreiteilchenzerfälle treten prinzipiell immer auf, können jedoch gegen die Zweiteilchenzerfälle vernachlässigt werden, falls diese kinematisch erlaubt sind und das virtuelle Austauschteilchen, welches zum entsprechenden Dreiteilchenzerfallskanal gehört, reell erzeugt werden kann. Den Kanal nennt man dann resonant. Wenn nur ein Zweiteilchenzerfallskanal erlaubt ist, hängt es von der zugehörigen Kopplung ab, ob die übrigen nichtresonanten Dreiteilchenzerfallskanäle vernachlässigt werden können oder auch berücksichtigt werden müssen.

Kapitel 2

Bezugssystem und Koordinatenwahl

Das Bezugssystem für die Produktion und den Zerfall ist das CMS-System der einlaufenden Photonen. Da die Photonen durch Comptonstreuung an Elektronenstrahlen erzeugt werden, stimmt dieses System nicht mit dem Laborsystem überein. Das Laborsystem ist das CMS der Elektronen. Um die Wirkungsquerschnitte in diesem System zu erhalten, müssen die Wirkungsquerschnitte des $\gamma\gamma$-Bezugssystems gefaltet werden. Dies wird in Abschnitt 5.4 gezeigt. Die Ausführungen in diesem Kapitel beziehen sich folglich alle auf das CMS-System der Photonen.

2.1 Die Produktion

Die Koordinatenwahl wurde analog [40] vorgenommen. Die Produktionsebene spannt die xz-Ebene auf, in der sich das $\tilde{\chi}_1^+$ in positive z-Richtung, das $\tilde{\chi}_1^-$ in negative z-Richtung bewegt (siehe Abbildung 2.1). Ihre Viererimpulse sehen also folgendermaßen aus:

$$p^\mu = \begin{pmatrix} E_p \\ 0 \\ 0 \\ -p_3 \end{pmatrix} \qquad p'^\mu = \begin{pmatrix} E_{p'} \\ 0 \\ 0 \\ p_3 \end{pmatrix} \tag{2.1}$$

E_p und $E_{p'}$ sind die jeweiligen Energien der Charginos und $p_3 = |\vec{p}|$ ihr Impulsbetrag.

Die Viererimpulse der Photonen sind:

$$k^\mu = \begin{pmatrix} E \\ -|\vec{k}|\sin\theta \\ 0 \\ |\vec{k}|\cos\theta \end{pmatrix} \qquad k'^\mu = \begin{pmatrix} E \\ |\vec{k}|\sin\theta \\ 0 \\ -|\vec{k}|\cos\theta \end{pmatrix}, \tag{2.2}$$

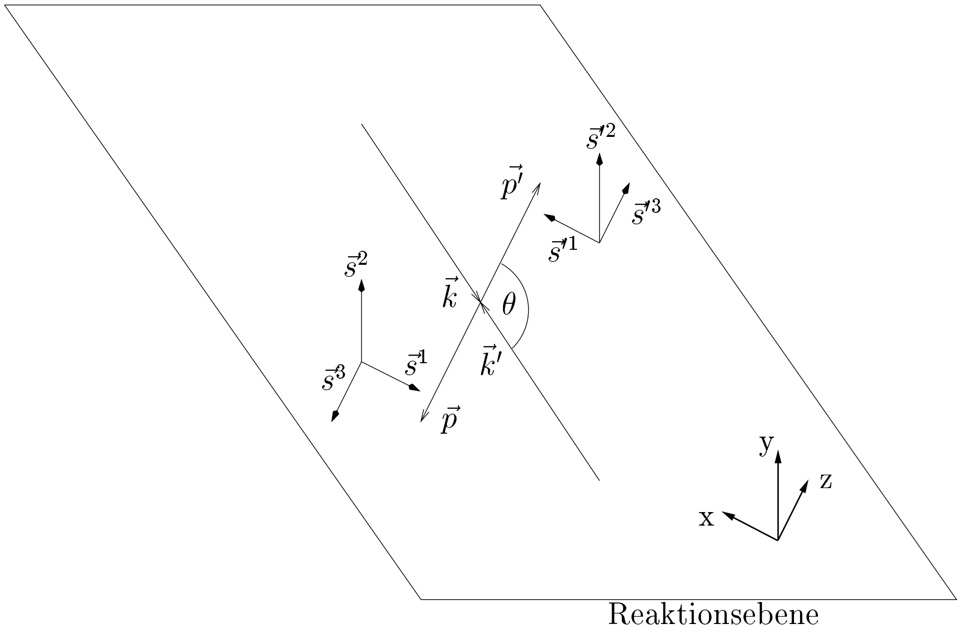


Abbildung 2.1: Lage des Koordinatensystem und der Spinvektoren der Charginos; $\vec{s}^a$ gehört zu $\tilde{\chi}_1^-$ mit Impuls $\vec{p}$, $\vec{s}'^b$ gehört zu $\tilde{\chi}_1^+$ mit Impuls $\vec{p}'$

.

wobei der Streuwinkel θ als Winkel zwischen $\vec{k}$ und $\vec{p}'$ definiert ist und E die Strahlenergie ist. Da für Photonen $|\vec{k}| = E$ gilt, erhält man:

$$k^\mu = E \begin{pmatrix} 1 \\ -\sin\theta \\ 0 \\ \cos\theta \end{pmatrix} \qquad k'^\mu = E \begin{pmatrix} 1 \\ \sin\theta \\ 0 \\ -\cos\theta \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

Die Energien und den Impuls der Charginos berechnet man mit:

$$E_p = \frac{s + m^2_{\tilde{\chi}_i^-} - m^2_{\tilde{\chi}_j^+}}{2\sqrt{s}} \tag{2.4}$$

$$E_{p'} = \frac{s + m^2_{\tilde{\chi}_j^+} - m^2_{\tilde{\chi}_i^-}}{2\sqrt{s}} \tag{2.5}$$

$$p_3 = \frac{\sqrt{\lambda(s, m^2_{\tilde{\chi}_i^-}, m^2_{\tilde{\chi}_j^+})}}{2\sqrt{s}} \tag{2.6}$$

$\sqrt{s}$ ist dabei die Schwerpunktsenergie, d.h. $\sqrt{s} = 2E$ und $\lambda(s, m^2_{\tilde{\chi}_i^-}, m^2_{\tilde{\chi}_j^+})$ die schon in Gleichung (1.100) definierte Dreiecksfunktion. Da gleiche Charginos erzeugt werden ($i = j = 1$), also $m_{\tilde{\chi}_i^-} = m_{\tilde{\chi}_j^+} =: m$, ist $E_p = E_{p'} = E$ und damit:

$$p^\mu = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ -p_3 \end{pmatrix} \qquad p'^\mu = \begin{pmatrix} E \\ 0 \\ 0 \\ p_3 \end{pmatrix} \tag{2.7}$$

Für p_3 ergibt sich:

$$p_3 = \sqrt{E^2 - m^2} \tag{2.8}$$

Die Spinvektoren $s^{a\mu}$ für $\tilde{\chi}_1^-$ und $s'^{b\mu}$ für $\tilde{\chi}_1^+$ erhält man aus den Gleichungen (1.83). Die Wahl der Winkel Θ und Φ erfolgt so, daß $\vec{s}^3$ und $\vec{s}'^3$ in $\mp$z-Richtung zeigen, $\vec{s}^1$ und $\vec{s}'^1$ in der Streuebene liegen und in $\mp$x-Richtung zeigen, sowie $\vec{s}^2$ und $\vec{s}'^2$ beide in +y-Richtung zeigen (Abbildung 2.1). Explizit haben sie folgende Gestalt:

$$s^{1\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad s^{2\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad s^{3\mu} = \frac{1}{m}\begin{pmatrix} p_3 \\ 0 \\ 0 \\ -E \end{pmatrix} \tag{2.9}$$

$$s'^{1\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad s'^{2\mu} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad s'^{3\mu} = \frac{1}{m}\begin{pmatrix} p_3 \\ 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} \tag{2.10}$$

2.2 Der Zerfall

Die numerische Auswertung erfolgt nur für den Zerfall des positiv geladenen Charginos:

$$\tilde{\chi}_1^+(p') \to \tilde{\chi}_1^0(p_1) + e^+(p_2) + \nu_e(p_3) \tag{2.11}$$

Die auftretenden Impulse und Winkel sind Abbildung 2.2 zu entnehmen. Die Winkel zwischen dem Photonenimpuls $\vec{k}$ und dem Impuls $\vec{p}_i$ eines auslaufenden Teilchens erhalten die Bezeichnung θ_i. Gestrichene Winkel θ'_i beziehen sich nicht auf $\vec{k}$, sondern auf $\vec{p}'$ und dem entsprechenden Impuls $\vec{p}_i$. Die Azimutalwinkel ϕ_i liegen zwischen der xz-Ebene und der Ebene die durch die Impulse $\vec{k}$ und $\vec{p}_i$ gebildet wird. Gestrichene Winkel beziehen sich wieder auf $\vec{p}'$ und $\vec{p}_i$, z.B. ist ϕ'_3 der Winkel zwischen xz-Ebene und der Ebene, die durch $\vec{p}'$ und $\vec{p}_3$ aufgespannt wird. Die Impulse der Teilchen sind somit:

$$p_2^\mu = \begin{pmatrix} E_2 \\ |\vec{p}_2| \sin\theta'_2 \cos\phi'_2 \\ |\vec{p}_2| \sin\theta'_2 \sin\phi'_2 \\ |\vec{p}_2| \cos\theta'_2 \end{pmatrix} = E_2 \begin{pmatrix} 1 \\ \sin\theta'_2 \cos\phi'_2 \\ \sin\theta'_2 \sin\phi'_2 \\ \cos\theta'_2 \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

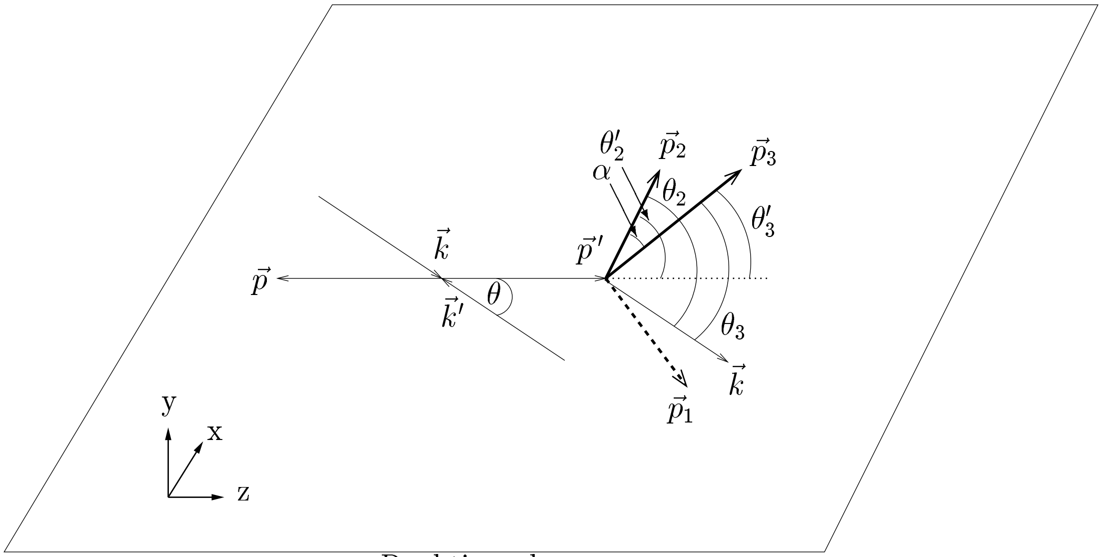


Abbildung 2.2: Definitionen der Winkel und der Impulse die beim Zerfall des $\tilde{\chi}_1^+$ auftreten. Die Azimutalwinkel sind aus Gründen der Übersichtlichkeit nicht mit eingezeichnet. α ist der Winkel zwischen $\vec{p}_2$ und $\vec{p}_3$. Weitere Erläuterungen siehe Text.

$$p_3^\mu = \begin{pmatrix} E_3 \\ |\vec{p}_3| \sin\theta_3' \cos\phi_3' \\ |\vec{p}_3| \sin\theta_3' \sin\phi_3' \\ |\vec{p}_3| \cos\theta_3' \end{pmatrix} = E_3 \begin{pmatrix} 1 \\ \sin\theta_3' \cos\phi_3' \\ \sin\theta_3' \sin\phi_3' \\ \cos\theta_3' \end{pmatrix} \tag{2.13}$$

Die Neutrinos wurden als masselos angenommen und die Positronmasse vernachlässigt, daher $|\vec{p}_2| = E_2$, bzw. $|\vec{p}_3| = E_3$. Den Viererimpuls p_1^μ des Neutralinos erhält man aus Energie- und Impulserhaltung:

$$p_1^\mu = p'^\mu - p_2^\mu - p_3^\mu \tag{2.14}$$

Das LSP und das Neutrino sind nicht nachweisbar („missing energy“), daher ist die Reaktionsebene nicht rekonstruierbar. Im folgenden wird deshalb nur noch von zirkularer Polarisation der Photonen ausgegangen und die Polarisationsvektoren können explizit aus den Gleichungen (1.56) bis (1.62) berechnet werden:

$$\varepsilon_\mu'^{(\alpha)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ -\alpha\cos\theta \\ i \\ -\alpha\sin\theta \end{pmatrix} \qquad \varepsilon_\mu^{(\beta)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ \beta\cos\theta \\ i \\ \beta\sin\theta \end{pmatrix} \tag{2.15}$$

Rechtszirkulare Photonen erhält man für α bzw. $\beta = 1$, linkszirkulare für α bzw. $\beta = -1$.

Kapitel 3

Streumatrix und Feynman-Graphen

In diesem Kapitel soll kurz auf die Beschreibung von Streuprozessen eingegangen werden und dann die Feynman-Graphen und -Amplituden für den betrachteten Prozeß vorgestellt werden.

3.1 Der Streuprozeß

Ein Streuprozeß wird charakterisiert durch einen Anfangszustand

$$|i\rangle = |\Phi(t = -\infty)\rangle \tag{3.1}$$

in dem die beteiligten Teilchen weit voneinander entfernt sind und einen Endzustand

$$|\Phi(t = +\infty)\rangle \tag{3.2}$$

nach der Streuung, wenn die Teilchen wieder sehr weit entfernt sind und nicht mehr wechselwirken. Die Streumatrix S stellt die Verbindung zwischen Anfangs- und Endzustand her:

$$|\Phi(t = +\infty)\rangle = S|i\rangle \tag{3.3}$$

Sie ist gegeben durch [33]:

$$S = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int \dots \int d^4x_1 \dots d^4x_n \mathrm{T}[\mathcal{H}(x_1) \dots \mathcal{H}(x_n)], \tag{3.4}$$

wobei die Hamilton-Dichte der Wechselwirkung $\mathcal{H}(x)$ für die zeitliche Entwicklung des Anfangszustands verantwortlich ist und T das zeitgeordnete Produkt der Operatoren in der Klammer darstellt.

Es gibt viele verschiedene mögliche Endzustände, die in $|\Phi(\infty)>$ enthalten sind. Die Wahrscheinlichkeit einen dieser Zustände $|f>$ vorzufinden ist:

$$|\langle f|\Phi(\infty)\rangle|^2 = |\langle f|S|i\rangle|^2 \tag{3.5}$$

Die Amplitude $\mathcal{M} = \langle f|S|i\rangle$ für die Übergangswahrscheinlichkeit wird dadurch bestimmt, daß man Anfangs- und Endzustand durch die passenden Erzeuger- und Vernichteroperatoren darstellt, die S-Matrix einsetzt (welche die zugehörige Hamiltondichte beinhaltet) und unter Zuhilfenahme von Vertauschungs- und Antivertauschungsrelationen die Integrationen ausführt. Diesen Berechnungen entspringen die Feynman-Regeln, mit denen im nächsten Abschnitt die Amplitude ermittelt wird.

3.2 Die Feynman-Graphen für die Produktion

Der Prozeß $\gamma(k,\varepsilon^{(\beta)})+\gamma(k',\varepsilon'^{(\alpha)}) \to \tilde{\chi}_1^+(p',s'^b)+\tilde{\chi}_1^-(p,s^a)$ wird in niedrigster Ordnung durch die in Abbildung 3.1 dargestellten Feynman-Graphen beschrieben. q, bzw. q' sind die Viererimpulse der virtuellen Austauschteilchen und können über die Impulserhaltung am Vertex bestimmt werden. Es können nur gleich schwere Charginos erzeugt werden, da an den vorliegenden Vertizes die Art des Charginos nicht geändert werden kann (siehe δ-Funktion in Gleichung(1.29)). In dieser Arbeit wird davon ausgegangen, daß die zwei leichteren Charginos erzeugt werden.

Mit den Feynman-Regeln aus [3] erhält man folgende Amplituden für die Teilprozesse:

$$\begin{aligned} \mathrm{t-Kanal:}\quad \mathcal{M}^{ss'}_{\alpha\beta}(t) &= i\bar{u}_{s'}(p')(ie\gamma^\mu)\varepsilon'^{(\alpha)}_\mu i\frac{\not q + m}{q^2-m^2}(ie\gamma^\nu)\varepsilon^{(\beta)}_\nu v_s(p) \\ &= e^2\bar{u}_{s'}(p')\ \not\varepsilon'^{(\alpha)}\frac{\not q + m}{q^2-m^2}\ \not\varepsilon^{(\beta)} v_s(p) \end{aligned} \tag{3.6}$$

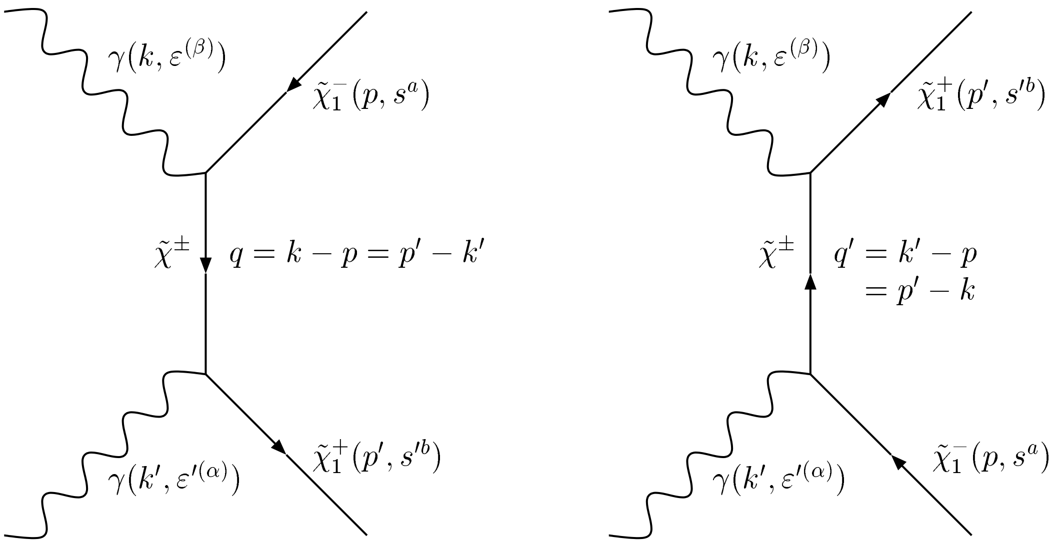
$$\begin{aligned} \mathrm{u-Kanal:}\quad \mathcal{M}^{ss'}_{\alpha\beta}(u) &= i\bar{u}_{s'}(p')(ie\gamma^\mu)\varepsilon^{(\beta)}_\mu i\frac{\not q' + m}{q'^2-m^2}(ie\gamma^\nu)\varepsilon'^{\alpha}_\nu v_s(p) \\ &= e^2\bar{u}_{s'}(p')\ \not\varepsilon^{(\beta)}\frac{\not q' + m}{q'^2-m^2}\ \not\varepsilon'^{(\alpha)} v_s(p) \end{aligned} \tag{3.7}$$

Die Gesamtamplitude ist die Summe der Einzelamplituden:

$$\mathcal{M}^{ss'}_{\alpha\beta} = \mathcal{M}^{ss'}_{\alpha\beta}(t) + \mathcal{M}^{ss'}_{\alpha\beta}(u) \tag{3.8}$$

3.3 Die Feynman-Graphen für den Zerfall

Abbildung 3.2 stellt die Feynman-Graphen für den Zerfallsprozeß $\tilde{\chi}_1^+(p',s'^b) \to \tilde{\chi}_1^0(p_1) + e^+(p_2) + \nu_e(p_3)$ dar (vgl. Abbildung 1.4).



t-Kanal u-Kanal

Abbildung 3.1: Feynman-Graphen für den Prozeß $\gamma(k,\varepsilon^{(\beta)}) + \gamma(k',\varepsilon'^{(\alpha)}) \rightarrow \tilde{\chi}_1^+(p',s'^b) + \tilde{\chi}_1^-(p,s^a)$

Die Viererimpulse der entstehenden Teilchen werden, analog Abschnitt 2.2, mit p_1, p_2, p_3 bezeichnet. Da über den Spin dieser Teilchen summiert wird, entfällt aus Gründen der Übersichtlichkeit eine Angabe der Spinindizes an den Spinoren in den folgenden Amplituden:

$$\bar{\mathrm{s}} - \text{Kanal}: \quad \mathcal{M}_D^{s'}(s) = -\Delta(W)\bar{u}(p_1)\gamma^\mu(O_{11}^L P_L + O_{11}^R P_R)u_{s'}(p')\bar{u}(p_3)\gamma_\mu P_L v(p_2) \tag{3.9}$$

$$\bar{\mathrm{u}} - \text{Kanal}: \quad \mathcal{M}_D^{s'}(u) = -\Delta(\tilde{e}_L)\bar{u}(p_3)P_R u_{s'}(p')\bar{u}(p_1)P_L v(p_2) \tag{3.10}$$

$$\bar{\mathrm{t}} - \text{Kanal}: \quad \mathcal{M}_D^{s'}(t) = +\Delta(\tilde{\nu})\bar{u}(p_2)P_L u_{s'}(p')\bar{u}(p_1)P_R v(p_3) \tag{3.11}$$

Die Größen $\Delta(W)$, $\Delta(\tilde{e}_L)$ und $\Delta(\tilde{\nu})$ beinhalten die Propagatoren und einen Teil der Kopplungen. Sie sehen folgendermaßen aus:

$$\Delta(W) = \frac{g^2}{\sqrt{2}}\frac{i}{k_W^2 - m_W^2 + i m_W \Gamma_W} \tag{3.12}$$

$$\Delta(\tilde{e}_L) = \frac{i g^2 U_{11} f_{e+1}^{L^*}}{k_{\tilde{e}_L}^2 - m_{\tilde{e}_L}^2 + i m_{\tilde{e}_L}\Gamma_{\tilde{e}_L}} \tag{3.13}$$

$$\Delta(\tilde{\nu}) = \frac{i g^2 V_{11}^* f_{\nu 1}^L}{k_{\tilde{\nu}}^2 - m_{\tilde{\nu}}^2 + i m_{\tilde{\nu}}\Gamma_{\tilde{\nu}}} \tag{3.14}$$

Mit k_W, $k_{\tilde{e}_L}$ und $k_{\tilde{\nu}}$ werden die Viererimpulse der Austauschteilchen bezeichnet. Die Γ's stehen für ihre totale Zerfallsbreiten. Sämtliche auftretende Kopplungen sind in Abschnitt 1.1.4 zu finden. Die Amplitude für den Prozeß ist wieder die Summe der Einzelamplituden:

$$\mathcal{M}_D^{s'} = \mathcal{M}_D^{s'}(s) + \mathcal{M}_D^{s'}(u) + \mathcal{M}_D^{s'}(t) \tag{3.15}$$

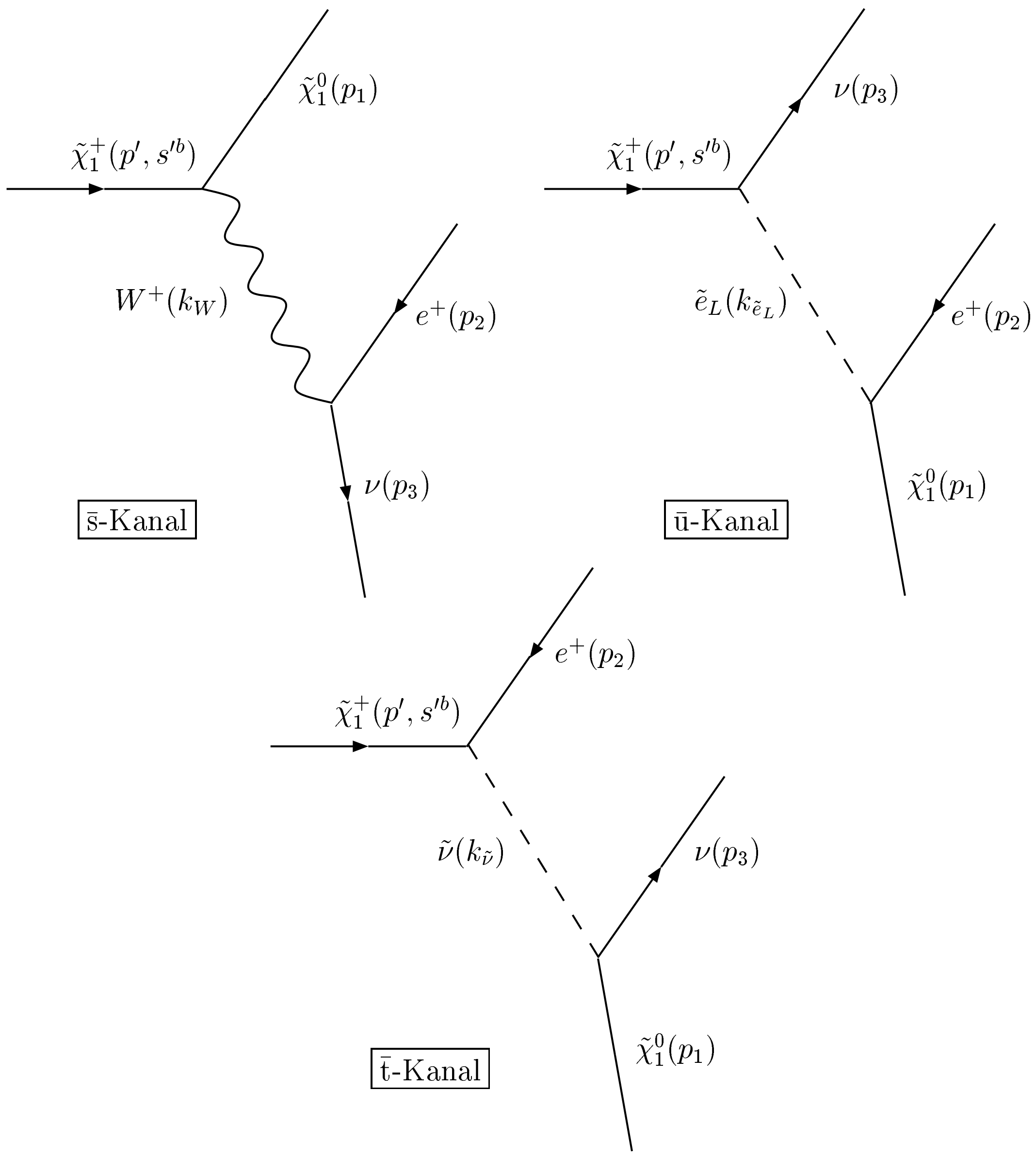


Abbildung 3.2: Feynman-Graphen für den Zerfallsprozeß $\tilde{\chi}_1^+(p', s'^b) \rightarrow \tilde{\chi}_1^0(p_1) + e^+(p_2) + \nu_e(p_3)$.

Kapitel 4

Die Spindichtematrizen

In diesem Kapitel werden die Spindichtematrizen für den Produktions- und den Zerfallsprozeß berechnet. Die Summation über die Polarisation der Photonen führt zu einer besonders einfachen Form der Dichtematrix, weshalb diese in kovarianter Form angegeben werden kann. Für polarisierte Photonen war der kovariante Ausdruck sehr unübersichtlich und komplex, deshalb erfolgt die Angabe im CMS. Die Zerfallsdichtematrix wurde [13] in kovarianter Schreibweise entnommen.

4.1 Die Produktionsdichtematrix

4.1.1 Die Spindichtematrix der Charginos für polarisierte Photonen

Eine Definition der Spindichtematrix $\rho^{st,s't'}_{\alpha\beta}$ findet sich in [50]. Man erhält:

$$
\begin{aligned}
\rho^{st,s't'}_{\alpha\beta} &= \mathcal{M}^{ss'}_{\alpha\beta}\mathcal{M}^{tt'*}_{\alpha\beta} \\
&= e^4 \left[\bar{u}_{s'}(p')\ \not{\epsilon}'^{(\alpha)} \frac{\not{q}+m}{q^2-m^2}\ \not{\epsilon}^{(\beta)} v_s(p) + \bar{u}_{s'}(p')\ \not{\epsilon}^{(\beta)} \frac{\not{q}'+m}{q'^2-m^2}\ \not{\epsilon}'^{(\alpha)} v_s(p)\right] \\
&\quad \times \left[\bar{u}_{t'}(p')\ \not{\epsilon}'^{(\alpha)} \frac{\not{q}+m}{q^2-m^2}\ \not{\epsilon}^{(\beta)} v_t(p) + \bar{u}_{t'}(p')\ \not{\epsilon}^{(\beta)} \frac{\not{q}'+m}{q'^2-m^2}\ \not{\epsilon}'^{(\alpha)} v_t(p)\right]^* \\
&= +\frac{e^4}{(q^2-m^2)^2} \\
&\quad \times \left[\bar{u}_{s'}(p')\ \not{\epsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\epsilon}^{(\beta)} v_s(p)\right]\left[\bar{u}_{t'}(p')\ \not{\epsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\epsilon}^{(\beta)} v_t(p)\right]^* \\
&\quad +\frac{e^4}{(q^2-m^2)(q'^2-m^2)}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&\times \Big\{ \Big[\bar{u}_{s'}(p')\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)} v_s(p)\Big]\Big[\bar{u}_{t'}(p')\ \not{\varepsilon}^{(\beta)}(\not{q}'+m)\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)} v_t(p)\Big]^* \\
&\quad + \Big[\bar{u}_{s'}(p')\ \not{\varepsilon}^{(\beta)}(\not{q}'+m)\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)} v_s(p)\Big]\Big[\bar{u}_{t'}(p')\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)} v_t(p)\Big]^* \Big\} \\
&+ \frac{e^4}{(q'^2-m^2)^2} \\
&\times \Big[\bar{u}_{s'}(p')\ \not{\varepsilon}^{(\beta)}(\not{q}'+m)\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)} v_s(p)\Big]\Big[\bar{u}_{t'}(p')\ \not{\varepsilon}^{(\beta)}(\not{q}'+m)\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)} v_t(p)\Big]^*
\end{aligned}
\tag{4.1}
$$

Die jetzt nötigen Umformungen werden am ersten Term vorgeführt. Zuerst wird das komplex Konjugierte ausgewertet, das hier dem hermitesch Konjugierten entspricht, da die Größe in der Klammer eine Zahl ist:

$$
\begin{aligned}
\Big[\bar{u}_{t'}(p')\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)} v_t(p)\Big]^* &= \Big[\bar{u}_{t'}(p')\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)} v_t(p)\Big]^\dagger \\
&= \Big[v_t(p)^\dagger\ \not{\varepsilon}^{(\beta)\dagger}(\not{q}^\dagger+m)\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)\dagger}\gamma^{0\dagger} u_{t'}(p')\Big] \\
&= \Big[\bar{v}_t(p)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)^*}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)^*} u_{t'}(p')\Big]
\end{aligned}
\tag{4.2}
$$

Hierbei wurde (A.15) und (A.25), sowie

$$
\not{\varepsilon}^{(\beta)\dagger} = \left(\varepsilon_\mu^{(\beta)}\gamma^\mu\right)^\dagger = \varepsilon_\mu^{(\beta)^*}\gamma^0\gamma^\mu\gamma^0 = \gamma^0\ \not{\varepsilon}^{(\beta)^*}\gamma^0
\tag{4.3}
$$

benutzt. Damit ergibt sich der erste Term zu:

$$
\begin{aligned}
&\Big[\bar{u}_{s'}(p')\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)} v_s(p)\Big]\Big[\bar{u}_{t'}(p')\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)} v_t(p)\Big]^* \\
=& \Big[\bar{u}_{s'}(p')\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)} v_s(p)\Big]\Big[\bar{v}_t(p)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)^*}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)^*} u_{t'}(p')\Big] \\
=& \Big[\bar{u}_{s'}(p')\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)}\ \underbrace{v_s(p)\bar{v}_t(p)}_{=\frac{1}{2}[\delta_{st}+\gamma_5\not{s}^a\sigma^a_{st}](\not{p}-m)}\ \not{\varepsilon}^{(\beta)^*}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)^*} u_{t'}(p')\Big] \\
=& \Big[\bar{u}_{s'}(p') Q u_{t'}(p')\Big]
\end{aligned}
\tag{4.4}
$$

wobei Q als Abkürzung für die Matrix zwischen den Spinoren steht. In Komponentenschreibweise ergibt sich (Summation über i und j von 1 bis 4):

$$
\begin{aligned}
\bar{u}_{s'}(p') Q u_{t'}(p') = (\bar{u}_{s'}(p'))_i Q_{ij} (u_{t'}(p'))_j &= Q_{ij}(\underbrace{u_{t'}(p')\bar{u}_{s'}(p')}_{=\frac{1}{2}\left[\delta_{s't'}+\gamma_5\not{s}'^b\sigma^b_{s't'}\right](\not{p}'+m)})_{ji} \\
&= \mathrm{Tr}\left[Q\frac{1}{2}\left[\delta_{s't'}+\gamma_5\ \not{s}'^b\sigma^b_{s't'}\right](\not{p}'+m)\right] \\
&= \frac{1}{4}\mathrm{Tr}\Big[\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}^{(\beta)}(\delta_{st}+\gamma_5\ \not{s}^a\sigma^a_{st})(\not{p}-m) \\
&\qquad \times\ \not{\varepsilon}^{(\beta)^*}(\not{q}+m)\ \not{\varepsilon}'^{(\alpha)^*}(\delta_{s't'}+\gamma_5\ \not{s}'^b\sigma^b_{s't'})(\not{p}'+m)\Big]
\end{aligned}
\tag{4.5}
$$

wobei Tr für die Spur steht. Die anderen Terme werden analog umgeformt, so daß man für die Spindichtematrix schreiben kann:

$$\rho_{\alpha\beta}^{st,s't'} = \delta_{s't'}\delta_{st}P_{\alpha\beta} + \delta_{s't'}\sigma_{st}^{a}\Sigma_{\alpha\beta}^{a} + \delta_{st}\sigma_{s't'}^{b}\Sigma_{\alpha\beta}^{\prime b} + \sigma_{st}^{a}\sigma_{s't'}^{b}\Sigma_{\alpha\beta}^{ab} \tag{4.6}$$

worin

- $P_{\alpha\beta}$ unabhängig von den Spinvektoren der Charginos ist
- $\Sigma_{\alpha\beta}^{a}$ den Spinvektor s^a enthält
- $\Sigma_{\alpha\beta}^{\prime b}$ den Spinvektor $s^{\prime b}$ enthält
- $\Sigma_{\alpha\beta}^{ab}$ beide Spinvektoren enthält

In kovarianter Schreibweise sind diese Terme sehr lang und unübersichtlich. Deshalb werden sie in der expliziten Darstellung im gewählten Bezugssystem (siehe Kapitel 2) angegeben:

$$P_{\alpha\beta} = e^4 \frac{m^2(E^2+p_3^2)(1+\alpha\beta) + p_3^2\sin^2\theta(2E^2 - p_3^2\sin^2\theta)(1-\alpha\beta)}{(E^2 - p_3^2\cos^2\theta)^2} \tag{4.7}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{1} = e^4 \frac{2Ep_3^2 m\sin^3\theta(\beta-\alpha)}{(E^2 - p_3^2\cos^2\theta)^2} \tag{4.8}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{2} = 0 \tag{4.9}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{3} = e^4 \frac{2E^2p_3^2\sin^2\theta\cos\theta(\alpha-\beta) + 2Ep_3m^2(\alpha+\beta)}{(E^2 - p_3^2\cos^2\theta)^2} \tag{4.10}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{\prime 1} = e^4 \frac{2Ep_3^2 m\sin^3\theta(\alpha-\beta)}{(E^2 - p_3^2\cos^2\theta)^2} \tag{4.11}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{\prime 2} = 0 \tag{4.12}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{\prime 3} = e^4 \frac{2E^2p_3^2\sin^2\theta\cos\theta(\beta-\alpha) + 2Ep_3m^2(\alpha+\beta)}{(E^2 - p_3^2\cos^2\theta)^2} \tag{4.13}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{11} = e^4 \frac{m^4(1+\alpha\beta) - (E^2+m^2)p_3^2\sin^4\theta(1-\alpha\beta)}{(E^2 - p_3^2\cos^2\theta)^2} \tag{4.14}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{12} = 0 \tag{4.15}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{13} = e^4 \frac{2Ep_3^2 m\cos\theta\sin^3\theta(1-\alpha\beta)}{(E^2 - p_3^2\cos^2\theta)^2} \tag{4.16}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{21} = 0 \tag{4.17}$$

$$\Sigma_{\alpha\beta}^{22} = e^4 \frac{-m^4(1+\alpha\beta) - p_3^4\sin^4\theta(1-\alpha\beta)}{(E^2 - p_3^2\cos^2\theta)^2} \tag{4.18}$$

$$\Sigma^{23}_{\alpha\beta} = 0 \tag{4.19}$$

$$\Sigma^{31}_{\alpha\beta} = \Sigma^{13} \tag{4.20}$$

$$\Sigma^{32}_{\alpha\beta} = 0 \tag{4.21}$$

$$\Sigma^{33}_{\alpha\beta} = e^4 \frac{(E^4 - p_3^4)(1+\alpha\beta) - p_3^2 \sin^2\theta \, [p_3^2 + \cos^2\theta (E^2 + m^2)] \, (1-\alpha\beta)}{(E^2 - p_3^2 \cos^2\theta)^2} \tag{4.22}$$

Für sehr hohe Energien, $E \gg m$, dominiert in den obigen Gleichungen der Term proportional zu $(1-\alpha\beta)$, während an der Schwelle, $E \approx m$, der Term proportional zu $(1+\alpha\beta)$ überwiegt.

4.1.2 Die Spindichtematrix der Charginos für unpolarisierte Photonen

Die Annahme unpolarisierter Photonen, also die Mittelung über die Polarisation, führt zu einer starken Vereinfachung der Spindichtematrix. In kovarianter Form hat sie folgendes Aussehen:

$$\rho^{st,s't'} = \delta_{st}\delta_{s't'} P_{\mathrm{unpol}} + \sigma^a_{st}\sigma^b_{s't'} \Sigma^{ab}_{\mathrm{unpol}} \tag{4.23}$$

mit

$$P_{\mathrm{unpol}} = e^4 \frac{(pk)(pk')\left\{2m^2[(pk)+(pk')] + (pk)^2 + (pk')^2\right\} - m^4[(pk)+(pk')]^2}{2(pk)^2(pk')^2} \tag{4.24}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma^{ab}_{\mathrm{unpol}} = {} & e^4 \frac{[(pk')(ks^a)(k's'^b) + (pk)(k's^a)(ks'^b)][m^2(pk') + m^2(pk) - 2(pk)(pk')]}{2(pk)^2(pk')^2} \\
& + e^4 \frac{2(pk)(pk')(s^a s'^b)[(pk)(pk') - m^2(pk') - m^2(pk)]}{2(pk)^2(pk')^2} \\
& + e^4 \frac{m^4 (s^a s'^b)[(pk)+(pk')]^2}{2(pk)^2(pk')^2}
\end{aligned} \tag{4.25}$$

Anzumerken ist, daß die Gleichungen (4.24) und (4.25) invariant unter der Vertauschung $k \leftrightarrow k'$ sind, was aus der Symmetrie des Prozesses folgt. Die Form von P_{unpol} und $\Sigma^{ab}_{\mathrm{unpol}}$ im CMS erhält man aus den Gleichungen (4.7) bis (4.22), wenn man über α und β mittelt, d.h. $\alpha = \beta = 0$ setzt, oder wenn man die auftretenden Skalarprodukte explizit berechnet. Da beide Rechnungen unabhängig voneinander erfolgten, ist dies ein wichtiger Test für die Richtigkeit der Ergebnisse.

4.2 Die Zerfallsmatrix

Die Spindichtematrix für den Zerfall erhält man analog zu der für die Produktion:

$$\rho_D^{t's'} = \delta_{t's'} P_D + \sigma^b_{t's'} \Sigma'^b_D \tag{4.26}$$

wobei sich P_D wie folgt zusammensetzt:

$$P_D = P_D(W^+W^+) + P_D(W^+\tilde{e}_L) + P_D(W^+\tilde{\nu}) + P_D(\tilde{e}_L\tilde{e}_L) + P_D(\tilde{e}_L\tilde{\nu}) + P_D(\tilde{\nu}\tilde{\nu}) \tag{4.27}$$

Eigentlich würde man hier neun Terme erhalten, da aber $P_D(xy) + P_D(yx) = P_D(xy) + P_D(xy)^* = 2\mathrm{Re}P_D(xy)$ gilt, reduzieren sich die gemischten Terme auf die Hälfte.

Σ'^b_D setzt sich genauso zusammen:

$$\Sigma'^b_D = \Sigma'^b_D(W^+W^+) + \Sigma'^b_D(W^+\tilde{e}_L) + \Sigma'^b_D(W^+\tilde{\nu}) + \Sigma'^b_D(\tilde{e}_L\tilde{e}_L) + \Sigma'^b_D(\tilde{e}_L\tilde{\nu}) + \Sigma'^b_D(\tilde{\nu}\tilde{\nu}) \tag{4.28}$$

Da die Darstellung im Laborsystem sehr unübersichtlich ist, werden die einzelnen Terme in kovarianter Schreibweise angegeben. Folgende Abkürzungen werden benötigt:

$$a_1 = (p_1p_3)(p'p_2) \tag{4.29}$$
$$a_2 = (p_1p_2)(p'p_3) \tag{4.30}$$
$$a_3 = \eta m\, \eta_{\mathrm{LSP}} m_{\mathrm{LSP}}(p_2p_3) \tag{4.31}$$

$$a_1^b = \eta m(p_1p_3)(p_2s'^b) \tag{4.32}$$
$$a_2^b = \eta m(p_1p_2)(p_3s'^b) \tag{4.33}$$
$$a_3^b = \eta_{\mathrm{LSP}} m_{\mathrm{LSP}}(p'p_3)(p_2s'^b) \tag{4.34}$$
$$a_4^b = \eta_{\mathrm{LSP}} m_{\mathrm{LSP}}(p'p_2)(p_3s'^b) \tag{4.35}$$
$$a_5^b = \eta_{\mathrm{LSP}} m_{\mathrm{LSP}}[s'^b p' p_3 p_2] \tag{4.36}$$

m_{LSP} bezeichnet die (positive) Masse des LSP. Im Gegensatz zur Produktion stehen hier die Masseneigenwerte, weshalb die Vorzeichenfaktoren η und η_{LSP} gebraucht werden.

Die Terme lauten [13]:

$$\begin{aligned} P_D(W^+W^+) &= |\Delta(W)|^2 4\left[(|O^L_{11}|^2 + |O^R_{11}|^2)(a_1+a_2) - (O^{L*}_{11}O^R_{11} + O^L_{11}O^{R*}_{11})a_3 \right. \\ &\qquad \left. -(|O^R_{11}|^2 - |O^L_{11}|^2)(a_1-a_2)\right] \end{aligned} \tag{4.37}$$
$$P_D(W^+\tilde{e}_L) = 2\mathrm{Re}\left\{\Delta(W)\Delta^*(\tilde{e}_L)2(2O^R_{11}a_2 - O^L_{11}a_3)\right\} \tag{4.38}$$
$$P_D(W^+\tilde{\nu}) = 2\mathrm{Re}\left\{\Delta(W)\Delta^*(\tilde{\nu})2(O^R_{11}a_3 - 2O^L_{11}a_1)\right\} \tag{4.39}$$
$$P_D(\tilde{e}_L\tilde{e}_L) = |\Delta(\tilde{e}_L)|^2 2a_2 \tag{4.40}$$

$$
\begin{aligned}
P_D(\tilde{e}_L\tilde{\nu}) &= 2\mathrm{Re}\left\{\Delta(\tilde{e}_L)\Delta^*(\tilde{\nu})a_3\right\} &(4.41)\\
P_D(\tilde{\nu}\tilde{\nu}) &= |\Delta(\tilde{\nu})|^2 2a_1 &(4.42)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Sigma_D'^b(W^+W^+) &= |\Delta(W)|^2 4\left[(|O_{11}^R|^2-|O_{11}^L|^2)(a_1^b+a_2^b)-\right.\\
&\quad -(O_{11}^{L^*}O_{11}^R+O_{11}^LO_{11}^{R^*})(a_4^b-a_3^b)-(|O_{11}^R|^2+|O_{11}^L|^2)(a_1^b-a_2^b)+\\
&\quad \left.+(O_{11}^{L^*}O_{11}^R-O_{11}^LO_{11}^{R^*})a_5^b\right] &(4.43)\\
\Sigma_D'^b(W^+\tilde{e}_L) &= 2\mathrm{Re}\left\{\Delta(W)\Delta^*(\tilde{e}_L)2\left[2O_{11}^Ra_2^b-O_{11}^L(a_4^b+a_5^b-a_3^b)\right]\right\} &(4.44)\\
\Sigma_D'^b(W^+\tilde{\nu}) &= 2\mathrm{Re}\left\{\Delta(W)\Delta^*(\tilde{\nu})2\left[2O_{11}^Ra_1^b+O_{11}^R(a_4^b-a_3^b-a_5^b)\right]\right\} &(4.45)\\
\Sigma_D'^b(\tilde{e}_L\tilde{e}_L) &= |\Delta(\tilde{e}_L)|^2 2a_2^b &(4.46)\\
\Sigma_D'^b(\tilde{e}_L\tilde{\nu}) &= 2\mathrm{Re}\left\{\Delta(\tilde{e}_L)\Delta^*(\tilde{\nu})(a_4^b-a_3^b-a_5^b)\right\} &(4.47)\\
\Sigma_D'^b(\tilde{\nu}\tilde{\nu}) &= -|\Delta(\tilde{\nu})|^2 2a_1^b &(4.48)
\end{aligned}
$$

Kapitel 5

Die Wirkungsquerschnitte

Im ersten Abschnitt wird die allgemeine Formel zur Berechnung von Wirkungsquerschnitten angegeben, mit der dann in den beiden folgenden Abschnitten der Produktionswirkungsquerschnitt und der Gesamtwirkungsquerschnitt berechnet werden. Mit Gesamtwirkungsquerschnitt wird der Wirkungsquerschnitt bezeichnet, der sowohl die Produktion $\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$ als auch den Zerfall $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$ berücksichtigt. Für den Produktionswirkungsquerschnitt kann man alle Integrationen analytisch durchführen und so einen expliziten Ausdruck für den totalen Produktionswirkungsquerschnitt angeben, während dies beim Gesamtwirkungsquerschnitt nicht möglich ist. Der letzte Abschnitt beschäftigt sich mit der notwendigen Faltung der Wirkungsquerschnitte.

5.1 Grundlagen

Wenn zwei Teilchen 1 und 2 kollidieren und dabei die Teilchen $3, 4, \dots, n$ erzeugen

$$1 + 2 \to 3 + 4 + \cdots + n \tag{5.1}$$

dann ist der Wirkungsquerschnitt gegeben durch die Formel [43]:

$$\begin{aligned} d\sigma = {} & |\mathcal{M}|^2 \frac{S}{2\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} \left[\left(\frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3} \right) \left(\frac{d^3\vec{p}_4}{(2\pi)^3 2E_4} \right) \cdots \left(\frac{d^3\vec{p}_n}{(2\pi)^3 2E_n} \right) \right] \\ & \times (2\pi)^4 \delta^4(p_1 + p_2 - p_3 - p_4 - \cdots - p_n) \end{aligned} \tag{5.2}$$

mit den gleichen Bezeichnungen wie in Abschnitt 1.4.1 und $\sqrt{s}$ als ebenfalls schon definierte Schwerpunktsenergie. Wenn man wieder den Spezialfall der Zweikörperstreuung betrachtet, führen ähnliche Rechnungen wie in Abschnitt 1.4.1 zu folgender Formel:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}|^2}{64\pi^2 s} \frac{\sqrt{\lambda(s, m_3^2, m_4^2)}}{\sqrt{\lambda(s, m_1^2, m_2^2)}} \tag{5.3}$$

Hier kann jedoch die Integration über die Winkel ohne Kenntnis der Amplitude nicht ausgeführt werden, da $\mathcal{M}$ auch von der Richtung von $\vec{p}_3$ abhängt.

5.2 Der Produktionswirkungsquerschnitt

Um den Wirkungsquerschnitt für die Produktion zu erhalten, verwendet man Gleichung (5.3) und setzt für die Massen der auslaufenden Teilchen die Charginomasse m und für die Schwerpunktsenergie $\sqrt{s} = 2E$ ein (vgl. Abschnitt 2.1). Man erhält:

$$\frac{d\sigma_{\text{prod}}}{d\Omega} = \frac{|\mathcal{M}_{\alpha\beta}|^2 p_3}{64\pi^2 4E^3} \tag{5.4}$$

$\mathcal{M}_{\alpha\beta}$ ist die zugehörige Produktionsamplitude aus Gleichung (3.8), allerdings über den Spin der Charginos summiert. Man erhält sie aus der Spindichtematrix wenn man die Spur über die Spinindizes bildet [50]:

$$\begin{aligned}
|\mathcal{M}_{\alpha\beta}|^2 &= \mathrm{Tr}\mathrm{Tr}'\rho_{\alpha\beta}^{st,s't'} \\
&= \sum_{s=t}\sum_{s'=t'} \rho_{\alpha\beta}^{st,s't'} \\
&= \sum_{s=t}\sum_{s'=t'} \left(\delta_{s't'}\delta_{st}P_{\alpha\beta} + \delta_{s't'}\sigma_{st}^a\Sigma_{\alpha\beta}^a + \delta_{st}\sigma_{s't'}^b\Sigma_{\alpha\beta}'^b + \sigma_{st}^a\sigma_{s't'}^b\Sigma_{\alpha\beta}^{ab}\right) \\
&= 4P_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{5.5}$$

weil die Spur der Paulimatrizen verschwindet und die Spur der Deltafunktion einen Faktor 2 liefert. Dieses Ergebnis hätte man auch erhalten, wenn man die Bouchiat-Michel-Formel nicht verwendet, sondern gleich über den Spin summiert und die Vollständigkeitsrelationen Gleichungen (A.30) ausgenutzt hätte.

$P_{\alpha\beta}$ ist durch Gleichung (4.7) gegeben und wird in Gleichung (5.4) eingesetzt. Die Integrationen über die Winkel ϕ und θ können nun ausgeführt werden, und man erhält einen analytischen Ausdruck für den totalen Produktionswirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der Energie, der Charginomasse und der Polarisation der Photonen:

$$\begin{aligned}
\sigma_{\text{prod}} &= \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{P_{\alpha\beta}p_3}{64\pi^2 E^3} d\phi \sin\theta d\theta \\
&= \int_0^{\pi} \frac{P_{\alpha\beta}p_3}{32\pi E^3} \sin\theta d\theta \\
&= \frac{e^4}{16E^6\pi}\Bigg\{ \operatorname{arctanh}\left(\frac{\sqrt{E^2-m^2}}{E}\right)\left[2E^4 + 2E^2m^2 - m^4 - 2\alpha\beta E^4\right] \\
&\qquad + E\sqrt{E^2-m^2}\left[3\alpha\beta E^2 - E^2 - m^2\right]\Bigg\}
\end{aligned} \tag{5.6}$$

Diese Formel gilt allgemein für die Produktion von geladenen Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen mit Masse m durch Photon-Photon-Streuung, da in den Amplituden nur die QED-Kopplung $e\gamma^\mu$ vorkommt.

5.3 Der Gesamtwirkungsquerschnitt

Die Gesamtwirkungsquerschnitte werden nach Gleichung (5.2) berechnet. Allerdings kann das Phasenraumelement in Produktion und Zerfall faktorisiert werden (siehe Kapitel 6). Dementsprechend wird die Amplitude für den Gesamtprozeß in eine Produktionsamplitude und eine Zerfallsamplitude aufgeteilt [25]. Sie sieht folgendermaßen aus:

$$T_{\alpha\beta} = \Delta(\tilde{\chi}_1^+)\mathcal{M}^{s'}_{\alpha\beta}\mathcal{M}^{s'}_{D} \qquad \text{(Summenkonvention!)} \tag{5.7}$$

$\mathcal{M}^{s'}_{D}$ ist durch Gleichung (3.15) gegeben und $\Delta(\tilde{\chi}_1^+)$ stellt den Pseudopropagator

$$\Delta(\tilde{\chi}_1^+) = \frac{1}{s_{\tilde{\chi}_1^+} - m^2 + im\Gamma} \tag{5.8}$$

dar. Γ ist die totale Zerfallsbreite des Charginos und $s_{\tilde{\chi}_1^+}$ dessen Viererimpulsquadrat. Der Propagator ist nötig um Produktions- und Zerfallsamplitude faktorisiert zu behandeln.

Quadriert erhält man:

$$|T_{\alpha\beta}|^2 = |\Delta(\tilde{\chi}_1^+)|^2 \rho^{s't'}_{\alpha\beta}\,\rho^{s't'}_{D} \tag{5.9}$$

$\rho^{s't'}_{\alpha\beta}$ erhält man aus Gleichung (4.6), wenn man über die Spins des nicht zerfallenden Charginos summiert, also wie im vorigen Abschnitt die Spur bildet:

$$\begin{aligned}
\rho^{s't'}_{\alpha\beta} &= \sum_{s=t} \rho^{st,s't'}_{\alpha\beta} \\
&= \sum_{s=t} \left(\delta_{s't'}\delta_{st}P_{\alpha\beta} + \delta_{s't'}\sigma^a_{st}\Sigma^a_{\alpha\beta} + \delta_{st}\sigma^b_{s't'}\Sigma'^b_{\alpha\beta} + \sigma^a_{st}\sigma^b_{s't'}\Sigma^{ab}_{\alpha\beta}\right) \\
&= 2\delta_{s't'}P_{\alpha\beta} + 2\sigma^b_{s't'}\Sigma'^b_{\alpha\beta}
\end{aligned} \tag{5.10}$$

Dieses Ergebnis und die Spindichtematrix für den Zerfall Gleichung (4.26) in Gleichung (5.9) eingesetzt, ergibt:

$$\begin{aligned}
|T_{\alpha\beta}|^2 &= |\Delta(\tilde{\chi}_1^+)|^2 \left(2\delta_{s't'}P_{\alpha\beta} + 2\sigma^b_{s't'}\Sigma'^b_{\alpha\beta}\right)\left(\delta_{t's'}P_D + \sigma^b_{t's'}\Sigma'^b_D\right) \\
&= |\Delta(\tilde{\chi}_1^+)|^2 2\left(\delta_{s't'}\delta_{t's'}P_{\alpha\beta}P_D + \delta_{s't'}\sigma^b_{t's'}P_{\alpha\beta}\Sigma'^b_D\right. \\
&\qquad \left. +\sigma_{s't'}\delta_{t's'}\Sigma'^b_{\alpha\beta}P_D + \sigma^b_{s't'}\sigma^b_{t's'}\Sigma'^b_{\alpha\beta}\Sigma'^b_D\right)
\end{aligned} \tag{5.11}$$

Wegen

$$\mathrm{Tr}(\delta^2) = 2 \tag{5.12}$$
$$\mathrm{Tr}(\delta\sigma^b) = 0 \tag{5.13}$$
$$\mathrm{Tr}(\sigma^{b^2}) = 2 \tag{5.14}$$

erhält man schließlich:

$$|T_{\alpha\beta}|^2 = 4|\Delta(\tilde{\chi}_1^+)|^2 \left(P_{\alpha\beta}P_D + \Sigma'^b_{\alpha\beta}\Sigma'^b_D\right) \tag{5.15}$$

Wenn man den Zerfall beider Charginos betrachten würde, dann müsste man die komplette Produktionsdichtematrix benutzen und zusätzlich die Zerfallsdichtematrix, sowie den Pseudopropagator für das zweite zerfallende Chargino „anhängen“. Die Phasenraumelemente, die in Gleichung (5.2) auftreten und der Propagator in Gleichung (5.15), werden in Kapitel 6 behandelt.

5.4 Die Faltung der Wirkungsquerschnitte

Es wird davon ausgegangen, daß das ee-Bezugssystem und das Laborsystem zusammenfallen. Um die Wirkungsquerschnitte im ee-Bezugssystem zu erhalten, müssen die Wirkungsquerschnitte im $\gamma\gamma$-Bezugssystem mit den beiden Photonenergiespektren gefaltet werden. Für den totalen Wirkungsquerschnitt gilt:

$$\sigma(s_{ee}) = \int P(y_1)P(y_2)\sigma(s_{\gamma\gamma} = y_1 y_2 s_{ee})dy_1 dy_2 \tag{5.16}$$

Die Bezeichnungen erfolgen analog Abschnitt 1.2.2. Bei der Berechnung des differentiellen Wirkungsquerschnitts, muß zusätzlich der Streuwinkel θ auf den Streuwinkel θ^L im Laborsystem umgerechnet werden. θ^L ist der Winkel zwischen dem Elektronenstrahl und dem positiven Chargino. Man erhält [36]:

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta^L} = \int P(y_1)P(y_2)\frac{d\sigma}{d\cos\theta}(\cos\theta(\cos\theta^L), y_1 y_2 s_{ee})\frac{d\cos\theta}{d\cos\theta^L}dy_1 dy_2 \tag{5.17}$$

mit:

$$\cos\theta(\cos\theta^L) = \frac{y_1(1-\cos\theta^L) - y_2(1+\cos\theta^L)}{-y_1(1-\cos\theta^L) - y_2(1+\cos\theta^L)} \tag{5.18}$$

$$\frac{d\cos\theta}{d\cos\theta^L} = \frac{4y_1y_2}{[(y_1(1-\cos\theta^L) + y_2(1+\cos\theta^L)]^2} \tag{5.19}$$

Allerdings muß noch der Tatsache Rechnung getragen werden, daß die Photonen keine bestimmte Polarisation mehr aufweisen, sondern nur noch eine mittlere Helizität $\lambda(y_1)$ und $\lambda(y_2)$. Der Wirkungsquerschnitt im $\gamma\gamma$-Bezugssystem setzt sich deshalb wie folgt zusammen:

$$\begin{aligned}\sigma(s_{\gamma\gamma}) = {} & \frac{1}{4}(1+\lambda(y_1))(1+\lambda(y_2))\sigma_{++}(s_{\gamma\gamma}) + \frac{1}{4}(1+\lambda(y_1))(1-\lambda(y_2))\sigma_{+-}(s_{\gamma\gamma}) \\ & + \frac{1}{4}(1-\lambda(y_1))(1+\lambda(y_2))\sigma_{-+}(s_{\gamma\gamma}) + \frac{1}{4}(1-\lambda(y_1))(1-\lambda(y_2))\sigma_{--}(s_{\gamma\gamma})\end{aligned} \tag{5.20}$$

$\sigma_{++}(s_{\gamma\gamma})$ ist der Wirkungsquerschnitt wenn beide Photonen rechtszirkular polarisiert sind. Wenn das Photon mit Energie y_1 rechtszirkular, das mit Energie y_2 linkszirkular polarisiert ist, erhält man $\sigma_{+-}(s_{\gamma\gamma})$, usw.

Kapitel 6

Der Phasenraum

Im ersten Abschnitt wird gezeigt, wie der gesamte Phasenraum in einen Teil für die Produktion und einen für den Zerfall umgeformt werden kann. Ersterer wird nicht weiter behandelt, weil dieser schon bei der Angabe des Produktionswirkungsquerschnitts berücksichtigt wurde. Der Phasenraum für den Zerfall wird im zweiten Abschnitt parametrisiert. Alle auftretenden Winkel sind in Kapitel 2 eingeführt worden.

6.1 Die Faktorisierung des Phasenraums

Wie schon im vorigen Kapitel angesprochen, kann der Phasenraum für den Gesamtprozeß in Produktion und Zerfall aufgeteilt werden. Ausgangspunkt ist das Phasenraumelement aus Gleichung (5.2) für den Gesamtprozeß $\gamma(k) + \gamma(k') \to \tilde{\chi}_1^-(p) + \tilde{\chi}_1^0(p_1) + e^+(p_2) + \nu_e(p_3)$, also einen 4-Teilchen Endzustand:

$$(2\pi)^4 \delta^4(k + k' - p - p_1 - p_2 - p_3) d\mathrm{lips}(p, p_1, p_2, p_3) \tag{6.1}$$

mit der Abkürzung lips für den lorentzinvarianten Phasenraum (*lorentz invariant phase space*):

$$d\mathrm{lips}(p, p_1, p_2, p_3) = \left(\frac{d^3\vec{p}}{(2\pi)^3 2E}\right)\left(\frac{d^3\vec{p}_1}{(2\pi)^3 2E_1}\right)\left(\frac{d^3\vec{p}_2}{(2\pi)^3 2E_2}\right)\left(\frac{d^3\vec{p}_3}{(2\pi)^3 2E_3}\right) \tag{6.2}$$

Wegen der Viererimpulserhaltung muß die Summe der Impulse p_1, p_2, p_3 gleich dem Impuls p' des zerfallenden Charginos $\tilde{\chi}_1^+(p')$ sein ($p'^2 = s_{\tilde{\chi}_1^+}$) und man kann eine Eins einfügen:

$$\int \delta^4(p' - p_1 - p_2 - p_3) d^4p' = 1 \tag{6.3}$$

Man erhält:

$$
\begin{aligned}
&(2\pi)^4\delta^4(k+k'-p-p_1-p_2-p_3)d\mathrm{lips}(p,p_1,p_2,p_3)\\
&=\int(2\pi)^4\delta^4(k+k'-p-p')d\mathrm{lips}(p,p_1,p_2,p_3)\delta^4(p'-p_1-p_2-p_3)d^4p'
\end{aligned}
\tag{6.4}
$$

Die Integralzeichen in Gleichung (6.4) und in den weiteren Umformungen werden der Übersicht wegen in den folgenden Gleichungen weggelassen. Mit

$$
d^4p' = d^4p'\delta(p'^2 - s_{\tilde{\chi}_1^+})ds_{\tilde{\chi}_1^+} = \frac{d^3p'}{2E}ds_{\tilde{\chi}_1^+} = (2\pi)^3 d\mathrm{lips}(p')ds_{\tilde{\chi}_1^+} \tag{6.5}
$$

und

$$
d\mathrm{lips}(p,p_1,p_2,p_3)d\mathrm{lips}(p') = d\mathrm{lips}(p_1,p_2,p_3)d\mathrm{lips}(p,p') \tag{6.6}
$$

folgt:

$$
\begin{aligned}
&(2\pi)^4\delta^4(k+k'-p-p_1-p_2-p_3)d\mathrm{lips}(p,p_1,p_2,p_3) =\\
&= \underbrace{(2\pi)^4\delta^4(k+k'-p-p')d\mathrm{lips}(p,p')}_{\text{Produktion}}\underbrace{(2\pi)^4\delta^4(p'-p_1-p_2-p_3)d\mathrm{lips}(p_1,p_2,p_3)}_{\text{Zerfall}}\\
&\quad\times\frac{ds_{\tilde{\chi}_1^+}}{2\pi}
\end{aligned}
\tag{6.7}
$$

Wie man sieht, kann das Phasenraumelement in Produktion und Zerfall separiert werden. Der totale Gesamtwirkungsquerschnitt (Gleichung (5.2)) ergibt sich daher zu:

$$
\begin{aligned}
&\sigma(\gamma\gamma\to\tilde{\chi}_1^-\tilde{\chi}_1^0 e^+\nu_e) =\\
&= \frac{1}{2\sqrt{\lambda(4E^2,0,0)}}\int |T_{\alpha\beta}|^2(2\pi)^4\delta^4(k+k'-p-p')d\mathrm{lips}(p,p')\\
&\qquad\qquad\times(2\pi)^4\delta^4(p'-p_1-p_2-p_3)d\mathrm{lips}(p_1,p_2,p_3)\frac{ds_{\tilde{\chi}_1^+}}{2\pi}\\
&= \frac{1}{2\sqrt{\lambda(4E^2,0,0)}}\int |\Delta(\tilde{\chi}_1^+)|^2\rho_{\alpha\beta}^{s't'}\rho_D^{s't'}(2\pi)^4\delta^4(k+k'-p-p')d\mathrm{lips}(p,p')\\
&\qquad\qquad\times(2\pi)^4\delta^4(p'-p_1-p_2-p_3)d\mathrm{lips}(p_1,p_2,p_3)\frac{ds_{\tilde{\chi}_1^+}}{2\pi}\\
&= \sigma(\gamma\gamma\to\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-)\Gamma(\tilde{\chi}_1^+\to\tilde{\chi}_1^0 e^+\nu_e)\frac{E}{\pi}\int\frac{1}{(s_{\tilde{\chi}_1^+}-m^2)^2+m^2\Gamma^2}ds_{\tilde{\chi}_1^+}
\end{aligned}
\tag{6.8}
$$

$\sigma(\gamma\gamma\to\tilde{\chi}_1^+\tilde{\chi}_1^-)$ entspricht dem totalen Produktionswirkungsquerschnitt aus Abschnitt 5.2, $\Gamma(\tilde{\chi}_1^+\to\tilde{\chi}_1^0 e^+\nu_e)$ steht für die Zerfallsbreite Gleichung (1.90) mit P_D aus Gleichung 4.27 als Amplitudenbetragsquadrat. Der totale Gesamtwirkungsquerschnitt faktorisiert also in Produktion und Zerfall und ist damit unabhängig von Spinkorrelationen. Für den differentiellen Wirkungsquerschnitt gilt dies nicht.

Hier bleiben die Spinterme in der Gesamtamplitude Gleichung (5.15) stehen und tragen zum differentiellen Wirkungsquerschnitt bei.

Unter der Annahme, daß die Zerfallsbreite unabhängig von $s_{\tilde{\chi}_1^+}$ ist, kann das Integral in Gleichung (6.8) ausgeführt werden. Dabei nimmt man an, daß die Zerfallsbreite klein ist, also $m\Gamma \to 0$ (Narrow-width-Näherung) [25]:

$$\frac{E}{\pi} \lim_{m\Gamma \to 0} \int_{s_1}^{s_2} \frac{1}{(s_{\tilde{\chi}_1^+} - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} ds_{\tilde{\chi}_1^+} = \lim_{m\Gamma \to 0} \frac{E}{m\Gamma} \int_{s_1}^{s_2} \frac{m\Gamma/\pi}{(s_{\tilde{\chi}_1^+} - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} ds_{\tilde{\chi}_1^+} \tag{6.9}$$

Die Lösung des Integrals ergibt sich zu [24]:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\pi} \lim_{m\Gamma \to 0} \int_{s_1}^{s_2} \frac{m\Gamma}{(s_{\tilde{\chi}_1^+} - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} ds_{\tilde{\chi}_1^+} &= \frac{1}{\pi} \lim_{m\Gamma \to 0} \left[\arctan \frac{s_{\tilde{\chi}_1^+} - m^2}{m\Gamma} \right]_{s_1}^{s_2} = \\ &= \frac{1}{\pi} \lim_{m\Gamma \to 0} \left[\arctan \frac{s_2 - m^2}{m\Gamma} - \arctan \frac{s_1 - m^2}{m\Gamma} \right] \end{aligned} \tag{6.10}$$

Nun muß man zwei Fälle unterscheiden:

- $s_1 < m^2 < s_2$:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\pi} \lim_{m\Gamma \to 0} \left[\arctan \frac{s_2 - m^2}{m\Gamma} - \arctan \frac{s_1 - m^2}{m\Gamma} \right] = \\ &= \frac{1}{\pi} \lim_{m\Gamma \to 0} \left[\pi + \arctan \frac{s_2 - s_1}{m\Gamma + \frac{(s_2 - m^2)(s_1 - m^2)}{m\Gamma}} \right] = \frac{1}{\pi} [\pi + 0] = 1 \end{aligned} \tag{6.11}$$

- $m^2 \leq s_1$ oder $m^2 \geq s_2$

$$\begin{aligned} &\frac{1}{\pi} \lim_{m\Gamma \to 0} \left[\arctan \frac{s_2 - m^2}{m\Gamma} - \arctan \frac{s_1 - m^2}{m\Gamma} \right] = \\ &= \frac{1}{\pi} \lim_{m\Gamma \to 0} \left[\arctan \frac{s_2 - s_1}{m\Gamma + \frac{(s_2 - m^2)(s_1 - m^2)}{m\Gamma}} \right] = \frac{1}{\pi} [0] = 0 \end{aligned} \tag{6.12}$$

Der Integrand ist also im Grenzfall $m\Gamma \to 0$ eine δ-Distribution:

$$\lim_{m\Gamma \to 0} \frac{m\Gamma/\pi}{(s_{\tilde{\chi}_1^+} - m^2)^2 + m^2\Gamma^2} = \delta(s_{\tilde{\chi}_1^+} - m^2) \tag{6.13}$$

Durch diese Näherung wird der Pseudopropagator „on-shell“ gesetzt. Als Endergebnis für den totalen Wirkungsquerschnitt erhält man somit:

$$\sigma(\gamma\gamma \to \tilde{\chi}_1^- \tilde{\chi}_1^0 e^+ \nu_e) = \sigma(\gamma\gamma \to \tilde{\chi}_1^+ \tilde{\chi}_1^-) \Gamma(\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 e^+ \nu_e) \frac{E}{m\Gamma} \tag{6.14}$$

6.2 Die Parametrisierung des Zerfallsprozesses

In dieser Arbeit wird u.a. der differentielle Gesamtwirkungsquerschnitt bezüglich des Winkels θ_2 zwischen dem Photon mit Impulsvektor k und dem, beim Zerfall des $\tilde{\chi}_1^+$ produzierten Positrons berechnet. Dementsprechend muß der Phasenraum parametrisiert werden [41]. Das Phasenraumelement für den Zerfall lautet:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{(2\pi)^5}\delta^4(p'-p_1-p_2-p_3)d\mathrm{lips}(p_1p_2p_3) = \\
&= \frac{1}{(2\pi)^5}\delta^4(p'-p_1-p_2-p_3)\frac{d^3p_1}{2E_1}\frac{d^3p_2}{2E_2}\frac{d^3p_3}{2E_3} = \\
&= \frac{1}{(2\pi)^5}\delta^4(E-E_1-E_2-E_3)\frac{1}{2E_1}\frac{d^3p_2}{2E_2}\frac{d^3p_3}{2E_3}
\end{aligned} \tag{6.15}$$

wobei über $\vec{p}_1$ integriert wurde. Da das Neutrino als masselos ($|\vec{p}_3| = E_3$) angenommen wird, gilt:

$$\frac{d^3p_3}{2E_3} = \frac{\vec{p}_3^{\,2}d|\vec{p}_3|d\Omega_3}{2E_3} = \frac{E_3dE_3d\Omega_3}{2} \tag{6.16}$$

Das Argument der δ-Funktion ist nach der Integration über $\vec{p}_1$ wegen

$$\begin{aligned}
E_1 &= \sqrt{m_{\mathrm{LSP}}^2 + \vec{p}_1^{\,2}} = \sqrt{m_{\mathrm{LSP}}^2 + (\vec{p}\,' - \vec{p}_2 - \vec{p}_3)^2} = \\
&= \sqrt{m_{\mathrm{LSP}}^2 + \vec{p}\,'^2 + E_2^2 + E_3^2 - 2|\vec{p}\,'|E_2\cos\theta_2' - 2|\vec{p}\,'|E_3\cos\theta_3' - 2E_2E_3\cos\alpha}
\end{aligned} \tag{6.17}$$

eine Funktion $F(E_3)$ von E_3. Deshalb muß für die Integration über E_3 die Beziehung

$$\delta(F(E_3)) = \frac{\delta(E_3 - E_{3,0})}{|F'(E_3)|_{E_{3,0}}} \tag{6.18}$$

benutzt werden [3]. Mit $E_{3,0}$ wird die Nullstelle der Funktion $F(E_3) = E - E_1 - E_2 - E_3$ bezeichnet. Sie ist gegeben durch:

$$E_{3,0} = \frac{m^2 - m_{\mathrm{LSP}}^2 - 2E_2(E - |\vec{p}\,'|\cos\theta_2')}{2[E - |\vec{p}\,'|\cos\theta_3' - E_3(1-\cos\alpha)]} \tag{6.19}$$

Mit

$$F'(E_3) = -1 - \frac{E_3 - |\vec{p}\,'|\cos\theta_3' + E_2\cos\alpha}{E_1} \tag{6.20}$$

ergibt sich das Phasenraumelement zu:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{(2\pi)^5}\delta^4(E-E_1-E_2-E_3)\frac{1}{2E_1}\frac{E_3dE_3d\Omega_3}{2}\frac{d^3p_2}{2E_2} = \\
&\frac{1}{(2\pi)^5}\frac{E_{3,0}d\Omega_3}{4(|\vec{p}\,'|\cos\theta_3' - E_1|_{E_{3,0}} - E_{3,0} - E_2\cos\alpha)}\frac{d^3p_2}{2E_2}
\end{aligned} \tag{6.21}$$

$E_1|_{E_{3,0}}$ zeigt an, daß man für E_3 in Gleichung (6.17) $E_{3,0}$ einzusetzen hat.

$\frac{d^3p_2}{2E_2}$ wird analog Gleichung (6.16) umgeformt und die Raumwinkel werden durch

$$d\Omega_{2,3} = \sin\theta_{2,3} d\theta_{2,3} d\phi_{2,3} \tag{6.22}$$

parametrisiert. E_2 erhält man aus der Impulserhaltung am Vertex

$$E_2 = \frac{m^2 - m_{\mathrm{LSP}}^2 - 2E_3(E - |\vec{p}\,'|\cos\theta_3')}{2[E - |\vec{p}\,'|\cos\theta_2' - E_3(1-\cos\alpha)]} \tag{6.23}$$

und der Integrationsbereich ergibt sich, unter der Annahme, daß die kinematischen Grenzen $|\vec{p}_2| = E_2 = 0$, bzw. $|\vec{p}_3| = E_3 = 0$ erreicht werden, zu:

$$E_{2,\mathrm{min}} = 0 \quad \text{und} \quad E_{2,\mathrm{max}} = \frac{m^2 - m_{\mathrm{LSP}}^2}{2[E - |\vec{p}\,'|\cos\theta_2']} \tag{6.24}$$

Das Phasenraumelement hat also folgende Gestalt:

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{(2\pi)^5}\delta^4(p' - p_1 - p_2 - p_3) d\mathrm{lips}(p_1p_2p_3) = \\
&= \frac{1}{(2\pi)^5}\frac{E_{3,0}\sin\theta_2 d\theta_2 d\phi_2 \sin\theta_3 d\theta_3 d\phi_3}{4(|\vec{p}\,'|\cos\theta_3' - E_1|_{E_{3,0}} - E_{3,0} - E_2\cos\alpha)}\frac{E_2 dE_2}{2}
\end{aligned} \tag{6.25}$$

Alle auftretenden Winkel müssen durch die Meßwinkel θ_2, θ_3, ϕ_2 und ϕ_3 ausgedrückt werden. Dazu benutzt man Winkelbeziehungen im sphärischen Dreieck [24].

$$\cos\theta_2' = \cos\theta\cos\theta_2 + \sin\theta\sin\theta_2\cos\phi_2 \tag{6.26}$$

$$\cos\theta_3' = \cos\theta\cos\theta_3 + \sin\theta\sin\theta_3\cos\phi_3 \tag{6.27}$$

$$\cos\alpha = \cos\theta_2\cos\theta_3 + \sin\theta_2\sin\theta_3\cos(\phi_2 - \phi_3) \tag{6.28}$$

$$= \cos\theta_2'\cos\theta_3' + \sin\theta_2'\sin\theta_3'\cos(\phi_2' - \phi_3') \tag{6.29}$$

$$\sin\phi_2' = \frac{\sin\theta_2\sin\phi_2}{\sin\theta_2'} \tag{6.30}$$

$$\sin\phi_3' = \frac{\sin\theta_3\sin\phi_3}{\sin\theta_3'} \tag{6.31}$$

$$\cos\phi_2' = \frac{\sin\theta_2\cos\theta\cos\phi_2 - \cos\theta_2\sin\theta}{\sin\theta_2'} \tag{6.32}$$

$$\cos\phi_3' = \frac{\sin\theta_3\cos\theta\cos\phi_3 - \cos\theta_3\sin\theta}{\sin\theta_3'} \tag{6.33}$$

Die Polarwinkel laufen jeweils von 0 bis π, die Azimutalwinkel von 0 bis 2π.

Kapitel 7

Szenarien und numerische Auswertung

7.1 Parameter des Standardmodells

Aus dem Standardmodell werden die Z-Bosonmasse m_Z, der Weinbergwinkel θ_W, die Masse und totale Zerfallsbreite des W-Bosons sowie die Feinstrukturkonstante α benötigt. Die aktuellen Werte wurden [44] entnommen:

$$m_Z = 91.2 \text{ GeV} \tag{7.1}$$

$$\sin^2\theta_W = 0.231 \tag{7.2}$$

$$m_W = m_Z \cos\theta_W \tag{7.3}$$

$$\Gamma_W = 2.06 \text{ GeV} \tag{7.4}$$

$$\alpha = \frac{1}{128} \tag{7.5}$$

Die Wahl $\alpha = \frac{1}{128}$ berücksichtigt die Energieabhängigkeit der Feinstrukturkonstante. Dieser Wert ist für die hier vorkommenden Energien besser geeignet als der Niederenergiewert $\frac{1}{137}$ [47].

7.2 Festlegung der Szenarien

Die Massen und Kopplungen der SUSY-Teilchen werden durch die Parameter M, M', μ, $\tan\beta$ und m_0 bestimmt. Im Rahmen einer GUT sind M und M' nicht unabhängig voneinander, sondern durch

$$M' = M\frac{5}{3}\tan^2\theta_W \tag{7.6}$$

verknüpft [6, 48]. Diese Beziehung wird bis auf Abschnitt 7.3.5 benutzt, um die Zahl der freien Parameter einzuschränken. Mit m_0 werden die Massen der Sfermionen nach Gleichung (1.25) berechnet. Bei der Auswahl der Szenarien wurde darauf geachtet, daß man sich in keinem experimentell ausgeschlossenen Bereich befindet und die gegenwärtigen Grenzen von 92 GeV für die Charginomasse und 35 GeV für die Neutralinomasse respektiert [45, 46]. Des weiteren wurden die Szenarien so gewählt, daß möglichst reine Gaugino- und Higgsino-Wechselwirkungszustände des Charginos und des Neutralinos vorliegen.

Die Tabellen 7.1 und 7.2 stellen zwei Szenarien vor, die im folgenden ausgewertet werden. Man findet die gewählten Parameter und die sich ergebenden Massen aller, für diese Arbeit relevanten, SUSY-Teilchen, sowie die Mischungen des zerfallenden Charginos und des LSP. In Szenario A haben das leichtere Chargino und das LSP Higgsinocharakter, während sie in Szenario B [37] Gauginocharakter aufweisen.

Szenario A		
$M = 370$ GeV $\quad \mu = 125$ GeV $\quad \tan\beta = 3 \quad m_0 = 200$ GeV		
	$\tilde{\chi}_1^+$	$\tilde{\chi}_1^0$
Massen in GeV	108	91.6
Mischungen	$(\tilde{W}^+ \| \tilde{H}^+)$ $(0.33 \| -0.94)$	$(\tilde{\gamma} \| \tilde{Z} \| \tilde{H}_a \| \tilde{H}_b)$ $(-0.21 \| 0.37 \| -0.78 \| -0.47)$
Charakter	Higgsino	Higgsino
	Massen der linkshändigen Sfermionen in GeV	
$m_{\tilde{\nu}}$	381	
$m_{\tilde{e}}$	387	
$m_{\tilde{u}}$	1231	
$m_{\tilde{d}}$	1233	

Tabelle 7.1: Parameter von Szenario A und die daraus resultierenden Massen und Mischungen.

Szenario B		
$M = 152$ GeV $\quad \mu = 316$ GeV $\quad \tan\beta = 3 \quad m_0 = 200$ GeV		
	$\tilde{\chi}_1^+$	$\tilde{\chi}_1^0$
Massen in GeV	128	69.5
Mischungen	$(\tilde{W}^+ \vert \tilde{H}^+)$ $(0.96 \vert -0.28)$	$(\tilde{\gamma} \vert \tilde{Z} \vert \tilde{H}_a \vert \tilde{H}_b)$ $(0.78 \vert -0.59 \vert 0.15 \vert 0.14)$
Charakter	Gaugino	Gaugino
	Massen der linkshändigen Sfermionen in GeV	
$m_{\tilde{\nu}}$	234	
$m_{\tilde{e}}$	245	
$m_{\tilde{u}}$	536	
$m_{\tilde{d}}$	541	

Tabelle 7.2: Parameter von Szenario B [37] und die daraus resultierenden Massen und Mischungen.

7.3 Numerische Ergebnisse

7.3.1 Die Zerfälle

Entsprechend den Chargino- und Neutralinomassen und den Massen der Sfermionen in den Tabellen 7.1 und 7.2 müssen in beiden Szenarien nur die Dreikörperzerfälle $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + f + \bar{f}'$ nach Punkt 1 in Abschnitt 1.4.2 betrachtet werden. Die restlichen Zerfälle sind kinematisch verboten. Tabelle 7.4 zeigt die Zerfallsbreiten und Verzweigungsraten in Teilchen der ersten Generation für das Szenario A, Tabelle 7.3 für das Szenario B. Da die Massen der Leptonen und Quarks (bis auf das Top-Quark) vernachlässigt werden sind die Zerfälle in andere Flavours gleich groß, bis auf den Zerfall ins top-Quark, der wiederum kinematisch verboten ist. Die totale Zerfallsbreite ergibt sich also aus der Summe von zweimal der Zerfallsbreite des Quarkzerfalls und dreimal der Zerfallsbreite des Leptonzerfalls.

Szenario A		
Zerfall	Zerfallsbreite	Verzweigungsrate BR
$\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$	0.151 keV	11.2%
$\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + u + \bar{d}$	0.450 keV	33.3%
totale Zerfallsbreite Γ für $\tilde{\chi}_1^+$: $\Gamma = 1.353$ keV		

Tabelle 7.3: Die im Szenario A möglichen Zerfälle des Charginos mit zugehörigen Zerfallsbreiten und Verzweigungsverhältnissen.

Szenario B		
Zerfall	Zerfallsbreite	Verzweigungsrate BR
$\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$	9.31 keV	11.7%
$\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + u + \bar{d}$	25.75 keV	32.4%
totale Zerfallsbreite Γ für $\tilde{\chi}_1^+$: $\Gamma = 79.43$ keV		

Tabelle 7.4: Die im Szenario B möglichen Zerfälle des Charginos mit zugehörigen Zerfallsbreiten und Verzweigungsverhältnissen.

7.3.2 Der Produktionswirkungsquerschnitt

7.3.2.1 Der totale Produktionswirkungsquerschnitt

Die Energieabhängigkeit der ungefalteten totalen Produktionswirkungsquerschnitte für den Prozeß $\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$ wurde nach Gleichung (5.6) berechnet. Für die gefalteten Wirkungsquerschnitte wurde noch Gleichung (5.16) benutzt. In der Produktion treten in den Kopplungen keine SUSY-Parameter auf, sondern nur die QED-Kopplung $e\gamma^\mu$. Deshalb ist die Produktion sowohl modell- als auch szenariounabhängig und die Masse der produzierten Teilchen ist der einzige Parameter. Die in diesem Abschnitt folgenden Ergebnisse sind also allgemein auf die Produktion von geladenen Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen durch Photon-Photon-Streuung übertragbar. Aus diesem Grund ist es von besonderem Interesse diesen Prozeß zu untersuchen. Weitere Vorteile sind die relativ hohen Wirkungsquerschnitte und die definierte Polarisation der produzierten Charginos (siehe Abschnitt 7.3.3).

Abb. 7.1 zeigt die gefalteten und ungefalteten Wirkungsquerschnitte für verschiedene Polarisationen als Funktion der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{ee}}$ bzw. $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$. Als

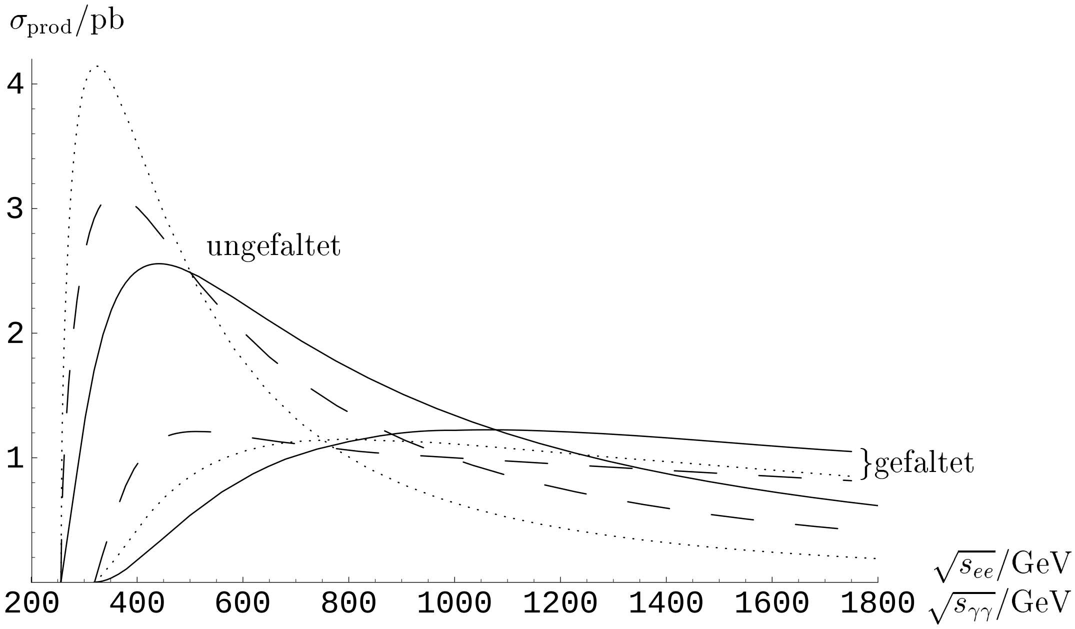


Abbildung 7.1: Totale Produktionswirkungsquerschnitte für $m = 128$ GeV in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie. Ungefaltet für verschiedene Photonpolarisationen α, β:

$$\left.\begin{array}{l}\alpha = 1,\ \beta = -1 \\ \alpha = -1,\ \beta = 1\end{array}\right\}(\text{——}) \qquad \left.\begin{array}{r}\alpha = \beta = 1 \\ \alpha = \beta = -1\end{array}\right\}(\cdots\cdots) \qquad \left.\begin{array}{r}\alpha = 0,\ \beta\ \text{beliebig} \\ \alpha\ \text{beliebig},\ \beta = 0\end{array}\right\}(\text{— —})$$

Gefaltet für verschiedene Laserphoton- und Elektronpolarisationen (vgl. Abschnitt 1.2.2, der zusätzliche Index 1 bezieht sich auf das Photon α, der Index 2 auf das Photon β):
$\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$: (——)
$\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = 1$, $\lambda_{L_2} = 0$: $(\cdots\cdots)$
$\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = -1$, $\lambda_{k_2} = 1$, $\lambda_{L_2} = -1$: (— —)

Charginomasse wurde $m = 128$ GeV gewählt, also der Wert, den Szenario B liefert. Für unpolarisierte Photonen sind die totalen Wirkungsquerschnitte schon in [20] berechnet worden. Die dort erhaltenen Ergebnisse befinden sich mit den hier vorgestellten in Übereinstimmung.

Da α und β nur als Produkt in Gleichung (5.6) auftreten, erhält man nur Polarisationseffekte wenn beide Photonen polarisiert sind. Außerdem ändert sich für $\alpha \to -\alpha$ *und* $\beta \to -\beta$ der Wirkungsquerschnitt nicht. Wenn beide Photonen gleich polarisiert sind, ist das Maximum der Kurve am größten und liegt am nähesten an der Schwelle. Das kleinste Maximum hat die Kurve für entgegengesetzte Polarisationen der Photonen. Bedingt durch den stärkeren Abfall der Kurve für gleiche Photonpolarisation erhält man ab ungefähr $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 500$ GeV für entgegengesetzte Polarisation größere Wirkungsquerschnitte.

Die Schwelle $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 2m = 256$ GeV für die ungefalteten Wirkungsquerschnitte ist deutlich zu erkennen. Ebenso die gemäß Gleichung $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = \sqrt{y_1 y_2}\sqrt{s_{ee}}$ ver-

Abbildung 7.2: Gefalteter Produktionswirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{ee}}$:
$\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = 1$, $\lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = 1$ (durchgezogene Linie)
$\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = 1$, $\lambda_{L_2} = 0$ (gepunktete Linie)

schobene Schwelle für die gefalteten, die nach den Ausführungen in Abschnitt 1.2.2 bei $\sqrt{s_{ee}} = \frac{2m}{\sqrt{y_{1,\max} y_{2,\max}}} = \frac{2m}{0.83} = 310$ GeV liegt.

Photonen verschiedener Polarisationsspektren können mittels verschiedenen Helizitätseinstellungen der Laserphotonen und konvertierten Elektronen erzeugt werden (vgl. Abb. 1.3), die, wegen der unterschiedlichen Photonenergiespektren (Abb. 1.2), jedoch auch die Größe des Wirkungsquerschnitts beeinflussen. Die Abb. 7.2 bis 7.4 zeigen den Produktionswirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{ee}}$ für je zwei unterschiedliche Polarisationskonfigurationen. Je nachdem in welchem Energiebereich man sich befindet kann es sich als sinnvoll erweisen unterschiedliche Einstellungen der Laserphotonen- und Elektronenhelizität zu verwenden. Für $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = -1$, $\lambda_{k_2} = 1$ und $\lambda_{L_2} = -1$ erhält man z.B. bei $\sqrt{s_{ee}} = 400$ GeV einen Wirkungsquerschnitt der um einen Faktor 3.4 größer ist, als der für $\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = \lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = 0$. Bei $\sqrt{s_{ee}} = 1000$ GeV ist er allerdings um einen Faktor 1.2 kleiner (Abb. 7.4). Die günstigste Polarisationseinstellung hängt jedoch nicht nur von der Größe des totalen Wirkunsquerschnitts ab, sondern wird auch noch von anderen Observablen, wie z.B. Winkelverteilungen oder Polarisationsasymmetrien beeinflußt.

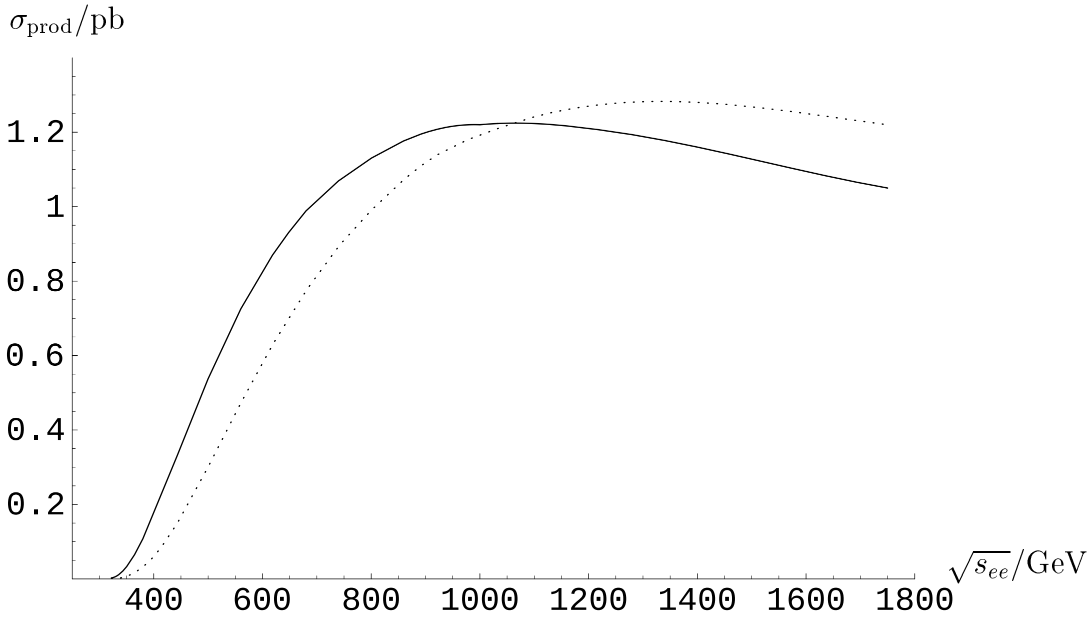


Abbildung 7.3: Gefalteter Produktionswirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{ee}}$:
$\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = 1$, $\lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = -1$ (gepunktete Linie)
$\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$ (durchgezogene Linie)

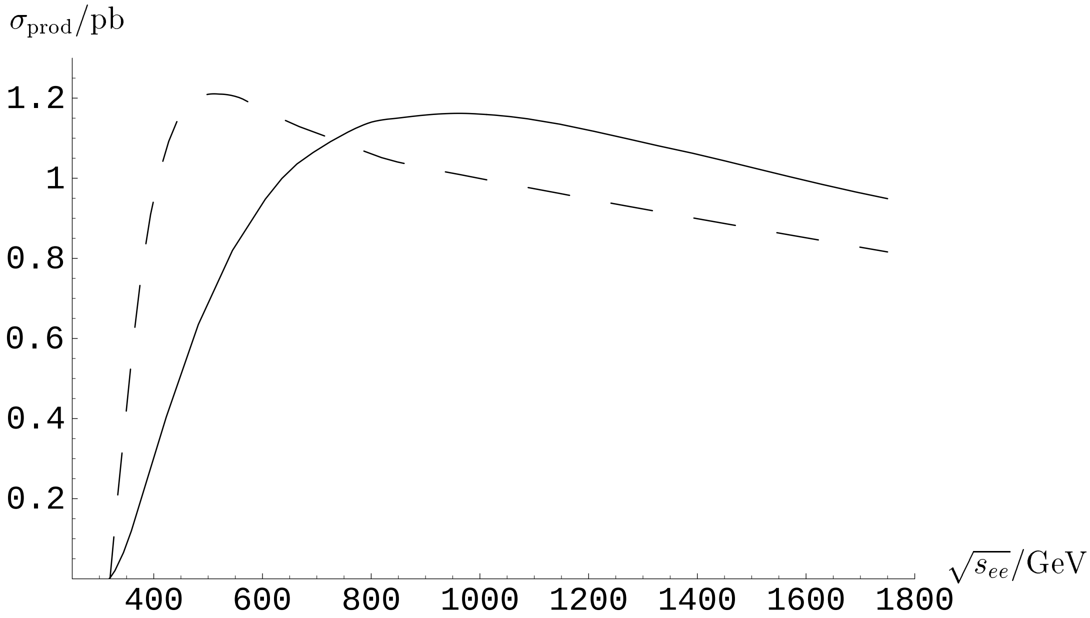


Abbildung 7.4: Gefalteter Produktionswirkungsquerschnitt in Abhängigkeit der Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{ee}}$:
$\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = \lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = 0$ (durchgezogene Linie)
$\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = -1$, $\lambda_{k_2} = 1$, $\lambda_{L_2} = -1$ (gestrichelte Linie)

7.3.2.2 Der differentielle Produktionswirkungsquerschnitt

Da die elektromagnetische Wechselwirkung paritätserhaltend ist, sind die differentiellen Produktionswirkungsquerschnitte symmetrisch bezüglich Streuung in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung. Ein quantitatives Maß für die unterschiedliche Streuung in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung ist die *forward-backward-asymmetry*. Sie ist definiert als:

$$A_{\mathrm{FB}} = \frac{\sigma(\cos\theta > 0) - \sigma(\cos\theta < 0)}{\sigma(\cos\theta > 0) + \sigma(\cos\theta < 0)} \tag{7.7}$$

Abb. 7.5 zeigt für drei Schwerpunktsenergien und $m = 128$ GeV die ungefalteten differentiellen Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma_{\mathrm{prod}}}{d\cos\theta}$ für $\alpha = 1$ und $\beta = -1$ und die gefalteten differentiellen Wirkungsquerschnitte $\frac{d\sigma_{\mathrm{prod}}}{d\cos\theta^L}$ für $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$. Die Wahl der Einstellungen für die Helizitäten der konvertierten Elektronen und Laserphotonen erfolgte so, daß die mittlere Helizität des Photons α (Index 1) rechtszirkular ist, die des Photons β (Index 2) linkszirkular ist (Abb. 1.3). Zuerst bemerkt man, daß der ungefaltete Wirkungsquerschnitt für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV im Bereich $\cos\theta = -0.6$ bis $\cos\theta = +0.6$ fast konstant bleibt. Für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV sieht man jedoch zwei Maxima in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung, die sich mit wachsender Energie weiter nach $\theta = 0$ bzw. $\theta = \pi$ verschieben. Der gefaltete Wirkungsquerschnitt für $\sqrt{s_{ee}} = 350$ GeV verläuft fast zwei Größenordnungen unter dem ohne Faltung. Dies liegt darin begründet, daß man sich nahe an der Schwelle befindet und der totale Produktionswirkungsquerschnitt nur sehr langsam ansteigt (Abb. 7.1). Der gefaltete totale Wirkungsquerschnitt ist also sehr klein (ca. 0.033 pb) im Vergleich zum ungefalteten (ca. 2.2 pb). Für $\sqrt{s_{ee}} = 850$ GeV erhält man jedoch Werte gleicher Größenordnung (1.2 pb gefaltet und 1.6 pb ungefaltet) und auch die Maxima in den Winkelverteilungen sind stark ausgeprägt und deutlich zu erkennen. An den Stellen $\theta = 0$ und $\theta = \pi$ verschwindet der Wirkungsquerschnitt. Dies liegt daran, daß sich für $\alpha = 1$ und $\beta = -1$ die Helizitäten der Photonen zu 2 addieren und die Gesamthelizität in diese Richtungen nicht von zwei Spin-$\frac{1}{2}$-Teilchen getragen werden kann. In Abb. 7.6 sieht man die analogen Kurven für $\alpha = 1$ und $\beta = 1$ (ungefaltet), sowie $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = 1$, $\lambda_{L_2} = 0$ (gefaltet). Hier bilden sich peaks in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung aus, welche mit steigender Energie größer werden. Wie im vorigen Fall, werden auch hier die Kurven durch die Faltung verschmiert und die peaks unterdrückt, so daß für $\sqrt{s_{ee}} = 350$ GeV überhaupt keine Maxima zu erkennen sind. Außerdem fällt auf, daß in beiden Bildern die gefalteten Wirkungsquerschnitte mit wachsender Energie zuerst für große Winkel θ, bzw. θ^L größer als die ungefalteten sind.

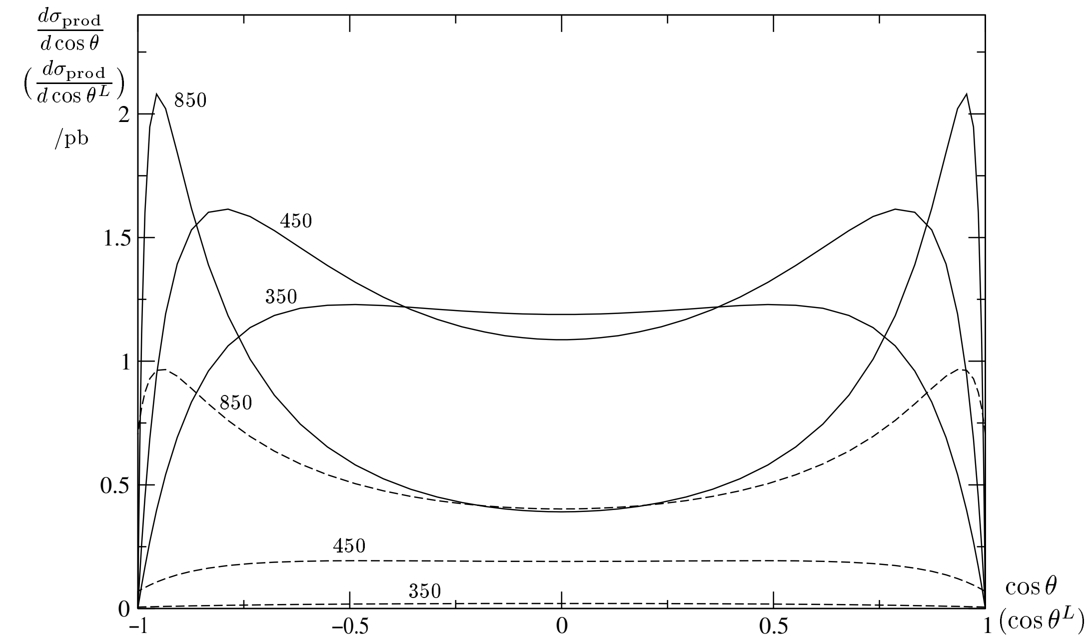


Abbildung 7.5: Differentielle ungefaltete (gefaltete) Produktionswirkungsquerschnitte für $m = 128$ GeV, $\alpha = 1$, $\beta = -1$ ($\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$) und für verschiedene Schwerpunktsenergien $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ ($\sqrt{s_{ee}}$) in GeV. Ungefaltete Winkelverteilung $\frac{d\sigma_{\mathrm{prod}}}{d\cos\theta}$ durchgezogen, gefaltete Winkelverteilung $\frac{d\sigma_{\mathrm{prod}}}{d\cos\theta^L}$ gestrichelt.

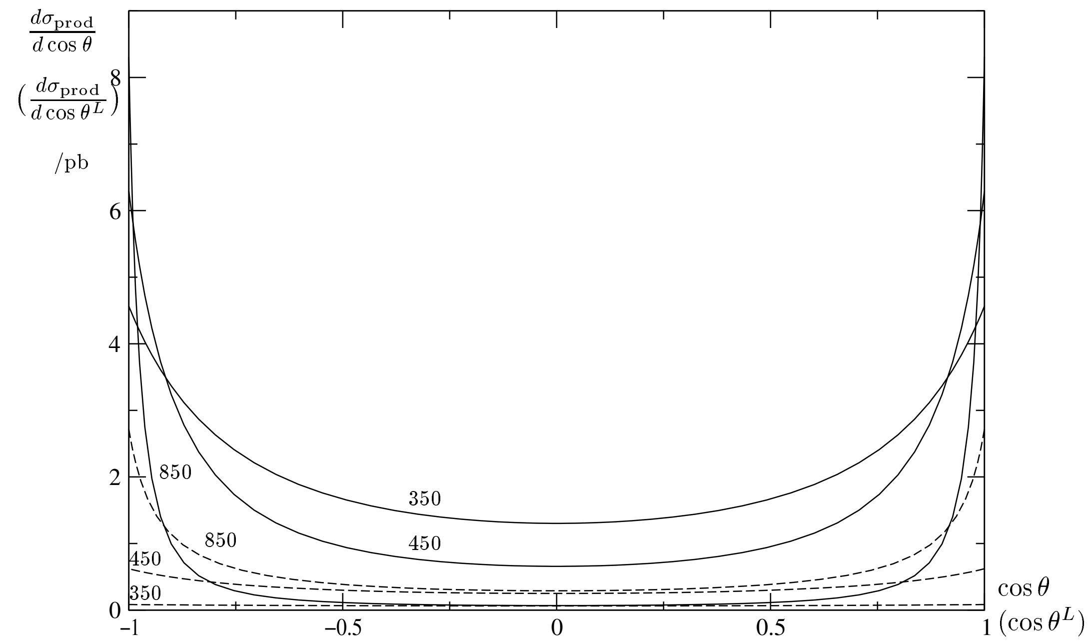


Abbildung 7.6: Differentielle ungefaltete (gefaltete) Produktionswirkungsquerschnitte für $m = 128$ GeV, $\alpha = 1$, $\beta = 1$ ($\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = 1$, $\lambda_{L_2} = 0$) und für verschiedene Schwerpunktsenergien $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ ($\sqrt{s_{ee}}$) in GeV. Ungefaltete Winkelverteilung $\frac{d\sigma_{\mathrm{prod}}}{d\cos\theta}$ durchgezogen, gefaltete Winkelverteilung $\frac{d\sigma_{\mathrm{prod}}}{d\cos\theta^L}$ gestrichelt.

7.3.3 Die Polarisation des Charginos

Nach Gleichung [31]

$$\varrho_{\alpha\beta} = \frac{1}{2}\left(\mathbb{1} + \vec{P}\vec{\sigma}\right) = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 + P_3^{\alpha\beta} & P_1^{\alpha\beta} - iP_2^{\alpha\beta} \\ P_1^{\alpha\beta} + iP_2^{\alpha\beta} & 1 - P_3^{\alpha\beta} \end{pmatrix} \tag{7.8}$$

folgt für die Polarisation des Charginos [31, 49]:

- $P_1^{\alpha\beta} = \frac{2\mathrm{Re}\varrho_{\alpha\beta}^{+-}}{\varrho_{\alpha\beta}^{++}+\varrho_{\alpha\beta}^{--}} = \frac{\Sigma'^1_{\alpha\beta}}{P_{\alpha\beta}}$ transversale Polarisation in der Streuebene
- $P_2^{\alpha\beta} = \frac{-2\mathrm{Im}\varrho_{\alpha\beta}^{+-}}{\varrho_{\alpha\beta}^{++}+\varrho_{\alpha\beta}^{--}} = \frac{\Sigma'^2_{\alpha\beta}}{P_{\alpha\beta}}$ transversale Polarisation senkrecht zur Streuebene
- $P_3^{\alpha\beta} = \frac{\varrho_{\alpha\beta}^{++}-\varrho_{\alpha\beta}^{--}}{\varrho_{\alpha\beta}^{++}+\varrho_{\alpha\beta}^{--}} = \frac{\Sigma'^3_{\alpha\beta}}{P_{\alpha\beta}}$ longitudinale Polarisation

Mit den Gleichungen (4.7) und (4.11) bis (4.13) für $P_{\alpha\beta}$ und $\Sigma'^1_{\alpha\beta}$ bis $\Sigma'^3_{\alpha\beta}$ erhält man für $\alpha = \beta = 1$:

$$P_1 = P_2 = 0, \quad P_3 = \frac{2Ep_3}{E^2 + p_3^2} \tag{7.9}$$

Das Chargino ist also rein longitudinal polarisiert und die Polarisation ist vom Winkel unabhängig. Für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ folgt:

$$P_1 = \frac{2Em\sin\theta}{2E^2 - p_3^2\sin^2\theta}, \quad P_2 = 0, \quad P_3 = -\frac{2E^2\cos\theta}{2E^2 - p_3^2\sin^2\theta} \tag{7.10}$$

Hier verschwindet nur die Transversalpolarisation senkrecht zur Reaktionsebene aufgrund der CP-Invarianz des Prozesses. Wenn $\alpha \to -\alpha$ *und* $\beta \to -\beta$ dann ändert sich das Vorzeichen der Polarisation.

Die Polarisationen sind in den Abb. 7.7 und 7.8 für zwei verschiedene Energien dargestellt. Im Fall $\alpha = 1$, $\beta = -1$ ist die transversale Polarisation P_1 achsensymmetrisch zur $\cos\theta = 0$-Achse, die longitudinale Polarisation P_3 jedoch antisymmetrisch. In Abschnitt 7.3.4.1.1 wird erklärt, warum dies entscheidend für die Asymmetrie in den Winkelverteilungen des Gesamtprozesses ist. Im folgenden wird noch kurz die Energieabhängigkeit der Polarisation diskutiert:

- gleiche Photonpolarisation $\alpha = \beta = \pm 1$: Für Energien $E \gg m$, geht $P_3 \to \pm 1$. An der Schwelle $E \to m$ besitzt das entstehende Chargino keinen Impuls und kann demzufolge keine Polarisation in Impulsrichtung tragen. Dementsprechend ergibt sich $P_3 \to 0$.
- entgegengesetzte Photonpolarisation $\alpha = -\beta = \pm 1$: Hier erhält man für Energien $E \gg m$, $P_1 \to 0$ und $P_3 \to \mp\frac{2\cos\theta}{1+\cos^2\theta}$. An der Schwelle $E \to m$ ergibt sich $P_1 \to \pm\sin\theta$ und $P_3 \to \mp\cos\theta$.

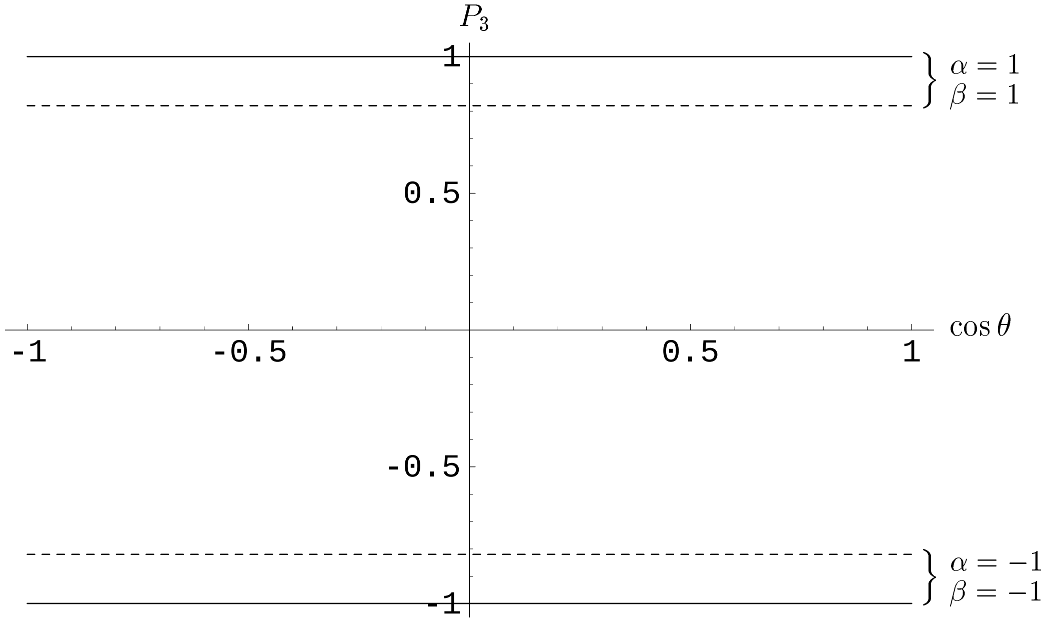


Abbildung 7.7: Winkelabhängigkeit der longitudinalen Polarisation P_3 des zerfallenden Charginos $\tilde{\chi}_1^+$ für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 300$ GeV (gestrichelte Linie) und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 1000$ GeV (durchgezogene Linie), sowie von zwei verschiedenen Photonenpolarisationen $\alpha = \beta = 1$ und $\alpha = \beta = -1$.

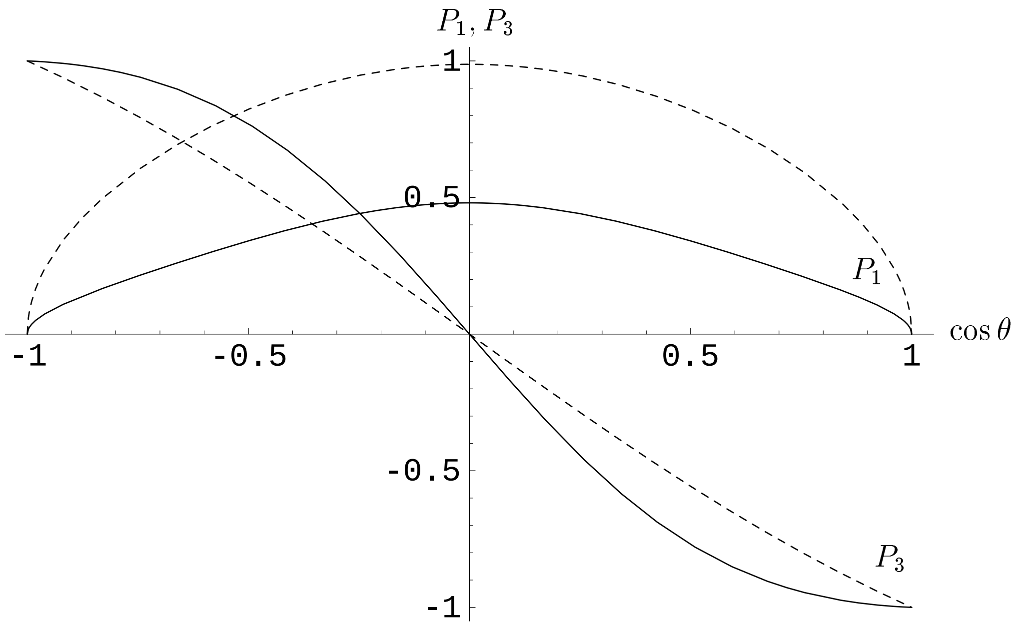


Abbildung 7.8: Winkelabhängigkeit der longitudinalen Polarisation P_3 und transversalen Polarisation P_1 des zerfallenden Charginos $\tilde{\chi}_1^+$ für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 300$ GeV (gestrichelte Linie), $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 1000$ GeV (durchgezogene Linie) und der Photonpolarisation $\alpha = 1$, $\beta = -1$.

7.3.4 Der Gesamtwirkungsquerschnitt für Produktion und Zerfall

7.3.4.1 Die ungefalteten Gesamtwirkungsquerschnitte

In den Tabellen 7.5 und 7.6 sind die totalen Wirkungsquerschnitte und Forward-Backward-Asymmetrien der im folgenden gezeigten Winkelverteilungen angegeben. Die Wirkungsquerschnitte liegen alle zwischen 0.1 pb und 0.5 pb. Mit einer angenommenen Luminosität von $3.2 \cdot 10^4 \frac{1}{\text{pb Jahr}}$ ergeben sich Ereignisraten von $3.2 \cdot 10^3$ bis $1.6 \cdot 10^4$ Ereignisse pro Jahr. Hohe Ereignisraten sind wichtig, um den statistischen Fehler klein zu halten. Die hier erhaltenen Ereignisraten sind so hoch, daß nicht nur totale Wirkungsquerschnitte gemessen werden können, sondern möglicherweise auch Asymmetrien und Winkelverteilungen bestimmt werden können.

7.3.4.1.1 Die Winkelverteilung der Zerfallsleptonen und die Asymmetrie In den Abb. 7.9 bis 7.11 werden die Winkelverteilungen beider Szenarien für drei verschiedene Schwerpunktsenergien und $\alpha = \beta = 1$ verglichen. Man erkennt, daß alle Kurven bei $\theta_2 = 0, \pi$ ausgeprägte Maxima aufweisen. Bei $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV ist der Wirkungsquerschnitt für Szenario A größer als für Szenario B. Da die Verzweigungsverhältnisse vergleichbar sind, liegt dies am größeren Produktionswirkungsquerschnitt in diesem Energiebereich, der durch die kleinere Charginomasse in Szenario A hervorgerufen wird. Auffällig ist vor allem die unterschiedliche Höhe der Maxima. Für höhere Energien wird dieser Unterschied kleiner und beide Winkelverteilungen der Zerfallsleptonen nehmen immer stärker die Form der Winkelverteilung für die Produktion an. Dies liegt darin begründet, daß die Spinkorrelationen für Energien weit oberhalb der Schwelle keine entscheidende Rolle mehr spielen [40] und der Produktionswirkungsquerschnitt szenariounabhängig ist. Bei der Betrachtung der differentiellen Wirkungsquerschnitte ist die Forward-Backward-Asymmetrie eine wichtige Größe, da sie unabhängig von der (oftmals nur ungenau bekannten) totalen Zerfallsbreite ist, die auch noch von den hadronischen Zerfällen abhängt. Nach Abschnitt 7.3.3 ist für $\alpha = \beta = 1$ die Polarisation des zerfallenden Charginos konstant und damit achsensymmetrisch zur $\cos\theta = 0$-Achse. Wenn man Gleichung (5.15) betrachtet und berücksichtigt, daß die Terme der Zerfallsdichtematrix unabhängig vom Streuwinkel sind und der ebenfalls symmetrische Produktionswirkungsquerschnitt durch $P_{\alpha\beta}$ bestimmt wird, so folgt daraus, daß $|T_{\alpha\beta}|^2$, und damit der Gesamtwirkungsquerschnitt auch symmetrisch ist, also $A_{\text{FB}} = 0$ für $\alpha = \beta = 1$.

Qualitativ gleich ist die Situation für $\alpha = \beta = 0$ (vgl. Abb. 7.12 und 7.13). Auch hier sind bei Energien in der Nähe der Schwelle die Maxima im Szenario B unterdrückt. Außerdem sind die Kurven wieder symmetrisch, weil in diesem Fall das Chargino überhaupt nicht polarisiert ist.

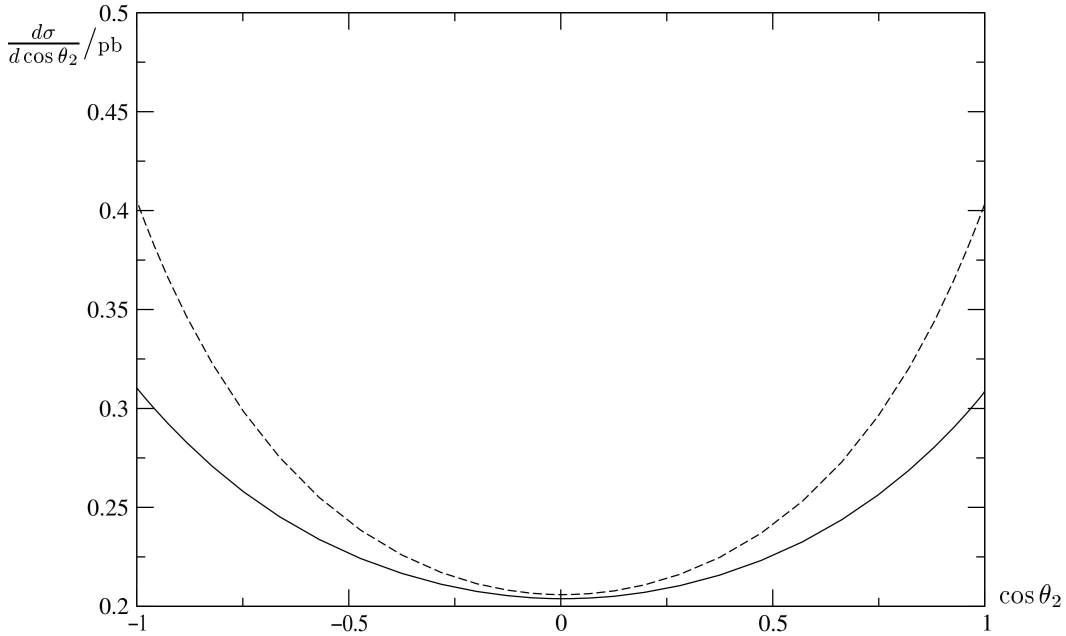


Abbildung 7.9: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = \beta = 1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

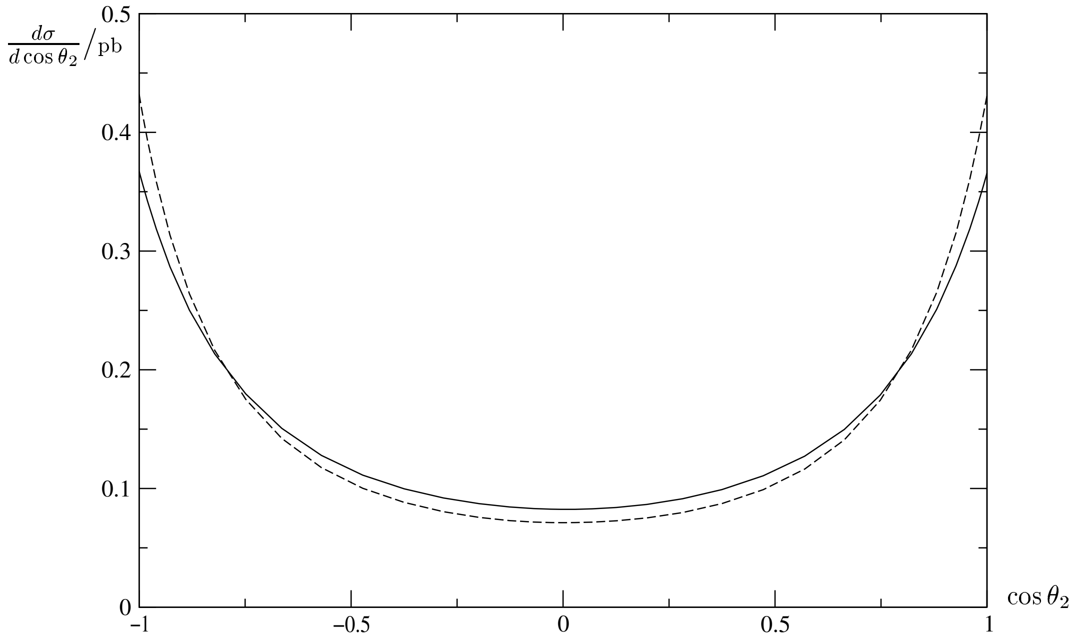


Abbildung 7.10: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = \beta = 1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 500$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

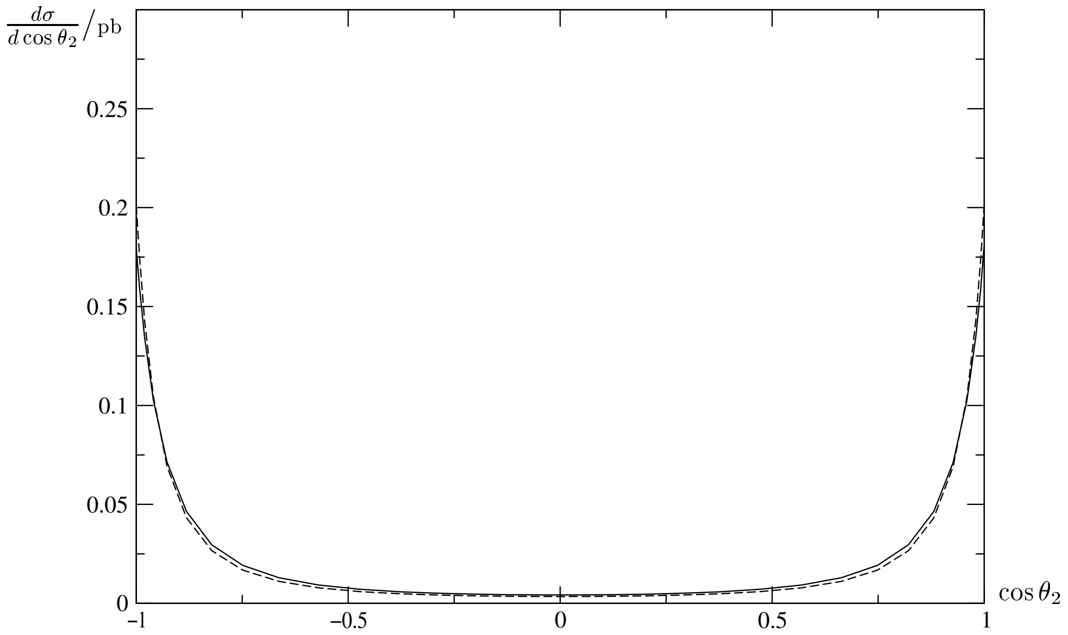


Abbildung 7.11: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = \beta = 1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 900$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

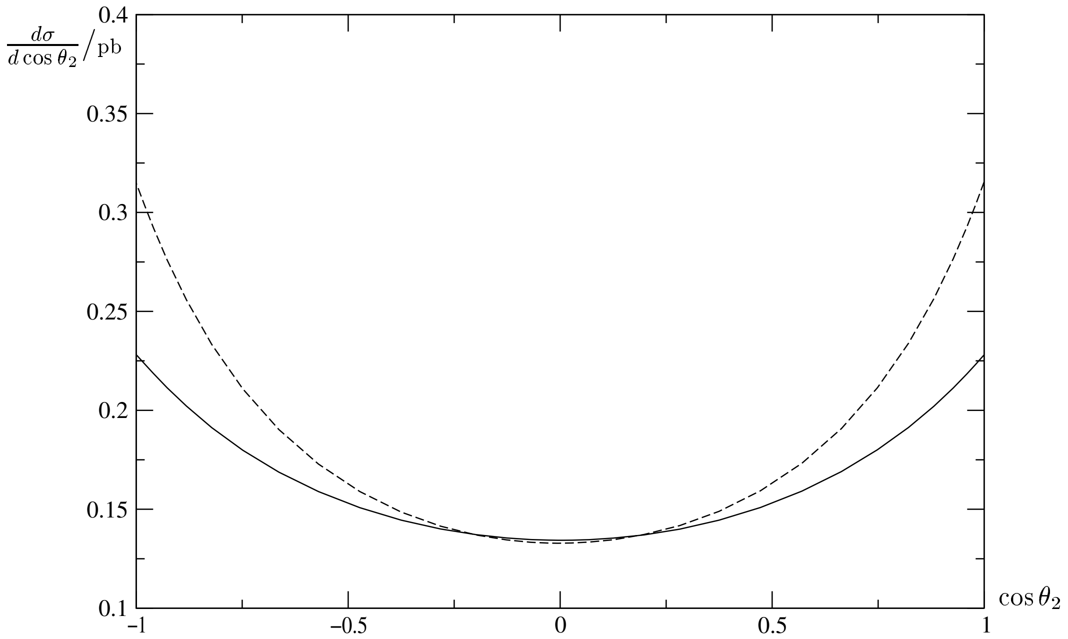


Abbildung 7.12: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = \beta = 0$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

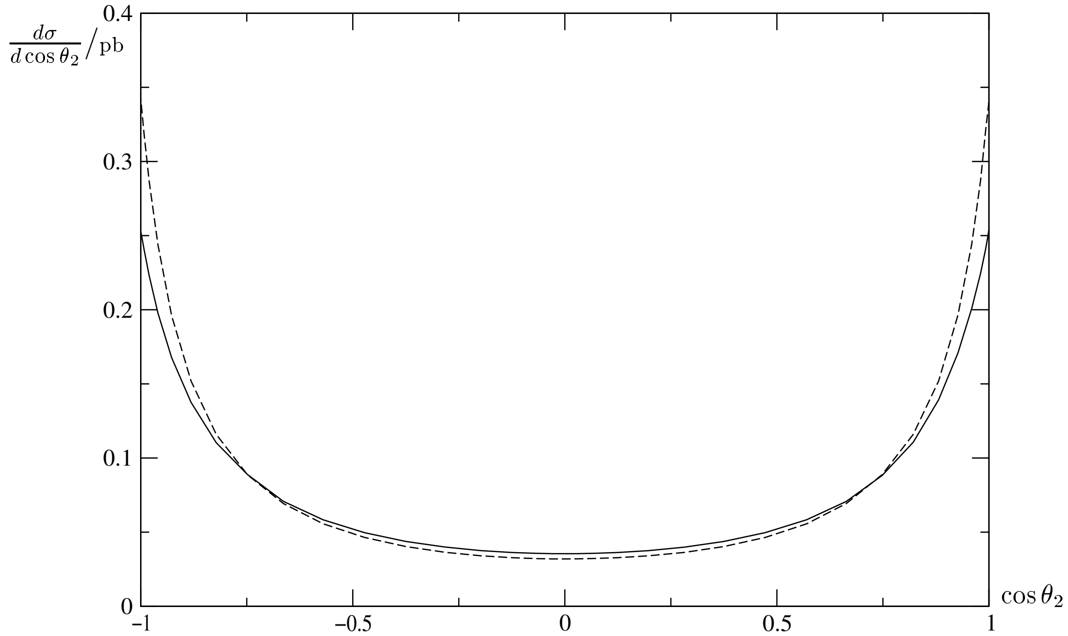


Abbildung 7.13: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-, \quad \tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = \beta = 0$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 850$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

Ganz anders ist die Form der Winkelverteilungen für $\alpha = 1$ und $\beta = -1$. Nahe der Schwelle ist für Szenario B die Rückwärtsrichtung stark bevorzugt, während die Kurve für $\theta_2 = 0$ ein Minimum hat (Abb. 7.14). Daraus resultieren hohe Asymmetrien, $A_{\mathrm{FB}} = -16\%$ für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV, die jedoch mit steigender Energie immer kleiner werden, da nun auch ein peak in Vorwärtsrichtung hervortritt (Abb. 7.15 und 7.16). Für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 900$ GeV hat man nur noch $A_{\mathrm{FB}} = -3.7\%$. Im Gegensatz dazu ist im Szenario A bei $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV der differentielle Wirkungsquerschnitt im Bereich $\cos\theta_2 = -0.75$ bis $\cos\theta_2 = +0.75$ fast konstant und es bilden sich erst für höhere Energien zwei peaks in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung, wobei der im Bereich $\theta_2 = 0$, etwas größer ist und so zu kleinen positiven Forward-Backward-Asymmetrien führt. Wenn die Schwerpunktsenergie erhöht wird, erscheinen die peaks sehr deutlich, allerdings sinkt auch hier die Asymmetrie von 0.85% für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV auf 0.17% für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 900$ GeV. Für beide Szenarien wandern die Maxima mit steigender Energie weiter nach außen.

Die Forward-Backward-Asymmetrie ist letztlich auf die Spinkorrelation zurückzuführen. Ohne diese wäre $A_{\mathrm{FB}} = 0$, da der Produktionswirkungsquerschnitt symmetrisch ist. Die Spinkorrelationen werden jedoch mit steigender Energie weniger wichtig [40], so daß die Asymmetrie kleiner wird. Dieses Verhalten wurde auch schon in [14] gezeigt. Auffallend ist jedoch, daß Szenario A selbst für Energien in der Nähe der Schwelle nur sehr kleine Forward-Backward-Asymmetrien aufweist.

Da sich für $\alpha = -1$, $\beta = 1$ nur die Vorzeichen der Polarisation des Charginos umkehren (Abschnitt 7.3.3), geht die Winkelverteilung aus der Spiegelung der Kurve für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ an der $\cos\theta_2 = 0$-Achse hervor (Abb. 7.17), und die Forward-Backward-Asymmetrie bleibt vom Betrag gleich und ändert nur ihr Vorzeichen. Man kann sich dies auch anschaulich klar machen: Da die beiden Eingangsteilchen bis auf die Polarisation identisch sind, ändert sich der Wirkungsquerschnitt nicht, wenn man die Polarisation vertauscht und sich gleichzeitig den kompletten Kollider um 180° gedreht denkt. Ein solches Drehen bedeutet aber Vorwärts und Rückwärts zu vertauschen, also den Wirkungsquerschnitt an der $\cos\theta_2$-Achse zu spiegeln. Diese Überlegung gilt natürlich für beliebige Polarisationskonfigurationen, die sich aus der Vertauschung von α und β, $(\alpha, \beta) \to (\beta, \alpha)$, ergeben.

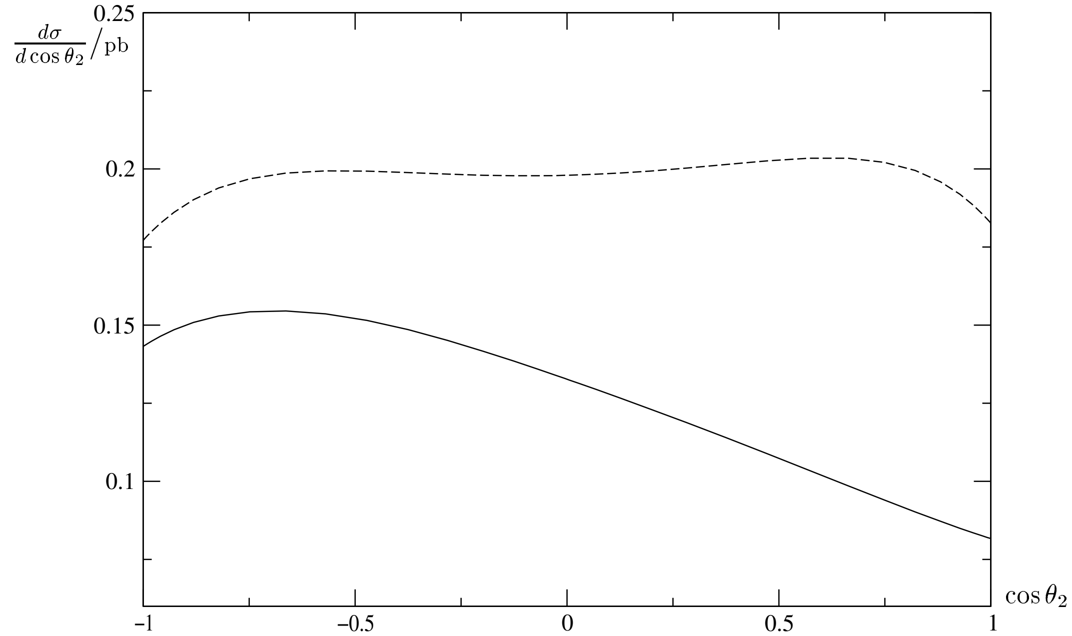


Abbildung 7.14: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-, \quad \tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = 1,\ \beta = -1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

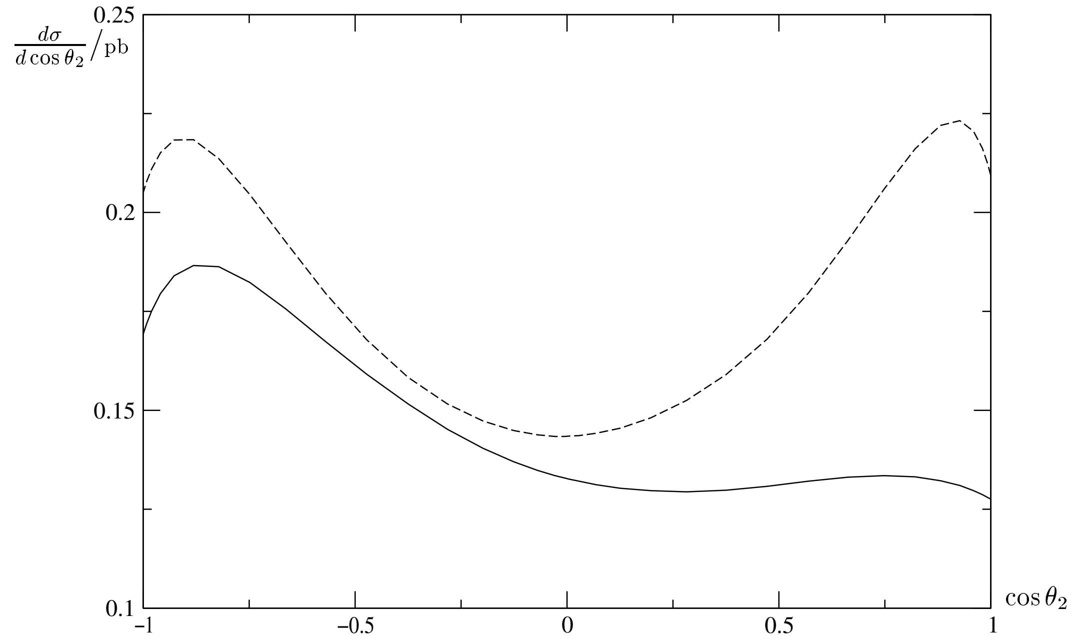


Abbildung 7.15: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-, \quad \tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = 1,\ \beta = -1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 500$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

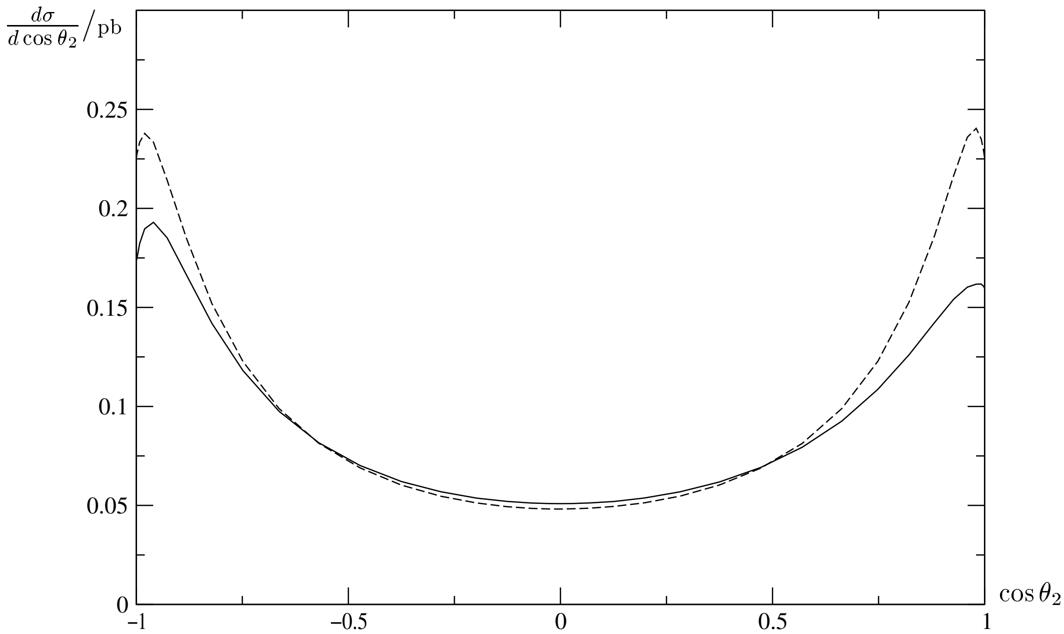


Abbildung 7.16: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 900$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

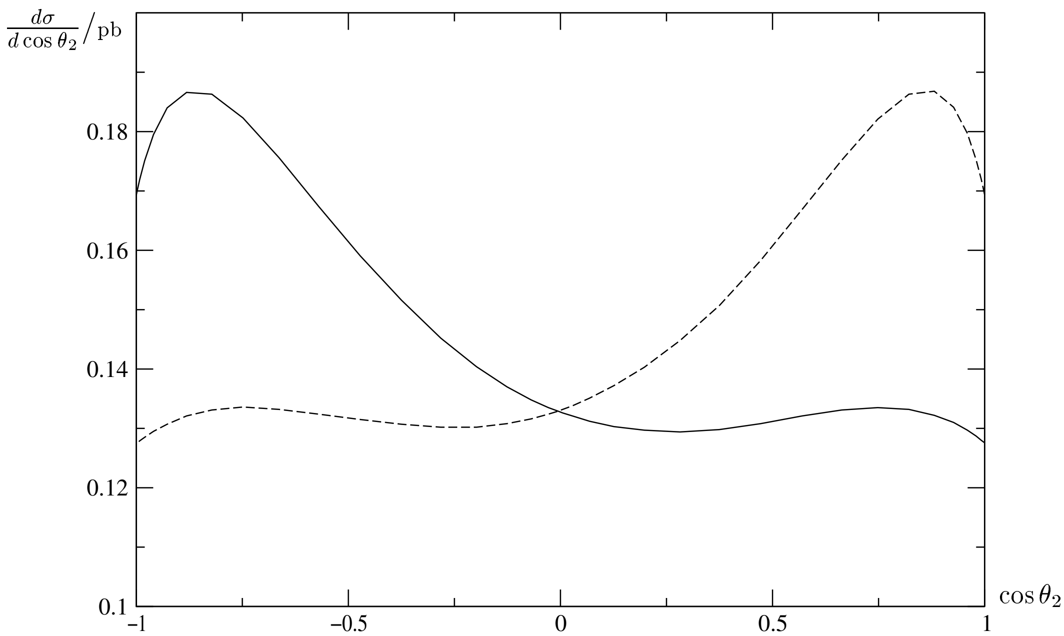


Abbildung 7.17: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 500$ GeV und Szenario B. Die gestrichelte Kurve gehört zu $\alpha = -1$, $\beta = 1$, die durchgezogene zu $\alpha = 1$, $\beta = -1$.

Szenario A				
		σ/pb	A_{FB}/%	Abbildung
$\alpha = 1$, $\beta = 1$	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV	0.52	0	7.9
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 500$ GeV	0.28	0	7.10
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 900$ GeV	0.087	0	7.11
$\alpha = 0$, $\beta = 0$	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV	0.36	0	7.12
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 850$ GeV	0.15	0	7.13
$\alpha = 1$, $\beta = -1$	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV	0.40	0.85	7.14
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 500$ GeV	0.35	0.36	7.15
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 900$ GeV	0.19	0.17	7.16

Tabelle 7.5: Totale Wirkungsquerschnitte σ und Forward-Backward-Asymmetrien A_{FB} im Szenario A für verschiedene Photonenpolarisationen und Schwerpunktsenergien $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$.

Szenario B				
		σ/pb	A_{FB}/%	Abbildung
$\alpha = 1$, $\beta = 1$	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV	0.47	0	7.9
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 500$ GeV	0.29	0	7.10
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 900$ GeV	0.093	0	7.11
$\alpha = 0$, $\beta = 0$	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV	0.32	0	7.12
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 850$ GeV	0.15	0	7.13
$\alpha = 1$, $\beta = -1$	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 350$ GeV	0.26	−16	7.14
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 500$ GeV	0.29	−10	7.15
	$\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 900$ GeV	0.18	−3.7	7.16

Tabelle 7.6: Totale Wirkungsquerschnitte σ und Forward-Backward-Asymmetrien A_{FB} im Szenario B für verschiedene Photonenpolarisationen und Schwerpunktsenergien $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$.

7.3.4.1.2 Die Energieverteilung Für die Energieverteilung $\frac{d\sigma}{dE_2}$ des Positrons muß der Phasenraum etwas anders parametrisiert werden, als in Abschnitt 6.2 gezeigt. Wichtig ist, daß bei der Integration über θ_2' (der Polarwinkel zwischen dem Impuls $\vec{p}\,'$ des zerfallenden Charginos und dem Positronimpuls $\vec{p}_2$, Abschnitt 2.2) für $E_2 \geq \frac{m^2-m_{\rm LSP}^2}{2(E+|\vec{p}\,'|)}$ nicht mehr der volle Winkelbereich durchlaufen wird (Gleichung (6.24)). Der kinematische Bereich ergibt sich daher zu [40]:

$$\theta_2' \in \begin{cases} [0,\pi] & \text{falls } 0 < E_2 < \frac{m^2-m_{\rm LSP}^2}{2(E+|\vec{p}\,'|)} \\ \left[0, \arccos\left(\frac{E}{|\vec{p}\,'|} - \frac{m^2-m_{\rm LSP}^2}{2E_2|\vec{p}\,'|}\right)\right] & \text{falls } \frac{m^2-m_{\rm LSP}^2}{2(E+|\vec{p}\,'|)} \leq E_2 \leq \frac{m^2-m_{\rm LSP}^2}{2(E-|\vec{p}\,'|)} \end{cases} \tag{7.11}$$

Die Abb. 7.18 bis 7.21 zeigen die Energieverteilungen in beiden Szenarien für die Polarisation $\alpha = \beta = 1$, $\alpha = -\beta = 1$ und zwei Schwerpunktsenergien $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 850$ GeV. Die unterschiedliche Lage der Endpunkte der Kurven ist durch die Massendifferenz $m^2 - m_{\rm LSP}^2$ und Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ bestimmt und läßt sich mit Gleichung (6.24) berechnen. Man erhält folgende Werte, die auch in den entsprechenden Abbildungen ablesbar sind:

- $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV: Szenario A: $E_{2,\rm max} = 58$ GeV
Szenario B: $E_{2,\rm max} = 144$ GeV
- $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 850$ GeV: Szenario A: $E_{2,\rm max} = 115$ GeV
Szenario B: $E_{2,\rm max} = 290$ GeV

Da die Endpunkte nur durch die Kinematik festgelegt sind, sind die Werte für beide Polarisationen gleich. Die Form der Energieverteilungen ist von der Schwerpunktsenergie und der Polarisation nur schwach abhängig, sie werden für hohe Energien lediglich breiter, aufgrund des verschobenen Endpunktes.

Bei $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV ist der totale Produktionswirkungsquerschnitt im Szenario B für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ mit $\sigma = 2.6$ pb vergleichbar mit $\sigma = 3.0$ pb für $\alpha = \beta = 1$. Dies hat zur Folge, daß die Maxima der Energieverteilungen in den Abb. 7.18 und 7.20 ebenfalls gleich groß sind. Im Gegensatz dazu ist der Wirkungsquerschnitt bei $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 850$ GeV für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ mit $\sigma = 1.6$ pb fast doppelt so groß als $\sigma = 0.89$ pb für $\alpha = \beta = 1$. Deshalb sind die Maxima der Energieverteilung in Abb. 7.21 auch ungefähr doppelt so groß als in Abb. 7.19. Entsprechendes gilt qualitativ auch für Szenario A.

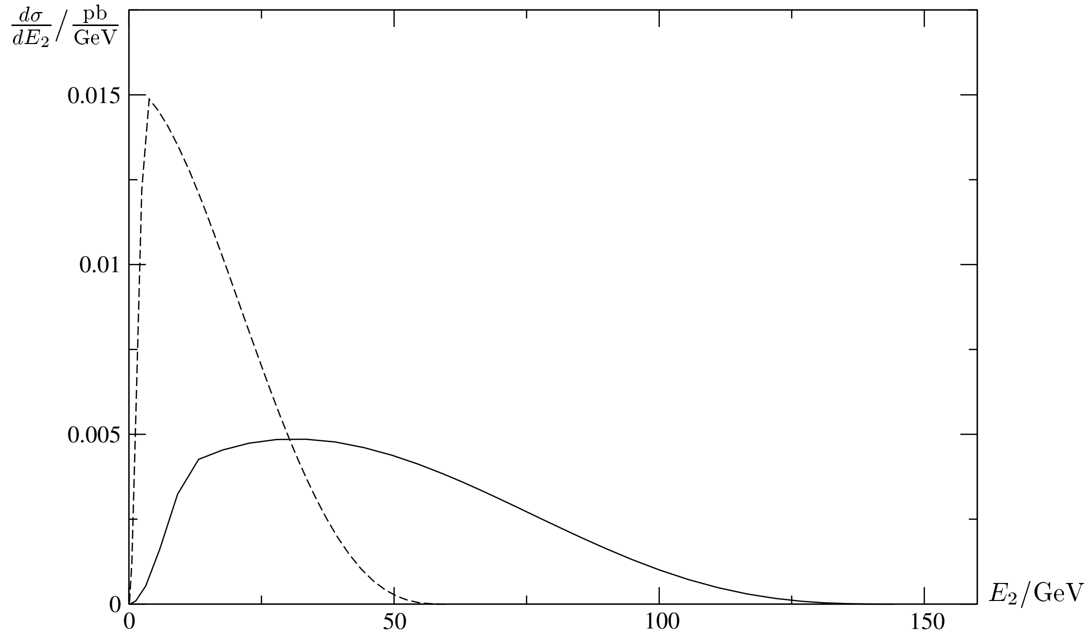


Abbildung 7.18: Energieverteilungen $\frac{d\sigma}{dE_2}$ der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = \beta = 1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

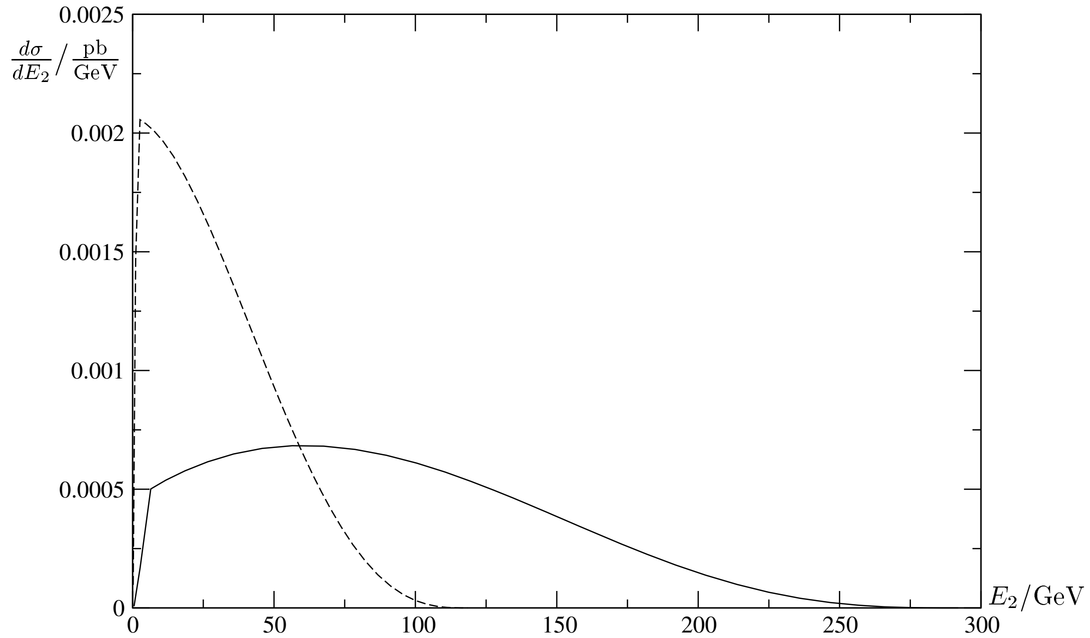


Abbildung 7.19: Energieverteilungen $\frac{d\sigma}{dE_2}$ der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = \beta = 1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 850$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

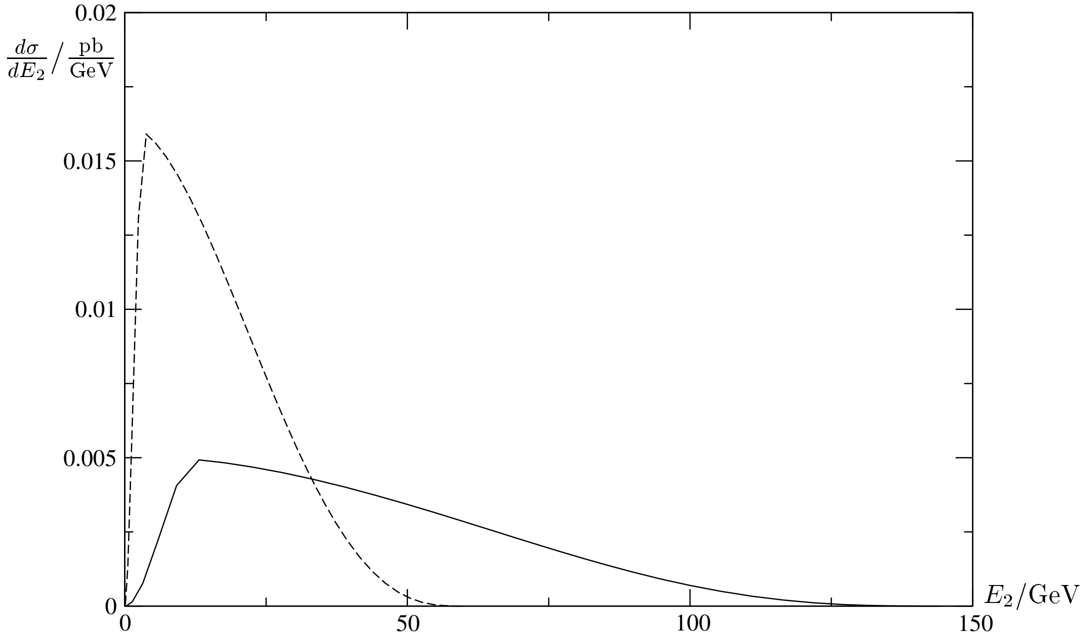


Abbildung 7.20: Energieverteilungen $\frac{d\sigma}{dE_2}$ der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

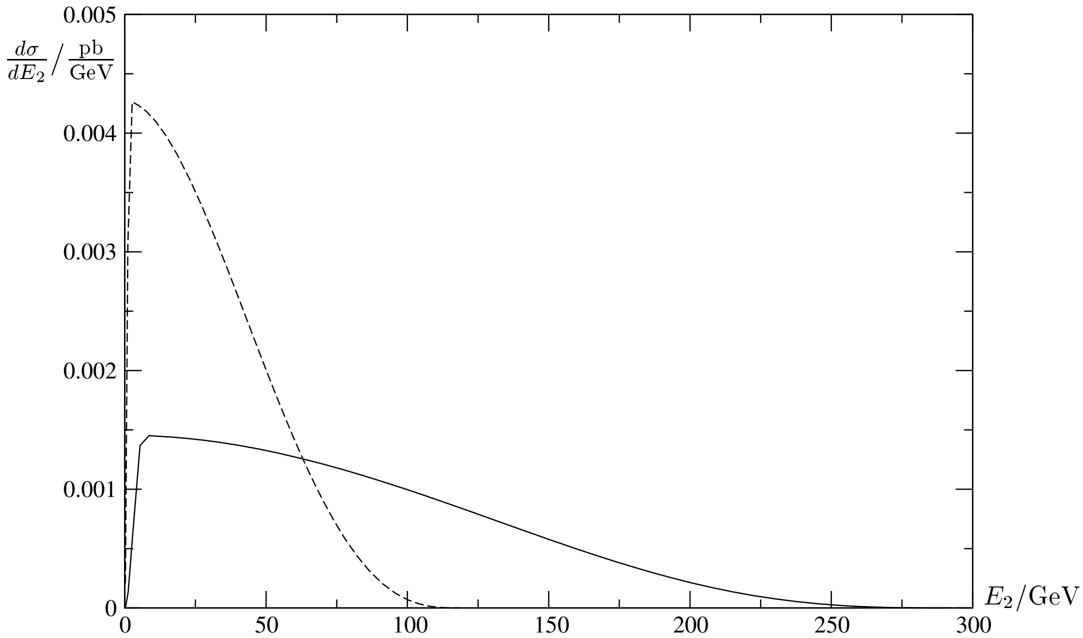


Abbildung 7.21: Energieverteilungen $\frac{d\sigma}{dE_2}$ der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \rightarrow \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \rightarrow \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 850$ GeV in Szenario A (gestrichelt) und Szenario B (durchgezogen).

7.3.4.1.3 Die m_0-Abhängigkeit Nur die Massen der beim Zerfall ausgetauschten Sfermionen werden (außer vom Massenparameter M) durch den skalaren Parameter m_0 in der Renormierungsgruppengleichung (1.25) bestimmt. Deshalb kann es von Interesse sein, die Abhängigkeit der Winkel- und Energieverteilungen von m_0 zu untersuchen. Abb. 7.22 zeigt die Winkelverteilungen im higgsinoartigen Szenario A für $\alpha = \beta = 1$ und für $m_0 = 1000$ GeV und $m_0 = 200$ GeV. Man erkennt, daß die Winkelverteilungen fast gleich sind. Die geringe Abhängigkeit resultiert aus der Unterdrückung des Sfermionenaustauschs im $\bar{\text{u}}$- und $\bar{\text{t}}$-Kanal des Zerfalls in higgsinoartigen Szenarien: Die Amplituden (3.10) und (3.11) beinhalten die Kopplungen f^{L*}_{e+1} und $f^{L}_{\nu 1}$, welche gemäß Gleichung (1.37) klein sind (Selektronen koppeln nur an Gauginos ($\tilde{\gamma}$, $\tilde{Z}$)). Nur in diesen Kanälen treten aber Sfermionmassen auf, nämlich $m_{\tilde{e}_L}$ und $m_{\tilde{\nu}}$. Die sehr schwache m_0-Abhängigkeit für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ (Abb. 7.23) resultiert aus den kleinen Gaugino-Beimischungen des Szenario A. Die größte Abweichung beider Kurven ist kleiner als 1%. Die Forward-Backward-Asymmetrie steigt leicht von 0.47% für $m_0 = 200$ GeV auf 0.59% für $m_0 = 1000$ GeV an.

Für das gauginoartige Szenario B erwartet man einen größeren Einfluß von m_0 auf die Winkelverteilung, da hier die u- und t-Kanäle nicht unterdrückt werden. In Abb. 7.24 sieht man jedoch für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ und $\alpha = \beta = 1$ GeV eine relativ geringe Abweichung, die ihre größten Werte von 10% in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung annimmt und mit steigender Energie abnimmt. Wenn die Photonen jedoch rechts- und linkszirkular polarisiert sind, wirkt sich eine Änderung von m_0 sehr stark auf die Form der Winkelverteilungen aus. Abb. 7.25 zeigt, daß der Verlauf der Winkelverteilung für $m_0 = 1000$ GeV flacher ist als für $m_0 = 200$ GeV. In Rückwärtsrichtung nimmt der Wirkungsquerschnitt für $m_0 = 1000$ GeV gegenüber $m_0 = 200$ GeV um etwa 14% ab, während er in Vorwärtsrichtung um 7% zunimmt. Dadurch verringert sich der Betrag der Forward-Backward-Asymmetrie von -12% auf -5.2%. Interessant ist in diesem Zusammenhang, daß im higgsinoartigen Szenario A die (sehr kleine) Asymmetrie mit steigendem m_0 größer wurde, während sie hier vom Betrag kleiner wird.

Da Szenario A, wie oben beschrieben, keine große m_0-Abhängigkeit aufweist, soll bei der Betrachtung der Energieverteilungen nur Szenario B untersucht werden. In den Abb. 7.26 und 7.27 wird die Energieverteilung für die Polarisationen $\alpha = \beta = 1$ und $\alpha = 1$, $\beta = -1$ jeweils mit den Schwerpunktsenergien $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 850$ GeV dargestellt. Die größte Abweichung für $\alpha = \beta = 1$ und $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV befindet sich in der Nähe des Maximums. Hier ist der Wirkungsquerschnitt für $m_0 = 200$ GeV etwa 11% größer gegenüber dem Wirkungsquerschnitt für $m_0 = 1000$ GeV. Dies gilt auch für $\alpha = 1$, $\beta = -1$. Für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 950$ GeV wird der Unterschied für $\alpha = \beta = 1$ kleiner, während er für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ etwa gleich bleibt.

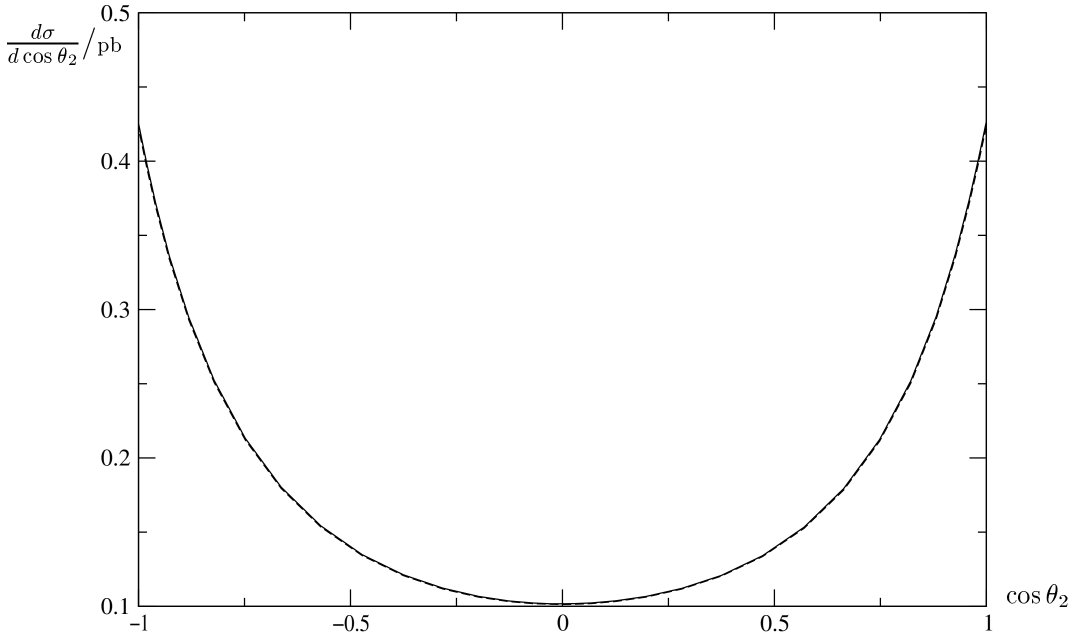


Abbildung 7.22: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario A für $\alpha = \beta = 1$, $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV, $m_0 = 200$ GeV (durchgezogen) und $m_0 = 1000$ GeV (gestrichelt).

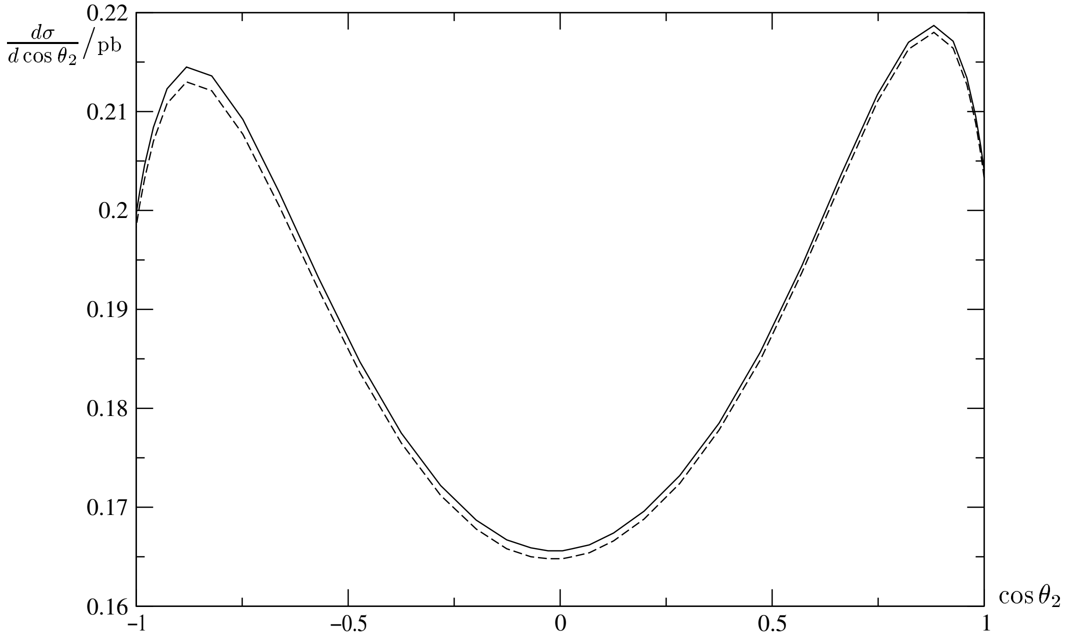


Abbildung 7.23: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario A für $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV, $m_0 = 200$ GeV (durchgezogen) und $m_0 = 1000$ GeV (gestrichelt).

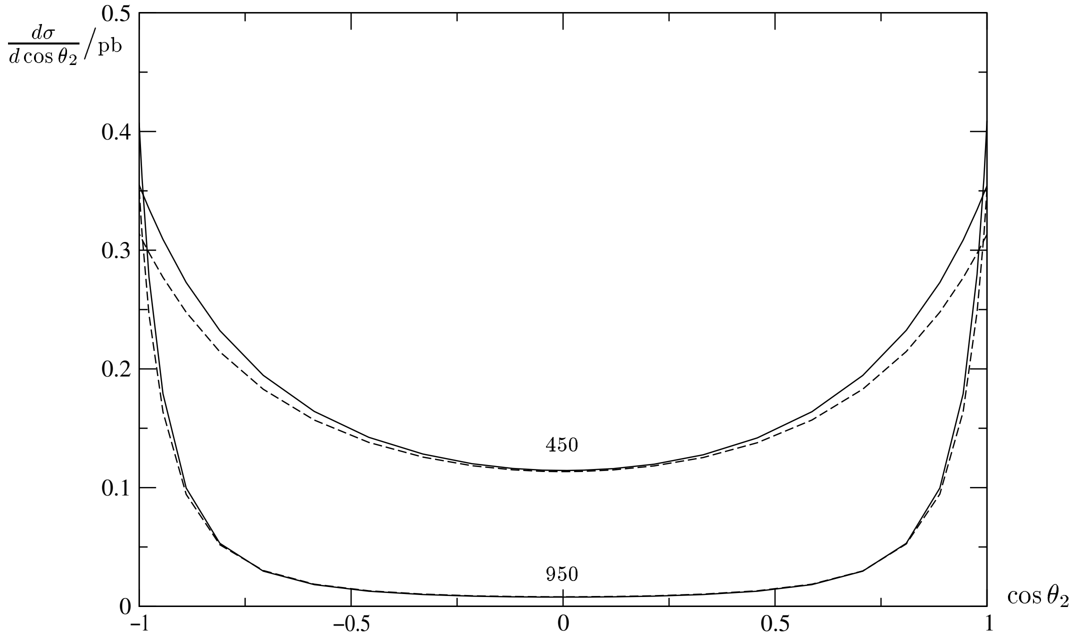


Abbildung 7.24: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\alpha = \beta = 1$, verschiedene Schwerpunktsenergien $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ in GeV, $m_0 = 200$ GeV (durchgezogen) und $m_0 = 1000$ GeV (gestrichelt).

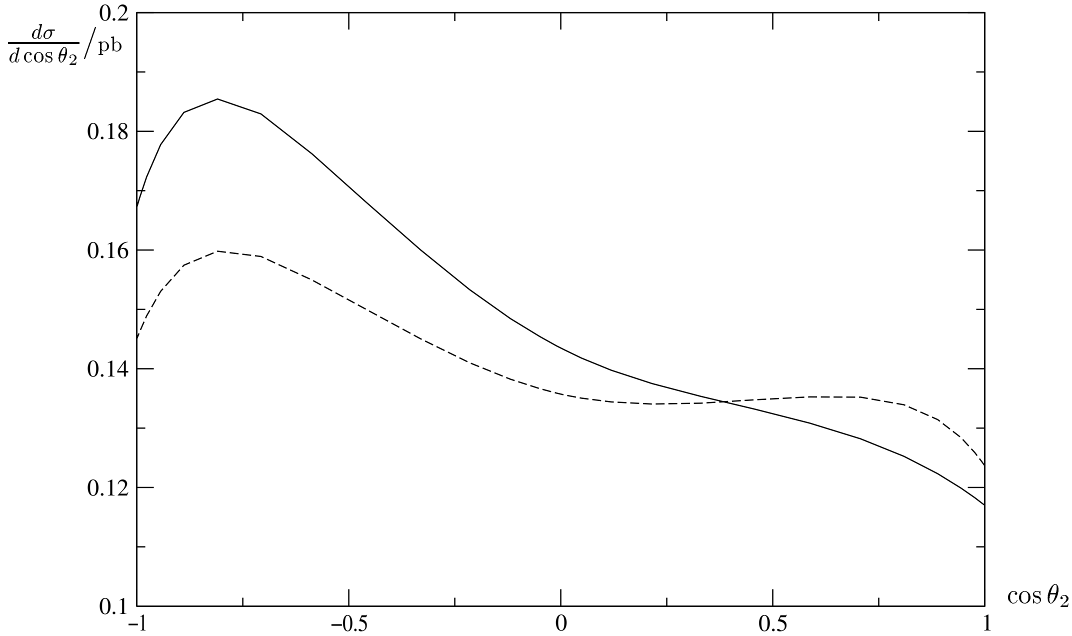


Abbildung 7.25: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV, $m_0 = 200$ GeV (durchgezogen) und $m_0 = 1000$ GeV (gestrichelt).

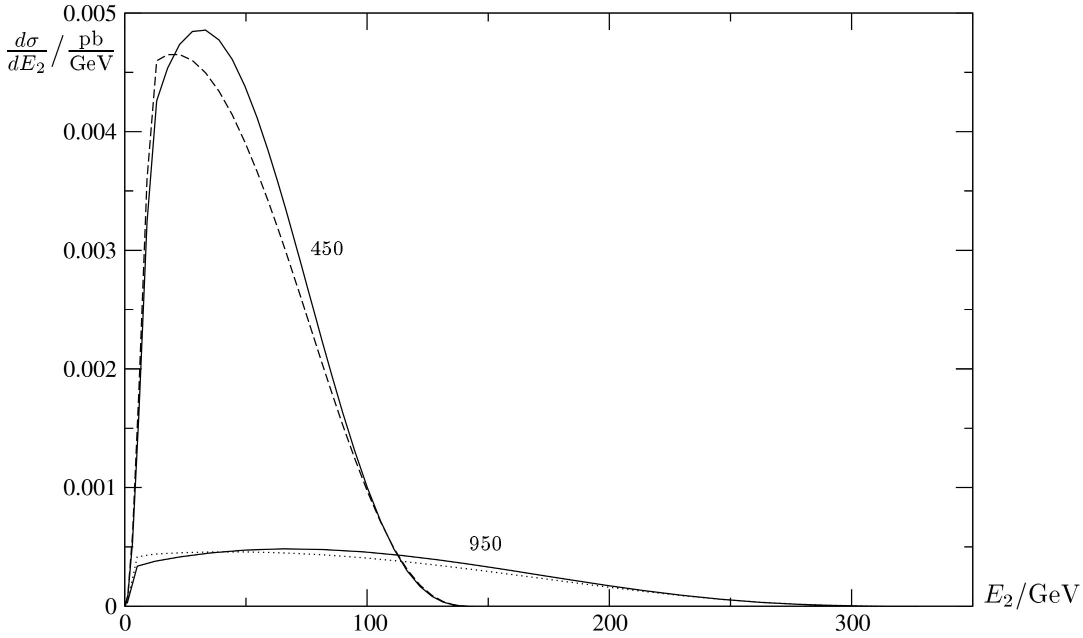


Abbildung 7.26: Energieverteilungen $\frac{d\sigma}{dE_2}$ der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\alpha = \beta = 1$, verschiedene Schwerpunktsenergien $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ in GeV, $m_0 = 200$ GeV (durchgezogen) und $m_0 = 1000$ GeV (gestrichelt).

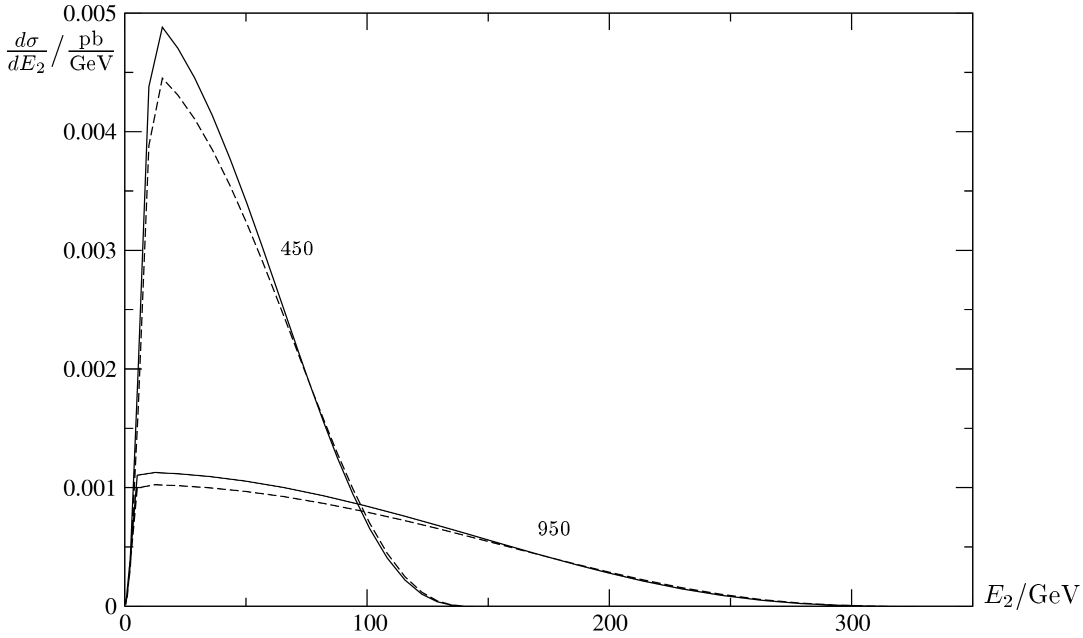


Abbildung 7.27: Energieverteilungen $\frac{d\sigma}{dE_2}$ der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\alpha = 1$, $\beta = -1$, verschiedene Schwerpunktsenergien $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ in GeV, $m_0 = 200$ GeV (durchgezogen) und $m_0 = 1000$ GeV (gestrichelt).

7.3.4.2 Die gefalteten Gesamtwirkungsquerschnitte

Im folgenden wird nur noch das gauginoartige Szenario B untersucht, da dies interessantere Eigenschaften als Szenario A vorweist, z.B. höhere Forward-Backward-Aymmetrien. Es soll an ausgewählten Beispielen prinzipielle Unterschiede zwischen den gefalteten und ungefalteten Wirkungsquerschnitten aufgezeigt werden.

In Abb. 7.28 wird der differentielle ungefaltete Wirkungsquerschnitt für $\alpha = \beta = 1$ mit dem gefalteten für $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = 1$, $\lambda_{L_2} = 0$ und für eine Schwerpunktsenergie $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ bzw. $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV verglichen. Wie bei den Produktionswirkungsquerschnitten werden auch hier durch die Faltung die Wirkungsquerschnitte flacher, auf einer anderen Skala mit höherer Auflösung sieht man jedoch weiterhin Maxima in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung (Abb. 7.29). Ähnlich verhält es sich mit $\alpha = 1$, $\beta = -1$ und $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$ für $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$, bzw. $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV (Abb. 7.30 und 7.31). Während man für $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV und $\sqrt{s_{ee}} = 550$ GeV (Abb.7.32) nur einen leichten Anstieg der gefalteten Kurven in Rückwärtsrichtung bemerkt, ist für $\sqrt{s_{ee}} = 950$ GeV (Abb. 7.33) die Form der Winkelverteilung der ungefalteten Kurve ähnlich. In beiden Verteilungen ist die Vorwärts- und Rückwärtsrichtung stark betont. Außerdem sind die totalen Wirkungsquerschnitte vergleichbar (vgl. Tabelle 7.7). Dies liegt daran, daß in diesem Energiebereich die ungefalteten und gefalteten totalen Produktionswirkungsquerschnitte von gleicher Größenordnung sind (vgl. Abb. 7.1). Bemerkenswert ist, daß die gefalteten Winkelverteilungen, wie bei den Produktionswirkungsquerschnitten auch, für große Winkel θ_2, bzw. θ_2^L größer als die ungefalteten sind.

Interessant ist die vom Betrag höhere Forward-Backward-Asymmetrie der gefalteten Winkelverteilungen im Vergleich zu den ungefalteten (vgl. Tabelle 7.7). Dies rührt daher, daß die ungefalteten Wirkungsquerschnitte mit einer bestimmten Schwerpunktsenergie der Photonen $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$ berechnet werden, die gefalteten jedoch mit der Schwerpunktsenergie der konvertierten Elektronen $\sqrt{s_{ee}}$. Durch die Compton-Rückstreuung erhält man jedoch ein Energiespektrum der Photonen und eine maximale Photonenschwerpunktsenergie von $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 0.83\sqrt{s_{ee}}$, die kleiner ist als der Wert $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$, der für die ungefalteten Wirkungsquerschnitte verwendet wird (vgl. Abschnitt 1.2.2). Somit befindet man sich mit Faltung näher an der Schwelle, die Spinkorrelationen kommen stärker zum Tragen und führen zu größeren Forward-Backward-Asymmetrien.

Da die ungefaltete Winkelverteilung in Szenario B für $\alpha = 1$, $\beta = -1$ eine große m_0-Abhängigkeit gezeigt hat (Abschnitt 7.3.4.1.3, Abb. 7.25), soll hier der Einfluß der Faltung auf diese Abhängigkeit untersucht werden. In Abb. 7.34 sieht man die Winkelverteilung in Szenario B für $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$, $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV und für $m_0 = 1000$ GeV und $m_0 = 200$ GeV. Wie im ungefalteten Fall ist auch hier die Winkelverteilung für $m_0 = 1000$ GeV flacher, weil in Rückwärtsrichtung der Wirkungsquerschnitt um ungefähr 17% abnimmt und in Vorwärtsrichtung um etwa 10% zu. Dies führt zu einer vom Betrag kleineren Forward-Backward-Asymmetrie von $A_{\mathrm{FB}} = -5.5\%$ für $m_0 = 1000$ GeV im Gegensatz zu $A_{\mathrm{FB}} = -13\%$ für $m_0 = 200$ GeV. Verglichen mit den Werten, die man ohne Faltung erhält, ist die m_0-Abhängigkeit mit Faltung geringfügig größer.

Die Abb. 7.35 und 7.36 vergleichen Winkelverteilungen für verschiedene Polarisationen der Laserphotonen und konvertierten Elektronen. Da die Verzweigungsverhältnisse natürlich unabhängig von der Faltung sind, kann man das Verhältnis der totalen Gesamtwirkungsquerschnitte direkt aus Abb. 7.3 ablesen. Sie sind auch in Tabelle 7.8, zusammen mit den Asymmetrien, aufgeführt. Für eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV sieht man, daß der totale Wirkungsquerschnitt für die Einstellung $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$, mit $\sigma = 0.042$ pb mehr als doppelt so groß ist, wie $\sigma = 0.019$ pb für $\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = 1$ und $\lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = -1$. Die Asymmetrien sind jedoch fast gleich, $A_{\mathrm{FB}} = -13\%$ bzw. $A_{\mathrm{FB}} = -12\%$. Für 950 GeV sind die Maxima in Vorwärts- und Rückwärtsrichtung für die Einstellung $\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = 1$ und $\lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = -1$ zwar stärker unterdrückt, jedoch ist die Forward-Backward-Asymmetrie mit $A_{\mathrm{FB}} = -9.5\%$ deutlich größer als $A_{\mathrm{FB}} = -6.3\%$, die mit der Einstellung $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$ erreicht wird. Die totalen Wirkungsquerschnitte sind dabei für beide Einstellungen annähernd gleich, ungefähr $\sigma = 0.14$ pb (vgl. Tabelle 7.8).

Der experimentell am einfachsten zu realisierende Fall $\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = \lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = 0$ führt zu verschwindenden Forward-Backward-Asymmetrien in den Winkelverteilungen.

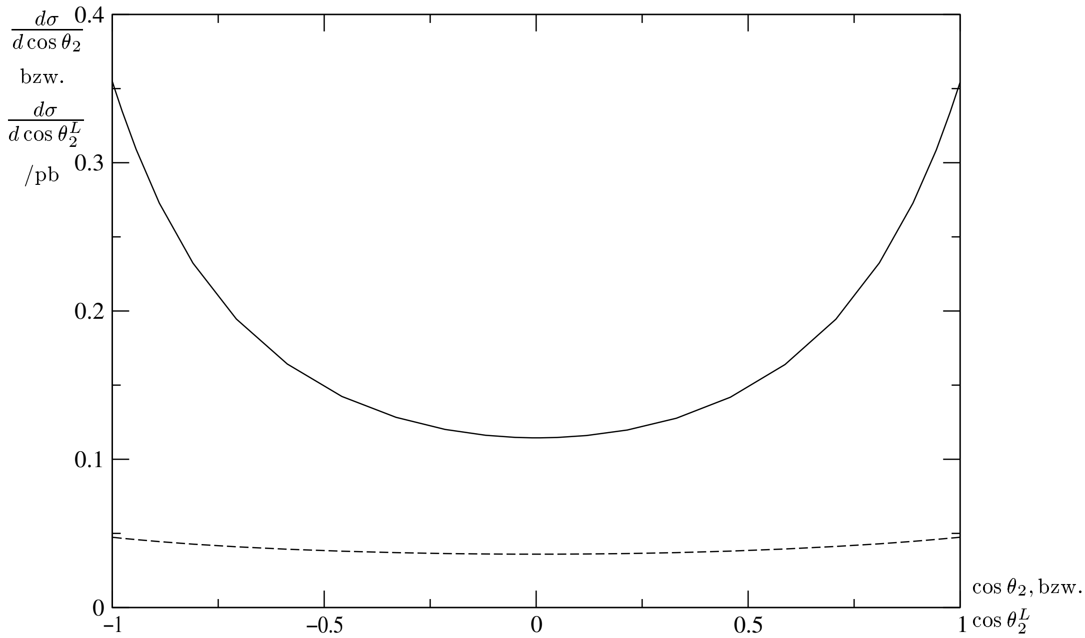


Abbildung 7.28: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-, \quad \tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\sqrt{s_{ee}}$, bzw. $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV, $\alpha = \beta = 1$ (ungefaltet, durchgezogen) und $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = 1$, $\lambda_{L_2} = 0$ (gefaltet, gestrichelt).

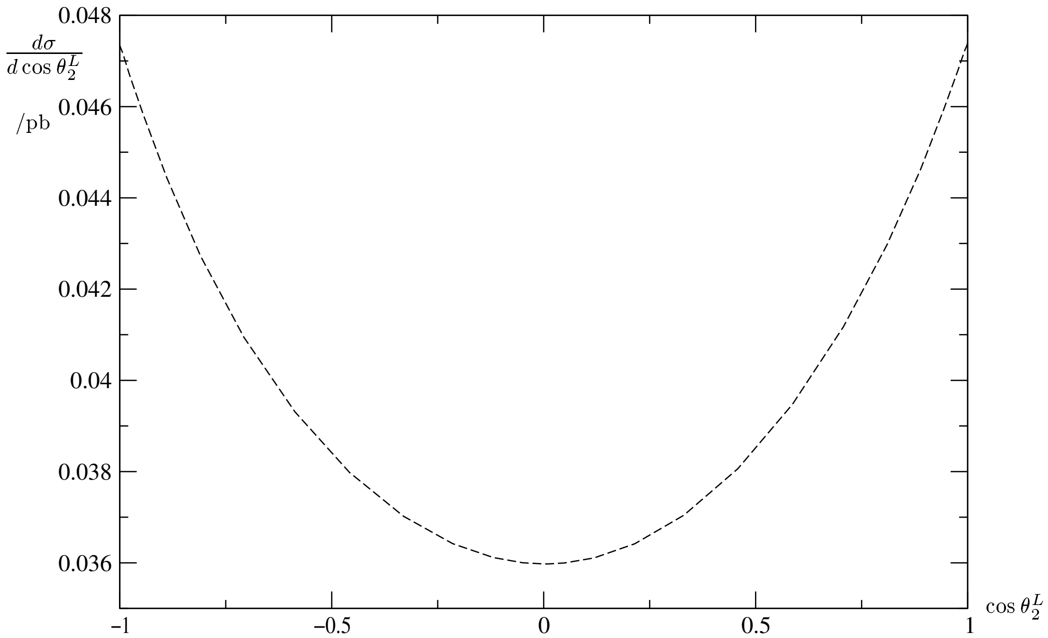


Abbildung 7.29: Gefaltete Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-, \quad \tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = 1$, $\lambda_{L_2} = 0$ und $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV.

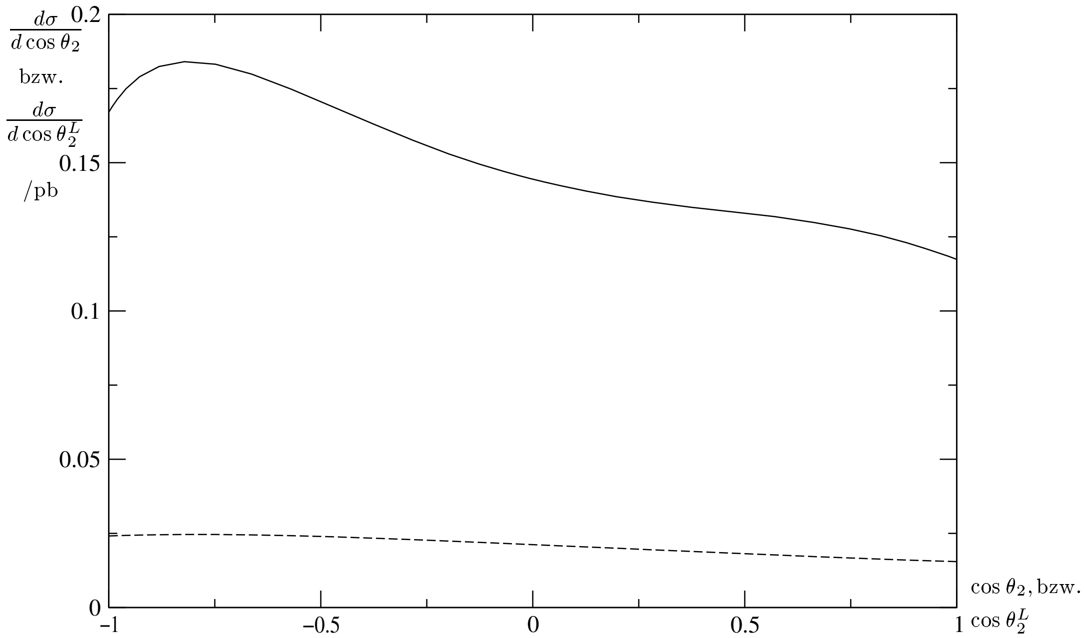


Abbildung 7.30: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-, \quad \tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\sqrt{s_{ee}}$, bzw. $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV, $\alpha = 1$, $\beta = -1$ (ungefaltet, durchgezogen) und $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$ (gefaltet, gestrichelt).

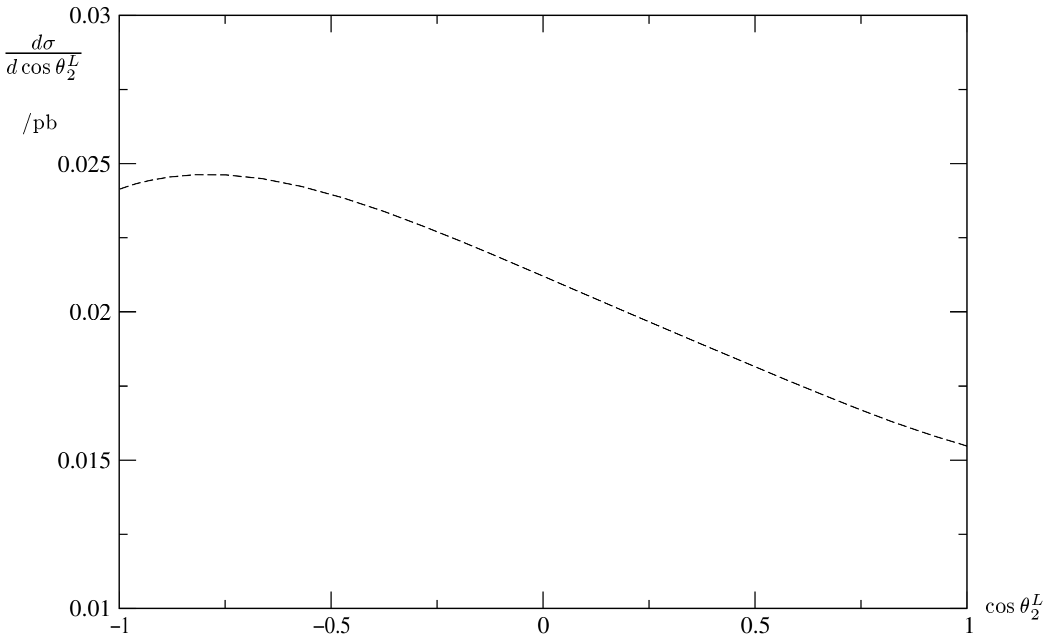


Abbildung 7.31: Gefaltete Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-, \quad \tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$ und $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV.

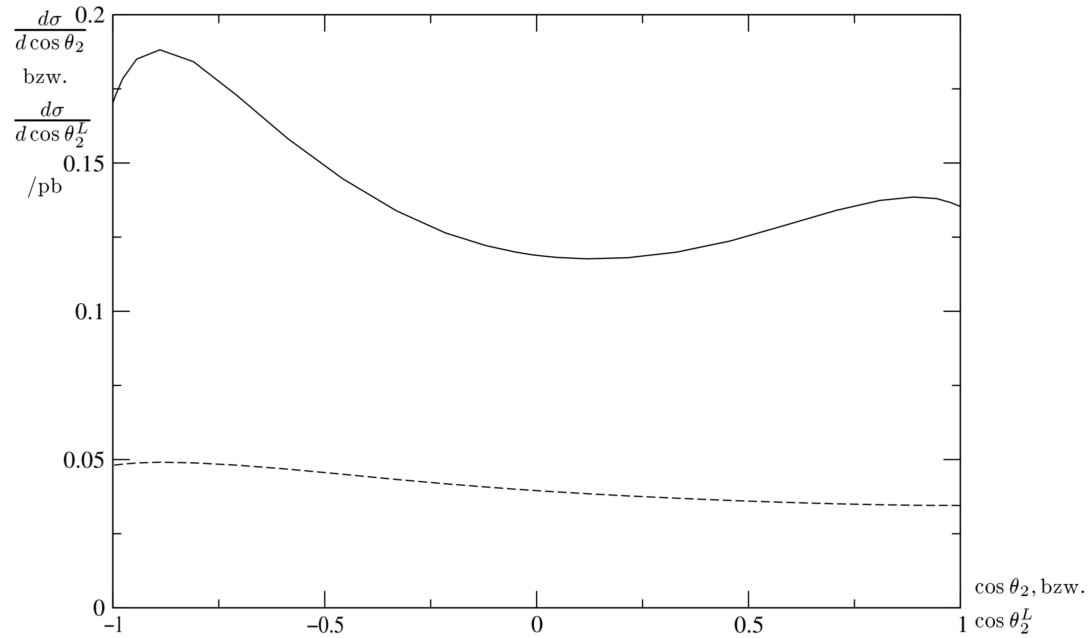


Abbildung 7.32: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\sqrt{s_{ee}}$, bzw. $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 550$ GeV, $\alpha = 1$, $\beta = -1$ (ungefaltet, durchgezogen) und $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$ (gefaltet, gestrichelt).

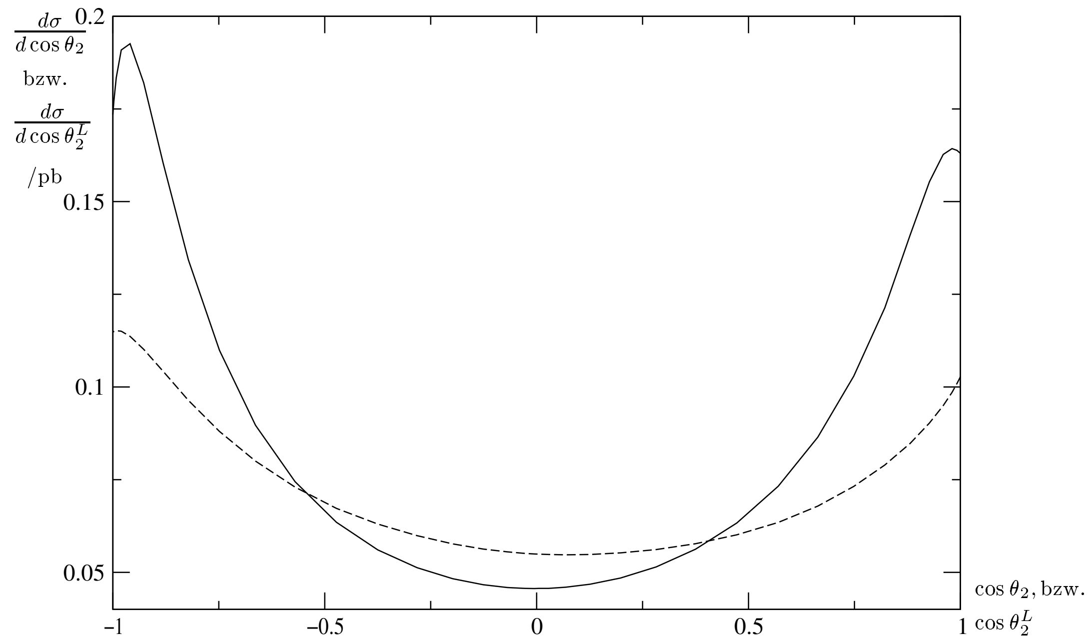


Abbildung 7.33: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\sqrt{s_{ee}}$, bzw. $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 950$ GeV, $\alpha = 1$, $\beta = -1$ (ungefaltet, durchgezogen) und $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$ (gefaltet, gestrichelt).

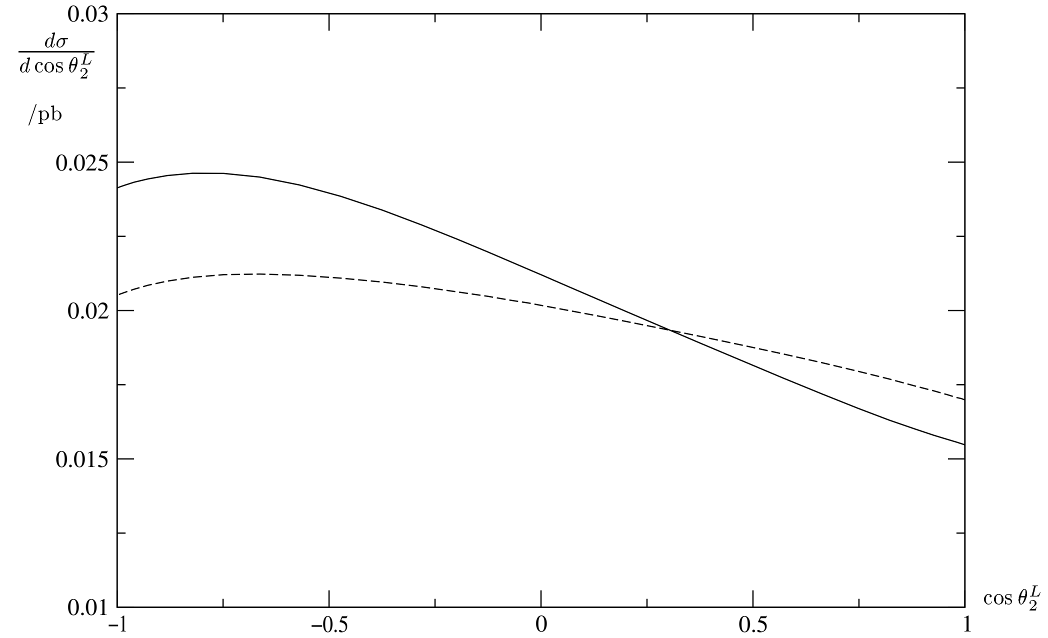


Abbildung 7.34: Winkelverteilung der Zerfallsleptonen ($\gamma + \gamma \to \tilde{\chi}_1^+ + \tilde{\chi}_1^-$, $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$) in Szenario B für $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV, $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$, $m_0 = 200$ GeV (durchgezogen) und $m_0 = 1000$ GeV (gestrichelt).

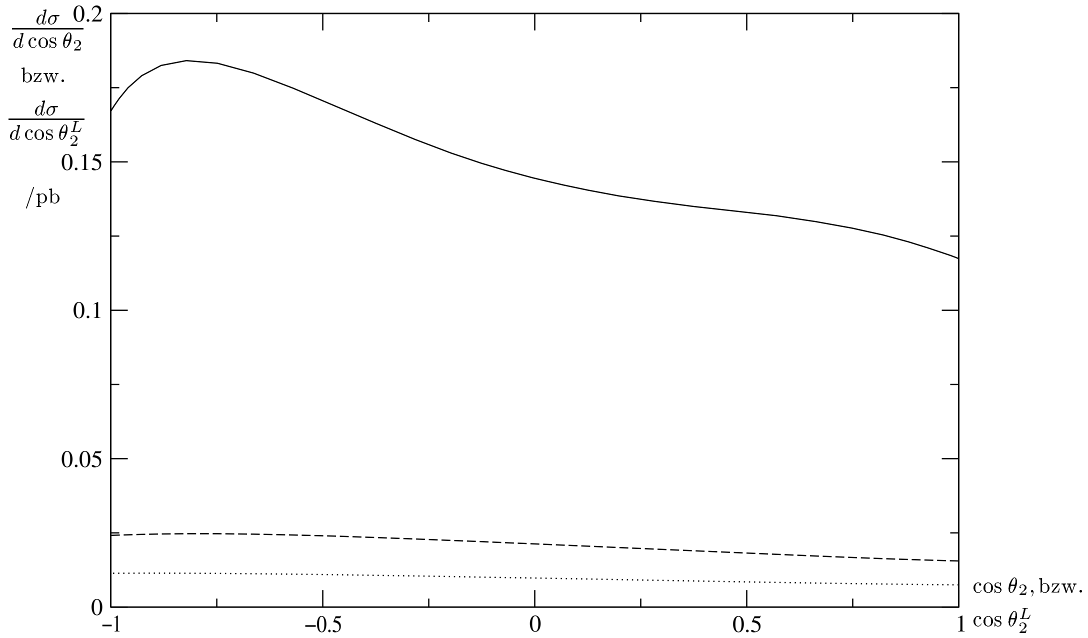


Abbildung 7.35: Wie Abb. 7.30, zusätzlich noch eine zweite gefaltete Kurve für $\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = 1$ und $\lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = -1$ (gepunktet).

Szenario B							
	ungefaltet			gefaltet			Abbildung
	Polarisation	σ/pb	$A_{\mathrm{FB}}/\%$	Polarisation	σ/pb	$A_{\mathrm{FB}}/\%$	
$\sqrt{s} = 450$ GeV	$\alpha = \beta = 1$	0.35	0	$\lambda_{k_1} = 1,\ \lambda_{L_1} = 0$ $\lambda_{k_2} = 1,\ \lambda_{L_2} = 0$	0.079	0	7.28
$\sqrt{s} = 450$ GeV	$\alpha = 1$ $\beta = -1$	0.30	-12	$\lambda_{k_1} = 1,\ \lambda_{L_1} = 0$ $\lambda_{k_2} = -1,\ \lambda_{L_2} = 0$	0.042	-13	7.30
$\sqrt{s} = 550$ GeV		0.28	-8.9		0.081	-11	7.32
$\sqrt{s} = 950$ GeV		0.17	-3.2		0.141	-6.3	7.33

Tabelle 7.7: Totale Wirkungsquerschnitte σ und Forward-Backward-Asymmetrien A_{FB} mit und ohne Faltung im Szenario B. Mit $\sqrt{s}$ ist für die ungefalteten Werte $\sqrt{s_{\gamma\gamma}}$, für die gefalteten $\sqrt{s_{ee}}$ gemeint.

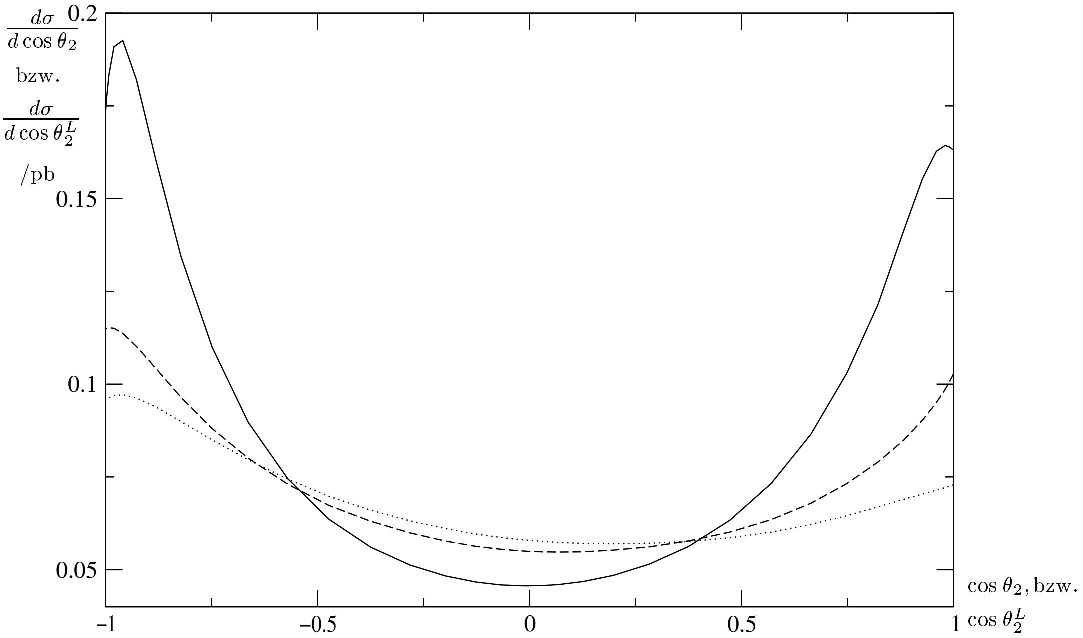


Abbildung 7.36: Wie Abb. 7.33, zusätzlich noch eine zweite gefaltete Kurve für $\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = 1$ und $\lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = -1$ (gepunktet).

Szenario B					
	$\lambda_{k_1} = 1,\ \lambda_{L_1} = 0$ $\lambda_{k_2} = -1,\ \lambda_{L_2} = 0$		$\lambda_{k_1} = \lambda_{L_1} = 1$ $\lambda_{k_2} = \lambda_{L_2} = -1$		Abbildung
	σ/pb	A_{FB}/%	σ/pb	A_{FB}/%	
$\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV	0.042	-13	0.019	-12	7.35
$\sqrt{s_{ee}} = 950$ GeV	0.141	-6.3	0.135	-9.5	7.36

Tabelle 7.8: Totale Wirkungsquerschnitte σ und Forward-Backward-Asymmetrien A_{FB} für verschiedene Einstellungen der Laserphotonen-und Elektronenhelizität im Szenario B.

7.3.5 Einfluß von M'

In diesem Abschnitt wird die GUT-Relation zwischen M' und M Gleichung (7.6) aufgegeben und für Szenario B M' unabhängig variiert, so daß diese Relation getestet werden kann. M' beeinflusst die Charginomassen und die der Sfermionen nicht, Kopplungen ans Neutralino, die im Zerfall auftreten und die Neutralinomasse ändern sich jedoch. Da die Selektron- und Sneutrinomasse in Szenario B größer ist als die Charginomasse sind die Zweikörperzerfalle $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\nu}_e + e^+$ und $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{e}_L^+ + \nu_e$ kinematisch verboten und der einzige mögliche Zweikörperzerfall, der durch die Variation von M' berücksichtigt werden muß, ist $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + W^+$, wenn der $\bar{\text{s}}$-Kanal in Abb. 3.2 resonant wird. Dies geschieht für $m_{\text{LSP}} \leq 48$ GeV, weil dann (im Szenario B) der Zerfall kinematisch erlaubt ist ($m \geq m_{\text{LSP}} + m_W$). $m_{\text{LSP}} \leq 48$ GeV wird für $M' \leq 50$ GeV erreicht. In Abb. 7.37 ist der gefaltete totale Gesamtwirkungsquerschnitt in Szenario B für $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$ und $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV in Abhängigkeit von M' aufgetragen. Der Produktionswirkungsquerschnitt ist unabhängig von M' und beträgt mit obigen Einstellungen $\sigma_{\text{prod}} = 0.357$ pb. Für $M' > 100$ GeV steigen die Zerfallsbreite für den Zerfall $\tilde{\chi}_1^+ \to \tilde{\chi}_1^0 + e^+ + \nu_e$ und die totale Zerfallsbreite so an, daß die Verzweigungsrate konstant BR= 12% bleibt. Für $M' < 100$ GeV sinkt die Verzweigungsrate etwas ab, bis schließlich ab $M' = 50$ GeV der Zweikörperzerfall zu 100% ins $\tilde{\chi}_1^0 + W^+$ möglich wird. Für kleinere M' ist der totale Gesamtwirkungsquerschnitt wieder konstant und wird durch die Verzweigungsrate BR= 10.9% für den Zerfall $W^+ \to e^+ + \nu_e$ bestimmt.

Abb. 7.38 zeigt die negative Forward-Backward-Asymmetrie in Abhängigkeit von M' in Szenario B ohne Faltung für $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV, $m_0 = 200$ GeV und $m_0 = 1000$ GeV. Hier macht sich der Übergang in den Zweikörperzerfall durch einen Knick in der Kurve an der entsprechenden Stelle bemerkbar. Dieser liegt darin begründet, daß (in diesem Szenario und mit diesen Photonenpolarisationen) für die Forward-Backward-Asymmetrie der $\bar{\text{u}}$- und $\bar{\text{t}}$-Kanal eine maßgebliche Rolle spielt. M' beeinflußt hauptsächlich die Kopplungen $f_{e^+1}^{L^*}$ und $f_{\nu 1}^{L}$, die in diesen Kanälen auftreten. Dies führt zu einem Ansteigen des Betrags der Asymmetrie mit kleiner werdendem M'. Wenn nun der $\bar{\text{u}}$-und $\bar{\text{t}}$-Kanal durch die Resonanz des $\bar{\text{s}}$-Kanals unterdrückt wird, ist der Verlauf wieder flacher. Eine Untersuchung der Abhängigkeit der Kopplungen $f_{e^+1}^{L^*}$ und $f_{\nu 1}^{L}$ von M' konnte jedoch das Ansteigen nicht erklären. Dies liegt daran, daß die Asymmetrie durch ein relativ kompliziertes Zusammenspiel der einzelnen Terme der Spindichtematrizen bestimmt wird und z.B. die Kopplungen für die W-Boson-Neutralino-Chargino-Wechselwirkung O_{11}^L und O_{11}^R auch noch von M' abhängen.

Wie schon in Abschnitt 7.3.4.1.3 gezeigt, sinkt der Betrag der Asymmetrie für hohe m_0, wegen der Unterdrückung der $\bar{\text{u}}$-und $\bar{\text{t}}$-Kanäle. Dies stimmt qualitativ mit obigen Überlegungen überein.

Abb. 7.39 zeigt nochmals die Kurve ohne Berücksichtigung der Faltung aus Abb. 7.38 für $m_0 = 200$ GeV, verglichen mit der Kurve, die man mit Faltung erhält.

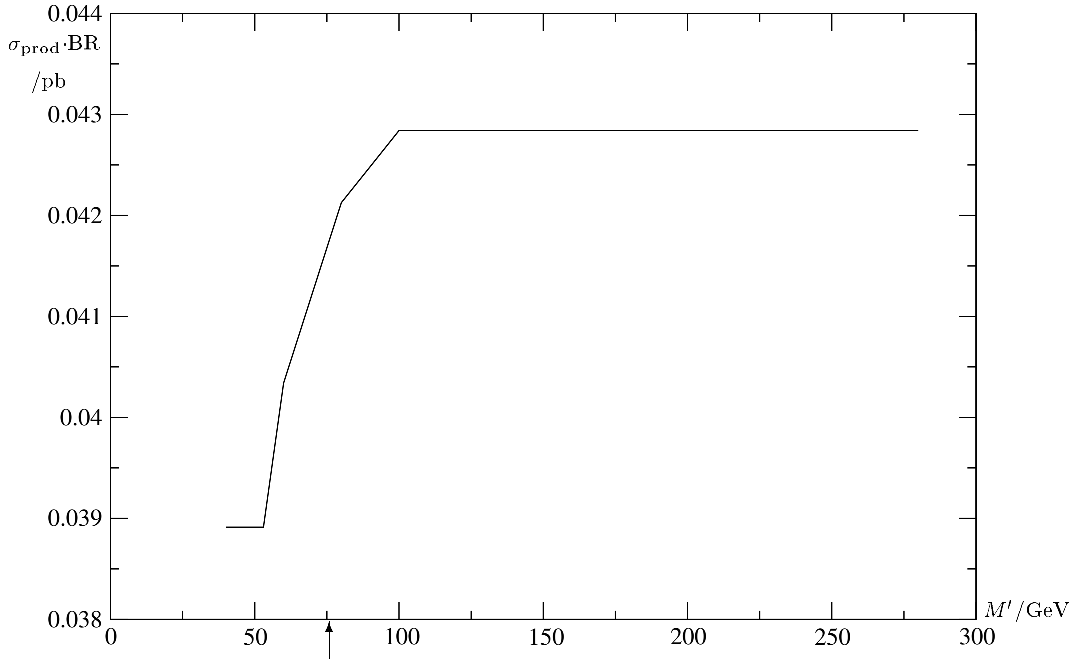


Abbildung 7.37: Der gefaltete totale Gesamtwirkungsquerschnitt in Abhängigkeit von M' in Szenario B für $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$, $\sqrt{s_{ee}} = 450$ GeV und $m_0 = 200$ GeV. Der GUT-Punkt Gleichung (7.6) ist durch einen Pfeil kenntlich gemacht worden.

Die Form der Kurven stimmt überein, allerdings sind die gefalteten Werte, in Übereinstimmung mit den Ausführungen im letzten Abschnitt, etwas größer als die ungefalteten. Auch bei den gefalteten Werten ist der Knick beim Übergang in den Zweikörperzerfall vorhanden.

Aus diesen Betrachtungen kann man einige Folgerungen für die M'-Bestimmung mittels dieses Prozesses ziehen. Der totale Gesamtwirkungsquerschnitt zeigt im Bereich 50 GeV $< M' <$ 100 GeV eine deutliche M'-Abhängigkeit. Außerdem steigt er in diesem Bereich mit wachsendem M' monoton an, so daß keine Zweideutigkeiten vorliegen. Die Forward-Backward-Asymmetrie reagiert für 50 GeV $< M' <$ 150 GeV empfindlich auf eine Variation von M'. Auch hier erlaubt der Verlauf der Kurve eine eindeutige Zuordnung der gemessenen Forward-Backward-Asymmetrie mit einem Wert M'.

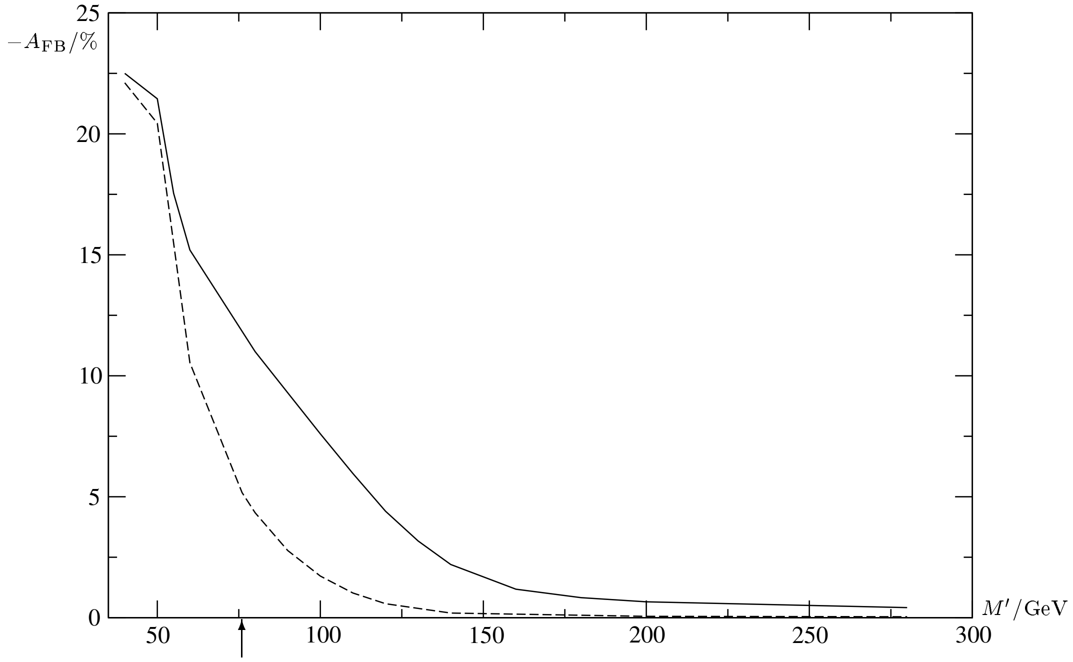


Abbildung 7.38: Negative Forward-Backward-Asymmetrien in Abhängigkeit von M' in Szenario B ohne Faltung für $\alpha = 1$, $\beta = -1$, $\sqrt{s_{\gamma\gamma}} = 450$ GeV, $m_0 = 200$ GeV (durchgezogen) und $m_0 = 1000$ GeV (gestrichelt). Der GUT-Punkt Gleichung (7.6) ist durch einen Pfeil kenntlich gemacht worden.

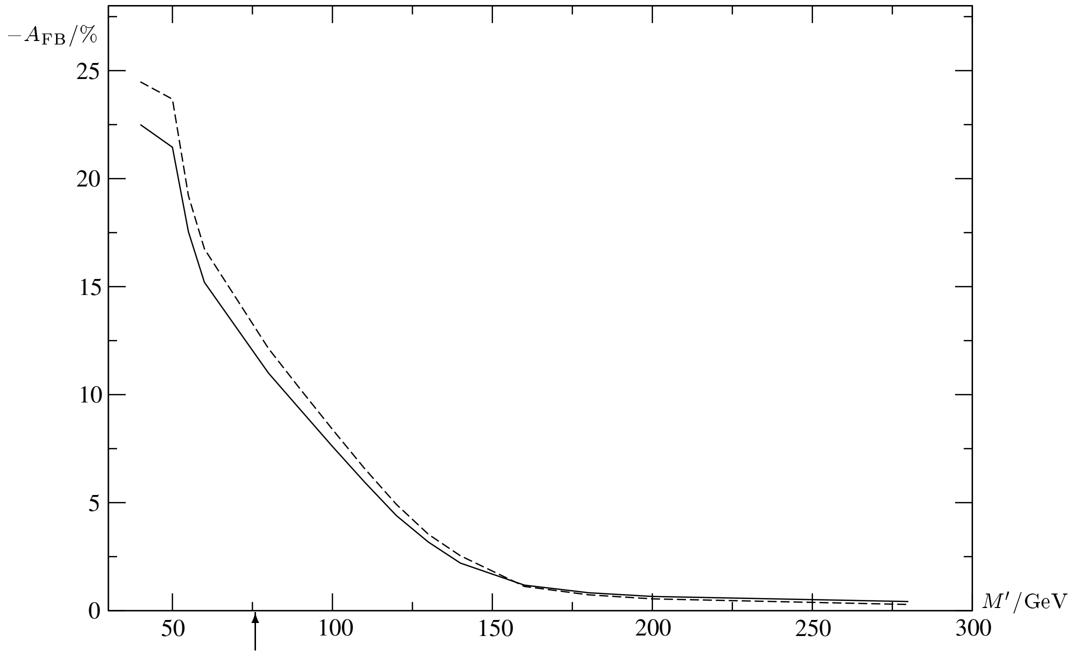


Abbildung 7.39: Negative Forward-Backward-Asymmetrien in Abhängigkeit von M' in Szenario B für $\sqrt{s} = 450$ GeV, $\alpha = 1$, $\beta = -1$ (ungefaltet, durchgezogen) und $\lambda_{k_1} = 1$, $\lambda_{L_1} = 0$, $\lambda_{k_2} = -1$, $\lambda_{L_2} = 0$ (gefaltet, gestrichelt). Der GUT-Punkt Gleichung (7.6) ist durch einen Pfeil kenntlich gemacht worden.

7.4 Zusammenfassung

Der hier untersuchte Prozeß ist vor allem wegen der reinen QED-Kopplung in der Produktion der Charginos interessant. SUSY-Parameter gehen nur in den Zerfall der produzierten Charginos ein. Die QED-Kopplung in der Produktion führt unter anderem zu relativ hohen Produktionswirkungsquerschnitten, die zwar durch die Faltung kleiner werden, aber immer noch groß genug sind um hinreichend hohe Ereignisraten zu liefern. Die Winkelverteilungen für die Produktion sind symmetrisch und stark von der Polarisation der Photonen abhängig. Durch die Faltung werden für Schwerpunktsenergien in der Nähe der Schwelle alle auftretende peaks und Maxima unterdrückt, für größere Energien erhält man allerdings die gleiche Form wie im ungefalteten Fall.

Für die Untersuchung der Gesamtwirkungsquerschnitte, die die Produktion der Charginos und den leptonischen Zerfall eines der beiden Charginos berücksichtigen, wurden zwei Szenarien gewählt, eines in dem das zerfallende Chargino und das LSP Higgsinocharakter haben und eines in dem die beiden Teilchen Gauginocharakter aufweisen. Beide Szenarien haben eine Verzweigungsrate von nur 11% für den leptonischen Zerfall. Die Gesamtwirkungsquerschnitte sind aber immer noch groß genug um gemessen werden zu können. Der Vergleich der Winkelverteilungen beider Szenarien für verschiedene Photonpolarisationen brachte einige interessante Ergebnisse. Für gleiche Polarisation sind die Winkelverteilungen einander ähnlich, lediglich für Schwerpunktsenergien in der Nähe der Schwelle sind die Maxima unterschiedlich hoch. Für entgegengesetzte Polarisation unterscheiden sich die Winkelverteilungen stärker, vor allem ist die Forward-Backward-Asymmetrie im gauginoartigen Szenario B für alle Schwerpunktsenergien größer als im higgsinoartigen Szenario A. Nach Überlegungen zufolge, die die Polarisation des zerfallenden Charginos betreffen, können allgemeine Aussagen über die Forward-Backward-Asymmetrie gemacht werden, so daß beispielsweise für gleiche Photonpolarisation die Winkelverteilungen symmetrisch sind und die Forward-Backward-Asymmetrien verschwinden.

Da die Winkelverteilungen der Produktion symmetrisch sind würde ohne Berücksichtigung der Spinkorrelation zwischen Produktion und Zerfall auch die Forward-Backward-Asymmetrien der Winkelverteilungen der Zerfallsleptonen verschwinden. Da dies nicht so ist, wird einmal mehr die Wichtigkeit von Spinkorrelationen gezeigt.

Die Form der Energieverteilungen zeigt nur geringe Abhängigkeit von der Photonpolarisation oder der Schwerpunktsenergie. Signifikantester Unterschied zwischen beiden Szenarien ist hier die kinematisch bedingte unterschiedliche Lage der Endpunkte in den Verteilungen, die durch die Massendifferenz von Chargino und Neutralino bestimmt wird.

Die Untersuchung der Abhängigkeit der Winkelverteilungen vom skalaren Massenparameter m_0 zeigte das erwartete Verhalten. Aufgrund der Unterdrückung des Selektron- und Sneutrinoaustauschs im ū- und t̄-Kanal ist das higgsinoartige Szenario A nur sehr schwach von m_0 abhängig, während das gauginoartige Szenario B eine starke Abhängigkeit aufweist. Die Winkelverteilungen ändern sich dahingehend, daß mit steigendem m_0 im Szenario A die Forward-Backward-Asymmetrie größer wird, im Szenario B jedoch kleiner.

Da die benötigten Hochenergiephotonen mittels Compton-Rückstreuung von Laserphotonen an Elektronen erzeugt werden haben sie keine diskrete Energie mehr sondern ein von der Polarisation der Laserphotonen und Elektronen abhängiges Energiespektrum. Die dadurch notwendige Faltung der differentiellen Wirkungsquerschnitte und die daraus resultierende Änderung in Form und Größe wurde im gauginoartigen Szenario B erläutert. Wie schon bei den Winkelverteilungen für die Produktion werden für Schwerpunktsenergien in der Nähe der Schwelle ausgeprägte peaks und Maxima in den Winkelverteilungen unterdrückt, die in der ungefalteten Winkelverteilung auftreten. Beim Übergang zu höheren Energien hat die Faltung immer weniger Einfluß und die gefaltete Winkelverteilung paßt sich immer stärker der ungefalteten an. Es konnte jedoch auch gezeigt werden, daß für alle Schwerpunktsenergien im untersuchten Bereich die Forward-Backward-Asymmetrien der gefalteten Winkelverteilungen größer sind als die der ungefalteten. Durch die Faltung gehen also nicht nur Informationen verloren, sondern es treten auch manche Observable deutlicher hervor.

Schließlich wurden noch der totale Gesamtwirkungsquerschnitt und die Forward-Backward-Asymmetrie in Szenario B in Abhängigkeit von M' dargestellt. Der Betrag der Forward-Backward-Asymmetrie nimmt mit fallendem M' zu und zeigt für $M' < 150$ GeV eine deutliche Abhängigkeit. Der totale Wirkungsquerschnitt dagegen ist fast im gesamten untersuchten M'-Bereich konstant und sinkt nur für $M' < 100$ GeV etwas ab. Als Resultat kann man festhalten, daß dieser Prozeß gut geeignet ist M' zu bestimmen. Die Untersuchung der M'-Abhängigkeit bestätigte nochmals das Ergebnis, daß die Forward-Backward-Asymmetrie bei bestimmten Polarisationen in Szenario B maßgeblich vom Selektron- und Sneutrinoaustausch im ū- und t̄-Kanal bestimmt wird.

Anhang

A.1 Definitionen und Konventionen

In diesem Abschnitt werden die verwendeten Konventionen für Vierervektoren und Spinoren angegeben. Die Darstellung folgt dabei im wesentlichen derjenigen in [34, 43].

Allen Berechnungen wurden natürliche Einheiten zugrunde gelegt, d.h. es wurde

$$\hbar = c = 1 \tag{A.1}$$

gesetzt und es wird die Einstein'sche Summenkonvention benutzt, d.h. über doppelt vorkommende Indizes wird summiert.

Für Produkte von Vierervektoren a^μ, b^μ werden folgende Schreibweisen verwendet:

$$(ab) \equiv a^\mu b_\mu \tag{A.2}$$
$$a^2 \equiv (aa) = a^\mu a_\mu \tag{A.3}$$
$$\not{a} \equiv a^\mu \gamma_\mu \tag{A.4}$$

Weiterhin gilt:

$$\text{kontravarianterVektor} \quad a^\mu = \begin{pmatrix} a^0 \\ \vec{a} \end{pmatrix} \tag{A.5}$$
$$\text{kovarianterVektor} \quad a_\mu = \begin{pmatrix} a^0 \\ -\vec{a} \end{pmatrix} \tag{A.6}$$

und somit:

$$a^\mu b_\mu = a^0 b^0 - \vec{a}\vec{b} \tag{A.7}$$

Die Dirac-Matrizen bilden eine Clifford-Algebra:

$$\{\gamma^\mu, \gamma^\nu\} = \gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \tag{A.8}$$

mit dem metrischen Tensor:

$$(g^{\mu\nu}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{A.9}$$

In der Dirac-Darstellung haben sie die Form:

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & -\mathbb{1} \end{pmatrix} \qquad \gamma^j = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^j \\ -\sigma^j & 0 \end{pmatrix} \qquad (j = 1, 2, 3) \tag{A.10}$$

mit den Pauli-Matrizen σ^j:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \tag{A.11}$$

Die Matrix γ^5 ist gegeben durch:

$$\gamma^5 = \gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \begin{pmatrix} 0 & \mathbb{1} \\ \mathbb{1} & 0 \end{pmatrix} \tag{A.12}$$

Weitere Eigenschaften der Dirac-Matrizen:

$$\gamma^{\mu\dagger} = \gamma^0\gamma^\mu\gamma^0 \tag{A.13}$$
$$\gamma^{0^2} = 1 \tag{A.14}$$
$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0 \tag{A.15}$$
$$\gamma^{5\dagger} = \gamma^5 \tag{A.16}$$
$$\gamma^{5^2} = 1 \tag{A.17}$$
$$\{\gamma^5, \gamma^\mu\} = 0 \tag{A.18}$$

Das Kreuz steht für das hermitesch Konjugierte.

Der Levi-Civita-Tensor ist definiert durch:

$$\epsilon_{\mu\nu\varrho\sigma} \equiv \begin{cases} +1 & \text{für gerade Permutionen von 0123} \\ -1 & \text{für ungerade Permutionen von 0123} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \tag{A.19}$$

wobei:

$$\epsilon^{\mu\nu\varrho\sigma} = -\epsilon_{\mu\nu\varrho\sigma} \tag{A.20}$$

Produkte von ϵ-Tensoren mit Vierervektoren werden abgekürzt durch:

$$[abcd] := \epsilon_{\mu\nu\varrho\sigma} a^\mu b^\nu c^\varrho d^\sigma \tag{A.21}$$

Die Ladungskonjugationsmatrix C ist gegeben durch:

$$C = i\gamma^2\gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & -i\sigma^2 \\ -i\sigma^2 & 0 \end{pmatrix} \tag{A.22}$$

mit den Eigenschaften

$$C^\dagger = C^T = -C, \quad C^2 = -I \tag{A.23}$$

Die Dirac-Spinoren $u_s(p)$ und $v_s(p)$, mit Spinindex s, sind Lösungen der Dirac-Gleichung im Impulsraum:

$$(\not{p} - m)u_s(p) = 0, \qquad (\not{p} + m)v_s(p) = 0 \tag{A.24}$$

Die adjungierten Spinoren

$$\bar{u} = u^\dagger\gamma^0 \quad \text{und} \quad \bar{v} = v^\dagger\gamma^0 \tag{A.25}$$

erfüllen die adjungierte Dirac-Gleichung:

$$\bar{u}_s(p)(\not{p} - m) = 0, \qquad \bar{v}_s(p)(\not{p} + m) = 0 \tag{A.26}$$

Der ladungskonjugierte Spinor ist definiert durch:

$$\psi^c = C\bar{\psi}^T \tag{A.27}$$

Hierbei gelten die Beziehungen:

$$C\bar{u}^T = v \quad \text{und} \quad C\bar{v}^T = u \tag{A.28}$$

Die Spinoren sind normiert gemäß:

$$\bar{u}_r(p)u_s(p) = 2m\delta_{rs} \quad \text{und} \quad \bar{v}_r(p)v_s(p) = -2m\delta_{rs} \tag{A.29}$$

Weiterhin gelten die Vollständigkeitsrelationen:

$$\sum_{s=\pm\frac{1}{2}} u_s(p)\bar{u}_s(p) = \not{p} + m \quad \text{und} \quad \sum_{s=\pm\frac{1}{2}} v_s(p)\bar{v}_s(p) = \not{p} - m \tag{A.30}$$

Der Viererimpuls eines Teilchens ist gegeben durch:

$$(p^\mu) = \begin{pmatrix} E \\ \vec{p} \end{pmatrix}, \tag{A.31}$$

wobei E die Energie des Teilchens darstellt. Damit gilt:

$$p^2 = m^2 = E^2 - \vec{p}^{\,2} \tag{A.32}$$

Der benötigte Umrechnungsfaktor von $(\text{GeV})^{-2}$ auf pb lautet:

$$1\ (\text{GeV})^{-2} \mathrel{\hat{=}} 3.8939 \cdot 10^8\ \text{pb} \tag{A.33}$$

A.2 Rechenregeln

Hier sollen die wichtigsten Regeln, die man bei der Berechnung von Spuren braucht, angegeben werden.

$$\mathrm{Tr}(A+B) = \mathrm{Tr}(A) + \mathrm{Tr}(B) \tag{A.34}$$

$$\mathrm{Tr}(\alpha A) = \alpha \mathrm{Tr}(A) \tag{A.35}$$

$$\mathrm{Tr}(AB) = \mathrm{Tr}(BA) \tag{A.36}$$

α ist dabei eine Zahl. Weiter gilt:

$$\mathrm{Tr}(1) = 4 \tag{A.37}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma_i \gamma_j \dots \gamma_n) = 0 \quad \text{wenn } n \text{ ungerade} \tag{A.38}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu) = 4 g^{\mu\nu} \tag{A.39}$$

$$\mathrm{Tr}(\not{a}\,\not{b}) = 4(ab) \tag{A.40}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\varrho \gamma^\sigma) = 4(g^{\mu\nu} g^{\varrho\sigma} - g^{\mu\varrho} g^{\nu\sigma} + g^{\mu\sigma} g^{\nu\varrho}) \tag{A.41}$$

$$\mathrm{Tr}(\not{a}\,\not{b}\,\not{c}\,\not{d}) = 4[(ab)(cd) - (ac)(bd) + (ad)(bc)] \tag{A.42}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}(\not{1}\,\not{2} \dots \not{2n}) &= (12)\mathrm{Tr}(\not{3} \dots \not{2n}) - (13)\mathrm{Tr}(\not{2}\,\not{4} \dots \not{2n}) + \\ &\quad + \dots + (12n)\mathrm{Tr}(\not{2} \dots \not{2n-1})\end{aligned} \tag{A.43}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^5) = 0 \tag{A.44}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^5 \gamma_\mu \gamma_\nu) = 0 \tag{A.45}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma^5\,\not{a}\,\not{b}) = 0 \tag{A.46}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma_5 \gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\varrho \gamma_\sigma) = 4i\epsilon_{\mu\nu\varrho\sigma} \tag{A.47}$$

$$\mathrm{Tr}(\gamma_5\,\not{a}\,\not{b}\,\not{c}\,\not{d}) = 4i[abcd] \tag{A.48}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{Tr}(\gamma_5\,\not{a}\,\not{b}\,\not{c}\,\not{d}\,\not{e}\,\not{f}) &= 4i\{(ab)[cdef] - (ac)[bdef] + (bc)[adef] + \\ &\quad +(ef)[abcd] - (df)[abce] + (de)[abcf]\}\end{aligned} \tag{A.49}$$

Oft erweist es sich als vorteilhaft die Spuren vor der Berechnung erst noch umzuformen. Dabei haben sich folgende Identitäten und Relationen als nützlich erwiesen:

$$\not{a}\,\not{b} + \not{b}\,\not{a} = 2(ab) \quad \text{siehe (A.8)} \tag{A.50}$$

$$g^{\mu\nu} g_{\mu\nu} = 4 \tag{A.51}$$

$$g^{\lambda\mu} g_{\mu\nu} = \delta^\lambda_\nu = \begin{cases} 1 & \text{für } \lambda = \nu \\ 0 & \text{für } \lambda \neq \nu \end{cases} \tag{A.52}$$

$$\gamma_\mu \gamma^\mu = 4 \tag{A.53}$$

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\mu = -2\gamma^\nu \tag{A.54}$$

$$\gamma_\mu \not{a} \gamma^\mu = -2\,\not{a} \tag{A.55}$$

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\mu = 4 g^{\nu\lambda} \tag{A.56}$$

$$\gamma_\mu\,\not{a}\,\not{b} \gamma^\mu = 4(ab) \tag{A.57}$$

$$\gamma_\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda \gamma^\sigma \gamma^\mu = -2\gamma^\sigma \gamma^\lambda \gamma^\nu \tag{A.58}$$
$$\gamma_\mu \not{a} \not{b} \not{c} \gamma^\mu = -2 \not{c} \not{b} \not{a} \tag{A.59}$$
$$\gamma_\mu \gamma_\nu \gamma_\lambda = g_{\mu\nu}\gamma_\lambda - g_{\mu\lambda}\gamma_\nu + g_{\nu\lambda}\gamma_\mu + i\epsilon_{\alpha\mu\nu\lambda}\gamma^\alpha \gamma^5 \tag{A.60}$$

A.3 Gram-Determinanten

Die Variablen, nach denen die Wirkungsquerschnitte parametrisiert werden, können nur einen bestimmten, kinematisch erlaubten Bereich durchlaufen. Die Integrationsgrenzen sind durch Energie- und Impulserhaltung festgelegt und können mittels Gram-Determinanten berechnet werden [27, 28].

Man betrachte das CMS von k Teilchen mit Impulsen $\vec{p}_i$:

$$\sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_1 + \cdots + \vec{p}_k = 0 \tag{A.61}$$

Eine Grenze des möglichen physikalischen Bereichs ist sicherlich dann gegeben, wenn sich Teilchen j in Ruhe befindet:

$$E_j = m_j \tag{A.62}$$

Daraus folgt

$$\sum_{i\neq j} \vec{p}_i = 0 \tag{A.63}$$

und somit für die Vierervektoren (auf Lorentz-Indizes wird aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet):

$$\sum_{i\neq j} p_i = \left(\sum_{i\neq j} E_i, \vec{0}\right) = \left(\frac{1}{m_j}\sum_{i\neq j} E_i\right) p_j \quad \text{da} \quad p_j = \left(m_j, \vec{0}\right) \tag{A.64}$$

An der Grenze des physikalischen Bereichs sind daher alle Viererimpulse linear abhängig:

$$\sum_{i\neq j} p_i - \left(\frac{1}{m_j}\sum_{i\neq j} E_i\right) p_j = 0 \tag{A.65}$$
$$\longleftrightarrow \quad \lambda_1 p_1 + \lambda_2 p_2 + \cdots + \lambda_k p_k = 0 \tag{A.66}$$

Um eine lorentzinvariante Beziehung zu erhalten, multipliziert man die Gleichnung nacheinander mit $p_1, p_2, \ldots, p_k$ und bekommt ein lineares Gleichungssystem für die Koeffizienten $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$, das nur dann nichttriviale Lösungen besitzt, wenn die Determinante verschwindet:

$$\Delta_k(p_1, p_2, \ldots, p_k) = \begin{vmatrix} (p_1p_1) & (p_1p_2) & \cdots & (p_1p_k) \\ (p_2p_1) & (p_2p_2) & \cdots & (p_2p_k) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (p_kp_1) & (p_kp_2) & \cdots & (p_kp_k) \end{vmatrix} \stackrel{!}{=} 0 \tag{A.67}$$

Δ_k nennt man Gram-Determinante. Sie verschwindet an den Grenzen des physikalischen Bereichs. Für verschiedene k ergibt sich:

- $k = 1$:
$$\Delta_1(p_1) = |(p_1 p_1)| = m_1^2 \geq 0 \tag{A.68}$$

- $k = 2$:
$$\Delta_2(p_1, p_2) = \begin{vmatrix} m_1^2 & (p_1 p_2) \\ (p_2 p_1) & m_2^2 \end{vmatrix} = m_1^2 m_2^2 - (p_1 p_2)^2 \tag{A.69}$$
Im Ruhesystem des Teilchens 1 erhält man:
$$\Delta_2(p_1 p_2) = m_1^2 m_2^2 - E_1^2 E_2^2 = -m_1^2 \vec{p}_2^{\,2} \leq 0 \tag{A.70}$$

- $k = 3$: Im Ruhesystem des Teilchens 1 gilt:
$$\begin{aligned} \Delta_3(p_1, p_2, p_3) &= m_1^2 |\vec{p}_2 \times \vec{p}_3|^2 \\ &= m_1^2 \vec{p}_2^{\,2} \vec{p}_3^{\,2} \sin^2\theta_{23} \\ &= \frac{\Delta_2(p_1, p_2)\Delta_2(p_1, p_3)}{\Delta_1(p_1)} \sin^2\theta_{23} \geq 0 \end{aligned} \tag{A.71}$$
Darin ist θ_{23} der Winkel zwischen den Impulsen $\vec{p}_2$ und $\vec{p}_3$. Für $\theta_{23} = 0$ verschwindet die Gram-Determinante. Also sind an der Grenze des physikalischen Bereichs die Teilchen kolinear.

- $k = 4$:
$$\begin{aligned} \Delta_4(p_1, p_2, p_3, p_4) &= -m_1^2 |\vec{p}_2 \cdot (\vec{p}_3 \times \vec{p}_4)|^2 \\ &= -m_1^2 p_2^2 p_3^2 p_4^2 \sin^2\theta_{23} \sin^2\theta_{34} \sin^2\phi_{(23)(34)} \\ &= \frac{\Delta_3(p_1, p_2, p_3)\Delta_3(p_1, p_2, p_4)}{\Delta_2(p_1, p_3)} \sin^2\phi_{(23)(34)} \leq 0 \end{aligned} \tag{A.72}$$
$\phi_{(23)(34)}$ ist der Winkel zwischen den Ebenen, die von $\vec{p}_2$ und $\vec{p}_3$, sowie von $\vec{p}_3$ und $\vec{p}_4$ aufgespannt werden. An der Grenze verschwindet der Sinus dieses Winkels und die Teilchen liegen koplanar.

- $k > 4$: Da es im vierdimensionalen Raum nicht mehr als vier linear unabhängige Vektoren gibt, ist die Gram-Determinante identisch Null.
$$\Delta_k(p_1, p_2, \ldots, p_k) = 0 \quad \text{für} \quad k > 4 \tag{A.73}$$

Mit Hilfe des invarianten Ausdrucks

$$s_{i\ldots k} = (p_i + \cdots + p_k)^2 \tag{A.74}$$

kann man für die Gram-Determinanten schreiben:

$$\Delta_2(p_i, p_j) = -\frac{1}{4}\lambda(s_{ij}, s_i, s_j) \tag{A.75}$$

$$\Delta_3(p_i, p_j, p_k) = -\frac{1}{4}G(s_{ij}, s_{ik}, s_{ijk}, s_i, s_j, s_k) \tag{A.76}$$

Die Funktion

$$\lambda(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz \tag{A.77}$$

wird Dreiecksfunktion genannt. Sie ist invariant unter Vertauschung der Variablen x, y und z. Für die Tetrahedronfunktion $G(x, y, z, u, v, w)$ gilt:

$$\begin{aligned} G(x, y, z, u, v, w) = {} & x^2y + xy^2 + z^2u + zu^2 + v^2w + vw^2 + xzv + xuv + yzw + \\ & +yuw - xy(z + u + v + w) - zu(x + y + v + w) - \\ & -vw(x + y + z + u) \end{aligned} \tag{A.78}$$

Sie ist invariant unter Permutationen der Variablenpaare (x, y), (z, u) und (v, w) und unter gleichzeitigem Vertauschen der Variablen innerhalb zweier Variablenpaare.

Für die Vorzeichen der Funktionen gilt

$$\lambda(s_{ij}, s_i, s_j) \geq 0 \tag{A.79}$$

$$G(s_{ij}, s_{ik}, s_{ijk}, s_i, s_j, s_k) \leq 0 \tag{A.80}$$

wobei die Nullstellen die kinematischen Grenzen festlegen.

Literaturverzeichnis

[1] S. L. Glashow, *Nucl. Phys.* 22 (1961) 579.
S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.* 19 (1967) 1264.
A. Salam, in Elementary Particle Theory, ed. N. Svartholm, *Almqvist and Wiksell*, Stockholm (1968) 367.

[2] S. L. Glashow, J. Illiopoulos, L. Maiani, *Phys. Rev.* D2 (1970) 128.

[3] D. Griffiths, Introduction to Elementary Particles, *Harper* & *Row*, New York 1987.

[4] H. Haber, Proceedings of the 21st SLAC Summer Institute on Particle Physics: Spin Structure in High Energy Processes, SLAC Stanford, CA, 26 July-6 August 1993

[5] M. F. Sohnius, *Phys. Rep.* 128 (1985) 39.

[6] H. E. Haber, G. L. Kane, *Phys. Rep.* 117 (1985) 75.

[7] P. Fayet, *Nucl. Phys.* B90 (1975) 104.

[8] J. Wess, B. Zumino, *Nucl. Phys.* B70 (1974) 39.
J. Wess, B. Zumino, *Phys. Lett.* 49B (1974) 52.

[9] G. Arnison et al. *Phys. Lett.* 122B (1983) 103.
G. Arnison et al. *Phys. Lett.* 126B (1983) 398.

[10] F. Abe et al., *Phys. Rev. Lett.* 73 (1994) 225.

[11] U. Amaldi, W. de Boer, H. Fürstenau, *Phys. Lett.* B260 (1991) 447.

[12] R. Haag, J. T. Łopuszański, M. F. Sohnius, *Nucl. Phys.* B88 (1975) 257.

[13] G. Moortgat-Pick, H. Fraas, A. Bartl, W. Majerotto, *Eur. Phys. J.* C7 (1998) 113.

[14] G. Moortgat-Pick, H. Fraas, A. Bartl, W. Majerotto, *Eur. Phys. J.* C9 (1999) 521.

[15] M. Guchait, *Z. Phys.* C 57 (1993) 157.

[16] M. Keishen, A. Shafik, A. Aboshousha, *Phys. Rev.* D 45 (1992) 4345.

[17] I. F. Ginzburg, G. L. Kotkin, S. L. Panfil, V. G. Serbo, V. I. Telnov, *Nucl. Inst.* 219 (1984) 5.

[18] D. L. Borden, D. A. Bauer, D. O. Caldwell, *Phys. Rev.* D48 (1993) 4018. D. L. Borden, D. A. Bauer, D. O. Caldwell, SLAC-PUB-5715, 1992 (unpublished), UCSB-HEP-92-01, 1992 (unpublished).

[19] F. Cuypers, G. J. van Oldenborgh, R. Rückl, *Nucl. Phys.* B383 (1992) 45.

[20] F. Cuypers, G. J. van Oldenborgh, R. Rückl, *Nucl. Phys.* B409 (1993) 144.

[21] L. Girardello, M. T. Grisaru, *Nucl. Phys.* B194 (1982) 65.

[22] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto, N. Oshimo, *Phys. Rev.* D40 (1989) 1594.

[23] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto, B. Mösslacher *Z. Phys.* C55 (1992) 257.

[24] I. Bronstein, K. Semendjajev, Taschenbuch der Mathematik, *Verlag Harri Deutsch, Thun*, Frankfurt a. M. 1993

[25] H. Pilkuhn, The Interactions of Hadrons, *North-Holland Publishing Company*, Amsterdam 1967.

[26] A. Bartl, M. Dittmar, W. Majerotto, Proceedings of the Workshop e^+e^- Collisions at 500 GeV. The Physics Potential, Part B, Munich, Annecy, Hamburg, Ed. by P. Zerwas, DESY 92-123B (1992) 603.

[27] E. Byckling, K. Kajantie, Particle Kinematics, *John Wiley & Sons*, London 1973.

[28] G. Costa et al., TEPP, Kinematic and Symmetries, Band 1, ed. M. Nikolić, Paris 1979.

[29] H. Baer, X. Tata, FSU-HEP-921222.

[30] L. J. Hall, J. Polchinski, *Phys. Lett.* 152B (1985) 335.

[31] F. M. Renard: Basics of Electron Positron Collisions, *Editions Frontières*, Dreux 1981.

[32] S. Hesselbach, *Diplomarbeit* Würzburg 1995.

[33] F. Mandl, G. Shaw, Quantenfeldtheorie, *Aula-Verlag*, Wiesbaden 1993.

[34] O. Nachtmann, Phänomene und Konzepte der Elementarteilchenphysik, *Vieweg*, Braunschweig/Wiesbaden 1986.

[35] H. J. Müller-Kirsten, A. Wiedemann, Supersymmetry, An Introduction with Conceptual and Calculational Details, *World Scientific*, Singapore 1987.

[36] T. Kon, K. Nakamura, T. Kobayashi, *Z. Phys.* C45 (1990) 567.

[37] S. Ambrosanio, G. A. Blair, P. Zerwas, ECFA-DESY LC-Workshop, 1998.

[38] H. Baer, M. Drees, X. Tata, *Phys. Rev.* D41 (1990) 3414.

[39] T. Wöhrmann *Dissertation* Würzburg 1993.

[40] G. Moortgat-Pick *Dissertation* Würzburg 1999.

[41] G. Moortgat-Pick *Diplomarbeit* Würzburg 1996.

[42] A. Bartl, H. Fraas, W. Majerotto, *Z. Phys.* C41 (1988) 475.

[43] C. Quigg, Gauge Theories of the Strong, Weak, and Electromagnetic Interactions, *The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc.*, Reading, Mass. 1983.

[44] Particle Data Group, *Eur. Phys. J.* C3 (1998) 1.

[45] P. Abreu et al., *Phys. Lett.* B 446 (1999) 75.

[46] R. Barate, CERN-EP/99-014.

[47] L. Roszkowski, *Phys. Let.* B252 (1990) 471.

[48] J. Ellis, G. G. Ross, *Phys. Lett.* 117B (1982) 397.

[49] H. Fraas, *Nucl. Phys.* B71 314 (1974)

[50] W. Hollik, *Diplomarbeit* Würzburg 1976

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mir bei der Erstellung dieser Arbeit geholfen haben.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr. H. Fraas für die interessante Themenstellung, anregende Hinweise und geduldige Erklärungen. Außerdem möchte ich mich für die unkomplizierten Umgangsformen und seine humorvolle Art bedanken, die ein angenehmes und entspanntes Klima in der Arbeitsgruppe schaffen.

Großer Dank gebührt ebenfalls Gudi Moortgat-Pick für zahllose Diskussionen (nicht nur über Physik) und viele Hilfen, angefangen bei der Berechnung der Spindichtematrix bis zum Umschreiben ihres Chargino-Programmes.

Weiter möchte ich mich bei Claus Blöchinger, Stefan Hesselbach („master brain") und Federico von der Pahlen für viele Anregungen und klärende Gespräche bedanken.

Auch den Systembetreuern Ansgar Freking, Andreas Vetter, Chris Dahnken, Georg Reents und Enno Schlösser sei für ihre großartige Arbeit gedankt.

Special thanks nochmal an Ansgar, für den Kreisel-slimer, Kekse aus England, Cola-Fläschchen, Brausestäbchen, Postkarten, Schaumzucker-Mäuse ...

Ein herzliches Dankeschön geht auch an Stefan Schinzer für Hilfestellungen bei den ersten Schritten am Computer.

Außerdem möchte ich Claus Blöchinger und Fabian Franke für das kritische und sorgfältige Korrekturlesen des Manuskripts danken. Die vielen Verbesserungsvorschläge und Hinweise waren sehr hilfreich.

Zuletzt möchte ich mich noch bei meinen Eltern bedanken, die mir meine Ausbildung überhaupt erst ermöglicht haben.

Erklärung

Ich versichere hiermit, daß ich die vorliegende Arbeit selbständig verfaßt und keine anderen als die angegebenen Hilfsmittel verwendet habe.

Würzburg, den 30. März 2000

Tobias Mayer