

# **Rote Riesen, Weiße Zwerge und Schwarze Löcher**

## **Teil 2: Relativitätstheorie und Teilchenphysik**

**Andreas Kellerer**

**September 2017**

## Inhalt – Teil2: Relativitätstheorie und Teilchenphysik:

<b>VIII. Die Relativitätstheorien von Einstein</b>	<b>S. 364</b>
<b>1) Was ist Relativitätstheorie und wofür brauchen wir sie?</b>	<b>S. 364</b>
<b>2) Spezielle Relativitätstheorie: Zeit, Ort und Geschwindigkeit</b>	<b>S. 365</b>
Relativität in der nichtrelativistischen Mechanik	S. 365
Inertialsysteme	S. 366
<b>Die grundlegenden Postulate der SRT</b>	<b>S. 366</b>
Das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit	S. 367
Das Michelson-Morley-Experiment	S. 368
Die Lichtgeschwindigkeit als Grenzgeschwindigkeit	S. 370
<b>Die relativistische Zeitdilatation</b>	<b>S. 372</b>
Der Lorentzfaktor	S. 373
Die relativistische Längenkontraktion	S. 375
Das Myonenexperiment	S. 376
<b>Minkowski-Diagramme</b>	<b>S. 378</b>
Die Relativität der Zeit	S. 380
Anwendung: Der relativistische Dopplereffekt	S. 382
Das Minkowski-Diagramm als Überlagerung der Weg-Zeit-Diagramme von ruhendem und bewegtem Bezugssystem	S. 385
<b>Die Lorentztransformationen</b>	<b>S. 387</b>
Relativität des gleichen Ortes und der Gleichzeitigkeit	S. 389
<b>Die Raumzeit</b>	<b>S. 392</b>
Raumzeitintervall und Informationsaustausch zwischen Ereignissen	S. 393
Die relativistische Geschwindigkeitstransformation	S. 394
<b>3) Spezielle Relativitätstheorie: Impuls und Energie</b>	<b>S. 400</b>
<b>Der relativistische Impuls</b>	<b>S. 400</b>
<b>Relativistische Energie – Äquivalenz von Masse und Energie</b>	<b>S. 404</b>
Eigenschaften der relativistischen Energie	S. 407
Die Trägheit und die Ruhemasse	S. 408
Das Experiment von Kaufmann und Bucherer	S. 408
Zur Problematik des Begriffs der „bewegten“ oder „relativistischen“ Masse	S. 411
Die relativistische Beziehung zwischen Energie und Impuls	S. 415
Die Compton-Streuung	S. 417
<b>Das relativistische Bewegungsgesetz</b>	<b>S. 419</b>
Paarerzeugung und Annihilation	S. 422
<b>Schwerpunktenergie und invariante Masse</b>	<b>S. 424</b>
Laborsystem und Schwerpunktsystem	S. 424
Erhaltungsgrößen und invariante Größen	S. 426
Die Schwerpunktenergie	S. 427
Die invariante Masse	S. 430

<b>4) Die Allgemeine Relativitätstheorie</b>	<b>S. 433</b>
Wodurch unterscheidet sich die ART von der SRT?	S. 433
<b>Das Äquivalenzprinzip</b>	<b>S. 433</b>
<b>Die Raumzeit in der Allgemeinen Relativitätstheorie</b>	<b>S. 435</b>
Die Periheldrehung der Merkur-Bahn	S. 437
<b>Gravitationswellen</b>	<b>S. 438</b>
Kosmische Quellen von Gravitationswellen	S. 439
Der Hulse-Taylor-Doppelpulsar	S. 440
Das LIGO-Interferometer	S. 441
<b>Massen krümmen den Weg des Lichts</b>	<b>S. 445</b>
Der Gravitationslinseneffekt	S. 447
Die gravitative Zeitdilatation	S. 449
Die Gravitationsrotverschiebung	S. 452
<b>Die Einsteinsche Feldgleichung</b>	<b>S. 453</b>
Schwarzschild-Metrik und Kerr-Metrik	S. 454
Die Kosmologische Konstante $\Lambda$	S. 456
<b>Die Quantengravitation</b>	<b>S. 458</b>
<b>Aufgaben</b>	<b>S. 459</b>
<b>Quellen und weiterführende Literatur</b>	<b>S. 466</b>
<b>Themen für Seminararbeiten und Referate</b>	<b>S. 467</b>
<b>IX. Grundlagen der Teilchenphysik</b>	<b>S. 468</b>
<b>Wozu benötigt man in der Kosmologie Teilchenphysik?</b>	<b>S. 468</b>
<b>1) Elementarteilchen - Bausteine der Materie</b>	<b>S. 469</b>
Teilchen der „gewöhnlichen“ Materie	S. 470
Teilchen der kosmischen Strahlung	S. 470
Teilchen, die in Beschleunigerexperimenten gefunden wurden	S. 471
Die Elementarteilchen im Überblick	S. 472
Größe, Masse, Energie und Impuls von Elementarteilchen	S. 472
Die Energieeinheit Elektronenvolt	S. 473
<b>2) Antiteilchen</b>	<b>S. 475</b>
Was ist Antimaterie?	S. 475
Paarerzeugung und Annihilation	S. 476
Das Problem der Asymmetrie von Materie und Antimaterie im Universum	S. 476
Antiwasserstoff	S. 477
<b>3) Neutrinos</b>	<b>S. 478</b>
Eigenschaften von Neutrinos	S. 478
Neutrinoquellen	S. 478
Vorhersage und Entdeckung des Neutrinos	S. 479
Die Masse der Neutrinos	S. 480

<b>4) Der Spin</b>	<b>S. 480</b>
<b>Der Bahn-Drehimpuls</b>	<b>S. 480</b>
Drehimpuls und magnetisches Moment	S. 481
Der Eigendrehimpuls eines Körpers	S. 481
<b>Der Spin</b>	<b>S. 482</b>
Die Spinquantisierung	S. 483
Die Wechselwirkung des magn. Moments mit einem äußeren Magnetfeld	S. 483
Das Stern-Gerlach-Experiment	S. 484
Fermionen und Bosonen	S. 484
<b>Die Helizität</b>	<b>S. 485</b>
<b>5) Wechselwirkungen</b>	<b>S. 486</b>
<b>Die vier fundamentalen Wechselwirkungen</b>	<b>S. 486</b>
Die Stärken der Wechselwirkungen im Vergleich	S. 487
Confinement	S. 489
<b>Die Ladungen der Teilchen</b>	<b>S. 489</b>
Die elektrische Ladung	S. 490
Aus Quarks und Antiquarks aufgebaute Objekte	S. 491
Die schwache Ladung und der schwache Isospin	S. 492
Parität, Paritätserhaltung u. Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung	S. 495
Das Experiment von Wu	S. 496
CP-Verletzungen durch die schwache Wechselwirkung	S. 498
Die Farbladungen der starken Wechselwirkung	S. 500
<b>Austauschteilchen vermitteln die Wechselwirkungen</b>	<b>S. 501</b>
Die Feldquantisierung	S. 502
Austauschteilchen und Wechselwirkungsmechanismen	S. 502
<b>Das Quark-Gluonen-Plasma</b>	<b>S. 506</b>
Die Sonderrolle der Gravitationskraft	S. 506
<b>Reelle Teilchen und virtuelle Teilchen</b>	<b>S. 506</b>
Die Reichweite der Wechselwirkungen	S. 509
Die Vereinheitlichungstheorie für die Grundkräfte	S. 509
<b>Erhaltungsgrößen</b>	<b>S. 510</b>
<b>6) Feynman-Diagramme</b>	<b>S. 511</b>
Wie werden Teilchen und Austauschteilchen dargestellt?	S. 511
Reelle und virtuelle Teilchen im Feynman-Diagramm	S. 511
Der Vertex - Grundbaustein von Feynmandiagrammen	S. 512
Erhaltungsgrößen in Feynman-Diagrammen	S. 513
<b>7) Der Higgs-Mechanismus und das Higgs-Teilchen</b>	<b>S. 515</b>
<b>Der Higgs-Mechanismus</b>	<b>S. 515</b>
Das Higgs-Feld und das Higgs-Teilchen	S. 515
Produktion des Higgs-Teilchens am LHC	S. 518
Zerfall des Higgs-Teilchens	S. 519
<b>Die Suche nach dem Higgs-Teilchen</b>	<b>S. 520</b>
Die Entdeckung des Higgs-Teilchens	S. 521
Was versteht man unter der Signifikanz eines Ereignisses?	S. 522
<b>8) Das Standardmodell der Teilchenphysik</b>	<b>S. 523</b>

<b>9) Teilchenbeschleuniger am CERN</b>	<b>S. 524</b>
<b>Beschleunigertypen</b>	<b>S. 524</b>
Die Synchrotronstrahlung	S. 524
<b>Die Vorbeschleuniger des LHC</b>	<b>S. 525</b>
Beschleunigung von Protonen in Driftröhren	S. 526
Hohlraumresonatoren	S. 527
Ablenkung geladener Teilchen im Magnetfeld	S. 528
<b>Der Large Hadron Collider (LHC)</b>	<b>S. 530</b>
Kollisionsexperimente und Fixed-Target-Experimente	S. 531
Die wichtigsten Bauteile des LHC	S. 534
<b>10) Supraleitung</b>	<b>S. 536</b>
Kritische Temperatur und kritische magnetische Feldstärke	S. 536
Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt	S. 537
Supraleiter vom Typ I und vom Typ II	S. 538
Die BCS-Theorie zur Supraleitfähigkeit	S. 539
Supraleiter beim LHC	S. 540
<b>12) Teilchendetektoren am CERN</b>	<b>S. 543</b>
Detektortechnik im Überblick	S. 543
<b>Detektorkomponenten und ihre Funktionsweisen</b>	<b>S. 544</b>
Spurkammern	S. 544
Kalorimeter	S. 546
Photomultiplier	S. 547
Myonenkammern	S. 547
Cherenkov-Detektoren	S. 548
<b>13) Das COMPASS-Experiment</b>	<b>S. 549</b>
Forschungsziele	S. 549
Erzeugung des Myonen- bzw. Hadronenstrahls	S. 550
Das Sekundärtarget für die Myonenexperimente	S. 551
Die COMPASS-Detektoren	S. 552
Forschungsergebnisse	S. 554
<b>14) Antimaterieforschung am CERN</b>	<b>S. 555</b>
Erzeugung von Antiprotonen und Positronen	S. 556
Entschleunigung von Antiprotonen und Positronen	S. 556
Aufbau und Funktionsweise des Antiproton Decelerators (AD)	S. 556
Entschleunigung von Antiprotonen im AD	S. 557
Speicherung von Antiprotonen in der Penningfalle	S. 557
Elektronenkühlung	S. 558
Entschleunigung von Positronen	S. 558
Erzeugung von Antiwasserstoffatomen	S. 558
Experimente mit Antimaterie am AD	S. 559
ELENA – ein zusätzlicher Entschleunigerring bei AD	S. 560
<b>15) Das AMS-Experiment</b>	<b>S. 561</b>
Die AMS-Mission	S. 561
Aufbau des AMS-Detektors	S. 562
Forschungsergebnisse	S. 563

<b>Aufgaben</b>	<b>S. 564</b>
<b>Quellen und weiterführende Literatur</b>	<b>S. 573</b>
<b>Themen für Seminararbeiten und Referate</b>	<b>S. 574</b>
<b>Bildquellen</b>	<b>S. 575</b>



## VIII. Die Relativitätstheorien von Einstein

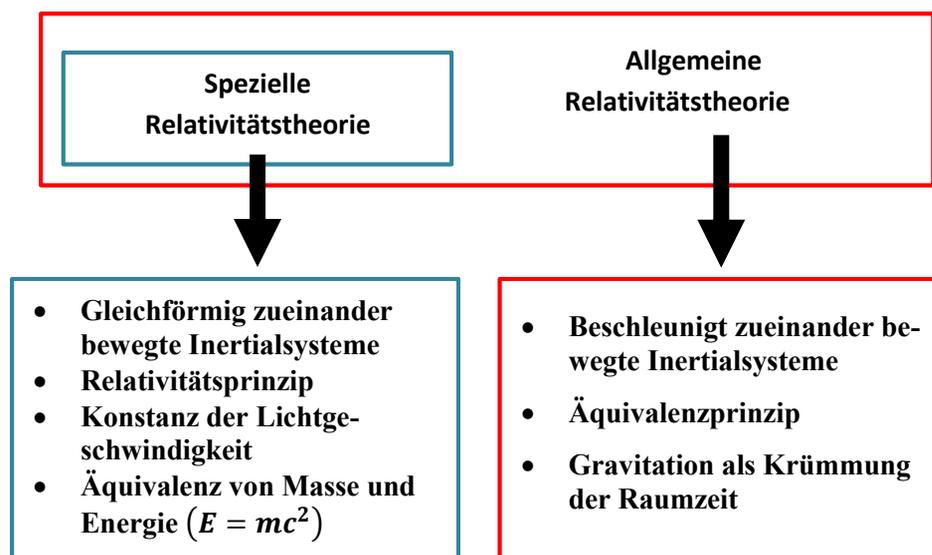
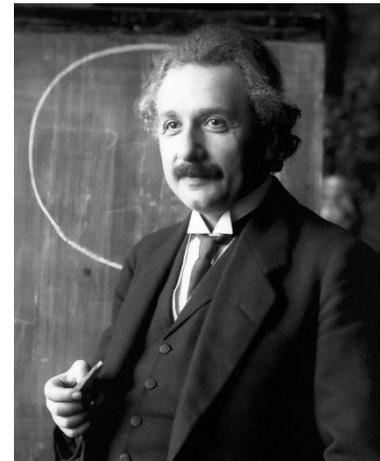
### 1) Was ist Relativitätstheorie und wofür brauchen wir sie?

Bei Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit oder in der Nähe großer Massen werden Effekte beobachtet, die wir aus der Alltagserfahrung heraus für unmöglich halten: Uhren gehen langsamer, Wege erscheinen verkürzt, Licht breitet sich nicht mehr geradlinig aus und ändert seine Farbe.

Die Spezielle Relativitätstheorie und die Allgemeine Relativitätstheorie von **Albert Einstein** erklären die beschriebenen Effekte und liefern Formeln, mit denen man berechnen kann, welche Werte bestimmte Größen bei hohen Geschwindigkeiten oder in der Nähe großer Massen annehmen.

Einstein veröffentlichte **1905** die **Spezielle Relativitätstheorie (SRT)**. Sie erklärt Phänomene in einem Bezugssystem, das sich relativ zum ruhenden Bezugssystem mit konstanter Geschwindigkeit und ohne Richtungsänderung bewegt. Auch die berühmte relativistische Energie-Formel  $E = mc^2$ , die die Äquivalenz von Masse und Energie beschreibt, gehört zur SRT.

**1915** veröffentlichte Einstein seine **Allgemeine Relativitätstheorie (ART)**. Die ART ist eine Verallgemeinerung der SRT. Sie schließt auch eine beschleunigte Relativbewegung zwischen den Bezugssystemen ein. Dazu gehören insbesondere krummlinige Bewegungen und Bewegungen auf Kreisbahnen. Die Kernaussage der ART ist, dass Massen den Raum und damit auch den Weg des Lichts krümmen.



Die **Kosmologie** liefert zahlreiche Anwendungen der Relativitätstheorien: Objekte am Rand des sichtbaren Universums entfernen sich mit Fluchtgeschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit. Doppelsternsysteme aus Neutronensternen rotieren mit extrem hohen Geschwindigkeiten. Schwarze Löcher krümmen den Weg des Lichts.

In Teilchenbeschleunigern werden Elektronen oder Protonen praktisch auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigt. Bei Kollisionsexperimenten entstehen aus einem Teil der Kollisionsenergie neue Teilchen mit Masse.

## 2) Spezielle Relativitätstheorie: Zeit, Ort und Geschwindigkeit

### Relativität in der nichtrelativistischen Mechanik

„**Relativität**“ beschreibt den Übergang von einem ruhenden Bezugssystem A in ein Bezugssystem B, das sich mit einer Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt. Sie beschreibt, wie ein in A ruhender Beobachter physikalische Vorgänge im bewegten Bezugssystem B wahrnimmt. Physikalische Vorgänge werden durch Größen wie Zeit, Weg und Geschwindigkeit charakterisiert.

Es geht also um die Frage, wie sich die Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}$ , mit der sich das Bezugssystem B relativ zum Bezugssystem A bewegt, auf die Messung von Zeit, Ort und Geschwindigkeit im bewegten Bezugssystem B durch einen im Bezugssystem A ruhenden Beobachter auswirkt.

Damit ist Relativität kein auf die Relativitätstheorie beschränktes Prinzip. Relativität gibt es auch in der nichtrelativistischen Physik.

#### Gedankenexperiment 1:

Du (A) stehst am Bahnsteig und beobachtest einen Freund (B), der in einem Eisenbahnwagen mit der Geschwindigkeit  $v_B = 3 \frac{m}{s}$  in Richtung zur Zugspitze läuft. Der Zug fährt mit der Relativgeschwindigkeit  $v = 20 \frac{m}{s}$ .

- Wie groß ist die Geschwindigkeit  $v_A$ , mit der sich dein Freund aus deiner Sicht an dir vorbei bewegt?
- Welchen Weg legt dein Freund in 1 Sekunde zurück?

In der klassischen Physik, die unserer Alltagserfahrung entspricht, gehen wir davon aus, dass die **Zeit im bewegten Bezugssystem (Eisenbahnwagen) genauso schnell vergeht, wie im ruhenden Bezugssystem (Bahnsteig)**:

$$t_A = t_B$$

**Klassische Geschwindigkeitsaddition:**

$$\vec{v}_A = \vec{v}_B + \vec{v}$$

**Galilei-Transformation für den Ort:**

$$x_A = x_B + v \cdot t$$

Dein Freund (B) bewegt sich also aus seiner Sicht mit der Geschwindigkeit  $v_B = 3 \frac{m}{s}$  und legt dabei im Eisenbahnwagen in einer Sekunde den Weg  $x_B = 3 m$  zurück.

Aus deiner Sicht (A) bewegt er sich mit der Geschwindigkeit  $v_A = 3 \frac{m}{s} + 20 \frac{m}{s}$  und legt pro Sekunde den Weg  $x_A = 3 m + 20 \frac{m}{s} \cdot 1 s = 23 m$  zurück.

## **Inertialsysteme:**

Die Spezielle Relativitätstheorie macht Aussagen zu physikalischen Phänomenen, die ein ruhender Beobachter in einem relativ zu ihm mit konstanter Geschwindigkeit und ohne Richtungsänderung bewegten (kurz: nicht beschleunigten) Bezugssystem wahrnimmt. Diese Effekte treten deutlich in Erscheinung, wenn die Relativgeschwindigkeit in die Nähe der Lichtgeschwindigkeit kommt. Weil solche Relativgeschwindigkeiten im Alltag nicht auftreten, werden relativistische Effekte im Allgemeinen nicht wahrgenommen und scheinen unserem physikalischen Grundverständnis zu widersprechen.

In Bezugssystemen, die sich mit konstanter Geschwindigkeit geradlinig bewegen, wirken keine Trägheitskräfte, also keine Scheinkräfte, die ein Beobachter spürt, weil er beschleunigt oder abgebremst wird und damit keine Zentrifugalkräfte.

Ein Bezugssystem, in dem keine Trägheitskräfte wirken, heißt **Inertialsystem**.

## **Merke:**

**Die Aussagen der SRT gelten nur in Inertialsystemen! Sie dürfen nicht auf beschleunigte oder rotierende Bezugssysteme übertragen werden.**

Ein berühmtes Beispiel für die unzulässige Anwendung der Zeitdilatation, eines Effekts der SRT, auf ein beschleunigtes Bezugssystem ist das sogenannte „**Zwillingsparadoxon**“.  
(Vgl. Aufgabe 5 auf S. 461)

## **Die grundlegenden Postulate der SRT:**

Die Spezielle Relativitätstheorie ist auf zwei grundlegenden Aussagen aufgebaut, sogenannten **Postulaten**:

### **Das Relativitätsprinzip:**

**Zwei Inertialsysteme sind immer gleichberechtigt.**

Das heißt: Ein physikalischer Vorgang in einem Inertialsystem sieht für einen Beobachter im Inertialsystem und für einen Beobachter in einem anderen Inertialsystem gleich aus.

### **Beispiel:**

Du stehst am Bahnsteig. Dein Freund wirft in einem vorbeifahrenden Zug einen Ball senkrecht nach oben und fängt ihn wieder auf. Weil der Zug während des Ballwurfs weiterfährt, siehst du die Flugbahn des Balls als Parabel.

Nun wirfst du am Bahnsteig einen Ball senkrecht nach oben und fängst ihn wieder auf. Aus der Sicht deines Freundes im fahrenden Zug scheinst du dich mit dem Bahnsteig entgegen der Fahrtrichtung des Zuges nach hinten zu bewegen. Deshalb sieht auch er die Flugbahn des Balls als Parabel.

## Das Prinzip von der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit:

Die **Vakuum-Lichtgeschwindigkeit**  $c$  ist unabhängig von der Geschwindigkeit der Lichtquelle immer gleich groß. Sie ist eine **Naturkonstante**.

### Gedankenexperiment 2:

Du stehst am Bahnsteig. Dein Freund steht im Führerstand eines Zuges, der mit der Relativgeschwindigkeit  $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  fährt. In dem Moment, in dem ihr auf gleicher Höhe seid, schaltet ihr beide jeweils eine Taschenlampe ein, die in Fahrtrichtung des Zuges strahlt.

- In welchem zeitlichen Abstand erreichen die beiden Lichtsignale einen Schirm, der in Fahrtrichtung aufgestellt wurde?

Nach der klassischen Vorstellung sollte das Licht der im Zug mitfahrenden Taschenlampe früher am Schirm ankommen als das Licht der ruhenden Taschenlampe, weil unserer Alltagserfahrung entsprechend das Licht der bewegten Taschenlampe um  $v = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  schneller ist.

**Tatsächlich kommen aber beide Lichtsignale genau gleichzeitig am Schirm an.**

**Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit gilt als das „wichtigere“ der beiden Postulate. Sie ist die entscheidende Grundlage der Speziellen Relativitätstheorie!**

**Postulate** sind einer Theorie zugrundeliegende Aussagen, die nicht bewiesen werden können. Postulate können aber durch Experimente überprüft werden. Solange kein Experiment zeigt, dass ein Postulat in einer bestimmten Situation nicht zutrifft, wird das Postulat als gültig betrachtet.

Die **Vakuum-Lichtgeschwindigkeit**  $c$  ist unabhängig von der Geschwindigkeit der Lichtquelle immer gleich groß. Sie ist eine **Naturkonstante**.

$$c = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

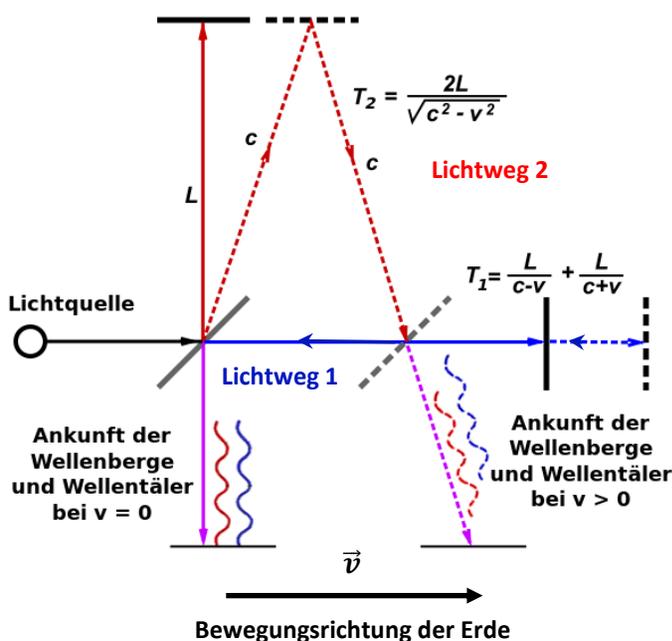
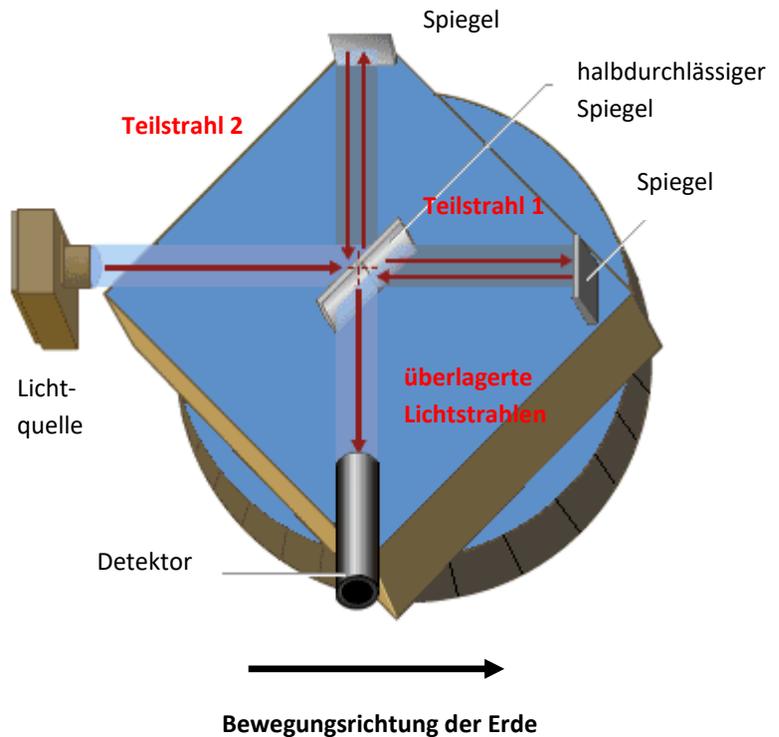
Dieser Wert für die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit ist exakt. Seit 1983 wird der Meter als die Entfernung definiert, die Licht in  $1/299792458$  Sekunde im Vakuum zurücklegt.

Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit wurde mit zahlreichen Experimenten überprüft.

## Das Michelson-Morley-Experiment:

**Albert Michelson** (Potsdam, 1881) und **Edward Morley** (Cleveland, 1887) untersuchten mit prinzipiell gleichen Versuchsaufbauten, ob sich Licht in relativ zueinander bewegten Bezugssystemen unterschiedlich schnell ausbreitet.

In einem **Michelson-Interferometer** wird ein monochromatischer Lichtstrahl (im Originalexperiment das Licht einer Natriumdampfampe mit der Wellenlänge  $\lambda = 589 \text{ nm}$ ; heute würde man einen Laserstrahl verwenden) an einem halbdurchlässigen Spiegel in zwei Lichtstrahlen so geteilt, dass die beiden Teilstrahlen in einem rechten Winkel auseinanderlaufen. Beide Teilstrahlen werden an Spiegeln reflektiert und treffen beim halbdurchlässigen Spiegel wieder aufeinander. Dabei überlagern sich die beiden Lichtwellen.



Die beiden Teilstrahlen breiteten sich in relativ zueinander bewegten Bezugssystemen aus: Der Lichtweg von Teilstrahl 1 liegt bei entsprechender Ausrichtung der Versuchsanordnung in Richtung der Bahngeschwindigkeit der Erde um die Sonne:

$$v \approx 10^5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Der Lichtweg von Teilstrahl 2 verläuft senkrecht dazu. Beide Interferometerarme haben genau die gleiche Länge  $L$ .

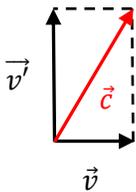
(In der Versuchsanordnung von 1887:  
 $L = 11 \text{ m}$ )

Wenn man die **klassische Geschwindigkeitsaddition** (vgl. S. 365) auf die Lichtausbreitung anwendet, sollte Teilstrahl 1 nach seinem Weg im Interferometerarm später am halbdurchlässigen Spiegel ankommen als Teilstrahl 2:

**Teilstrahl 1:** Hinweg:  $v_H' = c + v$       Rückweg:  $v_R' = c - v$

$$\Rightarrow \text{Laufzeit: } T_1 = \frac{L}{c+v} + \frac{L}{c-v} = \frac{L \cdot (c-v) + L \cdot (c+v)}{(c+v) \cdot (c-v)} = \frac{2 \cdot c \cdot L}{c^2 - v^2}$$

Während **Teilstrahl 2** in seinem Interferometerarm nach oben läuft, bewegt sich der Interferometer-Arm mit der Geschwindigkeit  $v$  nach rechts. Aus der Sicht des ruhenden Beobachters bewegt sich Teilstrahl 2 deshalb auf der rot gestrichelt eingezeichneten Bahn.



Weil die Geschwindigkeiten  $v$  und  $v'$  unterschiedliche Richtungen haben, müssen wir sie vektoriell addieren. Für die Beträge der Geschwindigkeiten folgt mit dem Satz von Pythagoras:  $v' = \sqrt{c^2 - v^2}$

$$\Rightarrow \text{Laufzeit: } T_2 = \frac{2L}{v'} = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{c^2 - v^2} \cdot L}{c^2 - v^2}$$

$$c = \sqrt{c^2} > \sqrt{c^2 - v^2} \Rightarrow T_1 > T_2$$

In der klassischen Vorstellung müssten die beiden Teilstrahlen also bei gleich langen Interferometerarmen mit der Länge  $L$  unterschiedlich lang für ihre Lichtwege brauchen.

**Eine Drehung der Versuchsanordnung um  $90^\circ$  müsste bei klassischer Geschwindigkeitsaddition zu einer Phasenverschiebung der beiden überlagerten Lichtwellen führen.**

Wenn beispielsweise die überlagerten Lichtwellen vor dem Drehen der Versuchsanordnung konstruktiv interferieren und folglich am Detektor maximale Helligkeit registriert wird, sollte die konstruktive Interferenz nach Drehen der Versuchsanordnung um  $90^\circ$  verschwinden und die Helligkeit am Detektor deutlich zurückgehen.

**Dies ist jedoch nicht der Fall.** Die am Detektor gemessene Helligkeit ändert sich nicht. Die beiden Teilstrahlen benötigen für den Lichtweg in ihrem Interferometerarm immer gleich lang. Egal, ob der Interferometerarm sich in Richtung der Erddrehung bewegt, oder nicht. **Das Licht breitet sich somit unabhängig von einer Relativgeschwindigkeit des Interferometerarms immer gleich schnell aus.**

#### Hinweise zum Experiment:

Üblicherweise wird in Michelson-Interferometern keine der Phasenverschiebung der überlagerten Lichtwellen entsprechende Helligkeitsänderung registriert. Durch leichtes Kippen eines der beiden Spiegel wird im Gesichtsfeld eines Okulars, durch das der Beobachter blickt, ein **streifenförmiges Interferenzmuster** erzeugt. Dieses Streifenmuster sollte sich bei klassischer Geschwindigkeitsaddition verschieben, wenn die Versuchsanordnung gedreht wird. Eine solche Verschiebung wird aber nicht beobachtet.

Das Michelson-Morley-Experiment wurde eigentlich durchgeführt, um nachzuweisen, dass sich die Erde durch den „Äther“ bewegt. Als Äther bezeichnete man damals eine hypothetische Substanz, die den Raum ausfüllt und die von Lichtwellen zur Ausbreitung benötigt würde. Das negative Ergebnis des Experiments führte zur Aufgabe der Hypothese vom Äther.

Das bereits 1887 durchgeführte Experiment Michelson und Morley kann uns aber auch als Hinweis auf die Gültigkeit des 18 Jahre später von Einstein formulierten Postulats der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit dienen.

## Die Lichtgeschwindigkeit als Grenzgwindigkeit

Eine weitere wichtige Aussage der Relativitätstheorie über die Lichtgeschwindigkeit lautet:

Die **Vakuum-Lichtgeschwindigkeit** ist die **obere Grenzgwindigkeit für alle Teilchen und für alle Informationen**. Für jeden Körper mit Masse gilt:  $v < c$ .

Licht breitet sich immer mit Lichtgeschwindigkeit aus. Es kann nicht beschleunigt oder abgebremst werden. Damit bewegen sich die (masselosen) Photonen stets mit Lichtgeschwindigkeit.

Dass die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit die obere Grenzgwindigkeit für Teilchen mit Masse ist, wurde ebenfalls durch viele Experimente überprüft.

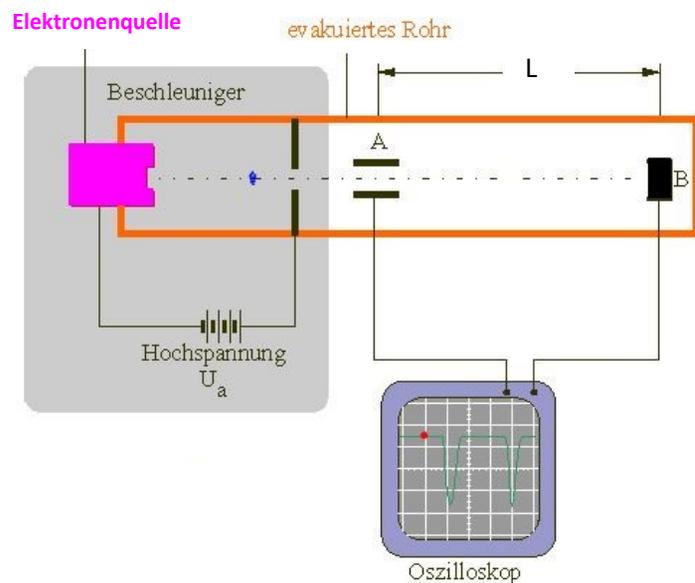
Eines dieser Experimente ist das **Experiment von Bertozzi**:

**William Bertozzi** führte **1964** ein Experiment durch, mit dem er für Elektronen den Zusammenhang zwischen Beschleunigungsspannung und Geschwindigkeit genau untersuchen konnte. In etwas vereinfachter Form wird das Experiment in der Abbildung dargestellt:

Elektronenpakete mit sehr kleiner Ausdehnung werden in einem elektrischen Feld mit zunehmender Beschleunigungsspannung  $U_a$  beschleunigt. Wenn die Elektronenpakete die Elektrode A bzw. den Auffänger B erreichen, lösen sie jeweils einen Impuls aus. Der zeitliche Abstand  $\Delta t$  der beiden Impulse wird gemessen.

Für die Geschwindigkeit der Elektronen gilt:

$$v = \frac{L}{\Delta t}$$



Im elektrischen Feld wird jedem Elektronenpaket (Ladung  $Q$ ) die Beschleunigungsarbeit  $W = Q \cdot U_a$  zugeführt. Die Bewegungsenergie  $E_{kin}$  der Elektronenpakete erhöht sich dabei um den Wert der Beschleunigungsarbeit  $W$ . Sie nimmt folglich linear mit der Beschleunigungsspannung  $U_a$  zu.

In der nichtrelativistischen Newtonschen Physik gilt  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$

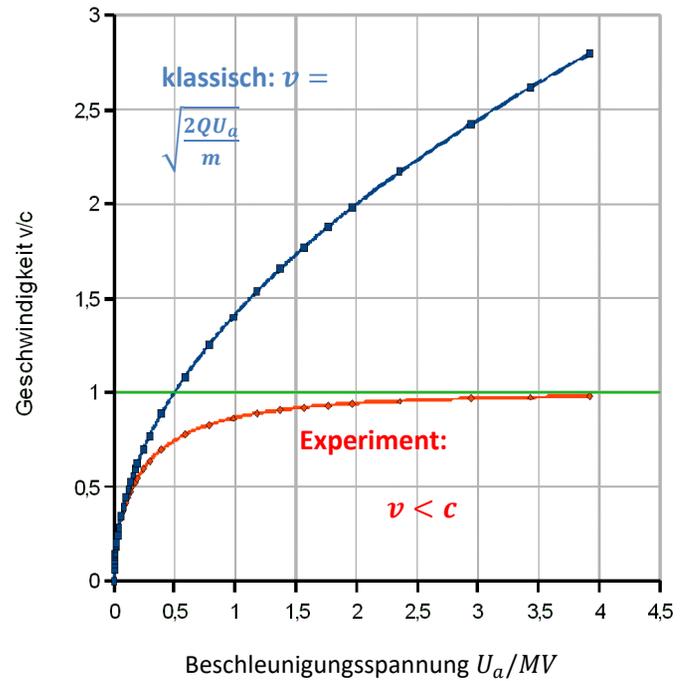
Wenn wir davon ausgehen, dass die Elektronenpakete aus der Ruhe heraus beschleunigt werden, folgt für die Elektronengeschwindigkeit:

$$v = \sqrt{\frac{2QU_a}{m}}$$

### Versuchsergebnis:

Die **Elektronengeschwindigkeit** lässt sich nicht durch Vergrößern der Beschleunigungsspannung auf Werte erhöhen, die auch die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit  $c$  übersteigen, sondern sie wächst immer langsamer, nähert sich an  $c$  an, **bleibt aber immer kleiner als  $c$** .

Insbesondere zeigt das Experiment, dass die Formel  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$  für die Bewegungsenergie **für Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit nicht gilt**.



Eine **formale Begründung** für die Tatsache, dass die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit  $c$  die obere Grenzgeschwindigkeit ist, werden wir auf S. 421 kennenlernen:

Dem relativistischen Bewegungsgesetz  $F = \gamma^3 \cdot m_0 \cdot a_{rel}$  zufolge ist die relativistische Beschleunigung

$$a_{rel} = \frac{1}{\gamma^3} \cdot \frac{F}{m_0} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}^3 \cdot \frac{F}{m_0} \text{ geschwindigkeitsabhängig und es gilt } \lim_{v \rightarrow c} a(v) = 0.$$

Bei einer konstanten beschleunigenden Kraft  $F$  nimmt die Beschleunigung  $a_{rel}$  also immer weiter ab, je mehr sich die Geschwindigkeit  $v$  eines Körpers an die Lichtgeschwindigkeit  $c$  annähert. Die Beschleunigung  $a_{rel}$  ließe sich zwar durch eine größere Kraft  $F$  wieder erhöhen, aber die Kraft  $F$  kann nicht unendlich groß werden.

### Überlichtgeschwindigkeit beim Durchgang durch Medien:

Die Lichtgeschwindigkeit hängt vom Medium ab, in dem sich Licht ausbreitet.

Je größer die optische Dichte des Mediums ist, desto langsamer breitet sich Licht im Medium aus.

$$\text{Beispiele: } c_{\text{Wasser}} \approx 2,25 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \approx 75\% \cdot c, \quad c_{\text{Diamant}} \approx 1,24 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \approx 41\% \cdot c$$

Insbesondere kann sich ein schnelles Teilchen in einem Medium mit **Überlichtgeschwindigkeit** bewegen!

Wenn sich ein geladenes Teilchen in einem Medium (Glas, Wasser, Detektorgas oder in der Erdatmosphäre) mit Überlichtgeschwindigkeit bewegt, also schneller als mit der für dieses Medium charakteristischen Lichtgeschwindigkeit, dann sendet es **Cherenkov-Strahlung** aus.

Beispielsweise erzeugen relativistische geladene **Teilchen der kosmischen Strahlung**, wenn sie sich mit Überlichtgeschwindigkeit durch die Erdatmosphäre bewegen, Cherenkov-Blitze, die man mit speziellen Teleskopen beobachten kann. (Vgl. Kap. II, S. 67 und Kap. IX, S. 548)

## Die relativistische Zeitdilatation:

Eines der bekanntesten Phänomene der SRT ist die sogenannte „Zeitdilatation“: Aus der Sicht eines ruhenden Beobachters vergeht die Zeit in einem bewegten Bezugssystem langsamer. Warum das so ist, begründen wir mithilfe eines Gedankenexperiments, der sogenannten „Lichtuhr“:

### Gedankenexperiment 3: Die „Einsteinsche Lichtuhr“:

Eine „Lichtuhr“ besteht aus zwei einander gegenüberliegenden Spiegeln im Abstand  $D$ , zwischen denen ein Lichtsignal hin und her reflektiert wird. Das Hin-und-her-Laufen des Lichtsignals kann als Schwingung betrachtet werden. Die Uhr zählt die vollständigen Schwingungen und misst so ein Zeitintervall  $\Delta t$  als Vielfaches der Schwingungsdauer  $T$ .

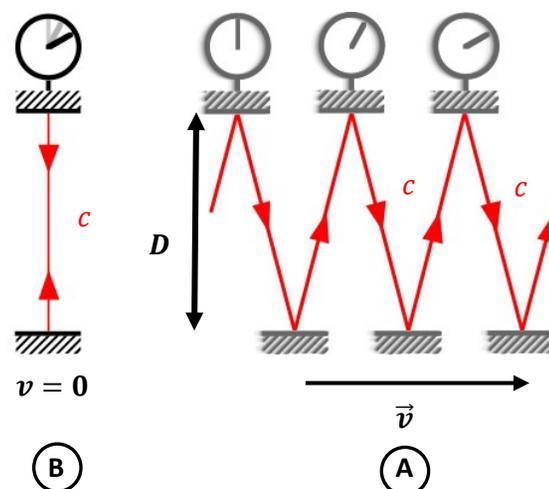
Die Lichtuhr wird in einem mit der Geschwindigkeit  $v$  fahrenden Eisenbahnwagen betrieben.

- Du beobachtest die Lichtuhr vom Bahnsteig aus. „Tickt“ die Lichtuhr aus deiner Sicht langsamer als aus der Sicht eines mitfahrenden Beobachters, der vor der Lichtuhr im Zug sitzt?

Wie man der Abbildung rechts entnehmen kann, legt das Lichtsignal aus der Sicht des ruhenden Beobachters A in der bewegten Lichtuhr zwischen den beiden Spiegeln einen längeren Weg zurück als aus der Sicht des mitbewegten Beobachters B.

Weil sich das Lichtsignal aber immer mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  ausbreitet, folgt:

Die Schwingungsdauer  $\Delta t_A = T_A$  der bewegten Lichtuhr aus der Sicht eines ruhenden Beobachters A ist länger als die Schwingungsdauer  $\Delta t_B = T_B$ , die der mitbewegte Beobachter B wahrnimmt. Die Lichtuhr „tickt“ also aus der Sicht des ruhenden Beobachters langsamer.



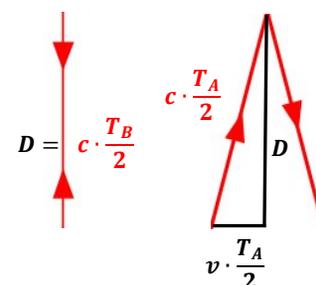
Das Prinzip der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit führt zu einer schwerwiegenden Konsequenz für die Zeitmessung:

**Aus der Sicht des ruhenden Beobachters vergeht die Zeit in einem bewegten Bezugssystem langsamer.**

### Quantitativer Zusammenhang zwischen der Schwingungsdauer $T_A$ und der Schwingungsdauer $T_B$ :

Aus der Sicht des mitbewegten Beobachters B legt das Lichtsignal zwischen zwei Spiegeln den Weg  $D = c \cdot \frac{T_B}{2}$  zurück. (Dies gilt auch, wenn die Lichtuhr ruht und nicht in einem Zug fährt!)

Aus der Sicht des ruhenden Beobachters A legt das Lichtsignal zwischen zwei Spiegeln den Weg  $2 \cdot D = c \cdot T_A$  zurück. Die Lichtuhr bewegt sich in der Zeit  $T_A$  um die Strecke  $v \cdot T_A$  weiter.



Mit dem Satz von Pythagoras folgt für die bewegte Lichtuhr:  $\left(c \cdot \frac{T_A}{2}\right)^2 = D^2 + \left(v \cdot \frac{T_A}{2}\right)^2$

Weil der Abstand  $D$  der Spiegel gleich bleibt, folgt:  $D^2 = \left(c \cdot \frac{T_B}{2}\right)^2 = \left(c \cdot \frac{T_A}{2}\right)^2 - \left(v \cdot \frac{T_A}{2}\right)^2$

$$\Rightarrow c^2 \cdot T_B^2 = c^2 \cdot T_A^2 - v^2 \cdot T_A^2 = (c^2 - v^2) \cdot T_A^2$$

$$\Rightarrow T_B = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot T_A \text{ bzw. } T_A = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot T_B$$

Wegen  $\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < 1$  gilt insbesondere  $T_A > T_B$ .

Für einen mitbewegten Beobachter B dauert eine Schwingungsdauer seiner Uhr eine Sekunde:  
 $T_B = 1 \text{ s}$ .

Für den mitbewegten Beobachter B ist der Effekt der Zeitdilatation nicht wahrnehmbar! Für ihn tickt eine Uhr genauso schnell, wie eine ruhende Uhr für einen ruhenden Beobachter.

Aus der Sicht eines ruhenden Beobachters A erscheint eine Schwingungsdauer  $T_A$  der Uhr des mitbewegten Beobachters B länger als auf seiner eignen Uhr, also länger als eine Sekunde:  $T_A > 1 \text{ s}$ .

Daraus schließt der ruhende Beobachter A:

**Ein Vorgang im bewegten Bezugssystem dauert aus der Sicht eines ruhenden Beobachters A länger, als wenn er vom mitbewegten Beobachter B mit der mitbewegten Uhr gemessen wird.**

#### Beachte:

- Aus der Sicht eines ruhenden Beobachters dauern alle physikalischen Prozesse in Bezugssystemen, die sich mit einer Geschwindigkeit  $v > 0$  relativ zu seinem Bezugssystem bewegen, länger als sie in seinem ruhenden Bezugssystem dauern würden. (Beispiel: Zerfall instabiler Teilchen; vgl. Myonenexperiment, S. 376)
- Der Effekt der relativistischen Zeitdilatation ist umso ausgeprägter, je höher die Relativgeschwindigkeit  $v$  zwischen den Bezugssystemen ist.

#### Der Lorentzfaktor $\gamma$ :

Dem niederländischen Physiker **Hendrik Antoon Lorentz (1853 bis 1928)** zu Ehren, der auch die Lorentzkraft entdeckte, die auf bewegte Ladungen im Magnetfeld wirkt, nennt man den Term

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

**Lorentzfaktor.**

Die in der SRT übliche Kurzbezeichnung  $\gamma$  für den Lorentzfaktor spart viel Schreibarbeit.

Relativistische Zeitdilatation mit dem Lorentzfaktor:

$$\Delta t_A = \gamma \cdot \Delta t_B = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_B > \Delta t_B$$

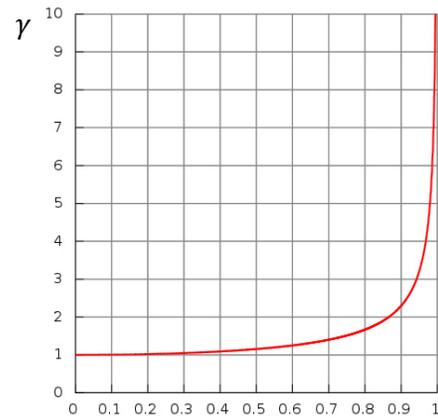
**relativistische Zeitdilatation**

---

## Der Lorentzfaktor als Funktion der Geschwindigkeit $v$ :

- $v \ll c$ :  $\gamma \approx 1$   
(nichtrelativistischer Grenzfall)
- $v \rightarrow c$ :  $\gamma \rightarrow \infty$   
(hochrelativistischer Grenzfall)

Der einheitenfreie Lorentzfaktor beschreibt, „wie relativistisch“ eine physikalische Größe ist. Das heißt: wie groß der Unterschied der Ergebnisse bei relativistischer und nichtrelativistischer Berechnung ist.



Geschwindigkeit  $v$  als Vielfaches von  $c$

Der oben abgebildete Graph der Funktion  $\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$  zeigt, wie sich der Lorentzfaktor  $\gamma$  mit zunehmender Geschwindigkeit verändert:

Bis zu Geschwindigkeiten von  $v = 0,1 \cdot c$  gilt im Rahmen der Zeichengenauigkeit:  $\gamma = 1$ . Dann wächst  $\gamma$  zuerst langsam und dann immer schneller an. Für  $v \rightarrow c$  wird  $\gamma$  unendlich groß.

Üblicherweise wird die **Geschwindigkeit  $v = 0,1 \cdot c$  als Grenze festgelegt, ab der der Lorentzfaktor  $\gamma$  „deutlich“ vom Wert  $\gamma = 1$  abweicht.**

Diese Festlegung ist allerdings willkürlich. Man könnte auch eine andere Grenzgeschwindigkeit verwenden.

---

### Beachte:

Für  $v \rightarrow c$  geht  $\gamma \rightarrow \infty$ .

Das bedeutet, dass aus der Sicht eines ruhenden Beobachters A auf Uhren in einem Bezugssystem B, das sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, eine Sekunde unendlich lang dauert. Uhren, die sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegen, bleiben stehen. Die Zeit vergeht im bewegten Bezugssystem aus der Sicht des ruhenden Beobachters nicht.

Für den mitbewegten Beobachter B läuft die Zeit allerdings genauso schnell weiter, wie wenn er in Ruhe wäre!

### Das Eigenzeitintervall $\tau$ :

Die Zeitdauer, die ein Beobachter für einen Vorgang in seinem Bezugssystem misst, heißt **Eigenzeitintervall  $\tau$** .

Das Eigenzeitintervall  $\tau$  ist über die relativistische Zeitdilatation definiert:

$$\tau = \Delta t_B \quad \text{bzw.} \quad \Delta t_A = \gamma \cdot \tau$$

## Die relativistische Längenkontraktion:

Aus der Sicht eines ruhenden Beobachters gehen in einem bewegten Bezugssystem nicht nur die Uhren langsamer, sondern auch Längen erscheinen verkürzt.

Dieser Effekt, die relativistische Längenkontraktion, folgt unmittelbar aus der relativistischen Zeitdilatation:

### Gedankenexperiment 4:

In einem mit der Geschwindigkeit  $v$  vorbeifahrenden Zug befindet sich ein Stab.

In einem ruhenden Bezugssystem (z.B. am Bahnsteig) befindet sich ein identischer Stab.

Du beobachtest vom Bahnsteig aus den Stab im Zug und vergleichst seine Länge mit der des vor dir liegenden gleichen Stabes. Erscheinen dir die beiden Stäbe gleich lang oder nimmst du unterschiedliche Längen wahr?

### Die Längenmessungen werden auf Zeitmessungen zurückgeführt:

$\Delta t_B$  ist das Zeitintervall, in dem der Stab im Zug aus der Sicht des mitfahrenden Beobachters B an dem am Bahnsteig stehenden Beobachter A vorbeifährt. Für die Länge  $l_B$  des Stabes aus der Sicht des Beobachters B im mit der Geschwindigkeit  $v$  fahrenden Zug gilt  $l_B = \Delta t_B \cdot v$ .

Für den Beobachter B im Zug ruht der Stab im Zug.  $l_B$  ist somit die Länge des ruhenden Stabes.

Weil die beiden Stäbe am Bahnsteig und im Zug identisch sind, ist  $l_B$  insbesondere die Länge die ein ruhender Beobachter A am Bahnsteig für den am Bahnsteig liegenden Stab misst.

Der ruhende Beobachter A misst die Länge  $l_A$  des Stabes in dem mit der Geschwindigkeit  $v$  fahrenden Zug über das Zeitintervall  $\Delta t_A$ , in dem er den Stab im Zug an sich vorbeifahren sieht:  $l_A = \Delta t_A \cdot v$

Aufgrund des **Relativitätsprinzips** (vgl. S. 366) unterliegt aus der Sicht des Beobachters B die Zeitmessung des Beobachters A, der sich ja relativ zu B ebenfalls mit der Relativgeschwindigkeit  $v$  bewegt, der **relativistischen Zeitdilatation**.

Die vom Beobachter B im Zug gemessene Länge  $l_B$  des Stabes im Zug ergibt sich, wenn man auf das vom Beobachter A gemessene Zeitintervall  $\Delta t_A$  die relativistische Zeitdilatation anwendet:

$$l_B = \gamma \cdot \Delta t_A \cdot v = \gamma \cdot l_A$$

$$\Rightarrow \quad l_A = \frac{1}{\gamma} \cdot l_B = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot l_B < l_B \quad \text{relativistische Längenkontraktion}$$

**Beachte:** Für  $v \rightarrow c$  geht  $\frac{1}{\gamma} \rightarrow 0$ . Das bedeutet, dass Längen in bewegten Bezugssystemen aus der Sicht eines ruhenden Beobachters für  $v \rightarrow c$  gegen Null schrumpfen.

Ein mitbewegter Beobachter B sieht alle Längen aber so, wie wenn er in Ruhe wäre!

### Die Eigenlänge $L_e$ :

Die Länge, die ein Beobachter in seinem Bezugssystem misst, heißt **Eigenlänge  $L_e$** .

Die Eigenlänge  $L_e$  ist über die relativistische Längenkontraktion definiert:

$$L_e = l_B \quad \text{bzw.} \quad l_A = \frac{1}{\gamma} \cdot L_e$$

## Experimentelle Bestätigung der relativistischen Zeitdilatation und Längenkontraktion:

### Das Myonenexperiment

Myonen wurden in der kosmischen Strahlung nachgewiesen (vgl. Kap. IX, S. 470f). Sie entstehen in einer Höhe von ca. 15 km infolge von Kernreaktionen, wenn energiereiche Teilchen der Höhenstrahlung auf Stickstoffkerne der äußeren Erdatmosphäre treffen.

Die so erzeugten Myonen bewegen sich mit einer Geschwindigkeit von 99,98% der Lichtgeschwindigkeit durch die Erdatmosphäre. Dabei zerfallen sie mit einer **mittleren Lebensdauer**  $\tau = 2,2 \mu\text{s} = 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ .

**Erwartete Flugzeit eines Myons bei nichtrelativistischer Berechnung:**

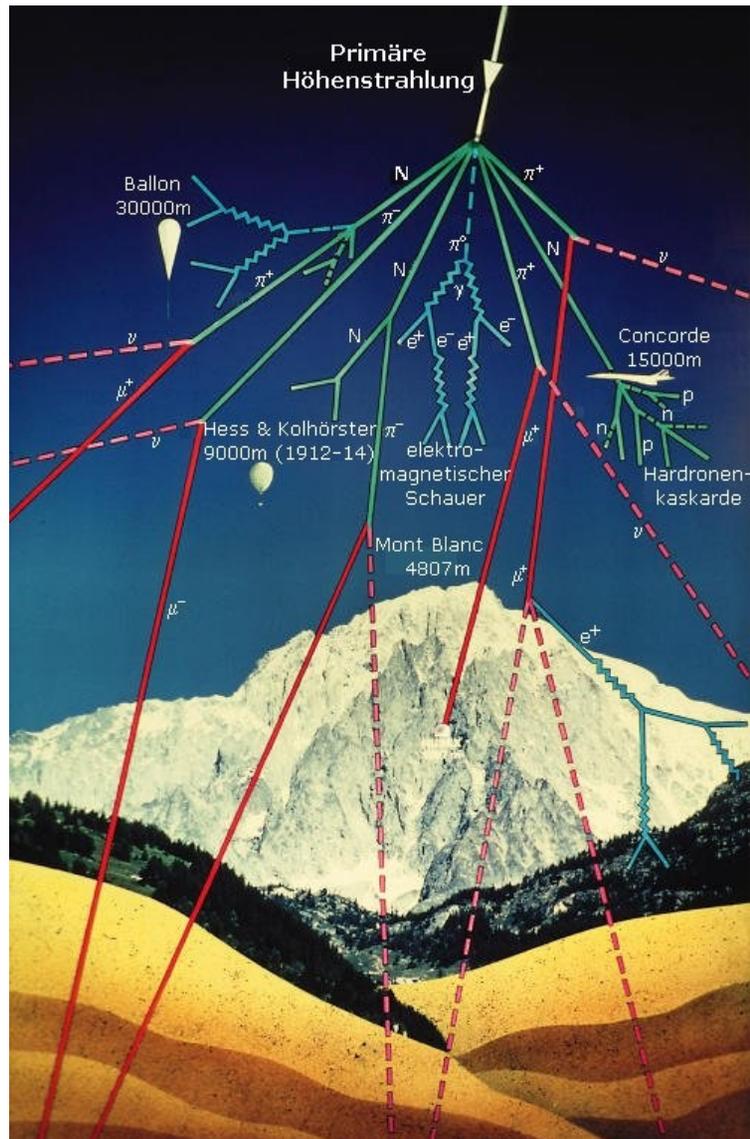
$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v} = \frac{15 \cdot 10^3 \text{ m}}{0,9998 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 5,0 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

Die Flugzeit des Myons ist bei nichtrelativistischer Berechnung also etwa 23-mal so groß wie die mittlere Lebensdauer  $\tau$  des Myons.

Es dürften demnach kaum Myonen aus der kosmischen Strahlung an der Erdoberfläche nachweisbar sein.

Das Gegenteil ist aber der Fall: Pro Quadratmeter und Sekunde werden auf Meereshöhe ca. 100 Myonen nachgewiesen.

Davon kann man sich bei einem Besuch der Ausstellung „Universe of Particles“ im CERN Globe überzeugen. Dort ist eine **Funkenkammer** installiert, in der kosmische Myonen Lichtblitze erzeugen (Bild rechts).



### Erklärung des Myonenexperiments mithilfe der relativistischen Zeitdilatation:

Aus der Sicht des auf der Erde ruhenden Beobachters gehen die Uhren im bewegten Bezugssystem eines Myons langsamer: Während die „Uhr“ des bewegten Myons eine Sekunde misst, misst die Uhr des ruhenden Beobachters  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-0,9998^2}} \approx 50$ . Damit erhöht sich die mittlere Lebensdauer eines Myons von  $\tau = 2,2 \mu\text{s}$  auf  $\gamma \cdot \tau \approx 50 \cdot \tau \approx 1,1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .

Das ist aber mehr als doppelt so lang, wie die oben berechnete Zeit, die das Myon benötigt, um die Erdoberfläche zu erreichen.

- In vielen Beschleunigerexperimenten, wie bei COMPASS am CERN (vgl. Kap. IX, S. 549ff) arbeitet man mit Myonen, die sich nahezu mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Ihre im Ruhezustand sehr kurze Lebensdauer ist wegen ihrer hohen Geschwindigkeit relativ zum ruhenden Laborsystem durch Zeitdilatation so weit gedehnt, dass genügend Zeit für verschiedenste Versuche bleibt.

### Erklärung des Myonenexperiments mithilfe der relativistischen Längenkontraktion:

Die Erde bewegt sich in dem Bezugssystem, in dem das Myon ruht, mit der Geschwindigkeit  $v = 99,98\% \cdot c$  auf das Myon zu.

Nach dem Relativitätsprinzip gilt die relativistische Längenkontraktion auch für die Entfernung, in der das Myon die Erde sieht: Sie reduziert sich von  $15 \text{ km}$  auf  $\frac{1}{\gamma} \cdot 15 \text{ km} = \frac{1}{50} \cdot 15 \text{ km} = 300 \text{ m}$ .

Während seiner mittleren Lebensdauer  $\tau = 2,2 \mu\text{s}$  kann das Myon aber die Strecke  $\Delta x = v \cdot \tau = 0,9998 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,2 \cdot 10^{-6} \text{ s} \approx 660 \text{ m}$  zurücklegen.

Das ist mehr als doppelt so viel, wie die  $300 \text{ m}$  lange Entfernung, in der sich die Erde aus der Sicht des Myons aufgrund der relativistischen Zeitdilatation befindet.

## Minkowski-Diagramme

Zur Veranschaulichung der Eigenschaften von Raum und Zeit in der SRT entwickelte **Hermann Minkowski (1864 – 1909)**, ein Lehrer von Albert Einstein am Polytechnikum in Zürich, das sogenannte „**Minkowski Diagramm**“.

Für die Kosmologie wichtige Phänomene der SRT wie die Zeitdilatation, die Längenkontraktion und die relativistische Dopplerverschiebung lassen sich mit Minkowski-Diagrammen anschaulich darstellen. Die Herleitungen der zugehörigen Formeln fallen damit leichter.

Das Minkowski-Diagramm ist die Überlagerung der **Zeit-Orts-Diagramme** eines ruhenden Bezugssystems A und eines Bezugssystem B, das sich mit der Geschwindigkeit  $v$  relativ zum Bezugssystem A bewegt.

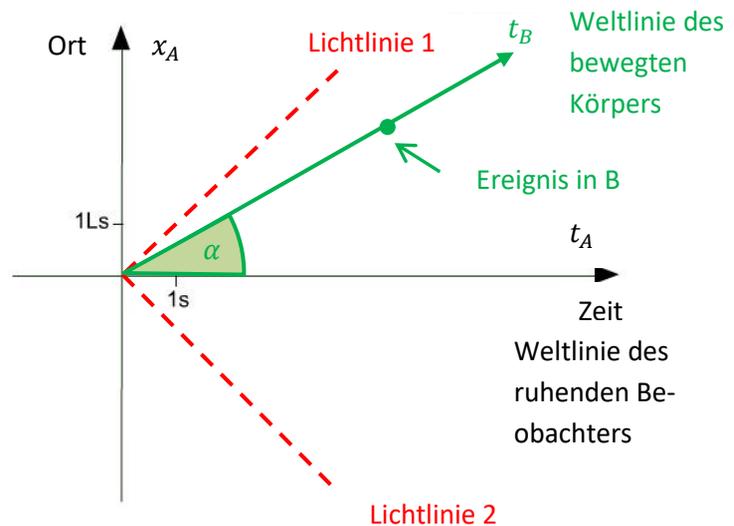
**Hinweis:** In der Literatur werden Minkowski-Diagramme meist als  $x$ - $t$ -Diagramme gezeichnet. Wir arbeiten aber mit  $t$ - $x$ -Diagrammen, um möglichst nah an der von der Newtonschen Mechanik vertrauten Bezeichnungsweise zu bleiben.

Als **Einheiten auf den Achsen** wählt man 1 Sekunde bzw. 1 Lichtsekunde (1  $Ls$ ).

Den von Zeit und Ort aufgespannten Raum bezeichnet man als „**Welt**“.

Die zu einem Körper gehörige Zeit-Orts-Kurve heißt „**Weltlinie**“.

Die Zeitachse  $t_A$  ist zugleich die Weltlinie des im Bezugssystem A ruhenden Beobachters.



Ein Körper B mit einer Relativgeschwindigkeit  $v$  bewegt sich auf seiner Weltlinie. Die Weltlinie von B ist zugleich die Zeitachse  $t_B$  des mit der Geschwindigkeit  $v$  relativ zum Bezugssystem A bewegten Bezugssystems B, in dem der Körper B ruht. Die Zeiteinheit auf der  $t_B$ -Achse hat allerdings eine andere Länge als auf der  $t_A$ -Achse. (Vgl. Relativität der Zeit, S. 380)

**Der Beobachter gehört zu einem bestimmten Bezugssystem.** Es kann sich dabei beispielsweise um eine Person oder einen Detektor handeln. Hilfreich ist es, sich den Beobachter als Person vorzustellen, die in ihrem Bezugssystem Uhren abliest oder Informationen von Uhren im anderen Bezugssystem auswertet.

Ein durch die Koordinaten  $R(t/x)$  festgelegter „Weltpunkt“ heißt „**Ereignis**“.

**Ereignisse gehören nicht zu einem bestimmten Bezugssystem.** Beispiele für Ereignisse sind ein Lichtblitz, die Kollision zweier Teilchen oder die Explosion eines Sterns.

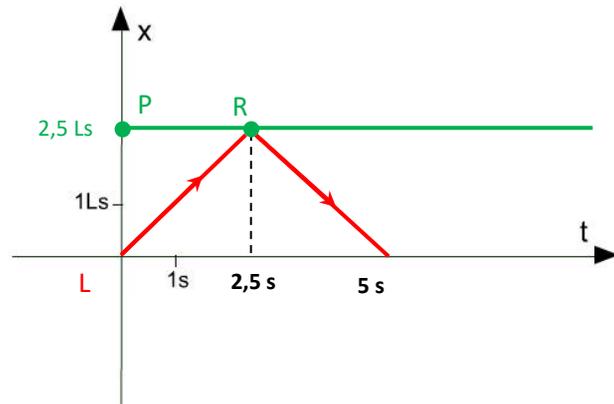
Informationen breiten sich grundsätzlich mit (endlicher) Lichtgeschwindigkeit  $c$  aus. Deshalb kann ein Beobachter beispielsweise die Ausbreitung eines Lichtblitzes mithilfe mehrerer Uhren an verschiedenen Orten in seinem Bezugssystem nachvollziehen.

**Informationen breiten sich mit Lichtgeschwindigkeit aus.**

### Beispiel: Reflexionsereignis R

Ein zum Zeitpunkt  $t = 0$  ausgesandtes Lichtsignal trifft senkrecht auf einen Spiegel im Punkt P, der von der Lichtquelle L  $2,5 \text{ Ls}$  entfernt ist, und wird reflektiert.

Im Minkowski-Diagramm sieht man, dass das reflektierte Lichtsignal nach 5 Sekunden wieder bei der Lichtquelle ankommt.



Lichtsignale, die von einem Ereignis (Lichtblitz, Reflexion) ausgesandt werden, breiten sich im Minkowski-Diagramm auf Linien aus, die vom Ereignis ausgehen und mit der  $t_A$ -Achse einen  $45^\circ$ -Winkel einschließen. Diese Linien heißen „Lichtlinien“.

### Relativgeschwindigkeit und Steigung der Weltlinie:

Die Steigung einer Welt- bzw. Lichtlinie gibt die Relativgeschwindigkeit  $v$  eines Körpers bzw. des Lichts zum ruhenden Bezugssystem A an.

Es gilt:

$$\frac{v}{c} = \tan \alpha$$

bzw.

$$v = \tan \alpha \cdot c$$

- **Lichtlinien** haben immer die Steigung  $m = 1$  oder  $m = -1$ . ( $\alpha = 45^\circ$  oder  $\alpha = -45^\circ$ )
- **Weltlinien** haben immer Steigungen  $-1 < m < 1$ . ( $-45^\circ < \alpha < 45^\circ$ )

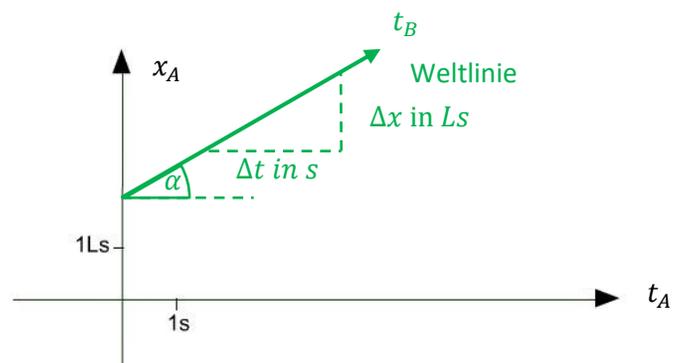
### Herleitung des Zusammenhangs zwischen Relativgeschwindigkeit $v$ und Steigung der Weltlinie:

Steigung der Weltlinie:

$$m = \tan \alpha = \frac{\Delta x \text{ in Ls}}{\Delta t \text{ in s}} = \frac{\Delta x / Ls}{\Delta t / s} = \frac{\Delta x \cdot s}{\Delta t \cdot Ls} = \frac{\Delta x}{\Delta t \cdot c} = \frac{v}{c}$$

denn

$$c = \frac{1 \text{ Ls}}{1 \text{ s}} \Rightarrow 1 \text{ s} = \frac{1 \text{ Ls}}{c} \quad \text{bzw.} \\ 1 \text{ Ls} = c \cdot 1 \text{ s}$$



### Beispiel zur Veranschaulichung:

$v = 0,5 \cdot c = 0,5 \frac{\text{Ls}}{\text{s}} = \frac{0,5 \text{ Ls}}{1 \text{ s}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$  ist die Geschwindigkeit eines Körpers, zu dem die Weltlinie mit der Steigung  $\frac{\Delta x \text{ in Ls}}{\Delta t \text{ in s}} = 0,5$  gehört.

## Die Relativität der Zeit

### Synchronisieren der Uhren:

Weil sich Informationen mit (endlicher) Lichtgeschwindigkeit  $c$  ausbreiten, vergeht für die Informationsübertragung von einem Ereignis bis zu einer Uhr in der Entfernung  $x$  die Zeit  $\Delta t = \frac{x}{c}$ .

Wenn die Zeit eines Ereignisses am Ort  $x$  bestimmt werden soll, muss deshalb diese Zeit von einer Uhr am Ort  $x$  des Ereignisses gemessen werden. Ansonsten verfälscht die Zeit für die Übertragung der Information die Zeitmessung.

Damit die Ausbreitung einer Information in einem Bezugssystem nachvollzogen werden kann, **müssen alle Uhren in einem Bezugssystem am gleichen Ort synchronisiert** (gleichzeitig auf Null gestellt) werden.

Um die von den Uhren im ruhenden Bezugssystem A und im bewegten Bezugssystem B angezeigten Zeiten vergleichen zu können, werden die Uhren in den beiden Bezugssystemen A und B am gleichen Ort synchronisiert. Wenn dies nicht möglich ist, weil sich die Bezugssysteme A und B nicht gleichzeitig am gleichen Ort befinden, können nur von den Uhren gemessene Zeitintervalle verglichen werden.

### Der Zusammenhang zwischen der Zeit im ruhenden und im bewegten Bezugssystem

Im Folgenden gehen wir davon aus, dass sich ein im Bezugssystem A ruhender Beobachter und ein im bewegten Bezugssystem B ruhender Körper beide zum Zeitpunkt  $t = t_A = t_B = 0$  am Ursprung des Koordinatensystems befinden. Die Uhren der beiden Bezugssysteme werden zum Zeitpunkt  $t = 0$  synchronisiert.

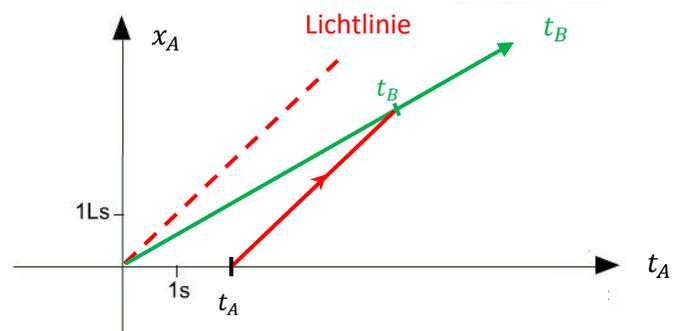
Die Weltlinie von B ist dann eine Ursprungsgerade im Minkowski-Diagramm.

#### Gedankenexperiment 5: Teil 1

Das Bezugssystem B entfernt sich mit der Geschwindigkeit  $v < c$  vom Bezugssystem A. In A wird zum Zeitpunkt  $t_A$  ein Lichtsignal ausgesandt.

Zum Zeitpunkt  $t_B$  erreicht das Lichtsignal einen im Bezugssystem B ruhenden Spiegel.

- Welcher Zusammenhang besteht zwischen  $t_A$  und  $t_B$ ?

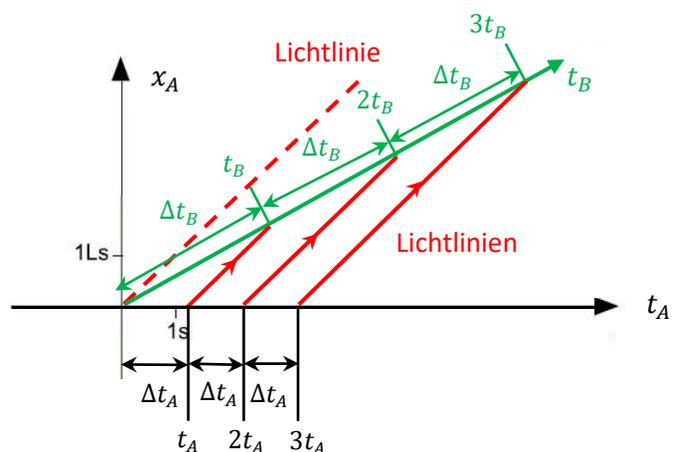


Im ruhenden Bezugssystem A in gleichen Zeitabständen  $\Delta t_A$  ausgesandte Lichtsignale kommen im bewegten Bezugssystem B in gleichen Zeitabständen  $\Delta t_B$  an.

Weil die Weltlinie von B im Minkowski-Diagramm eine Ursprungsgerade ist, gilt:

$$\frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} = \frac{t_B}{t_A} = \text{konst.} = k$$

$$\Rightarrow \boxed{t_B = k \cdot t_A}$$

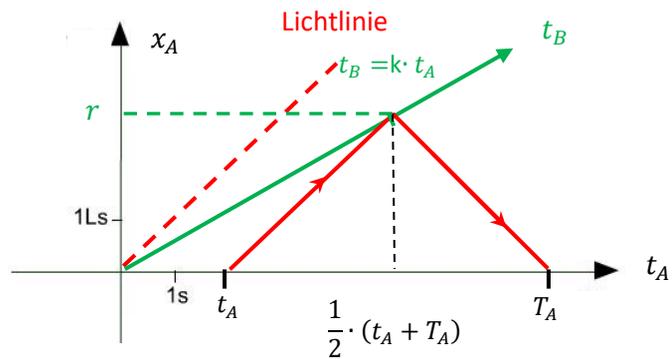


Der Proportionalitätsfaktor  $k$  zwischen  $t_B$  und  $t_A$  heißt **Dopplerfaktor**.

### Gedankenexperiment 5: Teil 2

Wenn ein im Bezugssystem A ausgesandtes Lichtsignal auf einen im Bezugssystem B ruhenden Spiegel trifft, wird es dort reflektiert.

- Welcher Zusammenhang besteht zwischen dem Zeitpunkt  $T_A$ , zu dem das Lichtsignal wieder bei einem im Bezugssystem A ruhenden Beobachter ankommt und dem Zeitpunkt  $t_A$ , zu dem es ausgesandt wurde?



Nach dem **Relativitätsprinzip** sind das ruhende und das bewegte Bezugssystem gleichberechtigt. Aus der Sicht von B bewegt sich A mit der gleichen Relativgeschwindigkeit  $v$ .

Deshalb gilt  $T_A = k \cdot t_B$  mit dem gleichen Dopplerfaktor  $k$ .

$$\Rightarrow T_A = k^2 \cdot t_A$$

Der Ort  $x = r$ , an dem das Lichtsignal an B reflektiert wurde, kann auf zwei Arten beschrieben werden:

- $r$  ist der Weg, den der Körper B in der Zeit  $\frac{1}{2} \cdot (t_A + T_A)$  zurückgelegt hat.
- $r$  ist der Weg, den das Licht in der Zeit  $\frac{1}{2} \cdot (T_A - t_A)$  zurückgelegt hat.

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (t_A + T_A) \cdot v = \frac{1}{2} \cdot (T_A - t_A) \cdot c$$

Mit  $T_A = k^2 \cdot t_A$  folgt:  $\frac{1}{2} \cdot t_A \cdot (1 + k^2) \cdot v = \frac{1}{2} \cdot t_A \cdot (k^2 - 1) \cdot c$

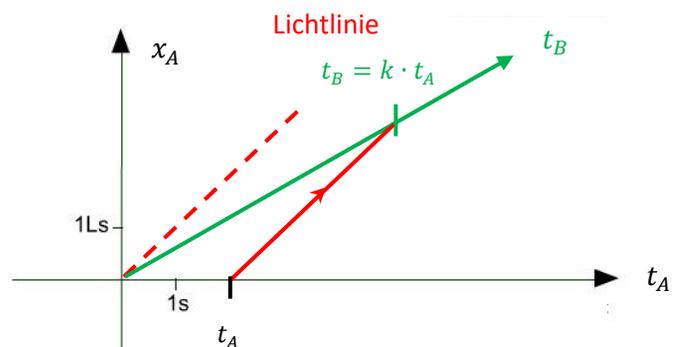
$$\Rightarrow (1 + k^2) \cdot v = (k^2 - 1) \cdot c \Rightarrow k^2 \cdot (c - v) = c + v$$

$$\Rightarrow k = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}$$

Dopplerfaktor

Aus der Sicht des ruhenden Beobachters A erreicht ein zum Zeitpunkt  $t_A$  losgeschicktes Lichtsignal einen sich mit der Geschwindigkeit  $v$  entfernenden Körper B zum Zeitpunkt

$$t_B = k \cdot t_A = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}} \cdot t_A$$



### Rechenbeispiel:

Ein Raumschiff entfernt sich mit 80% der Lichtgeschwindigkeit von der Erde. 30 Minuten nach dem Start schickt das Raumfahrtkontrollzentrum auf der Erde ein Funksignal an das Raumschiff.

- Wie viel Zeit vergeht vom Absenden des Funksignals, bis es vom Raumschiff empfangen wird?

$$t_B = k \cdot t_A = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cdot t_A = \sqrt{\frac{180}{20}} \cdot 30 \text{ min} = 90 \text{ min}$$

Weil das Funksignal 30 Minuten nach dem Start der Rakete abgesendet wird, vergehen vom Absenden des Funksignals bis zum Empfang auf dem Raumschiff also 60 Minuten.

### Wir fassen zusammen:

Aus der Konstanz der Lichtgeschwindigkeit ergibt sich eine neue Sichtweise der Zeit in der Relativitätstheorie:

**Die Zeit ist eine relative Größe.**

$$t_B = k \cdot t_A \text{ mit } k = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$$

### Was bedeutet Relativität der Zeit?

Uhren in relativ zueinander bewegten Bezugssystemen lassen sich nicht synchronisieren.

Auch nicht, wenn die Uhren im ruhenden Bezugssystem A und im bewegten Bezugssystem B zum gleichen Zeitpunkt auf Null gesetzt werden. Sie messen für das gleiche Ereignis unterschiedliche Zeiten  $t_A$  und  $t_B$ ,

die über  $t_B = k \cdot t_A = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cdot t_A$  zusammenhängen.

$v$  ist dabei die Relativgeschwindigkeit der Bezugssysteme.

### Anwendung: Der relativistische Dopplereffekt:

Die Wellenlänge einer Absorptionslinie im Spektrum des Lichts eines sich entfernenden Sterns erscheint einem ruhenden Beobachter auf der Erde zu größeren Wellenlängen hin verschoben.

Für Geschwindigkeiten, die keine relativistische Berechnung erfordern, haben wir gezeigt:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \quad \text{Dopplereffekt}$$

Dabei ist  $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$  die Dopplerverschiebung und  $\lambda_0$  die „Laborwellenlänge“, die man beobachten würde, wenn sich der Stern nicht entfernen würde. (Vgl. Kap. V, S. 212)

Die Formel für den nichtrelativistischen Dopplereffekt liefert für  $\Delta\lambda > \lambda_0$  Relativgeschwindigkeiten  $v$ , die größer als die Lichtgeschwindigkeit sind. Dies zeigt, dass wir für hohe Geschwindigkeiten eine relativistische Formel für den Dopplereffekt benötigen.

### Gedankenexperiment 6:

Ein „Stern“ (Bezugssystem S) entfernt sich mit der relativistischen Geschwindigkeit  $v > 0,1 \cdot c$  von der Erde (Bezugssystem E). Eine Absorptionslinie im Spektrum des Sterns hat die Laborwellenlänge  $\lambda_0$ .

- Bei welcher Wellenlänge  $\lambda_E$  sieht ein Beobachter auf der Erde diese Linie im Spektrum des Sterns?
- Welcher Zusammenhang besteht zwischen der relativen Dopplerverschiebung  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$  einer Spektrallinie und der Fluchtgeschwindigkeit  $v$ ?

Im Unterschied zu Gedankenexperiment 5 (vgl. S. 380f) wird in diesem Beispiel kein Signal von der ruhenden Erde zu einem sich entfernenden Körper geschickt, sondern der sich entfernende Stern schickt ein Signal zur Erde.

Nach dem **Relativitätsprinzip** gelten für diesen Vorgang aber die gleichen Formeln, wenn man den Vorgang aus der Sicht des Sterns sieht. Dann ruht der Stern (S) und die Erde (E) entfernt sich mit der Geschwindigkeit  $v$ .

Damit folgt (vgl. S. 382): 
$$t_E = k \cdot t_S = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cdot t_S$$

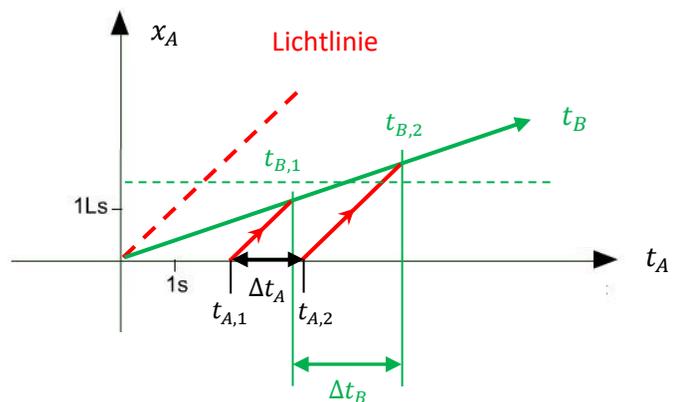
Wenn  $T_S$  die Schwingungsdauer der Lichtwelle mit der Wellenlänge  $\lambda_0$  ist, gilt:  $\lambda_0 = c \cdot T_S$

Dass **Zeitintervalle**  $\Delta t$  ebenfalls relativ sind und nach  $\Delta t_B = k \cdot \Delta t_A = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cdot \Delta t_A$  über den Dopplerfaktor zusammenhängen, machen wir uns am Minkowski-Diagramm klar:

Zu den Zeitpunkten  $t_{A,1}$  und  $t_{A,2}$  werden zwei Lichtsignale zu dem sich entfernenden Körper B geschickt.

Für den Zeitabstand, in dem die beiden Lichtsignale bei B ankommen gilt:

$$\begin{aligned} \Delta t_B &= t_{B,1} - t_{B,2} \\ &= k \cdot t_{A,1} - k \cdot t_{A,2} \\ &= k \cdot (t_{A,1} - t_{A,2}) = k \cdot \Delta t_A \end{aligned}$$



Betrachtet man eine Schwingungsdauer  $T$  als Zeitintervall, so folgt:

$$\lambda_E = c \cdot T_E = c \cdot k \cdot T_S = k \cdot \lambda_0 = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \cdot \lambda_0 > \lambda_0$$

Dopplerverschiebung:  $\Delta\lambda = \lambda_E - \lambda_0 = \left( \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \right) \cdot \lambda_0$

Die **relative Dopplerverschiebung** bezeichnen wir allgemein mit  $z$ :

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1$$

**Relativistische Dopplerverschiebung**

### Drei Anwendungen zum relativistischen Dopplereffekt:

**Hochenergetische Teilchen der kosmischen Strahlung** emittieren beim Eintritt in die Erdatmosphäre Licht (Cherenkov-Strahlung). Das Licht dieser **Cherenkov-Blitze** wird von Beobachtern auf der Erde aufgrund der hohen Relativgeschwindigkeit der Teilchen relativistisch blauverschoben wahrgenommen.

Bei der **Deutschen Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI)** in Darmstadt werden zur Überprüfung der Speziellen Relativitätstheorie  ${}^7\text{Li}^+$ -Ionen auf relativistische Geschwindigkeiten beschleunigt und mit **Laserlicht** in und entgegen der Flugrichtung bestrahlt. Das  ${}^7\text{Li}^+$ -Ion „sieht“ das Laserlicht je nach Richtung rot- bzw. blauverschoben. Abhängig von der Wellenlänge, die das  ${}^7\text{Li}^+$ -Ion sieht, bewirkt das Laserlicht unterschiedliche Anregungen der  ${}^7\text{Li}^+$ -Ionen. Über die messbaren Anregungsenergien können die Dopplerverschiebungen  $\Delta\lambda$  sehr genau gemessen werden.

Die am weitesten entfernten beobachtbaren Objekte im Universum sind **Quasare** mit Rotverschiebungen um  $z = 11$ . Diese Rotverschiebung ist im Wesentlichen nicht auf eine Eigenbewegung der Quasare zurückzuführen, sondern auf die **kosmologische Rotverschiebung** (vgl. Kap. VI, S. 307).

### Rechenbeispiele:

- 1) Bei einer Absorptionslinie im Spektrum eines Sterns, der sich sehr schnell von uns entfernt, misst man eine Rotverschiebung  $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = 5$ .

Bei nichtrelativistischer Betrachtung ergäbe sich mit  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c}$  eine Fluchtgeschwindigkeit  $v = 5 \cdot c$ , also fünffache Lichtgeschwindigkeit!

Die relativistische Formel für den Dopplereffekt liefert hingegen

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \Rightarrow \sqrt{c+v} = (z+1) \cdot \sqrt{c-v} \Rightarrow c+v = 36 \cdot (c-v) \\ \Rightarrow 37 \cdot v = 35 \cdot c \Rightarrow v = \frac{35}{37} \cdot c \approx 94,6\% \cdot c$$

- 2) Im Spektrum des Sterns Aldebaran im Sternbild Stier zeigt die  $H_\alpha$ -Linie des Wasserstoffs eine wesentlich geringere relative Dopplerverschiebung. Sie hat etwa den Wert  $z = 1,8 \cdot 10^{-4}$ .

Mit der relativistischen Formel für den Dopplereffekt erhalten wir wie oben die Radialgeschwindigkeit des Sterns.

$$v = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} \cdot c = \frac{3,6 \cdot 10^{-4}}{2,0} \cdot c \approx 1,8 \cdot 10^{-4} \cdot c \approx 5,0 \cdot 10^4 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

Die nichtrelativistische Dopplerformel liefert mit weniger Rechenaufwand das gleiche Ergebnis:

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = z \cdot c = 1,8 \cdot 10^{-4} \cdot c \approx 5,0 \cdot 10^4 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

## Das Minkowski-Diagramm als Überlagerung der Weg-Zeit-Diagramme von ruhendem und bewegtem Bezugssystem:

Eine der Stärken des Minkowski-Diagramms ist die anschauliche Darstellung von Zeitdilatation und Längenkontraktion. Dies wird aber erst offensichtlich, wenn man das Minkowski-Diagramm als Überlagerung des  $t_A$ - $x_A$ -Diagramms des ruhenden Bezugssystems A und des  $t_B$ - $x_B$ -Diagramms des bewegten Bezugssystems B zeichnet.

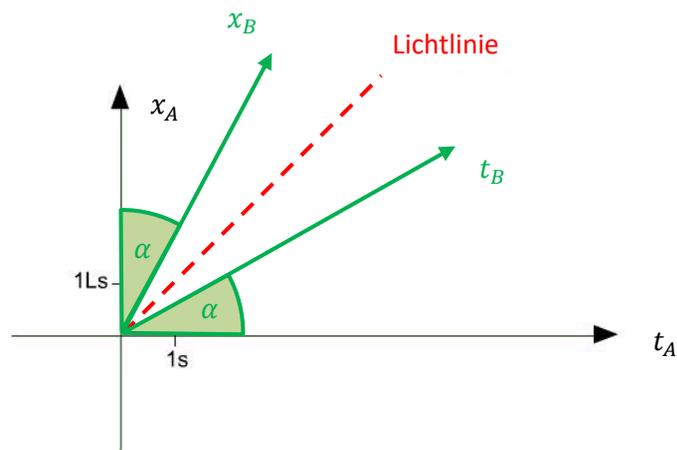
Dazu sind noch zwei Schritte nötig:

- 1) Festlegung der Richtung der  $x_B$ -Achse.
- 2) Festlegung der Einheiten auf den Achsen im  $t_B$ - $x_B$ -Diagramms.

### Die Richtung der $x_B$ -Achse:

Es wäre naheliegend, auch das  $t_B$ - $x_B$ -Diagramm rechtwinklig zu zeichnen. Das  $t_B$ - $x_B$ -Diagramm entstünde dann durch eine Drehung des  $t_A$ - $x_A$ -Diagramms um den Winkel  $\alpha$ .

Wenn das  $t_B$ - $x_B$ -Diagramm durch eine Drehung aus dem  $t_A$ - $x_A$ -Diagramm entstünde, müsste man die Lichtlinien mitdrehen und hätte dann für die Bezugssysteme A und B unterschiedliche Lichtlinien im Minkowski-Diagramm.



Dieses Problem kann man umgehen, indem man das  $t_B$ - $x_B$ -Diagramm statt durch eine Drehung durch eine **Scherung** in das  $t_A$ - $x_A$ -Diagramm überführt:

Die  $t_B$ -Achse (Weltlinie von B) wird an der (oberen) Lichtlinie gespiegelt. Weil die Lichtlinie die Winkelhalbierende des  $t_A$ - $x_A$ -Diagramms ist, schließt dann auch die  $x_B$ -Achse mit der  $x_A$ -Achse den Winkel  $\alpha$  ein.

### Einheiten auf der $t_B$ -Achse:

Wir haben gezeigt (vgl. S. 380f, Relativität der Zeit):

$$t_B = k \cdot t_A \quad \text{bzw.} \quad t_A = \frac{1}{k} \cdot t_B$$

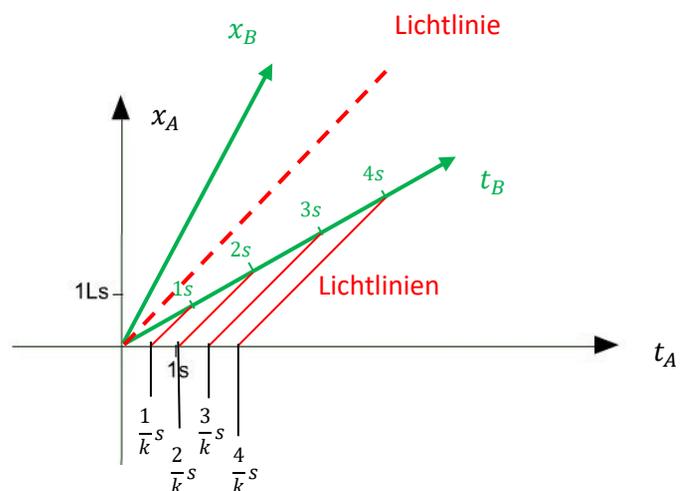
mit dem Dopplerfaktor  $k = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} > 1$

$$t_B = 1 \text{ s} \text{ entspricht demnach } t_A = \frac{1}{k} \cdot 1 \text{ s,}$$

$$t_B = 2 \text{ s} \text{ entspricht } t_A = \frac{1}{k} \cdot 2 \text{ s usw...}$$

Wir berechnen  $k = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$  und tragen dann auf der  $t_A$ -Achse  $\frac{1}{k} \text{ s}$ ,  $\frac{2}{k} \text{ s}$ ,  $\frac{3}{k} \text{ s}$ , ... auf.

Die Lichtlinien von diesen Punkten auf der  $t_A$ -Achse schneiden die  $t_B$ -Achse bei 1 s, 2 s, 3 s, ...



Bereits bei der Beschriftung der  $t_B$ -Achse wird die **Zeitdilatation** sichtbar:

Die Sekunden-Striche haben auf der  $t_B$ -Achse größere Abstände als auf der  $t_A$ -Achse.

Zeitintervalle werden im bewegten Bezugssystem B mit größeren Einheiten gemessen.

⇒ Uhren im bewegten Bezugssystem B gehen aus der Sicht eines im Bezugssystem A ruhenden Beobachters langsamer.

**Rechenbeispiel:**  $v = 0,8 \cdot c \Rightarrow k = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = \sqrt{\frac{1,8 \cdot c}{0,2 \cdot c}} = \sqrt{9} = 3$

⇒  $t_A = \frac{1}{k} s = \frac{1}{3} s \hat{=} t_B = 1 s$  bzw.  $t_A = 1 s \hat{=} t_B = 3 s$

Während auf der Uhr des ruhenden Beobachters 1 Sekunde vergeht, vergehen aus der Sicht des ruhenden Beobachters auf einer Uhr in einem Bezugssystem, das sich mit einer Relativgeschwindigkeit  $v = 0,8 \cdot c$  bewegt, 3 Sekunden. Jeder Prozess dauert damit im bewegten Bezugssystem aus der Sicht des ruhenden Beobachters dreimal so lang.

Für  $v \rightarrow c$  werden die Abstände der Sekunden auf der  $t_B$ -Achse immer größer und schließlich unendlich groß. In einem Bezugssystem, das sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, bleiben die Uhren aus der Sicht eines ruhenden Beobachters stehen. Die Zeit vergeht nicht mehr, weil bereits eine Längeneinheit unendlich groß ist. Alle physikalischen Vorgänge dauern in einem Bezugssystem, das sich mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  bewegt, aus der Sicht eines ruhenden Beobachters unendlich lang.

**Einheiten auf der  $x_B$ -Achse:**

Die Lichtlinien, die die  $t_B$ -Achse bei 1 s, 2 s, 3 s, ... schneiden, legen auf der  $x_B$ -Achse 1 Ls, 2 Ls, 3 Ls, ... fest.

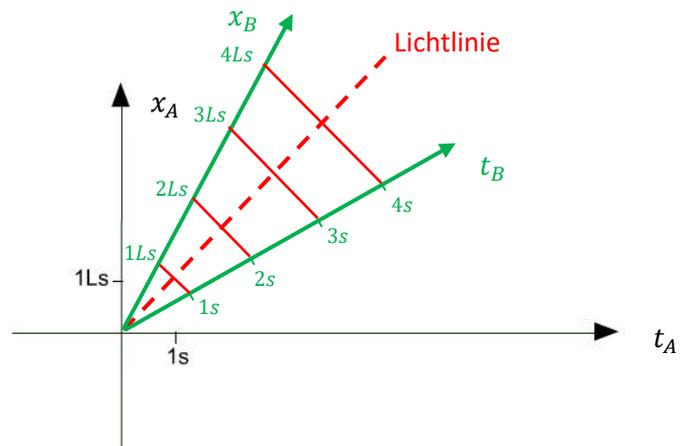
An den Einheiten der  $t_B$ -Achse wird die **Längenkontraktion** sichtbar:

Die einzelnen Lichtsekunden-Striche haben auf der  $x_B$ -Achse größere Abstände als auf der  $x_A$ -Achse.

Längen werden im bewegten Bezugssystem B mit größeren Einheiten gemessen.

⇒ Die gemessenen Strecken erscheinen kürzer.

Für  $v \rightarrow c$  werden die Abstände der Lichtsekunden auf der  $x_B$ -Achse immer größer und schließlich unendlich groß. In einem Bezugssystem, das sich mit Lichtgeschwindigkeit bewegt, gibt es aus der Sicht eines ruhenden Beobachters keine Ausdehnungen mehr. Alle Längen schrumpfen auf die Länge Null.



## Die Lorentztransformationen:

Wenn wir uns mit Phänomenen wie Zeitdilatation, Längenkontraktion oder Gleichzeitigkeit von Ereignissen befassen, wird klar, dass ruhende und bewegte Bezugssysteme im Allgemeinen ein und demselben Ereignis verschiedene Orte und Zeiten zuschreiben; auch wenn ruhender Beobachter A und bewegter Beobachter B zum Zeitpunkt  $t = 0$  am gleichen Ort waren.

Allgemein hat ein Ereignis im ruhenden Bezugssystem die Koordinaten  $(t_A/x_A)$  und im bewegten Bezugssystem B die Koordinaten  $(t_B/x_B)$ .

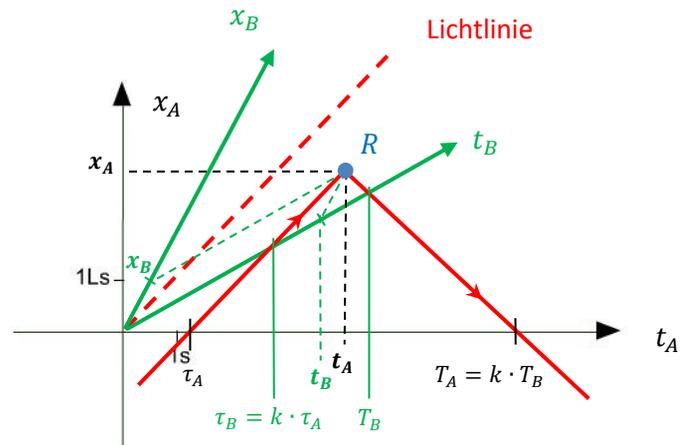
**Hendrik Antoon Lorentz** fand die Formeln, mit denen wir die Koordinaten im ruhenden Bezugssystem in die entsprechenden Koordinaten im bewegten Bezugssystem umrechnen können und umgekehrt.

Zur Herleitung im Minkowski-Diagramm stellen wir uns ein **Lichtsignal** vor, das in  $x_A$ -Richtung nacheinander an den Beobachtern A und B vorbeiläuft, an einem Spiegel reflektiert wird (Ereignis R) und schließlich wieder zurückläuft.

Zum Zeitpunkt  $t = 0$  befinden sich beide Bezugssysteme am gleichen Ort  $x_A = x_B = 0$  und die Uhren werden auf Null gestellt:  $t_A = t_B = 0$ .

Der **ruhende Beobachter A** sieht das Lichtsignal zu den Zeitpunkten  $\tau_A$  und  $T_A$ .

Der **bewegte Beobachter B** sieht das Lichtsignal zu den Zeitpunkten  $\tau_B = k \cdot \tau_A$  und  $T_B = \frac{1}{k} \cdot T_A$ .



Im Folgenden sollen **4 Funktionen** gefunden werden, mit denen man Zeit und Ort im einen Bezugssystem jeweils aus Zeit und Ort im anderen Bezugssystem berechnen kann:

$$t_A(t_B, x_B), x_A(t_B, x_B), t_B(t_A, x_A), x_B(t_A, x_A)$$

Dazu formulieren wir **4 Gleichungen** mit den **4 Variablen  $t_A, x_A, t_B$  und  $x_B$**  und den beiden **Hilfsvariablen  $\tau_A$  und  $T_A$** .

- |       |  |  |
|-------|--|--|
| (I)   | $t_A = \frac{1}{2} \cdot (T_A + \tau_A)$   | (Mitte des Zeitintervalls $[\tau_A T_A]$ ) |
| (II)  | $x_A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot (T_A - \tau_A)$   | (Lichtweg von $\tau_A$ bis $t_A$ )         |
| (III) | $t_B = \frac{1}{2} \cdot (T_B + \tau_B) = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot T_A + k \cdot \tau_A \right)$                 | (Mitte des Zeitintervalls $[\tau_B T_B]$ ) |
| (IV)  | $x_B = \frac{1}{2} \cdot c \cdot (T_B - \tau_B) = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \left( \frac{1}{k} \cdot T_A - k \cdot \tau_A \right)$ | (Lichtweg von $\tau_B$ bis $t_B$ )         |

Aus den Gleichungen (III) und (IV) werden Gleichungen für die Hilfsvariablen  $\tau_A$  und  $T_A$  gewonnen:

$$\left(k \cdot \text{III} + \frac{k}{c} \cdot \text{IV}\right) \quad k \cdot t_B + \frac{k}{c} \cdot x_B = \frac{1}{2} \cdot (T_A + k^2 \cdot \tau_A + T_A - k^2 \cdot \tau_A) = T_A$$

$$\Rightarrow T_A = k \cdot \left(t_B + \frac{x_B}{c}\right)$$

$$\left(\frac{1}{k} \cdot \text{III} - \frac{1}{kc} \cdot \text{IV}\right) \quad \frac{1}{k} \cdot t_B - \frac{1}{kc} \cdot x_B = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{k^2} \cdot T_A + \tau_A - \frac{1}{k^2} \cdot T_A + \tau_A\right) = \tau_A$$

$$\Rightarrow \tau_A = \frac{1}{k} \cdot \left(t_B - \frac{x_B}{c}\right)$$

Die Formeln für die Hilfsvariablen  $\tau_A$  und  $T_A$  setzen wir nun in die Gleichungen (I) und (II) ein. Wir erhalten damit die gesuchten Umrechnungsformeln  $t_A(t_B, x_B)$  und  $x_A(t_B, x_B)$ .

$T_A$  und  $\tau_A$  in (I):

$$t_A = \frac{1}{2} \cdot \left(k \cdot t_B + \frac{k}{c} \cdot x_B + \frac{1}{k} \cdot t_B - \frac{1}{kc} \cdot x_B\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(k + \frac{1}{k}\right) \cdot t_B + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{c} \cdot \left(k - \frac{1}{k}\right) \cdot x_B$$

$T_A$  und  $\tau_A$  in (II):

$$x_A = \frac{1}{2} \cdot c \cdot \left(k \cdot t_B + \frac{k}{c} \cdot x_B - \frac{1}{k} \cdot t_B + \frac{1}{kc} \cdot x_B\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(k + \frac{1}{k}\right) \cdot x_B + \frac{1}{2} \cdot c \cdot \left(k - \frac{1}{k}\right) \cdot t_B$$

Mit dem Dopplerfaktor  $k = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}}$  folgt:  $k + \frac{1}{k} = \frac{2}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 2 \cdot \gamma$  und  $k - \frac{1}{k} = \frac{2 \cdot \frac{v}{c}}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}} = 2 \cdot \gamma \cdot \frac{v}{c}$ .

Damit erhalten wir die **Lorentztransformationen vom bewegten Bezugssystem B in das ruhende Bezugssystem A**:

$$t_A = \gamma \cdot \left(t_B + \frac{v}{c^2} \cdot x_B\right) \quad \text{und} \quad x_A = \gamma \cdot (x_B + v \cdot t_B)$$

Die **Lorentztransformationen vom ruhenden Bezugssystem A in das bewegte Bezugssystem B** folgen direkt aus den ersteren, wenn wir  $T_A$  und  $\tau_A$  in die Gleichungen (III) und (IV) einsetzen:

$$t_B = \gamma \cdot \left(t_A - \frac{v}{c^2} \cdot x_A\right) \quad \text{und} \quad x_B = \gamma \cdot (x_A - v \cdot t_A)$$

## Relativität des gleichen Ortes und der Gleichzeitigkeit:

### Wiederholung wichtiger Grundlagen:

- Licht breitet sich immer mit endlicher Lichtgeschwindigkeit  $c$  aus. Um einen Weg  $\Delta x$  zurückzulegen, benötigt das Licht die Zeit  $\Delta t = \Delta x \cdot c$ .
- Lichtsignale breiten sich im Minkowski-Diagramm grundsätzlich auf Lichtlinien aus. Das sind alle Linien, die mit der  $t_A$ -Achse einen  $45^\circ$ -Winkel (oder einen  $-45^\circ$ -Winkel) einschließen. Lichtlinien müssen nicht durch den Ursprung des Koordinatensystems verlaufen!

Zwei Ereignisse (z.B. Reflexionen) finden in einem Bezugssystem am **gleichen Ort** statt, wenn zu beliebigen Zeiten am Ort  $x = 0$  ausgesandte Lichtsignale bis zu den Ereignissen immer gleich lang brauchen.

⇒ Im Minkowski-Diagramm haben alle Ereignisse, die am gleichen Ort stattfinden, auf Lichtlinien den gleichen Abstand  $\Delta x$  von der  $t$ -Achse. Sie liegen also auf einer Parallelen zur  $t$ -Achse.

Im Minkowski-Diagramm sind **Linien gleichen Ortes** in ruhenden und in bewegten Bezugssystemen jeweils **Parallelen zur  $t$ -Achse**.

Zu allen Punkten auf einer Parallelen zur  $t$ -Achse braucht das Licht gleich lang.

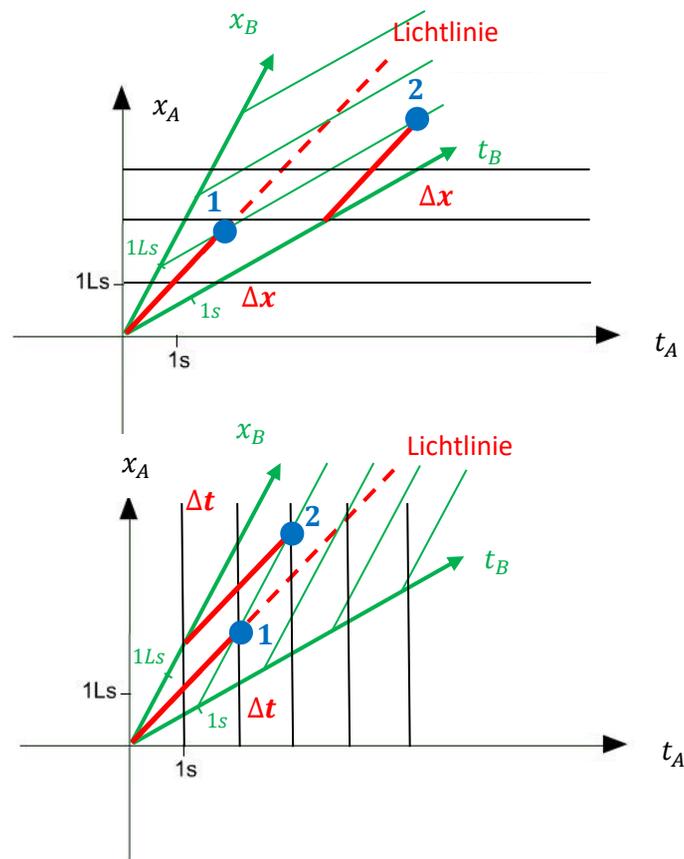
Zwei Ereignisse (z.B. Reflexionen) finden in einem Bezugssystem zur **gleichen Zeit** statt, wenn an beliebigen Orten zur Zeit  $t = 0$  ausgesandte Lichtsignale bis zu den Ereignissen immer einen gleich langen Weg zurücklegen.

⇒ Im Minkowski-Diagramm haben alle Ereignisse, die zur gleichen Zeit stattfinden, auf Lichtlinien den gleichen zeitlichen Abstand  $\Delta t$  von der  $x$ -Achse. Sie liegen also auf einer Parallelen zur  $x$ -Achse.

Im Minkowski-Diagramm sind **Gleichzeitigkeitslinien** in ruhenden und in bewegten Bezugssystemen jeweils **Parallelen zur  $x$ -Achse**.

Ereignisse auf einer Gleichzeitigkeitslinie finden im entsprechenden Bezugssystem gleichzeitig statt.

Für das ruhende Bezugssystem A gelten diese Aussagen offensichtlich. Für das bewegte Bezugssystem B werden in den beiden folgenden Skizzen die Begründungen für **Linien gleichen Ortes (obere Skizze)** und für **Gleichzeitigkeitslinien (untere Skizze)** illustriert:



Die im oberen Minkowski-Diagramm durch nummerierte blaue Punkte markierten Ereignisse finden im bewegten Bezugssystem B am gleichen Ort, im ruhenden Bezugssystem A aber an verschiedenen Orten statt.

⇒ **Die Eigenschaft zweier Ereignisse, am gleichen Ort stattzufinden, ist relativ.**

Die im unteren Minkowski-Diagramm durch nummerierte blaue Punkte markierten Ereignisse finden im bewegten Bezugssystem B gleichzeitig statt, im ruhenden Bezugssystem A aber nicht.

⇒ **Die Gleichzeitigkeit zweier Ereignisse ist relativ.**

### Begründung mithilfe der Lorentztransformationen:

Dass in einem Bezugssystem Linien gleichen Ortes parallel zur  $t$ -Achse und Gleichzeitigkeitlinien parallel zur  $x$ -Achse sind, folgt auch direkt aus den Lorentztransformationen (vgl. S. 387).

- Dass die Aussagen im ruhenden **Bezugssystem A** gelten, ist offensichtlich.
- Für das bewegte **Bezugssystem B** leiten wir die Zusammenhänge her:

### Linien gleichen Ortes:

Zwei Ereignisse  $E_1(t_{B1}/x_B)$  und  $E_2(t_{B2}/x_B)$ , die im bewegten Bezugssystem B zu (im Allgemeinen) verschiedenen Zeiten  $t_{B1}$  und  $t_{B2}$  aber am gleich Ort ( $x_{B1} = x_{B2} = x_B$ ) stattfinden, haben entsprechend der Lorentztransformationen für einen im ruhenden Bezugssystem A ruhenden Beobachter die Koordinaten

$$E_1(t_{A1}/x_{A1}) = \left( \gamma \cdot \left( t_{B1} + \frac{v}{c^2} \cdot x_B \right) / \gamma \cdot (x_B + v \cdot t_{B1}) \right)$$

$$E_2(t_{A2}/x_{A2}) = \left( \gamma \cdot \left( t_{B2} + \frac{v}{c^2} \cdot x_B \right) / \gamma \cdot (x_B + v \cdot t_{B2}) \right)$$

Die im  $t_A$ - $x_A$ -Diagramm durch die Punkte  $E_1(t_{A1}/x_{A1})$  und  $E_2(t_{A2}/x_{A2})$  festgelegte Gerade hat die Steigung

$$\frac{x_{A2} - x_{A1}}{t_{A2} - t_{A1}} = \frac{x_B + v \cdot t_{B2} - (x_B + v \cdot t_{B1})}{t_{B2} + \frac{v}{c^2} \cdot x_B - \left( t_{B1} + \frac{v}{c^2} \cdot x_B \right)} = \frac{v \cdot (t_{B2} - t_{B1})}{t_{B2} - t_{B1}} = v$$

Also liegen die Ereignisse  $E_1(t_{A1}/x_{A1})$  und  $E_2(t_{A2}/x_{A2})$  im  $t_A$ - $x_A$ -Diagramm auf einer Geraden mit der Steigung  $v$  und damit auf einer Parallelen zur  $t_B$ -Achse.

### Gleichzeitigkeitlinien:

Zwei Ereignisse  $E_1(t_B/x_{B1})$  und  $E_2(t_B/x_{B2})$ , die im bewegten Bezugssystem B gleichzeitig ( $t_{B1} = t_{B2} = t_B$ ) aber an (im Allgemeinen) verschiedenen Orten  $x_{B1}$  und  $x_{B2}$  stattfinden, haben entsprechend der Lorentztransformationen für einen im ruhenden Bezugssystem A ruhenden Beobachter die Koordinaten

$$E_1(t_{A1}/x_{A1}) = \left( \gamma \cdot \left( t_B + \frac{v}{c^2} \cdot x_{B1} \right) / \gamma \cdot (x_{B1} + v \cdot t_B) \right)$$

$$E_2(t_{A2}/x_{A2}) = \left( \gamma \cdot \left( t_B + \frac{v}{c^2} \cdot x_{B2} \right) / \gamma \cdot (x_{B2} + v \cdot t_B) \right)$$

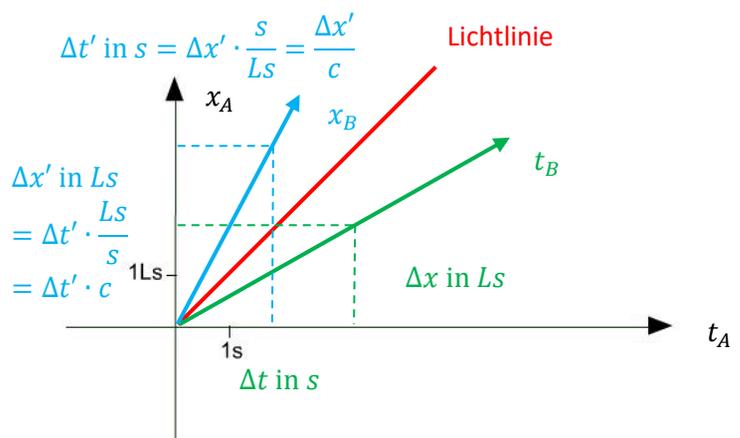
Die im  $t_A$ - $x_A$ -Diagramm durch die Punkte  $E_1(t_{A1}/x_{A1})$  und  $E_2(t_{A2}/x_{A2})$  festgelegte Gerade hat die Steigung

$$\frac{x_{A2} - x_{A1}}{t_{A2} - t_{A1}} = \frac{x_{B2} + v \cdot t_B - (x_{B1} + v \cdot t_B)}{t_B + \frac{v}{c^2} \cdot x_{B2} - \left( t_B + \frac{v}{c^2} \cdot x_{B1} \right)} = \frac{x_{B2} - x_{B1}}{\frac{v}{c^2} \cdot (t_{B2} - t_{B1})} = \frac{c^2}{v}$$

Also liegen die Ereignisse  $E_1(t_{A1}/x_{A1})$  und  $E_2(t_{A2}/x_{A2})$  im  $t_A$ - $x_A$ -Diagramm auf einer Geraden mit der Steigung  $\frac{c^2}{v}$ .

Dass die  $x_B$ -Achse im  $t_A$ - $x_A$ -Diagramm die Steigung  $\frac{c^2}{v}$  hat, wird klar, wenn man die Symmetrien im Minkowski-Diagramm (vgl. Abbildung rechts) und den auf S. 379 besprochenen Zusammenhang  $c = \frac{1 \text{ Ls}}{1 \text{ s}}$  beachtet:

$$\frac{\Delta x' \text{ in Ls}}{\Delta t' \text{ in s}} = \frac{\Delta t' \cdot c}{\frac{\Delta x'}{c}} = \frac{c^2}{\frac{\Delta x'}{\Delta t'}} = \frac{c^2}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{c^2}{v}$$



## Die Raumzeit:

In der Relativitätstheorie sind **Ort und Zeit keine unabhängigen Größen** sondern über die Lichtgeschwindigkeit miteinander verknüpft. Die Lichtgeschwindigkeit ist in allen Bezugssystemen gleich.

Die **Lorentztransformationen** beschreiben die gegenseitige Abhängigkeit von Zeit- und Längenintervallen.

Beim Übergang von einem ruhenden in ein bewegtes Bezugssystem ändern sich Zeit und Ort.

Insbesondere sind Gleichzeitigkeit und gleicher Ort Eigenschaften von Ereignissen, die sich in der Regel nicht von einem Bezugssystem A auf ein Bezugssystem B übertragen lassen.

Es lässt sich aber eine Größe zur Beschreibung von Ereignissen in der Raumzeit definieren, die in allen Bezugssystemen denselben Wert hat:

das **Raumzeitintervall  $\Delta s$**  mit  $(\Delta s)^2 = (c \cdot \Delta t)^2 - (\Delta x)^2$

Das Raumzeitintervall  $\Delta s$  ist der **Abstand zweier Ereignisse in der Raumzeit**.

Die Definition des Raumzeitintervalls  $\Delta s$  enthält sowohl den (aus Einheitengründen mit der Lichtgeschwindigkeit  $c$  multiplizierten) zeitlichen Abstand  $\Delta t$  als auch den (in unserer Vereinfachung eindimensionalen) räumlichen Abstand  $\Delta x$  der beiden Ereignisse.

Wir zeigen, dass das Raumzeitintervall  $\Delta s$  zweier Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  beim Wechsel von einem ruhenden Bezugssystem A in ein Bezugssystem B mit der Relativgeschwindigkeit  $v$  nicht ändert:

$$\text{Raumzeitintervall } \Delta s_A \text{ im Bezugssystem A:} \quad (\Delta s_A)^2 = (c \cdot (t_{A2} - t_{A1}))^2 - (x_{A2} - x_{A1})^2$$

$$\text{Raumzeitintervall } \Delta s_B \text{ im Bezugssystem B:} \quad (\Delta s_B)^2 = (c \cdot (t_{B2} - t_{B1}))^2 - (x_{B2} - x_{B1})^2$$

Wir wenden die Lorentztransformationen  $t_B = \gamma \cdot \left(t_A - \frac{v}{c^2} \cdot x_A\right)$  und  $x_B = \gamma \cdot (x_A - v \cdot t_A)$  an:

$$\begin{aligned} (\Delta s_B)^2 &= \left( c \cdot \left( \gamma \cdot \left( t_{A2} - \frac{v}{c^2} \cdot x_{A2} \right) - \gamma \cdot \left( t_{A1} - \frac{v}{c^2} \cdot x_{A1} \right) \right) \right)^2 - \left( \gamma \cdot (x_{A2} - v \cdot t_{A2}) - \gamma \cdot (x_{A1} - v \cdot t_{A1}) \right)^2 \\ &= \left( c \cdot \left( \gamma \cdot (t_{A2} - t_{A1}) - \gamma \cdot \frac{v}{c^2} \cdot (x_{A2} - x_{A1}) \right) \right)^2 - \left( \gamma \cdot (x_{A2} - x_{A1}) - \gamma \cdot v \cdot (t_{A2} - t_{A1}) \right)^2 \\ &= (c \cdot \gamma \cdot (t_{A2} - t_{A1}))^2 - 2 \cdot \gamma^2 \cdot v \cdot (t_{A2} - t_{A1}) \cdot (x_{A2} - x_{A1}) + \left( \gamma \cdot \frac{v}{c} \cdot (x_{A2} - x_{A1}) \right)^2 \\ &\quad - \gamma^2 \cdot (x_{A2} - x_{A1})^2 + 2 \cdot \gamma^2 \cdot v \cdot (x_{A2} - x_{A1}) \cdot (t_{A2} - t_{A1}) - (\gamma \cdot v \cdot (t_{A2} - t_{A1}))^2 \\ &= \gamma^2 \cdot \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \cdot (c \cdot (t_{A2} - t_{A1}))^2 - \gamma^2 \cdot \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \cdot (x_{A2} - x_{A1})^2 \\ &= \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \cdot (c \cdot (t_{A2} - t_{A1}))^2 - \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) \cdot (x_{A2} - x_{A1})^2 \\ &= (c \cdot (t_{A2} - t_{A1}))^2 - (x_{A2} - x_{A1})^2 = (\Delta s_A)^2 \end{aligned}$$

### Raumzeitintervall und Informationsaustausch zwischen Ereignissen:

- Als Ereignisse betrachten wir die Aussendung eines Lichtsignals (Ereignis  $E_1$ ) und die Reflexion des Lichtsignals an einem sich mit der Geschwindigkeit  $v$  entfernenden Spiegel (Ereignis  $E_2$ ).

Weil das Raumzeitintervall  $\Delta s$  über die Differenz  $(\Delta s)^2 = (c \cdot \Delta t)^2 - (\Delta x)^2$  definiert ist, lassen sich drei Fälle unterscheiden:

$\Delta x < c \cdot \Delta t$ : Für zwei Ereignisse, die diese Bedingung erfüllen, ist der räumliche Abstand  $\Delta x$  kleiner als der Weg  $c \cdot \Delta t$ , den das Licht in ihrem zeitlichen Abstand  $\Delta t$  zurücklegt. Die beiden Ereignisse können sich somit durch Informationsaustausch gegenseitig beeinflussen. Das Raumzeitintervall  $\Delta s$  heißt **zeitartig**.

In unserem Beispiel ist das Raumzeitintervall der Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  zeitartig, wenn sich der Spiegel mit einer Geschwindigkeit entfernt, die kleiner als die Lichtgeschwindigkeit ist.

$\Delta x = c \cdot \Delta t$ : Für zwei Ereignisse, die diese Bedingung erfüllen, ist der räumliche Abstand  $\Delta x$  gleich dem Weg  $c \cdot \Delta t$ , den das Licht in ihrem zeitlichen Abstand  $\Delta t$  zurücklegt. Das Raumzeitintervall  $\Delta s$  heißt **lichtartig**.

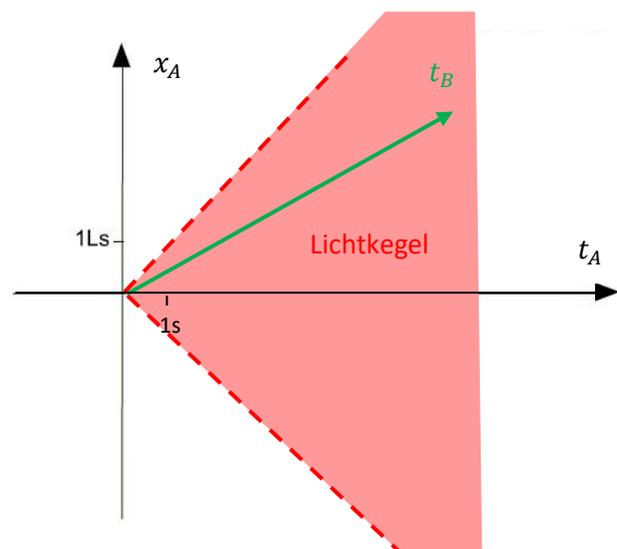
In unserem Beispiel müsste sich der Spiegel mit Lichtgeschwindigkeit von der Quelle des Lichtimpulses entfernen.

$\Delta x > c \cdot \Delta t$ : Für zwei Ereignisse, die diese Bedingung erfüllen, ist der räumliche Abstand  $\Delta x$  größer als der Weg  $c \cdot \Delta t$ , den das Licht in ihrem zeitlichen Abstand  $\Delta t$  zurücklegt. Das Raumzeitintervall  $\Delta s$  heißt **raumartig**. Die beiden Ereignisse können sich nicht durch Informationsaustausch gegenseitig beeinflussen.

In unserem Beispiel ist das Raumzeitintervall der Ereignisse  $E_1$  und  $E_2$  raumartig, wenn sich der Spiegel mit Überlichtgeschwindigkeit entfernt. Das Lichtsignal kann den Spiegel nicht erreichen.

Ein Informationsaustausch zwischen einem ruhenden Bezugssystem A und einem mit der Relativgeschwindigkeit  $v$  bewegten Bezugssystem B ist nur möglich, wenn im **Minkowski-Diagramm** die Weltlinie  $t_B$  des Bezugssystems B innerhalb des Kegels, der von den beiden Lichtlinien gebildet wird. Dieser Kegel heißt auch „Lichtkegel“.

Materieteilchen bzw. die Bezugssysteme, in denen diese ruhen, haben deshalb immer lichtartige Weltlinien, die mit der  $t_A$ -Achse Winkel  $\alpha < 45^\circ$  einschließen.



## Die relativistische Geschwindigkeits-Transformation:

Am Beginn unseres Kapitels über Zeit, Ort und Geschwindigkeit in der Speziellen Relativitätstheorie stand das Gedankenexperiment 1 (vgl. S. 364):

Du (A) stehst am Bahnsteig und beobachtest einen Freund (B), der in einem Eisenbahnwagen mit der Geschwindigkeit  $v_B$  in Richtung zur Zugspitze läuft. Der Zug fährt mit der Geschwindigkeit  $v$ .

- Wie groß ist die Geschwindigkeit  $v_A$ , mit der sich dein Freund aus deiner Sicht an dir vorbei bewegt?

Die Bezeichnungen passen wir an unsere im Minkowski-Diagramm verwendeten Bezeichnungen an:

Wir betrachten einen Körper C, der sich relativ zu beiden Bezugssystemen A und B bewegt:

$v_A$  ist die Geschwindigkeit des Körpers C, die ein im ruhenden Bezugssystem A ruhender Beobachter wahrnimmt.

$v_B$  ist die Geschwindigkeit des Körpers C, die ein im Bezugssystem B, das sich relativ zum ruhenden Bezugssystem A mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegt, ruhender Beobachter wahrnimmt.

Wir betrachten im Folgenden den **eindimensionalen Fall**, in dem die Geschwindigkeiten  $\vec{v}_A$ ,  $\vec{v}_B$  und  $\vec{v}$  die gleiche Richtung oder entgegengesetzte Richtungen haben.

Unsere Alltagserfahrung legt nahe, das Gedankenexperiment mit der **klassischen Geschwindigkeits-Addition** zu lösen:

$$v_A = v_B + v$$

Die **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit**, das wichtigste Postulat der SRT, bildet die Grundlage für relativistische Effekte wie Zeitdilatation, Längenkontraktion oder relativistische Dopplerverschiebung, die sich bei Relativbewegungen mit hohen Geschwindigkeiten  $v \rightarrow c$  tatsächlich beobachten lassen.

Licht breitet sich in einem ruhenden Bezugssystem A genauso schnell aus wie in einem bewegten Bezugssystem B: mit Lichtgeschwindigkeit  $c$ .

Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit lässt sich mit der klassischen Geschwindigkeitsaddition nicht in Einklang bringen:

$$v_A = v_B = c \text{ aber } c \neq c + v$$

Nach unseren bisherigen Erfahrungen mit der Speziellen Relativitätstheorie ist zu erwarten, dass die klassische Geschwindigkeitsaddition nicht erst im Fall  $v_B = c$  versagt, sondern grundsätzlich, wenn sich  $v_B$  der Lichtgeschwindigkeit  $c$  nähert.

Auch Geschwindigkeiten sind offenbar relativ. Wir brauchen **relativistische Geschwindigkeitstransformationen**, mit denen wir berechnen können, wie sich Geschwindigkeiten beim Übergang von einem ruhenden Bezugssystem A in ein mit der Geschwindigkeit  $v$  relativ zu A bewegtes Bezugssystem B (und umgekehrt) ändern.

Die **Lorentztransformationen** liefern uns diese Geschwindigkeitstransformationen. Die Geschwindigkeiten  $v_A$  und  $v_B$  werden jeweils als Funktionen der Relativgeschwindigkeit  $v$  und der Geschwindigkeit des anderen Beobachters dargestellt:

$$v_A = v_A(v, v_B) \text{ und } v_B = v_B(v, v_A)$$

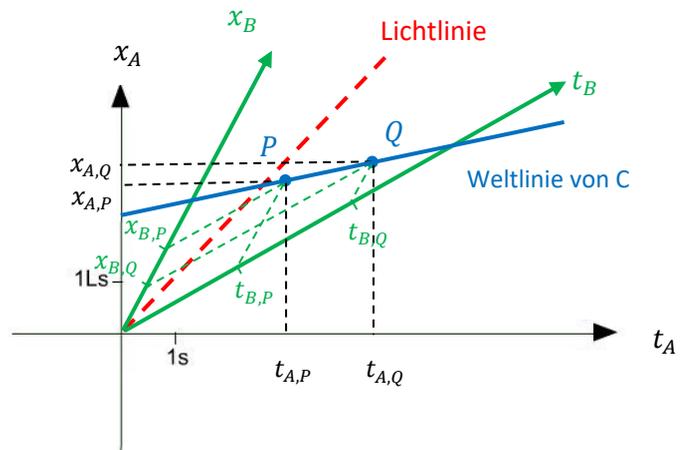
Ein **Körper C** bewegt sich relativ zum Bezugssystem A mit der Geschwindigkeit  $v_A$  und relativ zum Bezugssystem B mit der Geschwindigkeit  $v_B$ .

Die **Weltlinie des Körpers C** wird durch zwei **Weltpunkte P und Q** festgelegt.

Im Bezugssystem A haben P und Q die Koordinaten  $P(t_{A,P}/x_{A,P})$  bzw.  $Q(t_{A,Q}/x_{A,Q})$ .

Im Bezugssystem B haben P und Q die Koordinaten  $P(t_{B,P}/x_{B,P})$  bzw.  $Q(t_{B,Q}/x_{B,Q})$ .

$v_A$  und  $v_B$  sind konstante Geschwindigkeiten. Die Zusammenhänge zwischen den **Geschwindigkeiten** und den Koordinaten der Punkte P und Q lassen sich am Minkowski-Diagramm ablesen:



$$v_A = \frac{\Delta x_A}{\Delta t_A} = \frac{x_{A,Q} - x_{A,P}}{t_{A,Q} - t_{A,P}} \quad \text{und} \quad v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{x_{B,Q} - x_{B,P}}{t_{B,Q} - t_{B,P}}$$

Die Umrechnung der Koordinaten vom bewegten Bezugssystem B in das ruhende Bezugssystem A (und umgekehrt) erfolgt für die Punkte P und Q jeweils mithilfe der **Lorentztransformationen**:

$$t_A = \gamma \cdot \left( t_B + \frac{v}{c^2} \cdot x_B \right) \quad \text{und} \quad x_A = \gamma \cdot (x_B + v \cdot t_B)$$

Damit erhalten wir die gesuchten **Umrechnungsformeln für die Geschwindigkeiten**:

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{x_{A,Q} - x_{A,P}}{t_{A,Q} - t_{A,P}} = \frac{\gamma \cdot (x_{B,Q} + v \cdot t_{B,Q} - (x_{B,P} + v \cdot t_{B,P}))}{\gamma \cdot (t_{B,Q} + \frac{v}{c^2} \cdot x_{B,Q} - (t_{B,P} + \frac{v}{c^2} \cdot x_{B,P}))} = \frac{x_{B,Q} - x_{B,P} + v \cdot (t_{B,Q} - t_{B,P})}{t_{B,Q} - t_{B,P} + \frac{v}{c^2} \cdot (x_{B,Q} - x_{B,P})} \\ &= \frac{\frac{x_{B,Q} - x_{B,P}}{t_{B,Q} - t_{B,P}} + v \cdot \frac{t_{B,Q} - t_{B,P}}{t_{B,Q} - t_{B,P}}}{\frac{t_{B,Q} - t_{B,P}}{t_{B,Q} - t_{B,P}} + \frac{v}{c^2} \cdot \frac{x_{B,Q} - x_{B,P}}{t_{B,Q} - t_{B,P}}} = \frac{v_B + v}{1 + \frac{v}{c^2} \cdot v_B} = \frac{v_B + v}{1 + \frac{v_B \cdot v}{c^2}} \end{aligned}$$

**Relativistische Geschwindigkeits-Transformation:**

$$v_A = \frac{v_B + v}{1 + \frac{v_B \cdot v}{c^2}}$$

Die relativistische Geschwindigkeits-Transformation ermöglicht es einem ruhenden Beobachter A, die von ihm wahrgenommene Geschwindigkeit  $v_A$  eines Körpers C zu berechnen, der sich in einem relativ zu A mit der Geschwindigkeit  $v$  bewegten Bezugssystem mit der Geschwindigkeit  $v_B$  bewegt.

Wenn man die Formel für  $v_A$  nach  $v_B$  auflöst, erhält man die Geschwindigkeit, die ein im Bezugssystem B ruhender Beobachter vom Körper C wahrnimmt:

$$v_B = \frac{v_A - v}{1 - \frac{v_A \cdot v}{c^2}}$$

Die **klassische Geschwindigkeits-Addition** ist als **Grenzfall** für Geschwindigkeiten, die deutlich kleiner als die Lichtgeschwindigkeit sind, in der relativistischen Geschwindigkeits-Addition enthalten:

Für  $v \ll c$  gilt  $\frac{v}{c} \rightarrow 0$  und damit:

$$v_A = \frac{v_B + v}{1 + \frac{v_B \cdot v}{c^2}} \rightarrow v_A = v_B + v$$

#### Spezialfälle:

Für **Körper, die in einem der beiden Bezugssysteme ruhen**, vereinfacht sich die relativistische Geschwindigkeits-Addition:

$$v_B = 0: v_A = v$$

(Dein Freund im fahrenden Zug steht.)

$$v_A = 0: v_B = -v$$

(Dein Freund steht im fahrenden Zug und beobachtet, wie du dich mit dem Bahnsteig aus seiner Sicht nach hinten entfernst.)

Ein wichtiger Spezialfall ist die **Transformation der Lichtgeschwindigkeit**:

$$v_B = c: v_A = \frac{v_B + v}{1 + \frac{v_B \cdot v}{c^2}} = \frac{c + v}{1 + \frac{c \cdot v}{c^2}} = \frac{c + v}{\frac{c + v}{c}} = c$$

$$v_A = c: v_B = \frac{v_A - v}{1 - \frac{v_A \cdot v}{c^2}} = \frac{c - v}{1 - \frac{c \cdot v}{c^2}} = \frac{c - v}{\frac{c - v}{c}} = c$$

Wenn eine der Geschwindigkeiten  $v_A$  oder  $v_B$  die Lichtgeschwindigkeit  $c$  ist, addieren sich  $v_A$  und  $v$  bzw.  $v_B$  und  $v$  unabhängig von der Relativgeschwindigkeit  $v$  immer zur Lichtgeschwindigkeit  $c$ . Das ist gerade die **Konstanz der Lichtgeschwindigkeit**!

## Rechenbeispiele zur relativistischen Geschwindigkeitsaddition:

### Aufgabe 1:

Du stehst am Bahnsteig und beobachtest einen Freund, der in einem Eisenbahnwagen mit der Geschwindigkeit  $3 \frac{m}{s}$  in Richtung zur Zugspitze läuft. Der Zug fährt mit der Geschwindigkeit  $20 \frac{m}{s}$ .

- 1) Wie groß ist die Geschwindigkeit, mit der sich dein Freund an dir vorbei bewegt?
- 2) Mit welcher Geschwindigkeit würdest du deinen Freund vorbeifahren sehen, wenn der Zug mit 80% der Lichtgeschwindigkeit fahren und dein Freund im Zug mit 60% der Lichtgeschwindigkeit in Fahrtrichtung laufen würde?

**Zu 1):**  $v_B = 3 \frac{m}{s}$ ,  $v = 20 \frac{m}{s}$ ,  $v_A$  ist gesucht.

Klassische Geschwindigkeits-Addition:

$$v_A = v_B + v = 3 \frac{m}{s} + 20 \frac{m}{s} = 23 \frac{m}{s}$$

Relativistische Geschwindigkeits-Addition:

$$v_A = \frac{v_B + v}{1 + \frac{v_B \cdot v}{c^2}} = \frac{3 \frac{m}{s} + 20 \frac{m}{s}}{1 + \frac{3 \frac{m}{s} \cdot 20 \frac{m}{s}}{(3,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s})^2}} = 23 \frac{m}{s}$$

Man sieht an diesem Beispiel, dass die klassische Geschwindigkeits-Addition für Geschwindigkeiten, die deutlich unterhalb der Lichtgeschwindigkeit liegen, weniger aufwändig zu rechnen ist und dennoch das richtige Ergebnis liefert.

**Zu 2):**  $v_B = 60\% \cdot c$ ,  $v = 80\% \cdot c$ ,  $v_A$  ist gesucht.

Klassische Geschwindigkeits-Addition:

$$v_A = v_B + v = 60\% \cdot c + 80\% \cdot c = 140\% \cdot c$$

Relativistische Geschwindigkeits-Addition:

$$v_A = \frac{v_B + v}{1 + \frac{v_B \cdot v}{c^2}} = \frac{0,6 \cdot c + 0,8 \cdot c}{1 + \frac{0,6 \cdot c \cdot 0,8 \cdot c}{c^2}} \approx 94,6\% \cdot c$$

Hier wird klar, dass die klassische Geschwindigkeits-Addition offensichtlich ein falsches Ergebnis liefert. Wegen der hohen Geschwindigkeiten muss man die relativistische Geschwindigkeits-Addition anwenden.

## Aufgabe 2:

Zwei Protonen aus der kosmischen Strahlung nähern sich der Erde aus entgegengesetzten Richtungen. Ihre relativ zur Erde gemessenen Geschwindigkeiten sind  $v_1 = 0,3 \cdot c$  und  $v_2 = -0,9 \cdot c$ .

1) Wie groß ist die Geschwindigkeit der Erde relativ zu jedem der beiden Protonen?

2) Wie groß sind die Geschwindigkeiten der Protonen relativ zueinander?

**zu 1):** Wir betrachten jeweils ein Bezugssystem, in dem eines der beiden Protonen ruht, als ruhendes Bezugssystem. Dann bewegt sich die Erde aus der Sicht des jeweiligen Protons mit einer Relativgeschwindigkeit, die den gleichen Betrag wie die Geschwindigkeit des Protons hat, aber entgegengesetzt gerichtet ist.

Aus der Sicht des ersten Protons hat die Erde dann die Relativgeschwindigkeit  $-v_1 = -0,3 \cdot c$ .

Aus der Sicht des zweiten Protons hat die Erde die Relativgeschwindigkeit  $-v_2 = 0,9 \cdot c$ .

**zu 2):** Die Relativgeschwindigkeit  $u$  des jeweils anderen Protons aus der Sicht des einen Protons berechnen wir mithilfe der relativistischen Geschwindigkeitstransformationen. Wir versetzen uns in das Bezugssystem A, in dem das eine Proton ruht. Im zweiten Bezugssystem B, das sich mit der Geschwindigkeit  $v$  des einen Protons relativ zu A bewegt, bewegt sich das andere Proton mit seiner eigenen Geschwindigkeit.

Für beide Protonen müssen bis auf das entgegengesetzte Vorzeichen jeweils die gleichen Relativgeschwindigkeiten des anderen Protons herauskommen!

**Relativgeschwindigkeit des zweiten Protons aus der Sicht des ersten Protons ( $v = v_1$ ):**

$$u_2 = \frac{v_2 - v}{1 - \frac{v_2 \cdot v}{c^2}} = \frac{-0,9 \cdot c - 0,3 \cdot c}{1 - \frac{(-0,9 \cdot c) \cdot (0,3 \cdot c)}{c^2}} = \frac{-1,2 \cdot c}{\frac{c^2 + 0,27 \cdot c^2}{c^2}} = \frac{-1,2}{1,27} \cdot c \approx -0,94 \cdot c$$

**Relativgeschwindigkeit des ersten Protons aus der Sicht des zweiten Protons ( $v = v_2$ ):**

$$u_1 = \frac{v_1 - v}{1 - \frac{v_1 \cdot v}{c^2}} = \frac{0,3 \cdot c - (-0,9) \cdot c}{1 - \frac{(0,3 \cdot c) \cdot (-0,9 \cdot c)}{c^2}} = \frac{1,2 \cdot c}{\frac{c^2 + 0,27 \cdot c^2}{c^2}} = \frac{1,2}{1,27} \cdot c \approx 0,94 \cdot c = -u_2$$

---

## Herleitung der Transformationsformeln für die Geschwindigkeiten durch Ableitung der Lorentztransformationen:

Wir beschränken uns bei unseren Überlegungen auf den im Minkowski-Diagramm darstellbaren Spezialfall, bei dem die Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}$  des Bezugssystems B in Richtung der  $x_A$ -Achse (bzw. der  $x_B$ -Achse) zeigt. Auf die  $y$ - und  $z$ -Koordinaten hat diese Relativbewegung der Bezugssysteme keinen Einfluss.

In unserem Spezialfall gilt also:  $y_A = y_B$  und  $z_A = z_B$

Die Geschwindigkeit  $v$  ist die Ableitung des Weges  $x$  nach der Zeit  $t$ :  $v = \dot{x} = \frac{dx}{dt}$

Durch Ableiten der Lorentztransformationen kann man die Transformationsformeln für die Geschwindigkeiten schnell herleiten.

Wir betrachten wieder den Spezialfall, bei dem sich das Bezugssystem B mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  in (oder entgegen) der Richtung der  $x_A$ -Achse bzw. der  $x_B$ -Achse bewegt.

Die Bewegungsrichtung des Körpers soll jetzt allerdings nicht auf die Richtung der  $x$ -Achsen beschränkt bleiben.

$$\text{Es gilt: } \vec{v}_A = \begin{pmatrix} v_{xA} \\ v_{yA} \\ v_{zA} \end{pmatrix} \text{ und } \vec{v}_B = \begin{pmatrix} v_{xB} \\ v_{yB} \\ v_{zB} \end{pmatrix}$$

Aus den Lorentztransformationen

$$t_A = \gamma \cdot \left( t_B + \frac{v}{c^2} \cdot x_B \right); \quad x_A = \gamma \cdot (x_B + v \cdot t_B); \quad t_B = \gamma \cdot \left( t_A - \frac{v}{c^2} \cdot x_A \right) \text{ und } x_B = \gamma \cdot (x_A - v \cdot t_A)$$

sowie  $y_A = y_B$  und  $z_A = z_B$

leiten wir die Transformationsformeln für alle sechs Geschwindigkeitskoordinaten ab:

$$\begin{aligned} v_{xA} &= \frac{dx_A}{dt_A} = \frac{\gamma \cdot (dx_B + v \cdot dt_B)}{\gamma \cdot \left( dt_B + \frac{v}{c^2} \cdot dx_B \right)} = \frac{\frac{dx_B}{dt_B} + v \cdot \frac{dt_B}{dt_B}}{\frac{dt_B}{dt_B} + \frac{v}{c^2} \cdot \frac{dx_B}{dt_B}} = \frac{v_{xB} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \cdot v_{xB}} \\ v_{yA} &= \frac{dy_A}{dt_A} = \frac{dy_B}{\gamma \cdot \left( dt_B + \frac{v}{c^2} \cdot dx_B \right)} = \frac{\frac{dy_B}{dt_B}}{\gamma \cdot \left( \frac{dt_B}{dt_B} + \frac{v}{c^2} \cdot \frac{dx_B}{dt_B} \right)} = \frac{v_{yB}}{\gamma \cdot \left( 1 + \frac{v}{c^2} \cdot v_{xB} \right)} \\ v_{zA} &= \frac{dz_A}{dt_A} = \frac{dz_B}{\gamma \cdot \left( dt_B + \frac{v}{c^2} \cdot dx_B \right)} = \frac{\frac{dz_B}{dt_B}}{\gamma \cdot \left( \frac{dt_B}{dt_B} + \frac{v}{c^2} \cdot \frac{dx_B}{dt_B} \right)} = \frac{v_{zB}}{\gamma \cdot \left( 1 + \frac{v}{c^2} \cdot v_{xB} \right)} \\ v_{xB} &= \frac{dx_B}{dt_B} = \frac{\gamma \cdot (dx_A - v \cdot dt_A)}{\gamma \cdot \left( dt_A - \frac{v}{c^2} \cdot dx_A \right)} = \frac{\frac{dx_A}{dt_A} - v \cdot \frac{dt_A}{dt_A}}{\frac{dt_A}{dt_A} - \frac{v}{c^2} \cdot \frac{dx_A}{dt_A}} = \frac{v_{xA} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \cdot v_{xA}} \\ v_{yB} &= \frac{dy_B}{dt_B} = \frac{dy_A}{\gamma \cdot \left( dt_A - \frac{v}{c^2} \cdot dx_A \right)} = \frac{\frac{dy_A}{dt_A}}{\gamma \cdot \left( \frac{dt_A}{dt_A} - \frac{v}{c^2} \cdot \frac{dx_A}{dt_A} \right)} = \frac{v_{yA}}{\gamma \cdot \left( 1 - \frac{v}{c^2} \cdot v_{xA} \right)} \\ v_{zB} &= \frac{dz_B}{dt_B} = \frac{dz_A}{\gamma \cdot \left( dt_A - \frac{v}{c^2} \cdot dx_A \right)} = \frac{\frac{dz_A}{dt_A}}{\gamma \cdot \left( \frac{dt_A}{dt_A} - \frac{v}{c^2} \cdot \frac{dx_A}{dt_A} \right)} = \frac{v_{zA}}{\gamma \cdot \left( 1 - \frac{v}{c^2} \cdot v_{xA} \right)} \end{aligned}$$

---

### 3) Spezielle Relativitätstheorie: Impuls und Energie

#### Worum geht es im zweiten Kapitel zur SRT?

Im letzten Kapitel haben wir uns mit dem Teil der Speziellen Relativitätstheorie befasst, der Bewegungen beschreibt. Es ging dabei um Orte, Zeiten und Geschwindigkeiten. Man bezeichnet diesen Teilbereich als **relativistische Kinematik** (ή κίνημα = die Bewegung).

Jetzt machen wir die Ursachen von Bewegungsänderungen zu unserem Thema. Das sind neben Kräften vor allem Größen, für die in der nichtrelativistischen Physik Erhaltungssätze gelten: Impuls und Energie. Diesen Teilbereich nennt man **relativistische Dynamik** (ή δύναμις = die Kraft).

Anwendungen zur Relativität von Erhaltungsgrößen wie Impuls und Energie finden sich insbesondere in der Teilchenphysik. Teilchen werden auf sehr hohe Geschwindigkeiten beschleunigt, die in der Regel nahe an der Lichtgeschwindigkeit liegen. Um die Bewegung schneller Teilchen korrekt beschreiben zu können und aus Kollisionsexperimenten die richtigen Schlüsse zu ziehen, ist es wichtig, zu wissen, welchen Impuls und welche Energie schnelle Teilchen aus der Sicht eines ruhenden Beobachters haben.

Es geht um die Frage:

#### Wie müssen der relativistische Impuls $\vec{p}$ und die relativistische Energie $E$ in der SRT definiert werden?

- Relativistischer Impuls  $\vec{p}$  und relativistische Energie  $E$  sollen Impuls und Energie eines Körpers auch bei hohen Geschwindigkeiten richtig beschreiben.
- Impuls  $\vec{p}$  und Energie  $E$  sollen auch in der SRT innerhalb eines Bezugssystems **Erhaltungsgrößen** bleiben.
- Für Geschwindigkeiten  $v \ll c$  sollen die relativistischen Definitionen für Impuls und Energie in die klassischen, nicht relativistischen Definitionen für Impuls und Energie übergehen. (**Korrespondenzprinzip**, vgl. S. 433)

#### Der relativistische Impuls:

In der **nichtrelativistischen Newtonschen Physik** ist der Impuls eines Körpers mit der Masse  $m$  und der Geschwindigkeit  $\vec{v}$  definiert durch  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ .

In dieser Definition ist der vektorielle Impuls  $\vec{p}$  **bei nichtrelativistischer Betrachtungsweise eine Erhaltungsgröße**.

In der **Relativitätstheorie** wird der Impuls definiert durch

$$\vec{p} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m \cdot \vec{v} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v}$$

Die relativistische Impulsdefinition **erfüllt das Korrespondenzprinzip**, denn für  $v \ll c$  gilt  $\gamma \rightarrow 1$ . Damit geht die relativistische Definition des Impulses für niedrige Geschwindigkeiten in die nichtrelativistische Impulsdefinition über.

Für ein **Gedankenexperiment**, an dem der Unterschied zwischen nichtrelativistischer und relativistischer Betrachtungsweise gut sichtbar wird, zeigen wir:

- Bei nichtrelativistischer Betrachtungsweise ist der Impuls in der Definition  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  eine Erhaltungsgröße.
- Bei relativistischer Betrachtungsweise ist der Impuls in der Definition  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  keine Erhaltungsgröße mehr.
- In der relativistischen Definition  $\vec{p} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v}$  bleibt der Impuls auch bei relativistischer Betrachtungsweise eine Erhaltungsgröße.

### Gedankenexperiment 7:

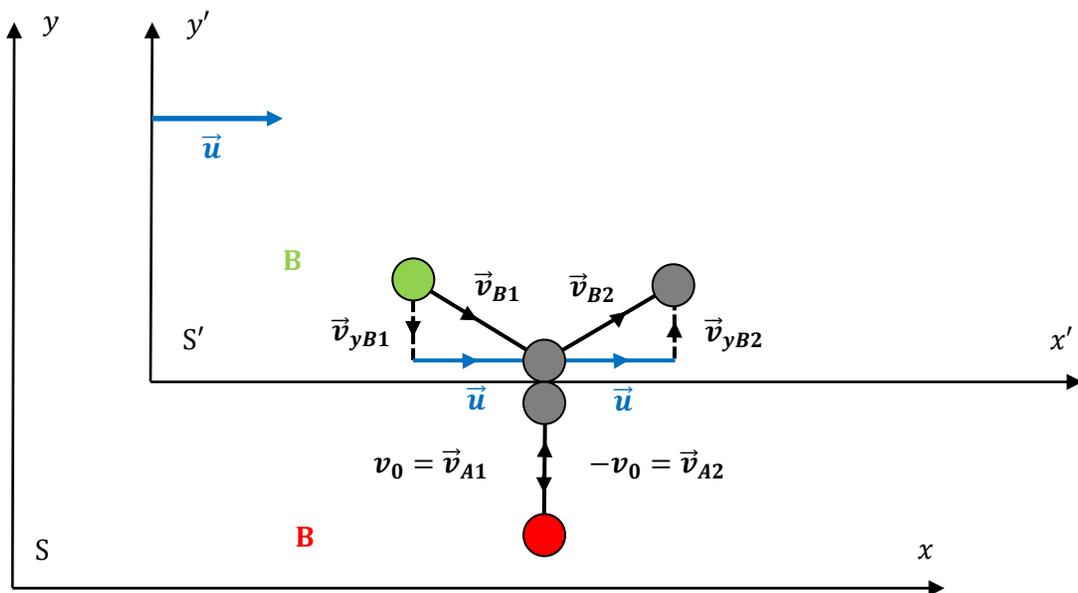
Wir betrachten zwei 2-dimensionale Bezugssysteme S und S'. Das Bezugssystem S' bewege sich relativ zum Bezugssystem S mit der Geschwindigkeit  $\vec{u}$  in Richtung der x-Achse.

In beiden Bezugssystemen wird jeweils ein Ball (Ball A im Bezugssystem S und Ball B im Bezugssystem S') so geworfen, dass die Bälle aufeinanderprallen.

Die Bälle A und B sind identisch. Insbesondere haben sie die gleiche Masse  $m$ .

Beide Bälle werden jeweils mit der gleichen Geschwindigkeit  $v_0$  in bzw. gegen die Richtung der y-Achse bzw. der y'-Achse geworfen.

Die beiden Bälle stoßen vollkommen elastisch. Das heißt: In ihren Bezugssystemen prallen sie nach dem Stoß in ihren Bezugssystemen mit den ursprünglichen Geschwindigkeiten  $v_0$  gegen bzw. in Richtung der y-Achse bzw. der y'-Achse zurück.



Wir betrachten das Gedankenexperiment aus der Sicht eines im Bezugssystem S ruhenden Beobachters zuerst nichtrelativistisch und dann relativistisch. Der Unterschied der beiden Betrachtungsweisen liegt in den Geschwindigkeiten  $\vec{v}_{B1}$  und  $\vec{v}_{B2}$  des Balls B, die der im Bezugssystem S ruhende Beobachter vor dem Stoß bzw. nach dem Stoß wahrnimmt. (Vgl. Skizze!)

#### Nichtrelativistische Betrachtung:

Klassische Geschwindigkeitsaddition:

$$\text{vor dem Stoß:} \quad \vec{v}_{A1} = \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_{B1} = -\vec{v}_{yB} + \vec{v}_{xB} = \begin{pmatrix} u \\ -v_0 \end{pmatrix}$$

$$\text{nach dem Stoß:} \quad \vec{v}_{A2} = -\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -v_0 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_{B2} = \vec{v}_{xB} + \vec{v}_{yB} = \begin{pmatrix} u \\ v_0 \end{pmatrix}$$

Impulsbilanz mit der nichtrelativistischen Impulsdefinition  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ :

$$\text{vor dem Stoß:} \quad \vec{p} = m \cdot (\vec{v}_{A1} + \vec{v}_{B1}) = m \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ -v_0 \end{pmatrix} \right] = m \cdot \begin{pmatrix} u \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{nach dem Stoß:} \quad \vec{p} = m \cdot (\vec{v}_{A2} + \vec{v}_{B2}) = m \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ -v_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ v_0 \end{pmatrix} \right] = m \cdot \begin{pmatrix} u \\ 0 \end{pmatrix}$$

⇒ Bei nichtrelativistischer Betrachtungsweise ist der vektorielle Impuls  $\vec{p}$  in der nichtrelativistischen Definition  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  eine Erhaltungsgröße.

### Relativistische Betrachtung:

Weil sich das Bezugssystem  $S'$  mit der Geschwindigkeit  $\vec{u}$  relativ zum Bezugssystem  $S$  bewegt, sieht der in  $S$  ruhende Beobachter den Ball B nicht mit den Geschwindigkeiten  $\vec{v}_{B1} = \begin{pmatrix} u \\ -v_0 \end{pmatrix}$  und  $\vec{v}_{B2} = \begin{pmatrix} u \\ v_0 \end{pmatrix}$  fliegen, sondern mit Geschwindigkeiten, deren Komponenten nach den relativistischen Transformationsformeln für Geschwindigkeiten von der Relativgeschwindigkeit  $u$  der Bezugssysteme abhängen.

Wir müssen die auf S. 208 durch Ableitung der Lorentztransformationen gewonnenen Transformationsformeln für Geschwindigkeiten von einem mit der Relativgeschwindigkeit  $v$  bewegten Bezugssystem  $B$  in ein ruhendes Bezugssystem  $A$  anwenden:

$$v_{xA} = \frac{v_{xB} + v}{1 + \frac{v}{c^2} \cdot v_{xB}} \quad \text{und} \quad v_{yA} = \frac{v_{yB}}{\gamma \cdot \left(1 + \frac{v}{c^2} \cdot v_{xB}\right)}$$

Mit den Bezeichnungen unseres Gedankenexperiments sehen diese Formeln folgendermaßen aus:

$$v_{xB} = \frac{v_{xB}' + u}{1 + \frac{u}{c^2} \cdot v_{xB}'} \quad \text{und} \quad v_{yB} = \frac{v_{yB}'}{\gamma \cdot \left(1 + \frac{u}{c^2} \cdot v_{xB}'\right)}$$

$v_{xB}'$  und  $v_{yB}'$  sind die Geschwindigkeitskomponenten des Balls B aus der Sicht eines im Bezugssystem  $S'$  ruhenden Beobachters.

Weil sich der Ball B im Bezugssystem  $S'$  nur in Richtung der  $y'$ -Achse bewegt, gilt:  $v_{xB}' = 0$  und  $v_{yB}' = v_0$ .

Damit vereinfachen sich die Formeln für die Geschwindigkeitskomponenten aus der Sicht eines im Bezugssystem  $S$  ruhenden Beobachters:

$$v_{xB} = u \quad \text{und} \quad v_{yB} = \frac{v_0}{\gamma} \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

### Geschwindigkeitsvektoren:

vor dem Stoß:  $\vec{v}_{A1} = \vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_{B1} = -\vec{v}_{yB} + \vec{v}_{xB} = \begin{pmatrix} u \\ -\frac{v_0}{\gamma} \end{pmatrix}$

nach dem Stoß:  $\vec{v}_{A2} = -\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ -v_0 \end{pmatrix} \quad \vec{v}_{B2} = \vec{v}_{xB} + \vec{v}_{yB} = \begin{pmatrix} u \\ \frac{v_0}{\gamma} \end{pmatrix}$

### Impulsbilanz mit der nichtrelativistischen Impulsdefinition $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$ :

vor dem Stoß:  $\vec{p} = m \cdot (\vec{v}_{A1} + \vec{v}_{B1}) = m \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ v_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ -\frac{v_0}{\gamma} \end{pmatrix} \right] = m \cdot \left( v_0 \cdot \left( 1 - \frac{1}{\gamma} \right) \right)$

nach dem Stoß:  $\vec{p} = m \cdot (\vec{v}_{A2} + \vec{v}_{B2}) = m \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ -v_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u \\ \frac{v_0}{\gamma} \end{pmatrix} \right] = m \cdot \left( v_0 \cdot \left( \frac{1}{\gamma} - 1 \right) \right)$

Die  $y$ -Komponenten der Impulsvektoren  $\vec{p}$  unterscheiden sich.

⇒ Bei relativistischer Betrachtungsweise ist der vektorielle Impuls  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  in der nichtrelativistischen Definition  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  keine Erhaltungsgröße.

Die relativistische Impulsdefinition lautet

$$\vec{p} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m \cdot \vec{v} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v}$$

Dabei beschreibt der Lorentzfaktor  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$  nicht den Wechsel in ein anderes Bezugssystem mit der Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}$ , sondern die Geschwindigkeitsabhängigkeit des relativistischen Impulses  $\vec{p}$  eines Körpers mit der Masse  $m$  und der Geschwindigkeit  $\vec{v}$ .

Für die Beträge der Geschwindigkeiten der Bälle A und B gilt (vgl. Zeichnung auf S. 401):

$$v_A = v_0 \quad \text{und} \quad v_B = \sqrt{u^2 + v_0^2 \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}$$

Damit ergeben sich als Lorentzfaktoren

für den Impuls  $\vec{p}_A$ :  $\gamma_A = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_A^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}}$  und

für den Impuls  $\vec{p}_B$ :  $\gamma_B = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_B^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2 + v_0^2 \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}{c^2}}}$

**Impulsbilanz mit der relativistischen Impulsdefinition  $\vec{p} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v}$ :**

vor dem Stoß:  $\vec{p} = \vec{p}_A + \vec{p}_B = m \cdot (\gamma_A \cdot \vec{v}_{A1} + \gamma_B \cdot \vec{v}_{B1}) = m \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma_A \cdot v_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_B \cdot u \\ -\gamma_B \cdot \frac{v_0}{\gamma} \end{pmatrix} \right]$

nach dem Stoß:  $\vec{p} = \vec{p}_A + \vec{p}_B = m \cdot (\gamma_A \cdot \vec{v}_{A2} + \gamma_B \cdot \vec{v}_{B2}) = m \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ -\gamma_A \cdot v_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_B \cdot u \\ \gamma_B \cdot \frac{v_0}{\gamma} \end{pmatrix} \right]$

Beachte: Der Lorentzfaktor  $\gamma$  (ohne Index) beschreibt immer noch den Wechsel zwischen den Bezugssystemen mit der Relativgeschwindigkeit  $\vec{u}$ :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Die  $x$ -Komponenten des relativistischen Impulses sind offensichtlich erhalten.

Die  $y$ -Komponenten des relativistischen Impulses sind ebenfalls erhalten, wenn gilt:

$$\gamma_A \cdot v_0 + \left(-\gamma_B \cdot \frac{v_0}{\gamma}\right) = -\gamma_A \cdot v_0 + \gamma_B \cdot \frac{v_0}{\gamma} \quad \text{bzw.} \quad \gamma_A = \gamma_B \cdot \frac{1}{\gamma} = \gamma_B \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{u^2 + v_0^2 \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}{c^2}}} \Leftrightarrow 1 - \frac{u^2 + v_0^2 \cdot \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}{c^2} = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) \cdot \left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)$$

Beide Seiten der rechten Gleichung lassen sich umformen zu  $1 - \frac{u^2}{c^2} - \frac{v_0^2}{c^2} + \frac{v_0^2 \cdot u^2}{c^4}$  und sind damit gleich.

$\Rightarrow$  **Der vektorielle Impuls  $\vec{p}$  in der relativistischen Definition  $\vec{p} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v}$  ist eine Erhaltungsgröße.**

## Zusammenfassung:

Der relativistische Impuls  $\vec{p} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot m \cdot \vec{v} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v}$  ist innerhalb eines Bezugssystems eine Erhaltungsgröße.

Die vektorielle Summe der relativistischen Impulse aller an einem Prozess beteiligten Teilchen ist vor und nach einem physikalischen Prozess gleich groß.

Für  $v \ll c$  geht die relativistische Impulsdefinition  $\vec{p} = \gamma \cdot m \cdot \vec{v}$  in die nichtrelativistische Impulsdefinition  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$  über. (Korrespondenzprinzip)

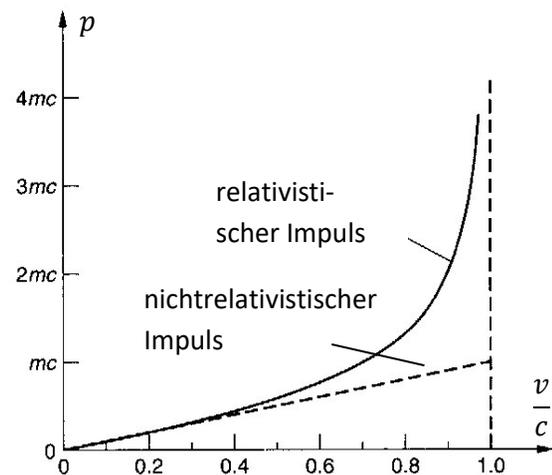
Die Graphik rechts zeigt den relativistischen und den nichtrelativistischen Impuls als Funktionen der Geschwindigkeit  $v$ .

Für  $v \ll c$  unterscheiden sich die Impulse praktisch nicht.

Für hohe Geschwindigkeiten  $v$  erkennt man:

Im Gegensatz zur linearen Zunahme des nichtrelativistischen Impulses mit der Geschwindigkeit wächst der relativistische Impuls für  $v \rightarrow c$  immer schneller. Für  $v \rightarrow c$  wird er unendlich groß.

(Vgl. Lorentzfaktor, S. 373)

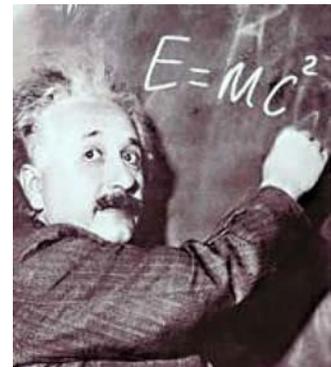


## Relativistische Energie – Äquivalenz von Masse und Energie:

Die Formel  $E = mc^2$  kann wohl als die berühmteste Formel der Physik bezeichnet werden.

$E = mc^2$  beschreibt die **relativistische Gesamtenergie** eines Körpers und die **Gleichwertigkeit bzw. Äquivalenz von Masse und Energie**.

Sie erklärt beispielsweise die Entstehung der ersten Teilchen aus Strahlungsenergie nach dem Urknall und die Energieerzeugung bei der Verschmelzung von Atomkernen in der Sonne.



Die Äquivalenz von Masse und Energie ist kein Postulat.

Die Formel  $E = mc^2$  kann aus dem relativistischen Impuls hergeleitet werden.

Die **Herleitung der Formel  $E = mc^2$**  ist eine relativ anspruchsvolle Anwendung zur Integralrechnung (12. Klasse):

Dass die Formel  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$  bei hohen Geschwindigkeiten nicht mehr angewendet werden darf, zeigte bereits das Ergebnis des Experiments von Bertozzi (vgl. S. 370).

Die relativistisch korrekte Formel zur Berechnung der Bewegungsenergie leiten wir aus dem relativistischen Impuls her:

Die Bewegungsenergie  $E_{kin}$  eines Körpers mit der Geschwindigkeit  $v$  entspricht der Arbeit  $W$ , die aufgewendet muss, um den Körper aus der Ruhe auf die Geschwindigkeit  $v$  zu beschleunigen. Die Beschleunigungsarbeit ist definiert als das Wegintegral über die beschleunigende Kraft  $F$ , wobei über den Weg integriert wird, auf dem der Körper beschleunigt wird. Die Kraft  $F$  ist aber die Ableitung des Impulses des Körpers nach der Zeit.

$$E_{kin} = W_{0 \rightarrow v} = \int_0^s F ds = \int_0^s \frac{dp}{dt} ds$$

Dieser Zusammenhang gilt immer und enthält noch keine Relativitätstheorie. Wenn wir nach klassischer Vorstellung von der Konstanz der Masse ausgehen, liefert das Integral die Formel  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ .

Die Relativitätstheorie bringen wir ins Spiel, wenn wir den relativistischen Impuls

$$p = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot m \cdot v = \gamma \cdot m \cdot v \text{ einsetzen:}$$

$$E_{kin} = \int_0^s \frac{dp}{dt} ds = \int_0^s \frac{\gamma \cdot m \cdot v}{dt} ds$$

Mit Produktregel und Kettenregel für die Ableitungen folgt:

$$E_{kin} = \int_0^s m \cdot v \cdot \frac{d\gamma}{dt} + \gamma \cdot m \cdot \frac{dv}{dt} ds = m \cdot \int_0^s v \cdot \frac{d\gamma}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} + \gamma \cdot \frac{dv}{dt} ds$$

$$\text{Mit } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \text{ folgt:}$$

$$\begin{aligned} E_{kin} &= m \cdot \int_0^s v \cdot \frac{d\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{dv}{dt} ds \\ &= m \cdot \int_0^s v \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{v}{c^2} \cdot \frac{dv}{dt} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{dv}{dt} ds \\ &= m \cdot \int_0^s \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{v^2}{c^2} \cdot \frac{dv}{dt} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \frac{dv}{dt} ds \\ &= m \cdot \int_0^s \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \frac{dv}{dt} ds \end{aligned}$$

Wegen  $ds = v \cdot dt$  können wir den Term  $\frac{dv}{dt} ds$  zusammenfassen zu  $\frac{dv}{dt} ds = v \cdot dv$ .

Wir integrieren jetzt nicht mehr über den Weg  $s$  sondern über die Geschwindigkeit  $v$ . Deshalb müssen wir auch die Integrationsgrenzen anpassen: Statt der Wege  $0$  und  $s$ , zwischen denen der Körper beschleunigt wird, schreiben wir nun die Anfangsgeschwindigkeit  $0$  und die Endgeschwindigkeit  $v$  als Integrationsgrenzen:

$$E_{kin} = m \cdot \int_0^v \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot v \, dv$$

Bei der Suche nach einer Stammfunktion der Funktion  $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot v$  hilft uns folgende Überlegung:

Wegen  $\frac{d}{dv} v^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \cdot v^{-\frac{3}{2}}$  sollte ein enger Zusammenhang zwischen  $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}}$  und der Ableitung  $\frac{d}{dv} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$  bestehen.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dv} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} &= -\frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(-\frac{1}{c^2} \cdot 2v\right) = \frac{1}{c^2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot v \\ \Rightarrow \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot v &= c^2 \cdot \frac{d}{dv} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

Damit folgt:

$$\begin{aligned} E_{kin} &= mc^2 \cdot \int_0^v \frac{d}{dv} \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} dv = mc^2 \cdot \left[ \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \right]_0^v = mc^2 \cdot \left( \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} - 1 \right) \\ &= \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 - mc^2 = \gamma \cdot mc^2 - mc^2 \end{aligned}$$

Für die Bewegungsenergie gilt also:

$$E_{kin} = \gamma \cdot mc^2 - mc^2$$

**relativistische Bewegungsenergie**

Entsprechend dieser Energiegleichung unterscheidet man in der Relativitätstheorie drei Energieformen:

- **Gesamtenergie**  $E = \gamma \cdot mc^2$
- **Bewegungsenergie**  $E_{kin}$
- **Ruheenergie**  $E_0 = mc^2$

Die **Bewegungsenergie**  $E_{kin}$  eines Körpers wird in der Relativitätstheorie nicht über seine Geschwindigkeit definiert, sondern als Energie, die übrigbleibt, wenn man von der Gesamtenergie die Ruheenergie abzieht:

$$E_{kin} = E - E_0$$

Ein grundlegender Unterschied zwischen relativistischer und klassischer Physik ist, dass bei relativistischer Betrachtungsweise jeder Körper aufgrund seiner Masse bereits eine **Ruheenergie**  $E_0 = mc^2$  besitzt, wenn er in Ruhe ist. Diese Ruheenergie hat der Körper offenbar allein aufgrund seiner Masse.  $E_0$  ist geschwindigkeitsunabhängig.

Für die **Gesamtenergie** gilt:

$$E = \gamma \cdot m \cdot c^2 = \gamma \cdot E_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot E_0$$

$$E = E_0 + E_{kin}$$

**Eigenschaften der relativistischen Energie  $E$ :**

**Innerhalb eines Bezugssystems ist die Gesamtenergie  $E$  eine Erhaltungsgröße.**

Die **Ruheenergie  $E_0$**  und die **Bewegungsenergie  $E_{kin}$**  sind **keine** Erhaltungsgrößen.

Beispiele:

- $\beta^-$ -Zerfall eines ruhenden Neutrons:  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$  (vgl. S. 415)

Im Gegensatz zum ruhenden Neutron  $n$  haben das Proton  $p$ , das Elektron  $e^-$  und das Antineutrino  $\bar{\nu}_e$  Bewegungsenergie. Das Elektron besitzt beim  $\beta^-$ -Zerfall Geschwindigkeiten von bis zu 90% der Lichtgeschwindigkeit.

- Paarerzeugung:  $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$  (vgl. S. 422f)

Aus zwei Photonen ohne Ruheenergien ( $E_0 = 0$ ) kann beim Paarerzeugungsprozess ein Elektron-Positron-Paar entstehen. Elektron  $e^-$  und Positron  $e^+$  haben die gleichen positiven Ruheenergien  $E_0$ .

Die **Gesamtenergie  $E$  nimmt mit der Geschwindigkeit** eines Körpers oder Teilchens **zu**.

Bei zunehmender Geschwindigkeit  $v$  erhöht sich der Anteil  $\frac{E_{kin}}{E}$  der Bewegungsenergie an der Gesamtenergie. Der Anteil  $\frac{E_0}{E}$  der Ruheenergie an der Gesamtenergie nimmt ab.

**Die Masseneinheit  $\frac{eV}{c^2}$ :**

Die Äquivalenz von Masse und Energie spiegelt sich auch in der in der Atomphysik üblichen Masseneinheit  $1 \frac{eV}{c^2}$  wider:

$$1 \frac{eV}{c^2} \approx 1,783 \cdot 10^{-36} \text{ kg} = \frac{1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{c^2}$$

## Die Trägheit und die Ruhemasse:

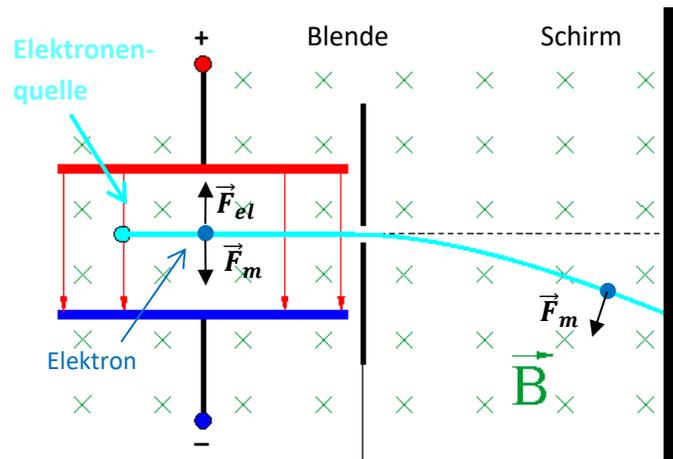
Die „Trägheit“ oder „träge Masse“  $m$  eines Körpers ist definiert über das 2. Newtonsche Gesetz  $F = m \cdot a$ . Die Trägheit  $m = \frac{F}{a}$  eines Körpers ist umso größer, je größer die Kraft ist, die man benötigt, um am Körper die Beschleunigung  $a$  zu bewirken.

## Das Experiment von Kaufmann und Bucherer:

**Walter Kaufmann** und **Alfred Bucherer** zeigten bereits **1901 und 1909**, dass die Trägheit von sehr schnellen Elektronen mit der Geschwindigkeit zunimmt.

Als **Quelle für schnelle Elektronen** verwendeten Kaufmann und Bucherer ein radioaktives Präparat ( $\beta^-$ -Strahler). Beim  $\beta^-$ -Zerfall entstehen Elektronen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten von bis zu 90 % der Lichtgeschwindigkeit.

Die Elektronen durchlaufen zuerst ein **Wienfilter**, mit dem durch senkrechte Überlagerung eines elektrischen Feldes und eines Magnetfeldes aus einem Strahl von  $\beta^-$ -Elektronen mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten **Elektronen einheitlicher Geschwindigkeit  $v$**  herausgefiltert werden.



Wenn die elektrische Kraft  $\vec{F}_{el}$  und die Lorentzkraft  $\vec{F}_m$ , die die Elektronen im Magnetfeld auf eine Kreisbahn lenkt, im Gleichgewicht sind, durchlaufen die Elektronen das Wienfilter ohne seitliche Ablenkung und gelangen somit durch die Blende.

Damit gilt für die Geschwindigkeit der Elektronen nach Durchlaufen des Wienfilters:

$$\vec{F}_{el} = \vec{F}_m \Leftrightarrow e \cdot E = e \cdot v \cdot B \Leftrightarrow v = \frac{E}{B}$$

Die Geschwindigkeit der durchgelassenen Elektronen kann über die Feldstärke  $E$  des elektrischen Feldes und die Flussdichte  $B$  Magnetfeldes gesteuert werden.

Nach dem Wienfilter gelangen die Elektronen einheitlicher Geschwindigkeit  $v$  in ein Magnetfeld der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$  mit  $\vec{B} \perp \vec{v}$ . Dort werden sie durch die Lorentzkraft  $\vec{F}_m$  auf eine Kreisbahn mit dem Radius  $r$  abgelenkt.

Die Lorentzkraft  $\vec{F}_m$  bildet die für die Kreisbahn notwendige Zentripetalkraft  $\vec{F}_z$ .

Damit gilt:

$$\vec{F}_m = \vec{F}_z \Leftrightarrow e \cdot v \cdot B = \frac{m \cdot v^2}{r} \Leftrightarrow m = \frac{e \cdot B}{v} \cdot r$$

Die Ladung  $e$  des Elektrons, die Elektronengeschwindigkeit  $v$  und die Flussdichte  $B$  des Magnetfeldes sind konstant. Somit kann die träge Masse  $m$  des Elektrons direkt aus dem Radius  $r$  der Kreisbahn berechnet werden. Den Bahnradius  $r$  bestimmt man geometrisch aus dem Abstand des Auftreffpunkts auf dem Schirm von der ursprünglichen Flugrichtung des Elektrons.

Wenn die träge Masse  $m$ , wie in der klassischen Physik angenommen, eine von der Geschwindigkeit unabhängige Eigenschaft des Elektrons ist, muss für alle Geschwindigkeiten  $v$  der Kreisbahnradius  $r$  der Elektronen im Magnetfeld nach  $r = \frac{m}{e \cdot B} \cdot v$  gleichmäßig mit der Geschwindigkeit  $v$  zunehmen.  
(Doppelte Geschwindigkeit  $v \Rightarrow$  doppelter Bahnradius  $r$  usw...)

Das Experiment von Kaufmann und Bucherer zeigte aber:

Für Geschwindigkeiten  $v < 0,1 \cdot c$  zeigt der Kreisbahnradius  $r$  der Elektronen im Rahmen der Messgenauigkeit das oben beschriebene Verhalten.  
Für Geschwindigkeiten  $v > 0,1 \cdot c$  werden die Elektronen im Magnetfeld mit zunehmender Geschwindigkeit nicht mehr so stark abgelenkt, wie es die Bedingung  $r = \frac{m}{e \cdot B} \cdot v$  fordert.  
Die Radien  $r$  der Kreisbahnen der Elektronen im Magnetfeld sind zu groß.  
In der Nähe der Lichtgeschwindigkeit nimmt dieser Effekt sehr stark zu.

Damit folgt aus dem Experiment von Kaufmann und Bucherer:

**Die träge Masse  $m$  eines Elektrons ist nicht konstant, sondern nimmt mit der Elektronengeschwindigkeit  $v$  zu:  $m = m(v)$**

### Die Ruhemasse $m_0$ :

Die träge Masse  $m_0 = m(v = 0)$  heißt **Ruhemasse** eines Teilchens. Sie ist eine charakteristische Eigenschaft des Teilchens und entspricht der Teilchenmasse in der klassischen, nichtrelativistischen Physik.

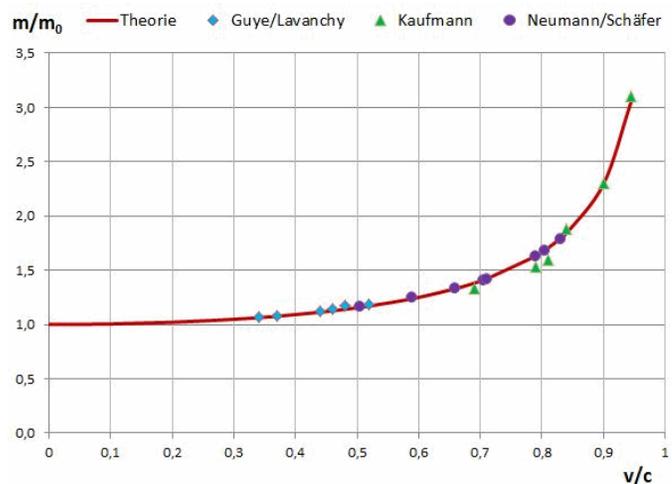
Das rechts abgebildete Diagramm zeigt rot den Graphen der Funktion

$$\gamma(v) = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

sowie die Messwerte für  $\frac{m}{m_0}$ , die von Kaufmann und Bucherer und anderen gemessen wurden.

Dass die Messwerte sehr gut auf dem Graphen der Funktion  $\gamma(v)$  liegen, zeigt, dass für die **Trägheit  $m$**  gilt:

$$m = \gamma \cdot m_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0$$



Insbesondere kann man dem Diagramm entnehmen, dass die träge Masse  $m(v)$  für Geschwindigkeiten  $v < 0,1 \cdot c$  durch die Ruhemasse  $m_0$  sehr gut genähert wird und dass die Trägheit bei sehr hohen Geschwindigkeiten extrem stark zunimmt.

**Beachte:**

Die **Zunahme der trägen Masse** bei hohen Geschwindigkeiten **ist keine Substanzzunahme**. Das Elektron bleibt auch bei hohen Geschwindigkeiten das ursprüngliche Elektron.

**Relativistische Energie und Ruhemasse:**

Ersetzt man auf S. 407 in der Formel für die Ruheenergie  $E_0 = E - E_{kin} = \gamma \cdot m \cdot c^2 - m \cdot c^2$  die Masse  $m$  durch die Ruhemasse  $m_0$ , so folgt:

<b>Ruheenergie:</b>	$E_0 = m_0 \cdot c^2$
<b>Bewegungsenergie:</b>	$E_{kin} = (\gamma - 1) \cdot m_0 \cdot c^2$
<b>Gesamtenergie:</b>	$E = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2$

**Beachte:**

In der Relativitätstheorie ist die Bewegungsenergie definiert durch  $E_{kin} = E - E_0$  und nicht durch  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ .

Auch, wenn man statt der konstanten Masse  $m$  eine geschwindigkeitsabhängige Masse  $m(v) = \gamma \cdot m_0$  in die Formel  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$  einsetzt, wird die Bewegungsenergie relativistisch nicht richtig beschrieben!

## Zur Problematik des Begriffs der „bewegten“ oder „relativistischen“ Masse:

Früher wurde die Trägheit  $m = \gamma \cdot m_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0$  häufig als „bewegte Masse“ oder „relativistische Masse“ eingeführt.

Mit der Geschwindigkeit  $v$  nimmt demnach die Masse  $m$  eines Körpers oder Teilchens zu.

Die Gefahr, die Massenzunahme mit einer Substanzzunahme im Sinne von „**Je schneller ein Körper wird, desto mehr wiegt er**“, gleichzusetzen, liegt auf der Hand.

Auf Seite 149ff werden wir ein wichtiges formales Argument gegen die Einführung einer „relativistischen Masse“  $m = \gamma \cdot m_0$  kennenlernen:

Das **relativistische Bewegungsgesetz**  $F = \gamma^3 \cdot m_0 \cdot a_{rel}$  beschreibt in der SRT den Zusammenhang zwischen einer konstanten Kraft  $\vec{F}$  in Bewegungsrichtung und der relativistischen Beschleunigung  $a_{rel}$ , zu der die Kraft führt. Dass sich das relativistische Bewegungsgesetz vom Newtonschen Bewegungsgesetz  $F = m_0 \cdot a$  durch den Faktor  $\gamma^3$  (und nicht durch den Faktor  $\gamma$ ) unterscheidet, zeigt deutlich, dass die Einführung einer relativistischen Masse  $m = \gamma \cdot m_0$  nicht zielführend sein kann.

Statt mit einer „bewegten Masse“ oder einer „relativistischen Massenzunahme“, die leicht mit einer Substanzzunahme verwechselt werden könnte, argumentieren wir in der SRT besser mit einer **relativistischen Zunahme der Bewegungsenergie  $E_{kin}$  bzw. der Gesamtenergie  $E$** .

Durch die Zufuhr von Beschleunigungsarbeit erhöht sich die Bewegungsenergie  $E_{kin}$  eines Körpers. Weil die Ruheenergie  $E_0$  unabhängig von der Geschwindigkeit ist, erhöht sich mit  $E_{kin}$  die Gesamtenergie  $E = E_0 + E_{kin}$ .

**Albert Einstein** schrieb 1919 in einem Brief an die „London Times“:

*„Das wichtigste Ergebnis der Speziellen Relativitätstheorie betraf die träge Masse körperlicher Systeme. Es ergab sich, dass die Trägheit eines Systems von seinem Energieinhalt abhängen müsse und man gelangte geradezu zur Auffassung, dass träge Masse nichts anderes sei als latente Energie. Der Satz von der Erhaltung der Masse verlor seine Selbständigkeit und verschmolz mit dem von der Erhaltung der Energie.“*

Bereits **Einstein** selbst lehnte den Begriff der bewegten Masse ab:

*„Es ist nicht gut, von der Masse [  $m = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0$  ] eines bewegten Körpers zu sprechen, da für  $m$  keine klare Definition gegeben werden kann. Man beschränkt sich besser auf die ‚Ruhe-Masse‘  $m_0$ . Daneben kann man ja den Ausdruck von momentum und Energie geben, wenn man das Trägheitsverhalten rasch bewegter Körper angeben will.“*

### Rechenbeispiel:

Bevor am CERN Protonen in den LHC eingespeist werden, durchlaufen sie eine Reihe von Vorbeschleunigern. Ein Proton gelangt mit der Gesamtenergie 450 GeV in den LHC. Im LHC erhöht sich die Gesamtenergie des Protons im Lauf von etwa 20 Minuten auf bis zu 7 TeV. Die Ruheenergie eines Protons beträgt 938,27 MeV.

- Welche Geschwindigkeit hat das Proton beim Einschuss in den LHC?
- Wodurch kommt die Energiezunahme im LHC im Wesentlichen zustande?
- Wie groß sind Bewegungsenergie und Impuls eines Protons bei der Gesamtenergie 7 TeV?

Lösung:

$$E = \gamma \cdot E_0 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} \Rightarrow 1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{E_0^2}{E^2} \Rightarrow v = \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}} \cdot c$$

Geschwindigkeit beim Einschuss in den LHC:

$$v = \sqrt{1 - \frac{(938,27 \cdot 10^6 \text{ eV})^2}{(450 \cdot 10^9 \text{ eV})^2}} \cdot c \approx 99,99978 \% \cdot c$$

Die Geschwindigkeit des Protons nimmt im LHC so gut wie nicht zu. Die Energiezunahme resultiert aus der starken Zunahme der Trägheit des Protons.

Je schneller das Proton ist, desto mehr Kraft benötigt man für eine weitere Beschleunigung. Um ein bereits sehr schnelles Proton weiter zu beschleunigen, muss man sehr viel Beschleunigungsarbeit zuführen. Dadurch erhöht sich die kinetische Energie des Protons.

$$E_{kin} = E - E_0 = 7 \cdot 10^6 \text{ MeV} - 938,27 \text{ MeV} \approx 6,999 \text{ TeV}$$

Die Gesamtenergie des Protons besteht nach der Beschleunigung im LHC also fast nur noch aus Bewegungsenergie.

$$\begin{aligned} E^2 = E_0^2 + c^2 p^2 &\Rightarrow p = \frac{1}{c} \cdot \sqrt{E^2 - E_0^2} \\ &= \frac{1}{c} \cdot \sqrt{(7,0 \cdot \text{TeV})^2 - (938,27 \cdot 10^{-6} \text{TeV})^2} \approx 7,0 \frac{\text{TeV}}{c} \end{aligned}$$

## Anwendungsbeispiele zur Äquivalenz von Masse und Energie:

Immer, wenn in einem Körper zusätzliche Energie  $\Delta E$  gespeichert wird, erhöht sich die Masse des Körpers um  $\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2}$ . Dies spielt eine wichtige Rolle, wenn man den Körper in seine Bestandteile zerlegen kann, wie es beim Atom (Kern und Elektronen) der Fall ist. Die Bestandteile des Atoms werden durch elektrische Kräfte zusammengehalten, die Nukleonen in einem Atomkern durch die starke Wechselwirkung. Um ein Atom oder einen Atomkern in seine Bestandteile zu zerlegen, muss man deshalb Energie zuführen, die sogenannte Bindungsenergie bzw. Kernbindungsenergie  $E_b$ .

Die Masse des gebundenen Systems (Atom bzw. Atomkern) ist dabei immer um  $\Delta m = \frac{E_b}{c^2}$  kleiner als die Summe der Massen seiner Bestandteile.

Bei Atomen ist der Unterschied zwischen der Atommasse und der Summe der Massen von Atomkern und Elektronen sehr gering. Bei Atomkernen unterscheidet sich die Kernmasse jedoch oft stark von der Summe der Massen der Protonen und Neutronen.

## Bindungsenergien:

### Die Bindungsenergie des Wasserstoffatoms:

Um in einem Wasserstoffatom das Elektron vom Proton zu entfernen, ist eine für das Wasserstoffatom charakteristische Ionisierungsenergie von  $13,6 \text{ eV}$  nötig. Diese Ionisierungsenergie ist die Bindungsenergie des Wasserstoffatoms.

Die dieser Energie entsprechende Masse  $\Delta m = \frac{E_b}{c^2} = \frac{13,6 \text{ eV}}{c^2}$  ist der Unterschied zwischen der Masse eines Wasserstoffatoms und der Summe der Massen eines Protons und eines Elektrons.

Im Vergleich zur Masse  $m(H) = 938,89 \frac{\text{MeV}}{c^2}$  eines Wasserstoffatoms beträgt dieser Massenunterschied lediglich  $\frac{13,6 \frac{\text{eV}}{c^2}}{938,89 \frac{\text{MeV}}{c^2}} \approx 1,4 \cdot 10^{-6}\%$  der Masse eines Wasserstoffatoms.

### Die Bindungsenergie eines Deuterium-Kerns:

Ein Deuterium-Kern ist der Atomkern des Wasserstoffisotops  ${}^2_1\text{H}$ . Er besteht aus einem Proton und einem Neutron.

Der Massenunterschied zwischen dem Deuterium-Kern und seinen Bestandteilen beträgt

$$\Delta m = (m_p + m_n) - m(D) = \left( 938,272 \frac{\text{MeV}}{c^2} + 939,565 \frac{\text{MeV}}{c^2} \right) - 1875,613 \frac{\text{MeV}}{c^2} = 2,244 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

Das ist etwa  $1,6 \cdot 10^5$ -mal so viel wie beim Wasserstoffatom bzw. immerhin  $0,12\%$  der Masse des Deuterium-Kerns.

Um einen Deuterium-Kern in seine beiden Bestandteile zu zerlegen, muss man eine Energie von  $2,244 \text{ MeV}$  aufwenden.

Umgekehrt wird die Energie  $2,244 \text{ MeV}$  frei, wenn ein Deuterium-Kern aus einem Proton und einem Neutron zusammengebaut wird.

## Die Kernfusion:

Die bei der Verschmelzung von Protonen und Neutronen bzw. von leichten Atomkernen zu schwereren Atomkernen freigesetzte Bindungsenergie beobachtet man beim Prozess der Kernfusion.

Die Verschmelzung leichterer Atomkerne zu schwereren Kernen ist exotherm (Energie wird frei), solange die Summe der Massen der Ausgangskerne größer ist als die Masse des erzeugten Kerns. Dies ist der Fall für Atomkerne, die eine kleinere Protonenzahl haben als Eisen. (Vgl. Kap. V, S. 238)

Die Sonne erzeugt ihre Energie, die eine unserer Lebensgrundlagen ist, durch Fusion von Wasserstoffkernen zu Heliumkernen. In jeder Sekunde verschmelzen im Kern der Sonne etwa 600 Millionen Tonnen Wasserstoff zu etwa 595 Millionen Tonnen Helium. Die restlichen 5 Millionen Tonnen Masse werden in Energie umgewandelt und ins Weltall abgestrahlt. Auf die Kernfusion in der Sonne und in anderen Sternen gehen wir im Kapitel IV „Die Sonne“ auf S. 179ff und Kapitel V „Die Sterne“ auf S. 237 genauer ein.

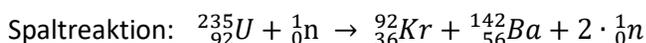
## Die Kernspaltung:

Sehr schwere Atomkerne können durch Neutronenbeschuss zum Zerfall in leichtere Atomkerne und Neutronen angeregt werden. (Kernspaltung)

Hier ist der Ausgangskern schwerer als die Summe der Massen der Kerne der Spaltprodukte.

Die dem Massenunterschied  $\Delta m$  entsprechende Energie  $E = \Delta m \cdot c^2$  wird in Form von Bewegungsenergie der Spaltprodukte und der erzeugten Neutronen freigesetzt und kann in Kernkraftwerken in elektrische Energie umgewandelt werden.

Beispiel: Spaltprozess von  $U_{235}$  in  $Kr_{92}$  und  $Ba_{142}$ :



---

In der Atom- und Kernphysik verwendet man als Masseneinheit üblicherweise die „**Atomare Masseneinheit**“  $u$ .  $1 u$  ist  $\frac{1}{12}$  der Kernmasse des Kohlenstoff-Isotops  $C_{12}$ .

$$1 u = 1,66054 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,494 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

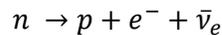
---

$$\begin{aligned} \text{Massenverlust: } \Delta m &= 235,043930 u + 1,008665 u - (91,926156 u + 141,916453 u + 2 \cdot 1,008665 u) \\ &= 0,192656 u \approx 179,5 \frac{\text{MeV}}{c^2} \end{aligned}$$

Bei einem Kernspaltungsprozess von  $U_{235}$  in  $Kr_{92}$  und  $Ba_{142}$  wird also Bindungsenergie  $E_b \approx 179,5 \frac{\text{MeV}}{c^2}$  frei.

### Der radioaktive $\beta^-$ -Zerfall:

Beim radioaktiven  $\beta^-$ -Zerfall wandelt sich unter dem Einfluss der schwachen Wechselwirkung ein Neutron in ein Proton, ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino um:



Auch bei diesem Prozess tritt ein Massenunterschied zwischen den Ausgangs- und den Endprodukten auf. Proton, Elektron und Antineutrino sind zusammen etwas leichter als das Neutron.

Die dem Massenunterschied  $\Delta m$  entsprechende Energie  $E = \Delta m \cdot c^2$  wird in Form von Bewegungsenergie von Elektron und Antineutrino freigesetzt.

$$\begin{aligned}\Delta m &= m_n - (m_p + m_e + m_{\bar{\nu}_e}) = 1,008665 \text{ u} - (1,007276 \text{ u} + 5,4858 \cdot 10^{-4} \text{ u} + (\approx 0 \text{ u})) \\ &= 8,4042 \cdot 10^{-4} \text{ u} = 0,783 \frac{\text{MeV}}{c^2}\end{aligned}$$

Die Reaktionsenergie beim  $\beta^-$ -Zerfall beträgt also  $0,783 \text{ MeV}$ .

### Die relativistische Beziehung zwischen Energie und Impuls:

In der klassischen Physik sind Bewegungsenergie und Impuls über  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$  verknüpft.

Diese Beziehung kann in der Relativitätstheorie nicht gelten, weil die Bewegungsenergie weder durch  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$  beschrieben werden kann noch – im Gegensatz zum Impuls – eine Erhaltungsgröße ist.

Der relativistische Zusammenhang zwischen Gesamtenergie  $E = \gamma \cdot E_0 = \gamma \cdot m_0c^2$  und relativistischem Impuls  $p = \gamma \cdot m_0v$  lässt sich problemlos herleiten:

$$\frac{p}{E} = \frac{v}{c^2} \Rightarrow v = \frac{c^2 p}{E}$$

Setze  $v = \frac{c^2 p}{E}$  in  $E = \gamma \cdot E_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot E_0$  ein:

$$E = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{c^4 p^2}{c^2 E^2}}} \cdot E_0 \Rightarrow E \cdot \sqrt{1 - \frac{c^2 p^2}{E^2}} = E_0 \Rightarrow \sqrt{E^2 - c^2 p^2} = E_0$$

$$\Rightarrow \boxed{E^2 = E_0^2 + c^2 p^2} \quad \text{relativistische Energie-Impuls-Beziehung}$$

### Spezialfälle:

- Für **ruhende Teilchen** gilt:  $E = E_0 \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{0}$
- Für **langsame (nicht relativistische) Teilchen** mit  $v \ll c$  gilt:  $E \approx E_0$  bzw.  $E_{kin} \ll E_0$   
$$\Rightarrow p^2 = \frac{1}{c^2} \cdot (E^2 - E_0^2) = \frac{1}{c^2} \cdot [(E_{kin} + E_0)^2 - E_0^2] = \frac{1}{c^2} \cdot (E_{kin}^2 + E_0^2 + 2E_{kin}E_0 - E_0^2)$$
$$= \frac{1}{c^2} \cdot (E_{kin}^2 + 2E_{kin}E_0) \approx \frac{1}{c^2} \cdot 2E_{kin}E_0 = \frac{1}{c^2} \cdot 2E_{kin}m_0c^2 = 2E_{kin}m_0$$
$$\Rightarrow E_{kin} \approx \frac{p^2}{2m_0} = \frac{m_0^2 v^2}{2m_0} = \frac{1}{2} m_0 v^2 \quad (\text{nicht relativistische kinetische Energie})$$
- Für **sehr schnelle (hochrelativistische) Teilchen** mit  $v \rightarrow c$  gilt:  $E \approx E_{kin}$  bzw.  $E_{kin} \gg E_0$   
$$\Rightarrow p^2 = \frac{1}{c^2} \cdot (E^2 - E_0^2) = \frac{1}{c^2} \cdot [(E_{kin} + E_0)^2 - E_0^2] = \frac{1}{c^2} \cdot (E_{kin}^2 + E_0^2 + 2E_{kin}E_0 - E_0^2)$$
$$= \frac{1}{c^2} \cdot (E_{kin}^2 + 2E_{kin}E_0) \approx \frac{1}{c^2} \cdot E_{kin}^2 \approx \frac{1}{c^2} \cdot E^2$$
$$\Rightarrow \mathbf{p} \approx \frac{E}{c}$$
- Für **masselose Teilchen (Photonen, Gluonen)** mit  $v = c$  gilt:  $E_0 = 0$  bzw.  $E = E_{kin}$   
$$\Rightarrow \mathbf{p} = \frac{E}{c}$$

Für den **Impuls eines Photons** folgt:

$$\mathbf{p}_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} > \mathbf{0}$$

Die **Energie eines Photons** hängt von seiner Wellenlänge  $\lambda$  ab:  
(Vgl. Kap. II, S. 34)

$$E_\gamma = \frac{h \cdot c}{\lambda}$$

Für den **Impuls eines Photons** folgt:

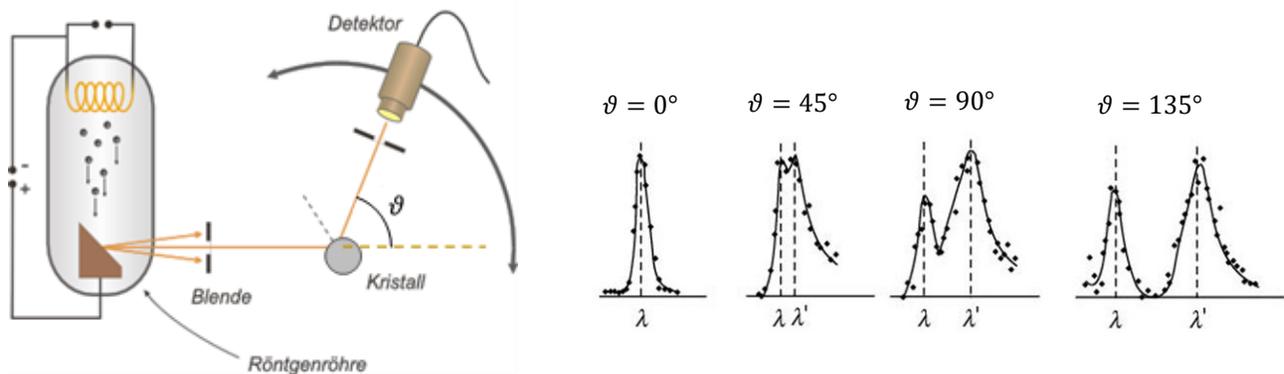
$$\mathbf{p}_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

Dabei ist  $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}$  das **Plancksche Wirkungsquantum**.

## Die Compton-Streuung - ein Beispiel zur Erhaltung von Impuls und Energie in der SRT

Die **Compton-Streuung** ist ein Streuprozess eines Röntgen-Photons an einem freien oder schwach gebundenen Elektron. Beim Streuvorgang überträgt das Photon einen Teil seiner Energie  $E_\gamma = h \cdot \frac{c}{\lambda}$  und einen Teil seines Impulses  $p_\gamma = \frac{h}{\lambda}$  auf das Elektron. Deshalb beobachtet man nach dem Streuprozess Röntgenstrahlung mit größerer Wellenlänge  $\lambda'$  als vor dem Streuprozess ( $\lambda$ ). Die Wellenlängenänderung  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$  hängt vom Streuwinkel  $\vartheta$  ab.

Das linke Bild zeigt den Versuchsaufbau zur Compton-Streuung. Rechts wird der Zusammenhang zwischen der Wellenlängenänderung  $\Delta\lambda$  und der Intensität der im Detektor registrierten Röntgenstrahlung graphisch dargestellt.



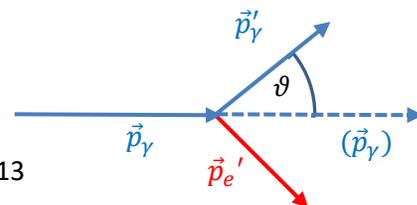
Den Zusammenhang zwischen  $\Delta\lambda$  und  $\vartheta$  beschreibt die **Compton-Formel**

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} \cdot (1 - \cos \vartheta)$$

Bei der Streuung des Photons an dem Elektron gelten

- Energieerhaltung:  $E_\gamma + E_{0,e} = E_e' + E_\gamma'$  und
- vektorielle Impulserhaltung:  $\vec{p}_\gamma = \vec{p}_\gamma' + \vec{p}_e'$

Zum Feynman-Diagramm der Compton-Streuung: Kap. IX, S. 513



**Energieerhaltung:**  $E_\gamma + E_{0,e} = E_e' + E_{ges,e}'$

$$\Rightarrow h \cdot \frac{c}{\lambda} + m_e \cdot c^2 = h \cdot \frac{c}{\lambda'} + E_{ges,e}' \Rightarrow p_\gamma \cdot c + m_e \cdot c^2 = p_\gamma' \cdot c + E_{ges,e}'$$

Mit  $(E_{ges,e}')^2 = E_{0,e}^2 + (p_e')^2 c^2$  folgt:  $p_\gamma \cdot c + m_e \cdot c^2 = p_\gamma' \cdot c + \sqrt{m_e^2 \cdot c^4 + (p_e')^2 c^2}$

$$\Rightarrow m_e^2 \cdot c^4 + (p_e')^2 c^2 = (p_\gamma \cdot c - p_\gamma' \cdot c + m_e \cdot c^2)^2 =$$

$$= (p_\gamma \cdot c - p_\gamma' \cdot c)^2 + 2 (p_\gamma - p_\gamma') \cdot m_e \cdot c^3 + m_e^2 \cdot c^4$$

$$\Rightarrow (p_e')^2 = (p_\gamma - p_\gamma')^2 + 2 (p_\gamma - p_\gamma') \cdot m_e \cdot c$$

**Vektorielle Impulserhaltung:**  $\vec{p}_\gamma = \vec{p}_\gamma' + \vec{p}_e'$

$$\Rightarrow (p_e')^2 = (\vec{p}_\gamma - \vec{p}_\gamma')^2 = p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2 \cdot \vec{p}_\gamma \circ \vec{p}_\gamma' = p_\gamma^2 + p_\gamma'^2 - 2 \cdot p_\gamma \cdot p_\gamma' \cdot \cos \vartheta$$

$$\Rightarrow (p_e')^2 = (p_\gamma - p_\gamma')^2 + 2 \cdot p_\gamma \cdot p_\gamma' \cdot (1 - \cos \vartheta)$$

**Zusammenfassung:**

$$(p_\gamma - p_{\gamma'}) \cdot m_e \cdot c = p_\gamma \cdot p_{\gamma'} \cdot (1 - \cos \vartheta)$$

$$\Rightarrow \left( \frac{h}{\lambda} - \frac{h}{\lambda'} \right) \cdot m_e \cdot c = \frac{h}{\lambda} \cdot \frac{h}{\lambda'} \cdot (1 - \cos \vartheta)$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_e \cdot c} (1 - \cos \vartheta) \quad \text{(Wellenlängenänderung beim Compton-Effekt)}$$

**Bedeutung des Compton-Effekts für die Quantenphysik:**

Das Streuexperiment von Compton zeigt, dass die Wellenlänge  $\lambda'$  des gestreuten Photons mit dem Streuwinkel  $\vartheta$  zunimmt.

Wenn Licht ausschließlich als Welle betrachtet wird, lässt sich eine Winkelabhängigkeit der Wellenlänge des Lichts nicht begründen.

Das Phänomen wird erst verständlich, wenn der Vorgang als **Streuung von Photonen (Lichtteilchen)** betrachtet wird. Damit ordnet Compton dem Photon neben der Energie einen **Impuls** zu und manifestiert so den Teilchencharakter des Lichts noch klarer als Einstein in der Erklärung des Photoeffekts.

## Das relativistische Bewegungsgesetz:

In der **klassischen, nicht relativistischen Physik** beschreibt das **2. Gesetz von Newton**  $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$  den Zusammenhang zwischen einer Kraft  $\vec{F}$ , die auf den Körper wirkt und der resultierenden Beschleunigung  $\vec{a}$ . Der Betrag  $a$  der Beschleunigung ist direkt proportional zum Betrag  $F$  der beschleunigenden Kraft. Weil das  $F$ - $a$ -Diagramm eine Gerade ist, sagt man: „Zwischen  $F$  und  $a$  besteht ein linearer Zusammenhang.“

Wegen  $a = \frac{dv}{dt}$  und  $p = m \cdot v$  kann man das 2. Newtonsche Gesetz auch folgendermaßen formulieren:

$$F = \frac{dp}{dt}$$

Die Kraft ist also die Ableitung des Impulses nach der Zeit.

Wir gehen im Folgenden von dem relativ einfachen Spezialfall aus, dass die konstante Kraft  $\vec{F}$  immer in Bewegungsrichtung wirkt und die Bewegungsrichtung die Richtung der  $x$ -Achse ist.

Dann folgt:

$$F = \frac{dp}{dt} = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2}$$

( $\frac{d^2x}{dt^2}$  ist die zweite Ableitung des Weges  $x$  nach der Zeit  $t$ .)

Das 2. Newtonsche Gesetz ist also eine **Differentialgleichung für den Ort  $x(t)$** .

**Lösungen** dieser Differentialgleichung sind alle Funktionen  $x(t)$ , die die Differentialgleichung erfüllen. Die Lösungsfunktionen  $x(t)$  beschreiben, wie sich der Ort  $x$  mit der Zeit ändert. Sie beschreiben die Bewegung des Körpers oder Teilchens.

Deshalb nennt man das 2. Newtonsche Gesetz auch das **Newtonsche Bewegungsgesetz**.

Eine allgemeine Lösung des Newtonschen Bewegungsgesetzes  $F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot a$  ist die Funktion

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$$

Dabei sind  $x_0 = x(t = 0)$ ,  $v_0 = v(t = 0)$  und  $a$  die konstante Beschleunigung.

---

Begründung:

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$  erfüllt die Differentialgleichung  $F = m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot a$ , denn

$$\frac{d^2}{dt^2} \left( x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \right) = \frac{d}{dt} \left( \frac{d}{dt} \left( x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \right) \right) = \frac{d}{dt} (v_0 + a \cdot t) = a.$$

---

Beispiel: Wenn die Kraft  $F$  die Gewichtskraft ist, ist  $a = -g$  die Fallbeschleunigung und die Funktion  $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} \cdot (-g) \cdot t^2$  beschreibt die Höhe eines Körpers, der aus der Höhe  $x_0$  mit der Anfangsgeschwindigkeit  $v_0$  nach oben geworfen wird.

Das Newtonsche Bewegungsgesetz  $F = m \cdot a$  bzw.  $F \sim a$  darf in dieser Form nicht in die **Spezielle Relativitätstheorie** übertragen werden, denn mit der Geschwindigkeit  $v$  ändert sich die Trägheit  $m$  des beschleunigten Körpers bzw. Teilchens (vgl. S. 408f).

Der Zusammenhang  $F = \frac{dp}{dt}$  stimmt allerdings auch in der SRT, wenn für den Impuls  $p$  der **relativistische Impuls**  $p_{rel} = \gamma \cdot m_0 \cdot v$  verwendet wird.

Begründung:

Auch für hohe Geschwindigkeiten gilt: Wirkt auf einen Körper oder ein Teilchen eine Kraft  $\vec{F}$ , dann nimmt seine Gesamtenergie  $E$  zu. Wenn die Kraft  $F$  konstant ist, gilt für die Energiezunahme  $\Delta E$ :

$$\Delta E = F \cdot \Delta x$$

Dabei ist  $\Delta x$  das Wegstück, auf dem die Kraft  $\vec{F}$  in Bewegungsrichtung wirkt.

$$\Rightarrow \frac{\Delta E}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \frac{dE}{dt} = F \cdot \frac{dx}{dt} = F \cdot v$$

Mit der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung  $E^2 = E_0^2 + p^2 c^2$  folgt

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt} \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2} = \frac{2 \cdot p \cdot c^2 \cdot \frac{dp}{dt}}{2 \cdot \sqrt{E_0^2 + p^2 c^2}} = \frac{p \cdot c^2 \cdot \frac{dp}{dt}}{E}$$

$$p = \gamma \cdot m_0 \cdot v = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2 \cdot \frac{v}{c^2} = E \cdot \frac{v}{c^2} \Rightarrow \frac{dE}{dt} = v \cdot \frac{dp}{dt}$$

$$\Rightarrow F \cdot v = v \cdot \frac{dp}{dt} \Rightarrow F = \frac{dp}{dt}$$

**Das relativistische Bewegungsgesetz:**

$$F = \frac{dp}{dt} \quad \text{mit} \quad p = p_{rel} = \gamma \cdot m_0 \cdot v$$

Anders als bei dem nichtrelativistischen Newtonschen Bewegungsgesetz  $F = m \cdot a$  führt eine konstante Kraft  $F$  aber nicht zu einer konstanten Beschleunigung  $a$ .

Das Experiment von Bertozzi (vgl. S. 370) zeigte, trotz konstanter Kraft die Geschwindigkeitszunahme von im elektrischen Feld beschleunigten Elektronen und damit ihre (relativistische) Beschleunigung  $a$  umso kleiner wird, je stärker sich die Geschwindigkeit der Elektronen der Lichtgeschwindigkeit  $c$  nähert.

Es gilt:  $v \rightarrow c \Rightarrow a \rightarrow 0$ .

Wir untersuchen, welcher funktionelle Zusammenhang zwischen einer konstanten Kraft  $F$  und der durch die Kraft bewirkten relativistischen Beschleunigung  $a_{rel}$  besteht:

$$F = \frac{dp_{rel}}{dt} = \frac{d}{dt} \gamma \cdot m_0 \cdot v = m_0 \cdot \frac{d}{dt} (\gamma \cdot v)$$

Weil der Lorentzfaktor  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$  selbst eine Funktion  $\gamma(v)$  folgt mit der Kettenregel und  $a_{rel} = \frac{dv}{dt}$  :

$$F = m_0 \cdot \frac{d(\gamma \cdot v)}{dv} \cdot \frac{dv}{dt} = m_0 \cdot a_{rel} \cdot \frac{d(\gamma \cdot v)}{dv}$$

Mit der Produktregel und anschließender Anwendung der Kettenregel folgt:

$$\begin{aligned} \frac{d(\gamma \cdot v)}{dv} &= v \cdot \frac{d\gamma}{dv} + \gamma = v \cdot \frac{d}{dv} \left( \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \right) + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \\ &= v \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot \left(-\frac{2v}{c^2}\right) + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{v^2}{c^2} \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{3}{2}} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \\ &= \frac{\frac{v^2}{c^2} + \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}^3} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}^3} = \gamma^3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \gamma^3 \cdot m_0 \cdot a_{rel}}$$

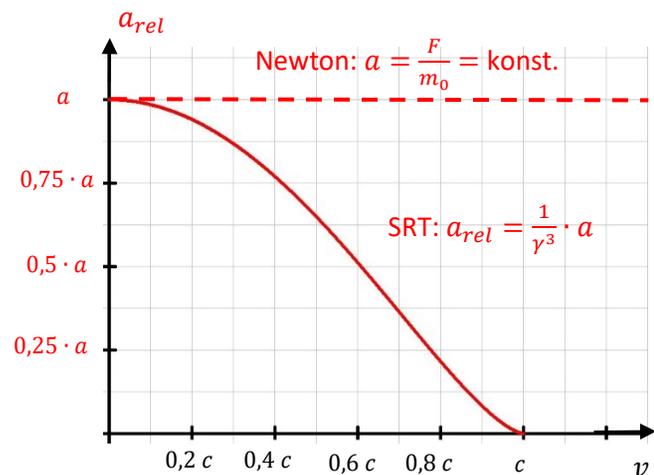
Diese relativistische Bewegungsgleichung beschreibt im Gegensatz zum Newtonschen Bewegungsgesetz  $F = m \cdot a$  **keine direkte Proportionalität zwischen Kraft und Beschleunigung**.

Insbesondere zeigt sich hier, dass es **nicht zielführend ist, eine „relativistische Masse“  $m = \gamma \cdot m_0$  einzuführen**. Für eine konstante Kraft, die in Bewegungsrichtung wirkt, lässt sich kein relativistisches Bewegungsgesetz der Form  $F = m_{rel} \cdot a_{rel} = \gamma \cdot m_0 \cdot a_{rel}$  formulieren.

Der Vergleich des Newtonschen Bewegungsgesetzes  $F = m_0 \cdot a$  mit dem relativistischen Bewegungsgesetz  $F = \gamma^3 \cdot m_0 \cdot a_{rel}$  liefert eine Funktion, die die **Geschwindigkeitsabhängigkeit der relativistischen Beschleunigung  $a_{rel}$**  beschreibt:

$$F = m_0 \cdot a = \gamma^3 \cdot m_0 \cdot a_{rel}$$

$$\Rightarrow \boxed{a_{rel} = \frac{1}{\gamma^3} \cdot a = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}^3 \cdot a}$$



### ➤ Warum kann kein Körper auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigt werden?

Mit der Geschwindigkeitsabhängigkeit der relativistischen Beschleunigung  $a_{rel}$  können wir begründen, dass die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit die obere Schranke für die Geschwindigkeit von Körpern und Teilchen darstellt:

Mit zunehmender Geschwindigkeit  $v$  nimmt die relativistische Beschleunigung  $a_{rel}$  immer weiter ab. Für  $v \rightarrow c$  verschwindet  $a_{rel}$ . Diese Eigenschaft der relativistischen Beschleunigung ist unabhängig von der Stärke der beschleunigenden Kraft  $F$ .

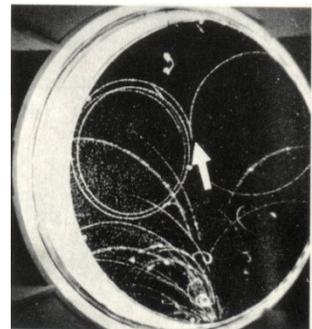
## Paarerzeugung und Annihilation:

In der Formel  $E = mc^2$  kommt die „Äquivalenz“ oder „Gleichwertigkeit“ von Masse und Energie zum Ausdruck. Es gibt in der Physik Prozesse, bei denen aus masselosen aber energiereichen Teilchen wie Photonen Teilchen mit Masse entstehen (**Paarerzeugung**) und Prozesse, bei denen Teilchen mit Masse verschwinden und dabei energiereiche Photonen entstehen (**Paarvernichtung** oder **Annihilation**).

### Der Paarerzeugungsprozess:

Aus Photonen können sich Paare von Teilchen und Antiteilchen bilden. Dabei entstehen aus masselosen Photonen, die über ihre Energie  $E_\gamma = \frac{h \cdot c}{\lambda}$  definiert sind, Teilchen mit Masse.

Die Nebelkammeraufnahme rechts zeigt die Erzeugung eines Elektron-Positron-Paar bei einem Paarerzeugungsprozess.



- Der Paarerzeugungsprozess ermöglichte bei der Entstehung des Universums die Entstehung von Elementarteilchen aus Strahlung.
- Am CERN werden im LHC Protonen auf extrem hohe Energien beschleunigt und dann zur Kollision gebracht. Dabei entstehen aus einem Teil der Bewegungsenergie der kollidierenden Protonen neue Teilchen. Eine genaue Beschreibung der Vorgänge bei der Kollision von Protonen findet sich im Kapitel IX auf S. 531ff.

Bei Paarerzeugungsprozessen muss neben der Energieerhaltung die **Impulserhaltung** erfüllt sein.

Die Impulserhaltung verhindert beispielsweise, dass ein Elektron-Positron-Paar aus einem einzelnen, isolierten Photon entstehen kann. Damit ein Paarerzeugungsprozess innerhalb von Materie stattfinden kann, muss sich in der Nähe des Photons ein weiteres Teilchen (z.B. ein Atomkern) befinden, auf das Impuls übertragen werden kann. Ansonsten werden für einen Paarerzeugungsprozess zwei Photonen benötigt. Bei der Kollision der beiden Photonen entsteht ein Elektron-Positron-Paar. (Vgl. S. 425)

Ein Elektron-Positron-Paar kann zum Beispiel in folgenden Paarerzeugungsprozessen aus Photonen entstehen:

$$1) \quad \gamma_1 + \gamma_2 \rightarrow e^- + e^+ \text{ (Kollision hochenergetischer Photonen)}$$

$$2) \quad \gamma \rightarrow e^- + e^+ \text{ in der Nähe eines Atomkerns, der Impuls aufnehmen kann.}$$

Die Erzeugung von Elektron-Positron-Paaren infolge von Kollisionen hochenergetischer Photonen wurde erstmals 1997 am SLAC, einem Teilchenbeschleuniger in Kalifornien (vgl. Kap. IX, S. 524), beobachtet.

**Impulserhaltung:**  $\vec{p}_{\gamma 1} + \vec{p}_{\gamma 2} = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+}$  bzw.  $\vec{p}_{\gamma 1} + \vec{p}_{Kern} = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+}$

Die **energetische Voraussetzung für den Paarerzeugungsprozess** ist, dass mindestens so viel Energie zur Verfügung steht, wie die Summe der Ruheenergien der erzeugten Teilchen. Weil Teilchen und Antiteilchen die gleiche Ruheenergie  $E_{0,e}$  haben, gilt:  $E \geq 2 \cdot E_{0,e}$  (Vgl. S. 429)

Im Fall  $E > 2 \cdot E_{0,e}$  wird die Differenzenergie als Bewegungsenergie auf das erzeugte Elektron-Positron-Paar übertragen.

Wenn ein Impulsübertrag auf einen Atomkern erfolgt, geht zusätzlich die Rückstoßenergie  $E_{kin,K}$  des Atomkerns in die Energiebilanz ein. Weil der Atomkern in der Regel viel schwerer ist als die erzeugten Teilchen, ist die Rückstoßenergie des Atomkerns fast immer so klein, dass man sie vernachlässigen kann.

**Energieerhaltung:**  $E_{\gamma 1} + E_{\gamma 2} = 2 \cdot E_{0,e} + E_{kin,e^-} + E_{kin,e^+}$   
bzw.  $E_{\gamma} + E_{0,K} = E_{0,K} + 2 \cdot E_{0,e} + E_{kin,e^-} + E_{kin,e^+} + E_{kin,K}$

Weil beispielsweise Quarks eine wesentlich größere Ruhemasse besitzen als Elektronen, ist zur Erzeugung von Quarks wesentlich mehr Energie nötig. Deshalb konnten am Beginn der Entwicklung des Universums aus der anfangs unglaublich heißen Strahlung Quarks und Elektronen entstehen. Später, als die Strahlung aufgrund der Ausdehnung des Universums kühler und damit energieärmer geworden war, konnten sich nur noch Paare von Elektronen und Positronen bilden. Als die Energie der Photonen im Universum unter die Ruheenergie eines Elektrons von  $0,511 \text{ MeV}$  abgesunken war, war auch die Erzeugung von Elektronen-Positronen-Paaren durch Paarerzeugung nicht mehr möglich. (Vgl. Kap. VII, S. 342)

Welche Teilchen aus Strahlung entstehen können, wird aber nicht nur durch die Energieerhaltung bestimmt: Die **Quantenphysik** schreibt durch weitere Erhaltungssätze, wie die Erhaltung der Leptonenzahl vor, welche Teilchen aus Energie entstehen dürfen und welche nicht.

Effekte der Relativitätstheorie können nur eintreten, wenn die Gesetze der Quantenphysik erfüllt sind. Die Relativitätstheorie beschreibt dann aber, wie diese Effekte ablaufen.

Bei **Paarvernichtungs-** oder **Annihilationsprozessen** entstehen entsprechend aus Teilchen-Antiteilchen-Paaren mit Ruhemasse Paare von masselosen Photonen. Auch hier müssen alle Erhaltungssätze erfüllt sein.

## Schwerpunktenergie und invariante Masse

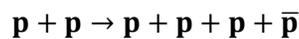
### Laborsystem und Schwerpunktsystem:

Relativistische Berechnungen werden häufig einfacher, wenn man vom **Laborsystem (LS)**, dem Bezugssystem eines ruhenden Beobachters, in das Schwerpunktsystem wechselt. Im **Schwerpunktsystem (SPS)** ist der Schwerpunkt aller an einem Prozess beteiligten Körper oder Teilchen in Ruhe.

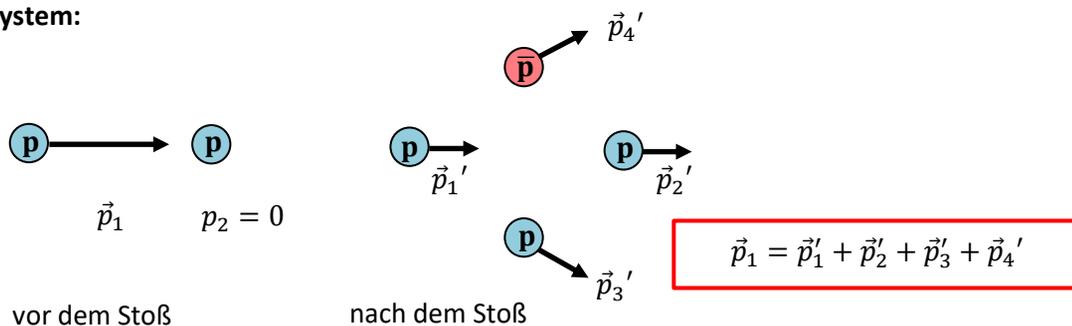
Beispiel für einen Wechsel vom Laborsystem in das Schwerpunktsystem:

*Ein beschleunigtes Proton wird auf ein ruhendes Proton geschossen. Bei der Kollision soll ein Proton-Antiproton-Paar entstehen. Dieser mit einer Paarerzeugung verbundene Stoßprozess wird am CERN zur Produktion von Antiprotonen und damit von Antiwasserstoffkernen genutzt. (Vgl. Kap. IX, S. 556)*

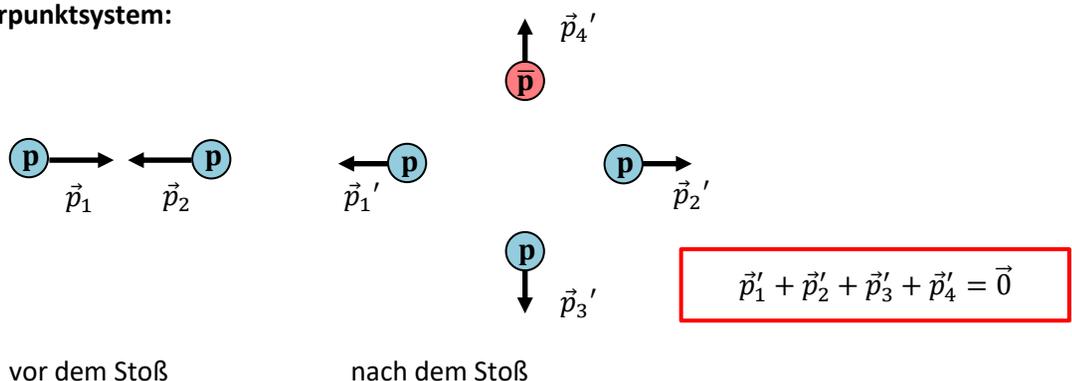
Beim Stoßprozess müssen neben Impuls und Energie auch andere Größen wie Ladung, Baryonenzahl und Leptonenzahl erhalten sein. Deshalb kann bei dem Stoßprozess nicht einfach aus zwei Protonen ein Proton-Antiproton-Paar erzeugt werden, sondern es müssen zusätzlich zwei positiv geladene Baryonen entstehen. Die Baryonen mit der geringsten Ruheenergie sind Protonen. Wir betrachten den Prozess



im Laborsystem:



im Schwerpunktsystem:



Im **Laborsystem** rechnet man mit den Impulsen der Teilchen, die ein ruhender Beobachter von außen misst.

Im **Schwerpunktsystem** versetzt sich der Beobachter in den Schwerpunkt des Mehrteilchensystems und misst die Impulse der Teilchen vom Schwerpunkt aus. Der Schwerpunkt selbst ruht im Schwerpunktsystem.

Anfangs kostet es etwas Überwindung, vom aus der Anschauung vertrauten Laborsystem ins Schwerpunktsystem zu wechseln. Für Berechnungen ist das Schwerpunktsystem aber häufig vorteilhaft:

**Im Schwerpunktsystem ist die Summe der Impulsvektoren Null.**

---

Wir zeigen, dass beim Paarerzeugungsprozess ein Elektron-Positron-Paar nur aus mindestens zwei Photonen oder aus einem Photon in der Nähe eines weiteren Körpers entstehen kann:

Aus einem einzelnen Photon im Vakuum kann kein Teilchen-Antiteilchen-Paar erzeugt werden, denn im Schwerpunktsystem von Elektron und Positron ist der Gesamtimpuls Null:

$$\vec{p}_{SP} = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} = \vec{0}$$

Für den Impuls eines Photons gilt aber:  $p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} > 0$

Damit der Impulserhaltungssatz erfüllt sein kann, muss entweder ein **weiterer Körper mit Masse** (z.B. ein Atomkern) den Impuls aufnehmen:

$$\vec{p}_\gamma + \vec{p}_K = \vec{0} = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} \quad \text{mit} \quad p_K = \frac{E_\gamma}{c}$$

oder es wird für den Paarerzeugungsprozess ein **zweites Photon** benötigt, das sich in entgegengesetzter Richtung zum ersten Photon bewegt, so dass sich ihre Impulse vektoriell zu Null addieren:

$$\vec{p}_{\gamma 1} + \vec{p}_{\gamma 2} = \vec{0} = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+}$$

---

Wir zeigen, dass bei der Annihilation eines Elektron-Positron-Paar mindestens zwei Photonen entstehen müssen:

Ein Elektron-Positron-Paar kann beispielsweise in zwei Photonen zerstrahlen:

$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma_1 + \gamma_2$$

**Energieerhaltung:**

Die beiden Photonen tragen die Gesamtenergie des Teilchen-Antiteilchen-Paares.

**Impulserhaltung:**

Im Schwerpunktsystem des Teilchen-Antiteilchen-Paares gilt  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{0}$

Die Impulserhaltung fordert:  $\vec{p}_{\gamma,1} + \vec{p}_{\gamma,2} = \vec{0}$

Ein einzelnes Photon hat immer einen positiven Impuls. Deshalb kann bei der Annihilation kein einzelnes Photon entstehen. Wenn aber mehrere Photonen entstehen, können sich deren Impulsvektoren zum Nullvektor addieren. Entstehen genau zwei Photonen, dann fliegen diese in entgegengesetzte Richtungen auseinander. Nur so kann die Summe der vektoriellen Impulse der beiden Photonen verschwinden:

$$\vec{p}_{\gamma 1} = -\vec{p}_{\gamma 2} \quad \text{und damit} \quad \vec{p}_{\gamma 1} + \vec{p}_{\gamma 2} = \vec{0}$$

### Erhaltungsgrößen und invariante Größen:

**Erhaltungsgrößen** sind Größen, die bei jedem physikalischen Prozess innerhalb eines Bezugssystems ihren Wert beibehalten.

**Invariante Größen** sind Erhaltungsgrößen, die ihren Wert auch beim Wechsel von einem Bezugssystem in ein anderes Bezugssystem, das sich beispielsweise zum ersten mit einer Relativgeschwindigkeit  $\vec{v}$  bewegt, beibehalten.

Man sagt: Die Größe ist **invariant gegenüber dem Wechsel vom einen Bezugssystem in das andere Bezugssystem**.

Innerhalb eines Bezugssystems sind der **vektorielle Impuls**  $\vec{p} = \gamma \cdot m_0 \cdot \vec{v}$  und die **Gesamtenergie**

$$E = \sqrt{E_0^2 + c^2 p^2} \text{ Erhaltungsgrößen.}$$

Die **Ruheenergie**  $E_0$  und die **Bewegungsenergie**  $E_{kin}$  sind **keine** Erhaltungsgrößen (vgl. S. 407).

**Impuls**  $\vec{p}$  und **Gesamtenergie**  $E$  sind aber **keine** invarianten Größen.

In unserem obigen Beispiel (Prozess  $\mathbf{p} + \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} + \mathbf{p} + \mathbf{p} + \bar{\mathbf{p}}$ ):

#### Impuls $\vec{p}$ :

Im **LS** ist der Gesamtimpuls vor und nach dem Stoß der ursprüngliche Impuls  $\vec{p}_1$  des beschleunigten Protons vor dem Stoß.

Beim Wechsel vom LS in das SPS **ändert sich der Wert des Gesamtimpulses**: Vor und nach dem Stoß gilt:  $\vec{p}_{ges} = \vec{0}$ . (Vgl. S. 407)

#### Gesamtenergie $E$ :

Wir vergleichen die Gesamtenergie vor dem Stoß:

Im **LS** gilt: 
$$E = \sqrt{(E_{0,1} + E_{0,2})^2 + c^2 p_1^2}$$

Im **SPS** gilt: 
$$E = \sqrt{(E_{0,1} + E_{0,2})^2 + c^2 (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2} = \sqrt{(E_{0,1} + E_{0,2})^2 + c^2 (\vec{0})^2} = \sqrt{(E_{0,1} + E_{0,2})^2}$$

⇒ Beim Wechsel vom LS in das SPS **ändert sich die Gesamtenergie**  $E$ .

### Die Schwerpunktsenergie:

Wenn man die relativistische Energie-Impuls-Beziehung  $E^2 = E_0^2 + c^2 p^2$  nach  $E_0^2$ , dem Quadrat der Ruheenergie auflöst, erhält man eine **invariante Größe**:

$$E_0^2 = E^2 - c^2 p^2$$

Für **Mehrteilchensysteme** (z.B. 2 Teilchen) gilt:

$$E_0^2 = (E_1 + E_2)^2 - c^2 (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2$$

---

**Wir zeigen, dass unabhängig von der Wahl des Bezugssystems gilt:  $E_0^2 = E^2 - c^2 p^2 = konst.$ :**

In jedem Inertialsystem gilt das **2. Newtonschen Gesetz**:

$$F = \frac{dp}{dt} \quad \text{mit } p = \gamma \cdot m_0 \cdot v$$

Wird eine Kraft  $F$  längs eines Wegs  $s$  ausgeübt, so ist dazu eine Arbeit nötig. Die zugehörige Energieänderung ist  $dE = F \cdot ds$ .

$$\Rightarrow dE = F \cdot ds = \frac{dp}{dt} \cdot ds = \frac{ds}{dt} \cdot dp = v \cdot dp$$

Mit  $E = \gamma \cdot E_0 = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2$  und  $p = \gamma \cdot m_0 \cdot v$  folgt:

$$v = \frac{p}{\gamma \cdot m_0} = \frac{p \cdot c^2}{E} \quad \text{und damit } dE = v \cdot dp = \frac{p \cdot c^2}{E} \cdot dp \quad \text{bzw. } E \cdot dE = c^2 \cdot p \cdot dp$$

Wenn wir beide Seiten integrieren, ist unsere Behauptung bewiesen:

$$\int E \cdot dE = c^2 \cdot \int p \cdot dp \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot E^2 = \frac{1}{2} \cdot c^2 p^2 + konst. \Rightarrow E^2 = c^2 p^2 + konst. \\ \Rightarrow E^2 - c^2 p^2 = konst.$$

---

Insbesondere gilt:

**$E_0^2 = E^2 - c^2 p^2$  behält seinen Wert, wenn man vom Laborsystem ins Schwerpunktsystem wechselt.**

Wegen der besonderen Bedeutung der Größe  $E_0^2$  führen wir für  $E_0$  die Bezeichnung **Schwerpunktsenergie  $s$**  ein:

$$s = \sqrt{E^2 - c^2 p^2}$$

Die **Schwerpunktsenergie  $s$**  ist eine **Erhaltungsgröße** und **invariant beim Wechsel zwischen Laborsystem und Schwerpunktsystem**.

Für **Mehrteilchensysteme** (z.B. 2 Teilchen) gilt:

$$s = \sqrt{(E_1 + E_2)^2 - c^2 (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}$$

Die **Schwerpunktsenergie eines einzelnen Teilchens** ist die Ruheenergie des Teilchens:  $s = E_0$

An zwei Beispielen zeigen wir, dass sich relativistische Berechnungen zu Mehrteilchensystemen sehr elegant und einfach ausführen lassen, wenn man sich in das **SPS** des Teilchensystems versetzt und mit der **Schwerpunktenergie s** rechnet:

Beispiel 1:

Aufgabenstellung zu dem auf S. 424 beschriebenen Prozess  $\mathbf{p} + \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p} + \mathbf{p} + \mathbf{p} + \bar{\mathbf{p}}$ :

*Wie viel Energie muss ein beschleunigtes Proton, das auf ein ruhendes Proton geschossen wird, mindestens haben, damit bei der Kollision ein Proton-Antiproton-Paar erzeugt werden kann?*

Wir lösen unsere Aufgabe mit dem **Erhaltungssatz für die Schwerpunktenergie s**:

Die Situation **vor dem Stoß** betrachten wir im **Laborsystem**:

$$\begin{aligned} s^2 &= (E_1 + E_0)^2 - c^2 p_1^2 = (E_1 + E_0)^2 - (E_1^2 - E_0^2) = E_1^2 + E_0^2 + 2E_1 E_0 - E_1^2 + E_0^2 = \\ &= 2E_0^2 + 2E_1 E_0 \end{aligned}$$

Die Situation **nach dem Stoß** betrachten wir im **Schwerpunktsystem**:

$$s^2 = (4E_0)^2 = 16E_0^2$$

**Erhaltung der von  $s^2$ :**

$$2E_0^2 + 2E_1 E_0 = 16E_0^2 \Rightarrow E_1 = 7E_0$$

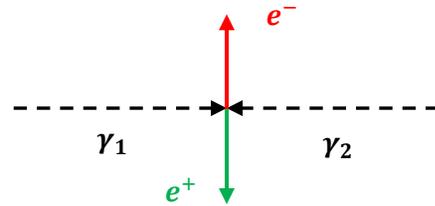
Wenn man beispielsweise wissen möchte, welche Beschleunigungsspannung man anlegen muss, um das Proton auf diese Energie  $E_1$  zu bringen, benötigt man die kinetische Energie des Protons.

Es gilt:  $E_{kin} = E_1 - E_0 \Rightarrow E_{kin} = 6 \cdot E_0$

### Beispiel 2:

Welche Wellenlänge müssen die Photonen einer Strahlung mindestens haben, damit in dieser Strahlung durch einen Paarerzeugungsprozess bei der Kollision von zwei Photonen ein Elektron-Positron-Paar entstehen kann?

Paarerzeugungsprozess  $\gamma_1 + \gamma_2 \rightarrow e^- + e^+$



Im **Schwerpunktsystem des Elektron-Positron-Paares** gilt:

$$\vec{p}_{e^-} = -\vec{p}_{e^+} \Rightarrow \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} = \vec{0} \quad \text{und} \quad p_{e^-} = p_{e^+} \equiv p_e$$

Nach dem **Impulserhaltungssatz** folgt:

$$\vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2} = \vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}_{\gamma_1} = -\vec{p}_{\gamma_2} \quad \text{und} \quad p_{\gamma_1} = p_{\gamma_2}$$

Mit  $E_\gamma = c \cdot p_\gamma$  folgt:

$$E_{\gamma,1} = E_{\gamma,2} \equiv E_\gamma \\ \Rightarrow s^2 = (E_{\gamma_1} + E_{\gamma_2})^2 - c^2(\vec{p}_{\gamma_1} + \vec{p}_{\gamma_2})^2 = 4 \cdot E_\gamma^2$$

Mit  $E_{0,e^-} = E_{0,e^+} \equiv E_{0,e}$  folgt  $E_{e^-} = E_{e^+} = \sqrt{E_{0,e}^2 + c^2 p_e^2}$

$$\Rightarrow s^2 = (E_{e^-} + E_{e^+})^2 - c^2(\vec{p}_{e^-} + \vec{p}_{e^+})^2 = 4 \cdot (E_{0,e}^2 + c^2 p_e^2)$$

**Erhaltung der Schwerpunktennergie:**

$$4 \cdot E_\gamma^2 = 4 \cdot (E_{0,e}^2 + c^2 p_e^2) \Rightarrow E_\gamma = \sqrt{E_{0,e}^2 + c^2 p_e^2}$$

Für die **Mindestenergie der Photonen** folgt:

$$p_e \geq 0 \Rightarrow E_\gamma \geq E_{0,e} = 0,511 \text{ MeV}$$

Als **maximale Wellenlänge dieser Photonen** ergibt sich:

$$E_\gamma = \frac{h \cdot c}{\lambda} \Rightarrow \lambda \leq \frac{h \cdot c}{E_\gamma} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,511 \cdot 10^6 \text{ eV}} \approx 2,4 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 2,4 \text{ pm}$$

Folglich können nur aus **Gamma-Photonen** Elektron-Positron-Paare durch Paarerzeugungsprozesse entstehen.

## Die Invariante Masse

Die Summe der Ruhemassen ist keine Erhaltungsgröße:

Anders als in der klassischen, nichtrelativistischen Physik ist die Summe der Ruhemassen in der SRT keine Erhaltungsgröße.

Dies liegt an der Äquivalenz von Masse und Energie, die es nach der SRT erlaubt, Masse in Energie umzuwandeln.

Beispiele:

- Paarerzeugung:  $\gamma + \gamma \rightarrow e^- + e^+$

Aus masselosen Photonen entsteht ein Teilchen-Antiteilchen-Paar. Teilchen und Antiteilchen haben positive Ruhemassen, deren Summe ebenfalls einen positiven Wert hat.

- Umwandlung von Bindungsenergie in Masse:

Bei der Fusion von Wasserstoff-Kernen zu einem Helium-Kern ist die Summe der Ruhemassen der am Fusionsprozess beteiligten Atomkerne größer als die Ruhemasse des Helium-Kerns. Der Massenunterschied  $\Delta m$  wird als Energie  $E = \Delta m \cdot c^2$  freigesetzt.

### Definition der invarianten Masse $M$ :

Die durch  $s^2 = E_0^2 = E^2 - c^2 p^2$  definierte Schwerpunktennergie  $s$  ist eine invariante Erhaltungsgröße (vgl. S. 426).

Folglich ist die durch  $s = M \cdot c^2$  definierte Masse  $M$  ebenfalls eine invariante Erhaltungsgröße.

$$M = \frac{s}{c^2} = \frac{\sqrt{E^2 - c^2 p^2}}{c^2}$$

heißt **invariante Masse** eines Teilchens oder Teilchensystems.

Häufig spricht man einfach von der **Masse  $M$** .

### Beachte:

- Die invariante Masse eines **einzelnen Teilchens** ist die Ruhemasse  $M = m_0$ .  
Insbesondere ist die invariante Masse eines **einzelnen masselosen Teilchens** (z. B. eines Photons)  $M_\gamma = 0$
- Die invariante Masse eines **Systems ruhender, nicht wechselwirkender Teilchen** (kein gebundener Zustand wie ein Atom oder ein Atomkern) ist die Summe der Ruhemassen der Teilchen.
- **Wenn sich die Teilchen eines Mehrteilchensystems bewegen, ist die invariante Masse  $M$  nicht die Summe der Ruhemassen der Teilchen!**

### Beispiel 1: Die invariante Masse von Mehrteilchensystemen mit bewegten Teilchen

Zwei identische, nicht wechselwirkende Teilchen mit den Ruhemassen  $m_0 = 4 \text{ kg}$  bewegen sich mit den Geschwindigkeiten  $\vec{v}_1 = -\vec{v}_2$  mit  $v_1 = v_2 = 0,6 \cdot c$  aufeinander zu.

Insbesondere gilt für die Impulse der Teilchen:  $\vec{p}_1 = \gamma \cdot m_0 \cdot \vec{v}_1 = -\vec{p}_2$

$$\mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 = \frac{1}{\sqrt{1-0,6^2}} \cdot 4 \text{ kg} \cdot 0,6 \cdot c = \mathbf{3 \text{ kg} \cdot c}$$

Die invariante Masse eines einzelnen Teilchens ist

$$\mathbf{M} = \frac{s}{c^2} = \frac{\sqrt{(E_1)^2 - c^2 p_1^2}}{c^2} = \frac{\sqrt{E_0^2 + c^2 p_1^2 - c^2 p_1^2}}{c^2} = \frac{E_0}{c^2} = \frac{m_0 c^2}{c^2} = m_0 = \mathbf{4 \text{ kg}}$$

Die invariante Masse des Systems der beiden Teilchen ist

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \frac{s}{c^2} = \frac{\sqrt{(E_1 + E_2)^2 - c^2 \cdot (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2}}{c^2} = \frac{\sqrt{(E_1 + E_2)^2 - c^2 \cdot (\vec{0})^2}}{c^2} = \frac{E_1}{c^2} + \frac{E_2}{c^2} = \\ &= \frac{\sqrt{E_{01}^2 + c^2 p_1^2}}{c^2} + \frac{\sqrt{E_{02}^2 + c^2 p_2^2}}{c^2} = \frac{\sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 p_1^2}}{c^2} + \frac{\sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 p_1^2}}{c^2} \\ &= 2 \cdot \frac{\sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 p_1^2}}{c^2} = 2 \cdot \frac{(\sqrt{(4 \text{ kg})^2 + (3 \text{ kg})^2}) \cdot c^2}{c^2} = \mathbf{10 \text{ kg}} \end{aligned}$$

Die **invariante Masse des Systems** ist demnach **größer als die Summe der Ruhemassen** der beiden Teilchen (8 kg).

Zwischen den beiden Teilchen wirken keine Kräfte. Sie wechselwirken also nicht. Deshalb ist der Grund für den Massenunterschied keine Bindungsenergie.

Der Massenunterschied verteilt sich auch nicht gleichmäßig auf die beiden Teilchen.

Aufgrund der Äquivalenz von Masse und Energie entspricht der Bewegungsenergie  $E_{kin} = (1 - \gamma) \cdot m_0 c^2$  der Teilchen eine Masse  $\Delta m = \frac{E_{kin}}{c^2}$ . Um diese Masse unterscheiden sich die Summe der Ruhemassen der beiden Teilchen und der Masse des Systems.

Für **Systeme nicht miteinander wechselwirkender, bewegter Teilchen** ist die **invariante Masse des Systems größer** als die Summe der Ruhemassen.

Der Massenunterschied liegt hier in der Bewegungsenergie der Teilchen:  $\Delta m = \frac{E_{kin}}{c^2}$

In **Systemen mit gebundenen Teilchen wie Atomen oder Atomkernen** ist die **invariante Masse des Systems kleiner** als die Summe der Ruhemassen der Bestandteile des Systems.

Der Massenunterschied liegt hier in der Bindungsenergie:  $\Delta m = \frac{E_b}{c^2}$

## **Beispiel 2: Die invariante Masse eines Systems von Photonen**

Photonen haben keine Ruhemasse  $m_0$  und damit auch keine Ruheenergie  $E_0$ .

Für die Energie eines Photons gilt somit:  $E_\gamma = c \cdot p_\gamma$ .

Insbesondere ist die **invariante Masse eines einzelnen Photons**

$$M_\gamma = \frac{s}{c^2} = \frac{\sqrt{E_\gamma^2 - c^2 p_\gamma^2}}{c^2} = 0$$

Wir werden an folgendem Beispiel zeigen, dass ein **System mehrerer Photonen** dennoch eine positive invariante Masse  $M_\gamma > 0$  besitzt:

*Zwei Photonen mit den Energien 5 MeV und 2 MeV bewegen sich aufeinander zu.*

Für die Impulse der Photonen gilt:  $p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c}$ ;  $p_{\gamma 1} = \frac{5 \text{ MeV}}{c}$  und  $p_{\gamma 2} = \frac{2 \text{ MeV}}{c}$

Weil die Impulse der beiden Photonen entgegengesetzte Richtungen haben, gilt

$$(\vec{p}_{\gamma 1} + \vec{p}_{\gamma 2})^2 = \left(\frac{3 \text{ MeV}}{c}\right)^2$$

Die **invariante Masse des Systems der beiden Photonen** ist

$$\begin{aligned} M &= \frac{s}{c^2} = \frac{\sqrt{(E_{\gamma 1} + E_{\gamma 2})^2 - c^2 \cdot (\vec{p}_{\gamma 1} + \vec{p}_{\gamma 2})^2}}{c^2} = \frac{\sqrt{(5 \text{ MeV} + 2 \text{ MeV})^2 - c^2 \left(\frac{3 \text{ MeV}}{c}\right)^2}}{c^2} \\ &\approx 6,3 \frac{\text{MeV}}{c^2} \approx 1,13 \cdot 10^{-35} \text{ kg} \end{aligned}$$

Das Beispiel zeigt:

**Auch Systeme masseloser Teilchen wie Photonen oder Gluonen besitzen eine positive invariante Masse.**

## 4) Allgemeine Relativitätstheorie (ART)

### Wodurch unterscheidet sich die ART von Newtonschen Gravitationstheorie und von der SRT?

Die **1915** veröffentlichte **Allgemeine Relativitätstheorie** gilt als Einsteins größte Leistung.

Die ART löste zum einen als **Gravitationstheorie** die Newtonsche Gravitationstheorie von 1687 ab. Sie enthält die Newtonsche Gravitationstheorie als Grenzfall für kleine Massen geringer Dichte.

Nach dem **Korrespondenzprinzip** enthält eine neue Theorie die bisherigen Theorien als Grenzfälle. Der Übergang von der übergeordneten zur untergeordneten Theorie sollte grundsätzlich möglich sein. So enthält beispielsweise die Spezielle Relativitätstheorie die Newtonsche Mechanik als Grenzfall geringer Relativgeschwindigkeiten. Die Allgemeine Relativitätstheorie enthält die Newtonsche Gravitationstheorie als Grenzfall schwacher Gravitation.

In der **Beschreibung der Gravitation** unterscheiden sich die Newtonsche Gravitationstheorie und die ART grundlegend:

**Newton** beschreibt die Gravitation als anziehende **Gravitationskraft**  $F_G = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$  zwischen zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$ , die quadratisch mit dem Abstand  $r$  der Massen abnimmt.

**Einstein** ersetzt in der ART die Gravitationskraft durch eine geometrische Eigenschaft der Raumzeit, die Krümmung. Massen und Energien krümmen die Raumzeit. Die **Krümmung der Raumzeit** zwingt andere Massen auf Bahnen. Auf diese Weise wechselwirken Körper mit Masse. Darüber hinaus bewirkt die Krümmung der Raumzeit auch eine Wechselwirkung zwischen Masse und Licht.

Die (Eigen-)Bewegung von Planeten, Sternen und Galaxien wird im Wesentlichen durch Gravitationswirkungen bestimmt. Deshalb hat die ART gerade für die Kosmologie eine herausragende Bedeutung.

Zum anderen ist die ART eine **Verallgemeinerung der SRT**. Während die SRT ausschließlich auf Inertialsysteme angewendet werden darf, die sich relativ zueinander mit konstanter Geschwindigkeit und geradlinig bewegen, lässt die ART auch beschleunigte Relativbewegungen zu. Auch Rotationsbewegungen sind beschleunigte Bewegungen, weil bei Kreisbewegungen immer eine Zentripetalbeschleunigung auftritt. Absolut gleichförmige und geradlinige Bewegungen gibt es in der Kosmologie nicht, weil überall Gravitationskräfte wirken und die Gravitationskraft eine unendlich große Reichweite hat. Alle Körper im Universum werden zu jeder Zeit durch Gravitationskräfte beschleunigt.

Anders als bei der Behandlung der SRT können mit Schulmathematik kaum Berechnungen zur ART durchgeführt werden. Um Lösungen der Einsteinschen Feldgleichung finden oder Lösungen formal nachvollziehen zu können, sind vertiefte Kenntnisse im Lösen von Differentialgleichungen und im Rechnen mit Tensoren erforderlich. Wir beschränken uns deshalb bei der Behandlung der ART auf die Beschreibung von Phänomenen und ziehen Modellvorstellungen zum besseren Verständnis heran.

### Das Äquivalenzprinzip:

Der SRT liegen zwei Postulate zugrunde: Das Relativitätsprinzip und die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit. Alle Effekte der SRT lassen sich auf diese Postulate zurückführen. Die Postulate selbst werden nicht bewiesen aber als gültig anerkannt solange kein Experiment zeigt, dass sie nicht zutreffen.

Das grundlegende **Postulat der ART** ist das **Äquivalenzprinzip**:

Ein Beobachter in einem zimmergroßen Labor, in dem außer der Gravitation keine Wechselwirkungen mit der Umgebung auftreten, kann durch kein Experiment feststellen, ob er sich in der Nähe einer Masse befindet und die von der Masse verursachte Gravitationskraft spürt oder ob er sich in der Schwerelosigkeit weit weg von jeder Masse befindet und das Labor mit einer Beschleunigung, die den gleichen Wert wie die Fallbeschleunigung  $g$  hat, gleichmäßig beschleunigt wird.

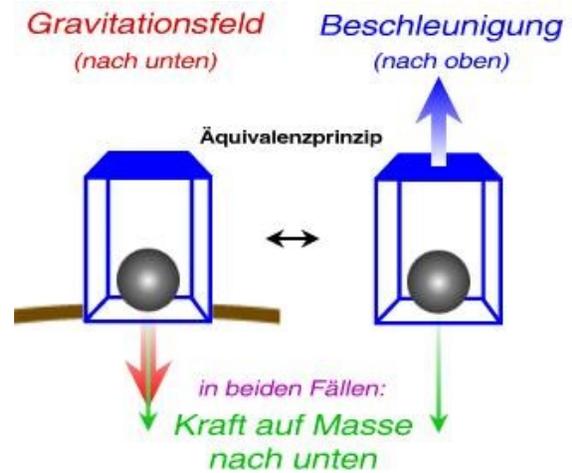
**Hinweis:**

Das Labor darf nicht zu groß sein, weil die Gravitationskraft  $F_G = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2}$  auf einen Körper mit der Masse  $m$  im Labor vom Abstand von der äußeren Masse  $M$  abhängt. Bei einer zu großen Ausdehnung des Labors wäre die Gravitationswirkung an der der Masse  $M$  zugewandten Seite des Labors messbar größer als an der der Masse  $M$  abgewandten Seite. Damit ließe sich die reine Gravitationswirkung von der gleichmäßigen Beschleunigung des Labors experimentell unterscheiden.

Das Äquivalenzprinzip lässt sich mit einem **Gedankenexperiment** veranschaulichen:

Ein Astronaut befindet sich ohne Kontakt zur Außenwelt in einem Raumschiff. Er spürt, dass er durch eine Kraft auf den Boden gedrückt wird. Diese Kraft kann zwei Ursachen haben:

- 1) Das Raumschiff befindet sich an der Spitze einer Rakete, die noch auf den Start wartet. Die Massenanziehung zwischen der Masse  $M$  der Erde und der Masse  $m$  des Astronauten (**Gravitationskraft**) drückt den Astronauten im Raumschiff auf den Boden. In diesem Fall bezeichnet man die Masse  $m$  des Astronauten als „**schwere Masse**“.
- 2) Das Raumschiff befindet sich im Weltraum und ist so weit von jeder Masse entfernt, dass keine Gravitationskraft messbar ist. Durch einen Antrieb wird das Raumschiff gleichmäßig mit der Beschleunigung  $\vec{g}$  nach oben beschleunigt.  $\vec{g}$  hat den gleichen Betrag wie die Fallbeschleunigung auf der Erde. Jetzt wirkt auf den Astronauten die **Trägheitskraft**  $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$  entgegen der Richtung der Beschleunigung  $\vec{g}$ . Auch diese Kraft drückt den Astronauten auf den Boden des Raumschiffs. In diesem Fall bezeichnet man die Masse  $m$  des Astronauten als „**träge Masse**“.



Der Astronaut kann ohne Information von außen nicht unterscheiden, in welcher der beiden Situationen er sich gerade befindet.

Effekte der ART wie die gravitative Krümmung des Lichtweges oder die gravitative Zeitdilatation können wir in einem relativ zu unserem ruhenden Bezugssystem beschleunigten Bezugssystem als Folge der Beschleunigung verstehen. Das Äquivalenzprinzip erlaubt es uns, dieselben Effekte in einem ruhenden Bezugssystem als Gravitationswirkungen einer sich in der Nähe befindenden Masse zu betrachten.

Albert Einstein schrieb: „Die Existenz des Gravitationsfeldes ist nur eine relative, ähnlich der des elektrischen Feldes, das durch die elektromagnetische Induktion erzeugt wird. Weil für einen Beobachter, der sich im freien Fall vom Dach eines Hauses befindet - zumindest in seiner unmittelbaren Umgebung - kein Gravitationsfeld existiert. [...] Der Beobachter hat damit das Recht, seinen Zustand als „in Ruhe“ zu interpretieren.“

Das Äquivalenzprinzip besagt insbesondere, dass **schwere Masse** und **träge Masse** eines Körpers grundsätzlich **gleich groß** sind. Dieses **schwache Äquivalenzprinzip** ist zugleich eine Grundaussage, auf der die Newtonsche Gravitationstheorie aufbaut.

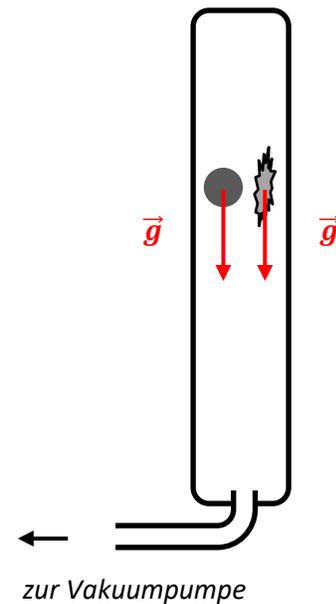
Mithilfe des neuen **GBAR-Experiments** am CERN soll überprüft werden, ob das schwache Äquivalenzprinzip auch für **Antimaterie** gültig ist. (vgl. Kap. IX, S. 560)

### Experimentelle Überprüfung des Äquivalenzprinzips:

Das Äquivalenzprinzip lässt sich im Unterricht mit einer evakuierbaren **Fallröhre** überprüfen. In einem langen Glaskolben befinden sich eine Flaumfeder und eine Münze. Wenn man die Luft aus der Fallröhre mit einer Vakuumpumpe entfernt, wirkt auf in der Röhre fallende Körper keine Luftreibung mehr. Obwohl die Münze viel schwerer ist als die Flaumfeder, werden beide Körper beim freien Fall in der evakuierten Fallröhre gleich stark beschleunigt. Die Fallbeschleunigung  $\vec{g}$  ist die Folge der Gravitationskraft zwischen Erde und Münze bzw. Feder.

Würde hingegen die Fallröhre fern jeder Gravitationskraft mit der gleich großen Beschleunigung  $\vec{g}$  nach oben beschleunigt, so würde man eine völlig gleiche Beschleunigung von Münze und Feder relativ zur Fallröhre beobachten wie beim oben beschriebenen freien Fall. Von außen gesehen würden nämlich Münze und Feder in Ruhe bleiben, während die Glasröhre beschleunigt wird.

Die Vorgänge in der Fallröhre sind also nicht unterscheidbar, wenn der Versuch ohne weitere Wechselwirkungen (Luftreibung!) unter dem Einfluss der Gravitationswirkung der Erde durchgeführt wird oder ohne Gravitation aber in der gleichmäßig beschleunigten Fallröhre.

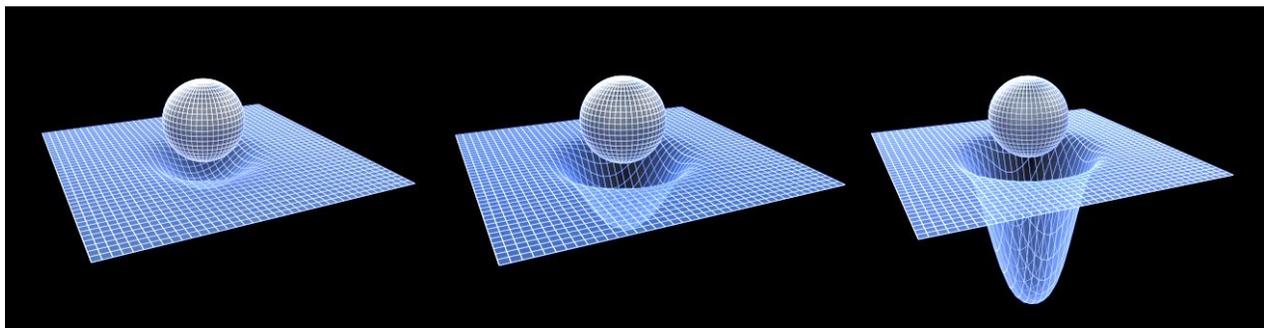


### Die Raumzeit in der Allgemeinen Relativitätstheorie:

Die wechselseitige Verknüpfung von Raum und Zeit führte bereits in der **SRT** zur Definition der 4-dimensionalen Raumzeit. Das **Minkowski-Diagramm** ist eine 2-dimensionale Darstellung der Raumzeit  $(t, x)$ , bei der die 3-dimensionale Raum auf eine Ortsdimension  $x$  reduziert wurde (vgl. S. 378).

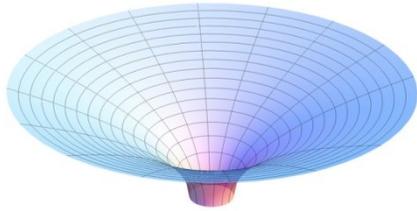
In der **ART** ist eine andere **2-dimensionale Darstellung der Raumzeit** üblich: Der Raum wird auf zwei Dimensionen  $(x, y)$  reduziert und als Fläche gezeichnet. Man kann sich diese Fläche als eine **zwischen x- und y-Achse gespannte Gummimembran** vorstellen.

**Massen** und wegen der Äquivalenz von Masse und **Energie** ( $E = mc^2$ ) auch alle Formen von Energie **krümmen die Raumzeit**. Sie führen zu Dellen in der „Raumzeitebene“. Je tiefer die Delle, desto stärker ist die Krümmung der Raumzeit an dieser Stelle. Je größer die Massendichte eines Objekts im Universum ist, desto stärker ist die Raumzeit an dieser Stelle gekrümmt.



In der **Speziellen Relativitätstheorie** spielen Gravitationseffekte keine Rolle. Deshalb zeichnet sich die SRT durch eine **flache Raumzeit** ohne Dellen aus.

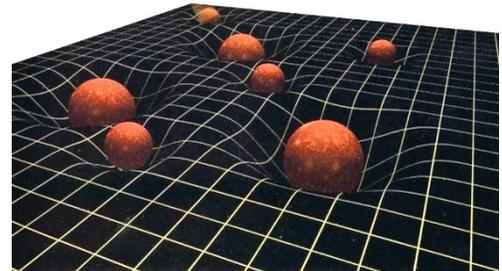
Bei besonders dichten Ansammlungen großer Massen wie Neutronensternen oder Schwarzen Löchern fällt der Effekt der Raumzeitkrümmung besonders stark aus und die aus der Raumzeitkrümmung resultierenden Effekte sind besonders gut beobachtbar.



Ein Schwarzes Loch führt zu einem „**Raumzeittrichter**“ bzw. zu einer **Singularität der Raumzeit**. Krümmungssingularitäten sind unendlich tiefe Dellen in der Raumzeit mit unendlich großer Raumzeitkrümmung.

- Derartige „Löcher in der Raumzeit“ konnten bisher noch nicht durch Beobachtung nachgewiesen werden.

Das Universum enthält unvorstellbar viele Körper, die durch ihre Massen die Raumzeit krümmen. Hinzu kommen die Krümmungseffekte durch Strahlungsenergie und Verdichtungen der Dunklen Materie. Insgesamt bildet die Raumzeit des Universums ein stark zerklüftetes Gebilde.



### Gravitation ist Raumzeitkrümmung:

Einstein betrachtet die Raumzeitkrümmung nicht nur als Folge der Gravitation sondern er geht noch einen entscheidenden Schritt weiter:

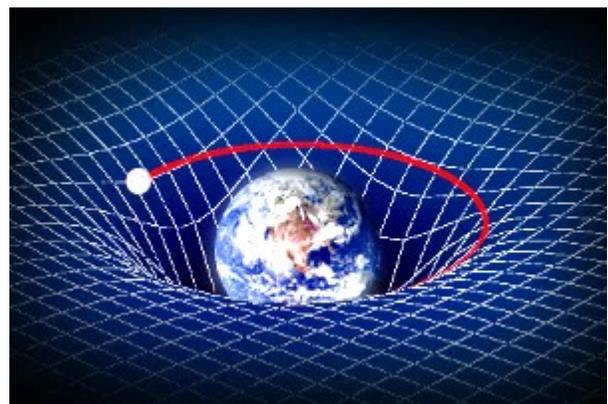
**Gravitation ist Raumzeitkrümmung.**

Ein Körper mit der Masse  $m$  fällt demnach im Schwerfeld der Erde nicht, weil er von der Erde angezogen wird, sondern weil die Masse  $M$  der Erde die Raumzeit krümmt und der Körper mit der Masse  $m$  auf seiner Bahn der Krümmung der Raumzeit folgen muss.

Körper bewegen sich in der Raumzeit auf sogenannten **Geodäten**. Eine Geodäte ist die kürzeste Verbindungsstrecke zweier Punkte.

- Dass die kürzeste Verbindungsstrecke keine gerade Linie sein muss, kennen wir vom Globus: Die kürzeste Verbindungsstrecke von Nord- und Südpol auf der Erdkugel ist ein halber Längengrad.

Auch die Umlaufbahn des Mondes ist eine Folge der Raumzeitkrümmung durch die Masse der Erde: Der Mond wird auf eine Bahn gezwungen, die entlang der Wand der durch die Masse der Erde verursachte Delle in der Raumzeit verläuft. Das Gleiche gilt für die Umlaufbahnen der Planeten um die Sonne.



## Die Periheldrehung als experimenteller Nachweis des Einflusses der Himmelskörper auf die Krümmung der Raumzeit:

Wegen der Gravitationswirkung läuft der Planet Merkur auf einer Ellipsenbahn um die Sonne. Die Merkurbahn wird aber nicht nur durch die Gravitationswirkung der Sonne beeinflusst. Auch die anderen Planeten, insbesondere Jupiter, „ziehen“ an Merkur. Dies hat zur Folge, dass sich die Ellipsenbahn des Merkur öffnet und sich die „Apside“, die Verbindungstrecke von sonnennächstem Punkt (Perihel) und sonnenfernstem Punkt (Aphel) der Merkurbahn um die Sonnenmitte dreht. Beide Phänomene führen zusammen zu einer rosettenartigen Form der Merkurbahn und werden mit den Namen **Apsidenbewegung** oder **Periheldrehung** bezeichnet.

Das Phänomen der Periheldrehung lässt sich bei Merkur am leichtesten beobachten, weil die Merkurbahn im Vergleich zu den anderen Planetenbahnen relativ stark gekrümmt ist. Die anderen Planeten zeigen aber auch Periheldrehungen.

Der Effekt der Periheldrehung aufgrund der Anziehungskräfte zwischen Merkur und den anderen Planeten lässt sich mit der Newtonschen Gravitationstheorie erklären. Er bewirkt bei Merkur eine Drehung der Apsidenlinie um einen Winkel von  $0,148^\circ$  oder  $532''$  im Lauf von 100 Jahren.

Der französische Astronom **Urbain Le Verrier** stellte allerdings bereits **1859** auf der Grundlage von Beobachtungsdaten eine geringfügige Abweichung des Winkels der Periheldrehung fest. Le Verrier vermutete als Ursache für diese Abweichung einen weiteren, noch nicht beobachteten Planeten, für den er den Namen „Vulkan“ vorschlug.

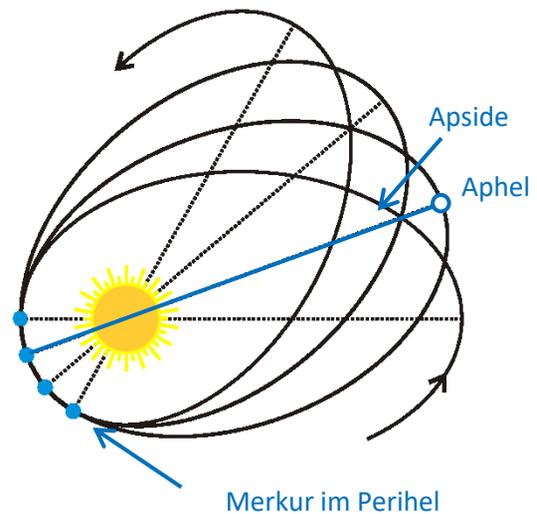


Genauere Messungen liefern für die Periheldrehung des Merkur einen Winkel von  $575''$  in 100 Jahren. Es ergibt sich also einen Winkelunterschied von  $43''$  pro Jahrhundert. Diese Abweichung bezeichnet man als **Merkuranomalie**.

**Albert Einstein** identifizierte **1915**, die Merkur-anomalie als einen Effekt der Allgemeinen Relativitätstheorie. Seine Berechnungen lieferten exakt den gemessenen Winkelunterschied. Diese Gravitationsanomalie hat bei Merkur einen vergleichsweise großen Wert, weil Merkur als sonnennächster Planet die Raumzeitkrümmung durch die Sonne am stärksten spürt.

Bei der rechnerischen Bestätigung der Merkur-anomalie durch Einstein handelt es sich um die **erste experimentelle Überprüfung der ART**.

Auch **Satellitenbahnen** zeigen wegen der Krümmung der Raumzeit durch die Erdmasse Gravitationsanomalien. Für die Bahn des italienischen Satelliten **LAGEOS 2**, der sich seit 1992 in einer Erdumlaufbahn befindet, wurde eine Gravitationsanomalie von  $3,4''$  pro Jahr gemessen. Die Oberfläche des Satelliten enthält Prismen, mit denen von der Erde ausgesandte Laserpulse reflektiert werden. Auf diese Weise kann der Abstand des Satelliten auf Zentimeter genau gemessen werden.



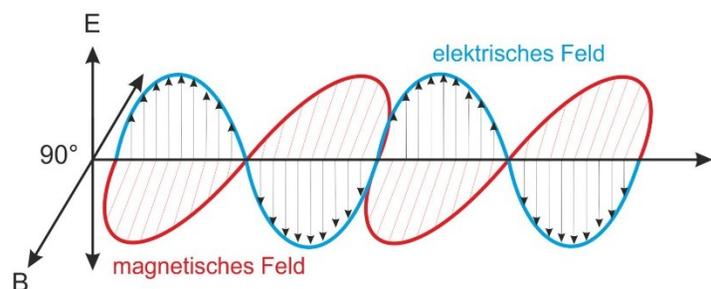
## Gravitationswellen:

**Albert Einstein** sagte **1916** im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie die Ausbreitung von Gravitationswellen infolge der Beschleunigung von Massen vorher.

Gravitationswellen entstehen ähnlich wie **elektromagnetische Wellen**, breiten sich aber auf eine andere Weise aus. Wird ein elektrisch geladenes Teilchen, beispielsweise ein Elektron in einem Dipol, in Schwingung versetzt und damit ständig beschleunigt, dann sendet das elektrisch geladene Teilchen eine elektromagnetische Welle aus. Mit der Welle strahlt das geladene Teilchen Energie ab. Wird ein Körper mit Masse beschleunigt, so sendet er **Gravitationswellen** aus und verliert dabei ebenfalls Energie. Nach  $E = m \cdot c^2$  nimmt dabei die Masse des Körpers ab.

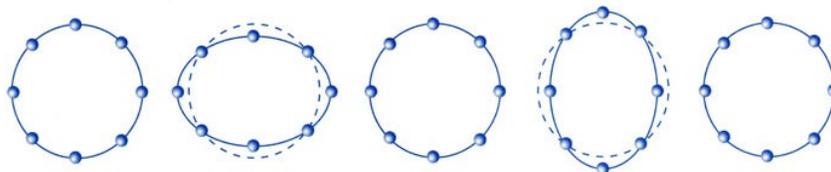
Auch eine Bewegung des Körpers auf einer Kreisbahn ist mit einer Zentripetalbeschleunigung verbunden und führt damit zur Abstrahlung von Gravitationswellen. Die Rotation eines rotations-symmetrischen Körpers um eine seiner Rotationsachsen führt hingegen nicht zur Abstrahlung von Gravitationswellen.

Im Gegensatz zu mechanischen Wellen wie Wasser- oder Schallwellen kommen elektromagnetische Wellen ohne einen mechanischen Wellenträger aus. Elektromagnetische Wellen können sich deshalb auch im Vakuum ausbreiten. Bei einer elektromagnetischen Welle schwingen ein elektrisches Feld  $\vec{E}$  und ein Magnetfeld  $\vec{B}$ , die aufeinander senkrecht stehen (vgl. Abbildung rechts). Weil die beiden Felder jeweils in festen Ebenen schwingen, bezeichnet man **elektromagnetische Wellen** als **Dipolwellen**.



Elektromagnetische Wellen beeinflussen bei ihrer Ausbreitung die Raumzeit nicht. **Bei der Ausbreitung von Gravitationswellen schwingt die Raumzeit selbst.** Raum und Zeit bilden die Grundlage, auf der wir Physik betreiben. Deshalb war zur Zeit der Formulierung der Theorie der Gravitationswellen durch Einstein schwer nachvollziehbar, dass sich Gravitationswellen nicht auf einer starren Raumzeit ausbreiten, sondern dass die Raumzeit selbst durch die Ausbreitung von Gravitationswellen verändert wird. Gravitationswellen stauchen und dehnen die Raumzeit und ändern damit deren Krümmung. Sie bewirken deshalb selbst Gravitation und wechselwirken somit mit der Raumzeit und mit sich selbst. Dies führt zu einer Ausbreitung von Gravitationswellen, die geometrisch komplizierter zu beschreiben ist, als die von elektromagnetischen Wellen: Gravitationswellen sind keine Dipolwellen sondern **Quadrupolwellen**.

Wenn sich beispielsweise eine Gravitationswelle in die Zeichenebene hinein ausbreitet, werden senkrecht zur Ausbreitungsrichtung Längen in zwei aufeinander senkrecht stehenden Richtungen abwechselnd gedehnt und gestaucht. Stellen wir uns einen Kreis mit Testmassen vor, der auf der Ausbreitungsrichtung einer Gravitationswelle senkrecht steht, dann dehnt und staucht die Gravitationswelle den Kreis zu einer Ellipse. Wenn in horizontaler Richtung gedehnt wird, wird in vertikaler Richtung gestaucht und umgekehrt.

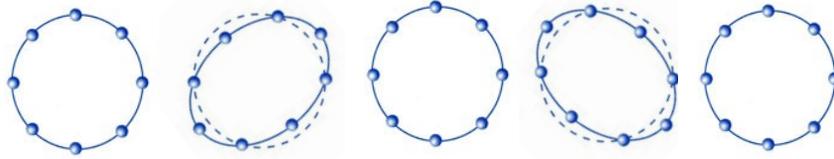


- Diese Schwingung der Raumzeit hat eine ähnliche Form wie die periodische Dehnung und Komprimierung des Protonenstrahls am LHC in einem Quadrupolmagneten (vgl. Kap. IX, S. 535).

### Beachte:

Die als Kugeln dargestellten Testmassen schwingen nicht relativ Raumzeit sondern mit der Raumzeit.

Unabhängig von dieser gerade beschriebenen, sogenannten „Plus-Polarisation“ gibt es eine „Kreuz-Polarisation“ der Gravitationswelle, bei der die Richtung, in der gedehnt bzw. gestaucht wird gegenüber der Plus-Polarisation um 45°-gedreht ist (unteres Bild).



Plus-Polarisation und Kreuz-Polarisation überlagern sich zu einem allgemeinen Polarisationszustand. Von besonderer Bedeutung sind dabei Überlagerungen, bei denen der Kreis mit den Testmassen als rotierende Ellipse erscheint (Vgl. Simulation auf der Internetseite des Max-Planck-Instituts für Gravitationsphysik: [http://www.einstein-online.info/vertiefung/GW\\_Wellen](http://www.einstein-online.info/vertiefung/GW_Wellen)).

Gravitationswellen breiten sich vermutlich mit Lichtgeschwindigkeit aus. Weil Gravitationswellen mit Materie nur sehr schwach wechselwirken, durchdringen sie Materie ohne messbare Abschwächung oder Ablenkung. Die Schwingungsamplituden der Raumzeit sind extrem klein. Gravitationswellen sind deshalb sehr schwer messbar.

Wie alle Wellen unterliegen Gravitationswellen dem Dopplereffekt. Aus der Messung der Frequenz von Gravitationswellen könnte man also auf die Relativbewegung ihrer Quelle schließen.

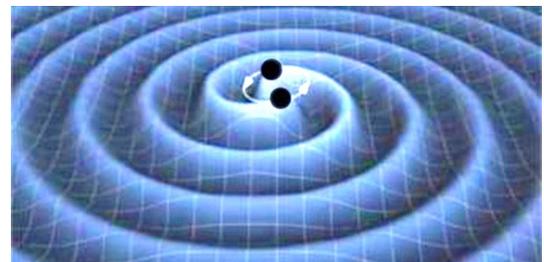
Der Frequenzbereich von Gravitationswellen ist groß:  $10^{-9} \text{ Hz}$  bis  $10^4 \text{ Hz}$ .

### Kosmische Quellen von Gravitationswellen:

Als Quellen von Gravitationswellen werden zwei unterschiedliche kosmische Objekt-Klassen vermutet:

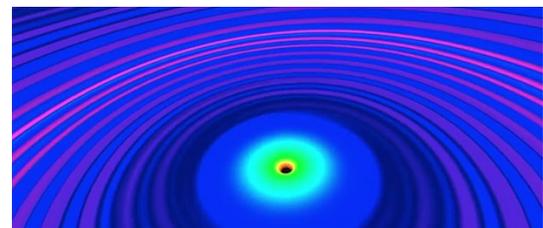
- **umeinander rotierende Massen:**

Die Amplitude der Gravitationswellen wächst mit der Massendichte und der Beschleunigung. Eine hohe Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  führt zu einer hohen Zentripetalbeschleunigung  $a_z = \frac{F_z}{m} = r \cdot \omega^2$ . Deshalb erhofft man sich die Beobachtung von Gravitationswellen vor allem von **Doppelsternsystemen mit Objekten hoher Massendichte** wie **Weißen Zwergen**, **Neutronensternen** oder **Schwarzen Löchern**, die sehr schnell rotieren.



- **explosive Ereignisse:**

Bei **Supernovae** und bei der **Verschmelzung von Schwarzen Löchern oder Galaxien** werden gewaltige Energiemengen freigesetzt. Solche Ereignisse und insbesondere der **Urknall** als größtes explosives Ereignis schlechthin sollten Gravitationswellen ausstrahlen.



Von welcher Art die Quelle einer Gravitationswelle war, kann man an ihrer **Frequenz** erkennen:

- Verschmelzung zweier stellarer Schwarzer Löcher: 10 Hz bis 1000 Hz
- Rotierende Systeme zweier Neutronensterne: 100 Hz bis 1000 Hz

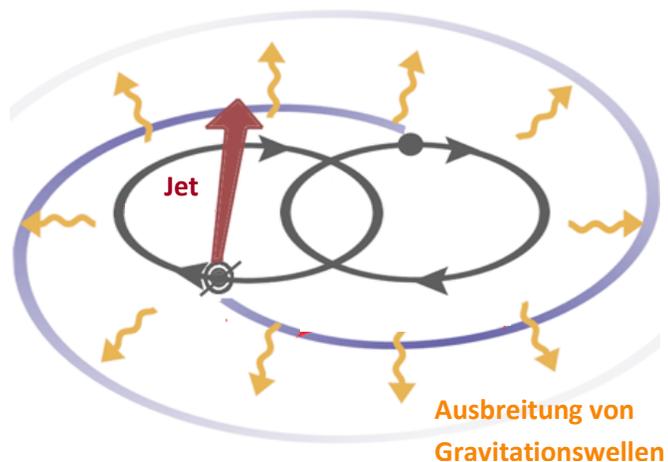
Die Amplitude und damit die Energie der Gravitationswellen, die von rotierenden Neutronensternsystemen abgestrahlt werden, ist allerdings wesentlich geringer als die Energie von Gravitationswellen, die bei der Verschmelzung schwarzer Löcher entstehen.

- Supernovae vom Typ Ia: 0,1 Hz bis 10 Hz
- Verschmelzung supermassiver Schwarzer Löcher:  $10^{-9}$  Hz bis  $10^{-4}$  Hz
- Für beim Urknall freigesetzte Gravitationswellen sagen Modelrechnungen Frequenzen von weniger als  $10^{-5}$  Hz voraus.

### Der Hulse-Taylor-Doppelpulsar:

**Russell Hulse** und **Joseph Taylor** beobachteten über mehrere Jahre hinweg das etwa 25000 Lj entfernte **Doppelsternsystem PSR 1913+16**. Das System besteht aus zwei Neutronensternen, von denen einer als Pulsar periodisch Lichtblitze (Jets) in Richtung zur Erde sendet (vgl. Kap. V, S. 240).

Hulse und Taylor registrierten eine allmähliche Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit des Doppelsternsystems.



Die beiden Wissenschaftler konnten zeigen, dass der mit der Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit verbundene Energieverlust genau dem von der ART vorhergesagten Energieverlust durch die Abstrahlung von Gravitationswellen entspricht.

Beim Hulse-Taylor-Pulsar beträgt die Verlustleistung immerhin  $10^{45}$  Watt!

1993 erhielten Hulse und Taylor für Ihre Forschungsarbeit den Nobelpreis.

Weil die vom Doppelsternsystem abgestrahlten Gravitationswellen nicht direkt gemessen wurden, sondern aus dem Verlust von Rotationsenergie auf die Abstrahlung von Gravitationswellen geschlossen wurde, spricht man hier von einem **indirekten Nachweis**.

## Das LIGO-Interferometer:

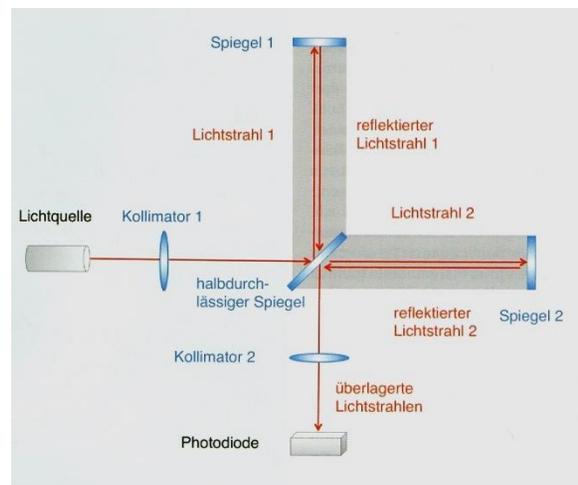
Im Februar 2016 - 100 Jahre nachdem Einstein Gravitationswellen theoretisch vorhersagte - wurde das LIGO-Observatorium durch den **ersten direkten Nachweis von Gravitationswellen** berühmt.

LIGO (Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory) misst Gravitationswellen mithilfe zweier identischer, voneinander  $3002\text{ km}$  entfernter Michelson-Interferometer in **Hanford (Washington)** und **Livingston (Louisiana)**.



Das LIGO-Interferometer ist empfindlich für Gravitationswellen mit Frequenzen von mehr als  $10\text{ Hz}$  aus höchstenergetischen explosiven Quellen, wie der Verschmelzung stellarer Schwarzer Löcher (vgl. S. 440).

Das Funktionsprinzip eines **Michelson-Interferometers** haben wir bereits beim Experiment von Michelson und Morley kennengelernt: Ein Laserstrahl wird in zwei Teilstrahlen aufgeteilt, die sich in den Interferometerarmen auf zwei unterschiedlichen Wegen ausbreiten und nach ihrer Reflexion überlagern. Phasenverschiebungen der überlagerten Laserstrahlen führen je nach Längenunterschied der Lichtwege zu konstruktiver oder destruktiver Interferenz, so dass am Detektor (in der Skizze eine Photodiode) ein Lichtsignal hoher oder niedriger Intensität registriert wird. (Vgl. S. 368)



Das **LIGO-Interferometer** erzeugt in seiner Grundeinstellung destruktive Interferenz. Den **Durchgang einer Gravitationswelle** erkennt man folglich an einer **periodischen Intensitätszunahme im Detektor**.

Wenn eine Gravitationswelle (im Idealfall) senkrecht zur Ebene einläuft, in der sich die beiden Interferometerarme befinden, streckt und staucht sie die beiden Lichtwege periodisch. Die Spiegel des Interferometers bilden frei bewegliche Testmassen (vgl. S. 438f). Die gleichzeitige Streckung des einen und Stauchung des anderen Lichtweges führt zu einer Änderung des Gangunterschieds der beiden überlagerten Laserstrahlen. Die ursprünglich destruktive Interferenz verschwindet; ein Lichtsignal wird am Ausgang gemessen.

Die L-förmige Anordnung mit zwei aufeinander senkrecht stehenden Interferometerarmen ist notwendig, weil sich bei der Streckung bzw. Stauchung der Raumzeit auch der Längenmaßstab ändert, mit dem die Längen der Lichtwege in der Raumzeit gemessen werden. Würde nur ein Interferometerarm verwendet, wäre die Längenänderung des Lichtweges in diesem Interferometerarm nicht messbar. Erst die gleichzeitige Streckung des einen und Stauchung des anderen Arms führt zu einer messbaren Änderung des Gangunterschieds.

Die von Gravitationswellen bewirkte **relative Längenänderung** in der Raumzeit wird durch den Quotienten  $\frac{\Delta L}{L}$  beschrieben. Bei Michelson-Interferometern sind dabei  $L$  die Länge des Lichtwegs in einem Interferometerarm und  $\Delta L$  die Länge der Strecke, um die der Lichtweg im Interferometerarm beim Durchgang der Gravitationswelle gestreckt bzw. gestaucht wird. Der Wert der relativen Längenänderung  $\frac{\Delta L}{L}$  nimmt mit der Amplitude der Gravitationswelle zu und mit der Entfernung der Quelle ab. Bisher konnten nur von weit entfernten Quellen Gravitationswellen mit großen Amplituden nachgewiesen werden. Die relativen Längenänderungen lagen dabei immer in Größenordnung  $\frac{\Delta L}{L} = 10^{-21}$ .

Die **Empfindlichkeit eines Interferometers** nimmt mit der Längenänderung  $\Delta L$  des Lichtweges beim Durchlaufen der Gravitationswelle zu. Damit ein Wegunterschied  $\Delta L$  und damit eine Phasenverschiebung zwischen den überlagerten Laserstrahlen groß genug sind, um gemessen werden zu können, müssen die Interferometerarme möglichst lang und damit der Lichtweg  $L$  in den Interferometerarmen möglichst groß sein.

Die Empfindlichkeit eines Interferometers mit nimmt zudem mit der Laserleistung zu.

Bei den Interferometern von LIGO sind die Interferometerarme 4 km lang. Die Laserstrahlen durchlaufen die Interferometerarme 400-mal bevor sie sich überlagern. Es kommt ein 200-Watt-Laser zum Einsatz, dessen Leistung durch spezielle Spiegel auf 750 kW intensiviert wird.

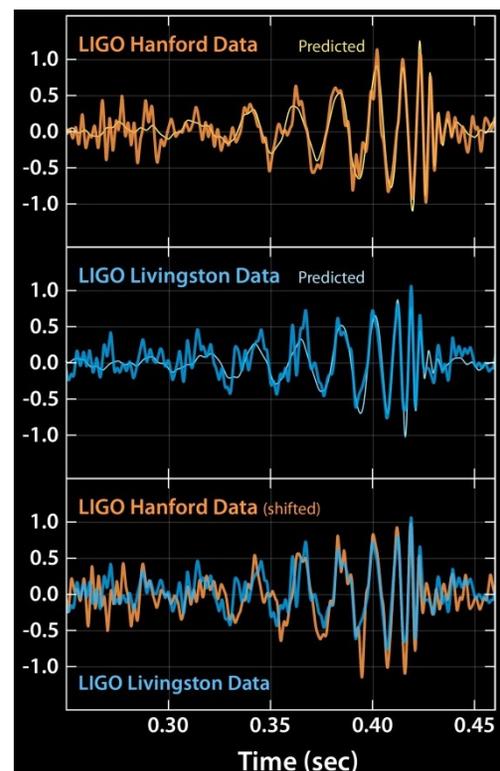
#### Die am 14. September 2015 gemessene Gravitationswelle:

Das Interesse in der Öffentlichkeit war enorm, als am **11. Februar 2016** das LIGO-Observatorium den Nachweis einer bereits am **14. September 2015** gemessenen Gravitationswelle veröffentlichte.

Das insgesamt 0,2 Sekunden lange Signal wurde von den Interferometern in Hanford und Livingston mit der aus der Entfernung zwischen Observatorien und der Ausbreitung der Gravitationswelle mit Lichtgeschwindigkeit resultierenden Zeitverschiebung von 6,9 Millisekunden gemessen.

Als **Quelle der gemessenen Gravitationswelle** vermutet man die **Verschmelzung zweier Schwarzer Löcher** mit 36 und 29 Sonnenmassen in 1,3 Milliarden Lichtjahren Entfernung zu einem größeren, 62 Sonnenmassen schweren Schwarzen Loch. Bei diesem Ereignis wurde innerhalb von 50 ms mit der Gravitationswelle die nach  $E = \Delta m \cdot c^2$  dem Massenunterschied von 3 Sonnenmassen entsprechende Energie abgestrahlt. Diese Strahlungsleistung entspricht der Leuchtkraft von 100 Trilliarden Sonnen. Bei der Verschmelzung der Schwarzen Löcher handelt es sich um das energiereichste, jemals beobachtete Ereignis.

In den Diagrammen auf der rechten Seite sind für die Interferometer in Hanford und Livingston die relativen Längenänderungen  $\frac{\Delta L}{L}$  als Vielfache von  $10^{-21}$  über der Messzeit aufgetragen. Bis etwa 0,32 s nach Beginn des Messzeitraums ist lediglich Hintergrundrauschen zu sehen. Dann nimmt die Auslenkung deutlich zu und anschließend wieder ab. Hier läuft die Gravitationswelle durch. Die Frequenz der Schwingung erhöht sich während des Durchlaufs von 35 Hz auf 250 Hz und geht dann wieder zurück.



Wie man an den beiden oberen Diagrammen sieht, stimmen Frequenzverlauf und Amplitude der Messung sehr gut mit der theoretischen Vorhersage der ART für die oben beschriebene Verschmelzung zweier Schwarzer Löcher (gelbe Kurve, „predicted“) überein. Beim Vergleich der oberen beiden Diagramme wird die Zeitverschiebung des Signals zwischen den Observatorien in Hanford und Livingston sichtbar.

Die perfekte Übereinstimmung der Messungen in den beiden Interferometern zeigt sich bei der Überlagerung der Kurven im unteren Diagramm. Die Messkurve aus Hanford wurde vor der Überlagerung soweit verschoben („shifted“), dass die Zeitverschiebung von 6,9 Millisekunden ausgeglichen ist. Die Zunahme der Frequenz der Gravitationswelle ergibt sich aus der Zunahme der Geschwindigkeit, mit der die beiden Schwarzen Löcher unmittelbar vor ihrer Verschmelzung ihren gemeinsamen Schwerpunkt umkreisten. Bei diesem Ereignis wurden etwa 60% der Lichtgeschwindigkeit erreicht!

Die LIGO-Messung vom 14. September 2015 gilt als **erster direkter Nachweis einer Gravitationswelle**.

Im selben Jahr, am **26. Dezember 2015**, registrierte das LIGO-Observatorium noch eine zweite Gravitationswelle, die der Verschmelzung zweier Schwarzer Löcher mit 8 bzw. 14 Sonnenmassen zu einem Schwarzen Loch mit 21 Sonnenmassen zugeordnet wird. Bei diesem Ereignis wurde über die Gravitationswelle eine Energie von einer Sonnenmasse abgestrahlt.

Die am 14. September 2014 gemessene Gravitationswelle stauchte bzw. streckte die 4 km langen Interferometerarme um  $4 \cdot 10^{-18} m$ . Das ist etwa ein Zehnttausendstel des Durchmessers eines Protons. Um diese winzige Längenänderung zu messen, ist eine extrem hohe **Messgenauigkeit** erforderlich.

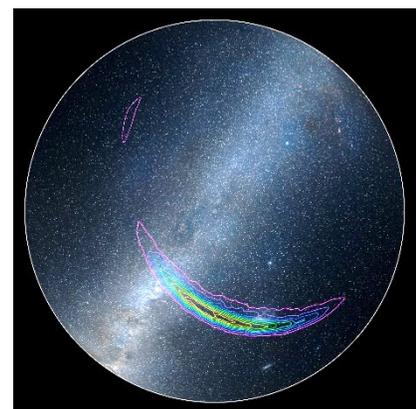
Die Technik der LIGO-Interferometer wurde maßgeblich am **Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik in Hannover** entwickelt.

Auch in Deutschland wird in der Nähe von Hannover ein Michelson-Interferometer zur Erforschung von Gravitationswellen betrieben. Das Experiment **Geo600** verfügt über ein Interferometer mit einer Armlänge von 600 m und dient vor allem dem Test neuer Technologien, wie sie auch bei LIGO eingesetzt werden.



Interessant ist insbesondere die Frage, wie man aus dem Verlauf der Messkurve, die ein Detektor für Gravitationswellen liefert, auf Eigenschaften der Quelle schließen kann. Woher kennt man beispielsweise die Massen der verschmolzenen Schwarzen Löcher? Am **Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik in Golm bei Potsdam** wird mit Höchstleistungscomputern berechnet, wie sich Eigenschaften kosmischer Ereignisse, die Gravitationswellen erzeugen, auf Form und Ausbreitung der Gravitationswellen auswirken.

Wo sich die Quelle einer Gravitationswelle am Himmel befindet, lässt sich aufgrund der LIGO-Messungen nur sehr grob eingrenzen. Erst mithilfe eines dritten LIGO-Interferometers könnte der Ort der Quelle mithilfe von Triangulation bestimmt werden (vgl. Kap II, S. 68). Wenn bei dem Ereignis, das eine Gravitationswelle verursachte, auch elektrisch geladene Teilchen beschleunigt wurden, besteht die Möglichkeit, die Quelle über zeitlich mit der Gravitationswelle beobachtete Gammablitze zu lokalisieren. Die Abbildung rechts zeigt den Bereich, in dem die Verschmelzung der beiden Schwarzen Löcher, die zu der am 14. September 2015 gemessenen Gravitationswelle führte, stattgefunden haben könnte.



**Erdgebundene Michelson-Interferometer** wie das LIGO-Observatorium eignen sich ausschließlich zur Messung von Gravitationswellen, die bei höchstenergetischen Ereignissen wie der Verschmelzung zweier schwarzer Löcher freigesetzt wurden. Signale von Gravitationswellen aus schwächeren Quellen wie Systemen aus um den gemeinsamen Schwerpunkt rotierenden Neutronensternen gehen im Hintergrundrauschen unter. Gerade die Beobachtung von Gravitationswellen aus rotierenden Systemen wäre aber wichtig, weil diese Gravitationswellen nicht als einmalige Ereignisse, sondern über einen langen Zeitraum untersucht werden könnten.

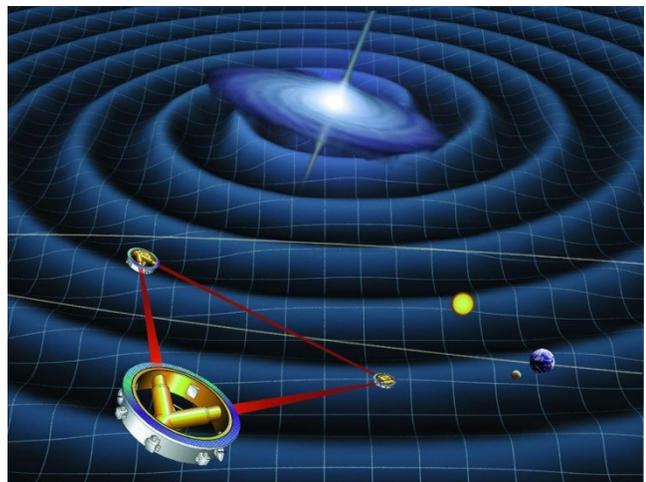
Eine Ursache des **Hintergrundrauschens** ist der Gravitationswellenhintergrund. Es gibt in den unterschiedlichen Frequenzbereichen zahlreiche kosmische Objekte, die Gravitationswellen ausstrahlen. Allein in unserer Milchstraße vermutet man etwa 100 Millionen Neutronensterne. Die Überlagerung dieser Gravitationswellen führt zu einem **Gravitationswellenhintergrund**.

In erdgebundenen Interferometern erzeugen außerdem bereits geringfügige Erschütterungen wie weit entfernte Erdbeben und Schallwellen ein sogenanntes seismisches Rauschen.

Sogar die Wärmebewegung der Atome des Restgases in den nicht vollständig evakuierbaren Interferometerarmen versetzt die Interferometerspiegel in Schwingungen und verursacht Hintergrundrauschen.

Die beiden zuletzt genannten Störfaktoren entfallen, wenn die Messung außerhalb der Erdatmosphäre durchgeführt wird.

Voraussichtlich 2034 soll das **Weltraum-Interferometer eLISA** (evolved Laser Interferometer Space Antenna) in eine gemeinsame Umlaufbahn mit der Erde um die Sonne gebracht werden. eLISA besteht aus drei Satelliten, die der Erde in einem Abstand von 50 Millionen *km* folgen und miteinander ein gleichseitiges Dreieck mit 2 Millionen *km* Seitenlänge bilden. Jeder der drei Satelliten enthält eine frei fliegende Testmasse. Die gegenseitigen Abstände der Testmassen werden von Satellit zu Satellit durch hochgenaue Laserinterferometrie vermessen. Die Konfiguration der drei Satelliten bildet ein riesiges Interferometer mit einer auf der Erde nicht realisierbaren Armlänge von 2 Millionen Kilometern. Nach dieser Strecke wäre der Laserstrahl zu stark abgeschwächt, um reflektiert zu werden. Bei eLISA schickt deshalb der Mutter-Satellit einen Laserstrahl zu den beiden anderen Satelliten. Die Tochter-Satelliten enthalten keine Spiegel, sondern senden jeweils einen neuen Laserstrahl zurück. Diese werden mit dem ursprünglichen Laserstrahl verglichen, um so Änderungen im Abstand der Satelliten zu messen.



Die riesige und auf der Erde nicht realisierbare Armlänge des Satelliten-Interferometers erhöht die Empfindlichkeit der Messungen, weil bei einer durch die Quelle vorgegebenen relativen Längenänderung  $\frac{\Delta L}{L}$  eine Vervielfachung der Länge  $L$  des Lichtweges im Interferometer zu einer Vervielfachung der Längenänderung  $\Delta L$ , um den Gravitationswellen den Lichtweg strecken bzw. stauchen, führt.

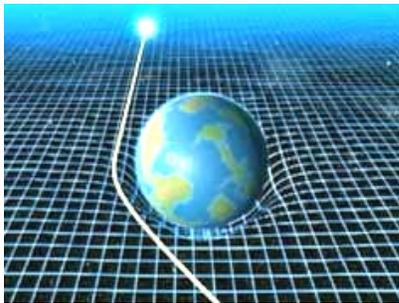
Auch an der Entwicklung von eLISA ist das **Max-Planck-Institut für Gravitationsphysik** federführend beteiligt.

**2015** startete mit dem ESA-Satelliten **LISA Pathfinder** eine Vorgängermission zur Technologieerprobung für eLISA. Die erfolgreiche LISA Pathfinder-Mission endete am 18. Juli 2017.

Aus weiteren Messungen von Gravitationswellen erhofft man sich unter anderem neue Erkenntnisse über Schwarze Löcher (vgl. Kap. V, S. 244f) und zur kosmologischen Grundlagenforschung. Beispielsweise könnte mithilfe von Gravitationswellen die kosmische Expansionsrate (vgl. Kap. VI, S. 308) genauer bestimmt werden.

Eine offene Frage ist bisher insbesondere, ob sich die Gravitation als Wechselwirkung tatsächlich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet. Diskutiert wird die Vermittlung der Gravitationswirkung über hypothetische Gravitonen (vgl. Kap. IX, S. 506), die vielleicht eine (sehr geringe) Masse haben. Dies könnte zur Folge haben, dass Gravitation etwas langsamer als mit Lichtgeschwindigkeit vermittelt wird. Auch auf diese Frage erhofft man sich von der Gravitationswellenforschung eine Antwort.

### Massen krümmen den Weg des Lichts:



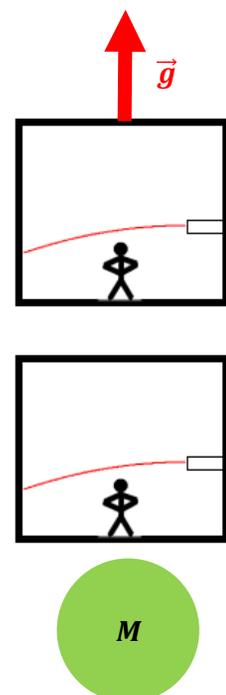
Nach der Allgemeinen Relativitätstheorie beeinflusst die Krümmung der Raumzeit nicht nur die Bahnen von Körper mit Masse im Weltall sondern sie krümmt auch den Weg des Lichts. In der Nähe von Massen breitet das Licht sich nicht geradlinig aus, sondern folgt auf sogenannten **Nullgeodäten** der Raumzeitkrümmung.

In der Newtonschen Gravitationstheorie ist die Ablenkung der Bahnen von Massen durch die Gravitationswirkung einer weiteren Masse verständlich. Die Ablenkung von masselosen Photonen infolge von Gravitation bleibt dagegen unverständlich.

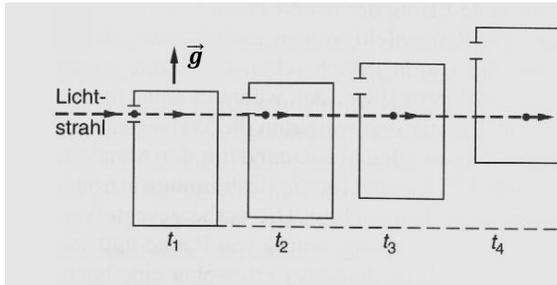
Die Krümmung des Lichtweges durch Gravitation, folgt in der ART aus dem **Äquivalenzprinzip**:

In einem mit der Fallbeschleunigung  $\vec{g}$  nach oben beschleunigten Raumschiff wird ein von rechts kommender Laserstrahl nach unten abgelenkt, weil sich das Laserlicht mit Lichtgeschwindigkeit ausbreitet und sich das Raumschiff während der Zeit, in der das Licht im Raumschiff von rechts nach links wandert, mit zunehmender Geschwindigkeit nach oben bewegt.

Nach dem Äquivalenzprinzip wird genau der gleiche Effekt beobachtet, wenn das Raumschiff nicht nach oben beschleunigt wird, sondern sich in einem Gravitationsfeld der nahen Erdmasse unterhalb des Raumschiffs befindet.



## Warum wird der Lichtstrahl nach unten abgelenkt, wenn das Raumschiff nach oben beschleunigt wird?



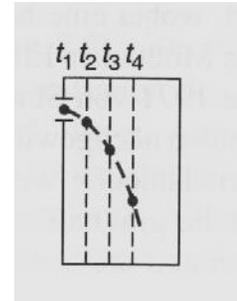
In der oberen Skizze sieht man, wie sich der Lichtstrahl geradlinig nach rechts ausbreitet, während das Raumschiff sich mit konstanter Beschleunigung  $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$  nach oben bewegt. Das Raumschiff ist in gleichen zeitlichen Abständen zu vier Zeitpunkten  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  und  $t_4$  gezeichnet.

Im unteren Diagramm wird die Ausbreitung des Lichtstrahls im Bezugssystem des Raumschiffs zu denselben vier Zeitpunkten dargestellt. Das gleichmäßig beschleunigte Raumschiff legt in den gleich großen Zeitabschnitten von Abschnitt zu Abschnitt immer längere Wege zurück. Deshalb scheint der Lichtstrahl auf einer Parabelbahn nach unten abgelenkt zu werden.

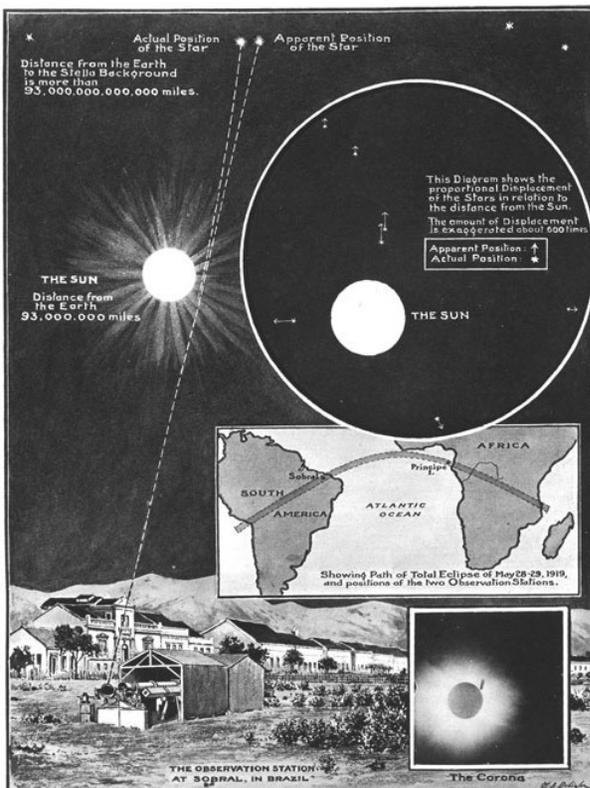
Er „fällt“ scheinbar mit der Beschleunigung  $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$ .

Weil der Lichtstrahl sich mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  ausbreitet, benötigt er für eine 1000 km lange Strecke die Zeit  $\Delta t = \frac{1000 \cdot 10^3 m}{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}} \approx 3,33 \cdot 10^{-3} s$ .

In dieser Zeit würde der Lichtstrahl um die Strecke  $\Delta x = \frac{1}{2} \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot (3,33 \cdot 10^{-3} s)^2 \approx 0,05 mm$  nach unten abgelenkt.



## Experimenteller Nachweis der gravitativen Krümmung des Lichtweges:



American Scientist 93 (2005): 104  
from Illustrated London News November 22, 1919

Nach der ART führt bereits die Masse der Sonne zu einer, in der Nähe des Sonnenrandes beobachtbaren Krümmung des Lichtweges. Weil der Weg des Lichts der Sterne durch die Masse der Sonne gekrümmt wird, sollten sich für einen Beobachter auf der Erde die Positionen der Sterne in der Nähe des Sonnenrandes verschieben, wenn die Sonne vor dem Sternhintergrund steht. Normalerweise überstrahlt die Helligkeit der Sonne den Sternhintergrund in der Nähe des Sonnenrandes.

1919 organisierte der englische Astronom **Arthur Eddington** zwei Expeditionen zu totalen **Sonnenfinsternissen** auf die afrikanische Insel Principe und nach Sobral in Brasilien.

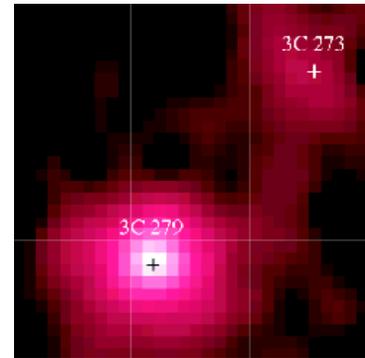
Eddington analysierte Fotografien vom Sternhintergrund in der Nähe des Sonnenrandes und konnte die von Einstein berechneten scheinbaren Verschiebungen der Sternpositionen tatsächlich nachweisen. Der Verschiebungswinkel am Sonnenrand betrug im Mittel  $1,75''$ .

Dieser experimentelle Nachweis der gravitativen Lichtablenkung verhalf der ART zum Durchbruch in der Öffentlichkeit und machte Einstein berühmt.

Heute ist man bei Präzisionsmessungen zur gravitativen Lichtablenkung nicht mehr auf Sonnenfinsternisse angewiesen. Radiowellen werden vom Licht der Sonne nicht beeinflusst. Deshalb nutzt man **Radio-teleskope** um die Ablenkung von Radiowellen, die beispielsweise von Quasaren ausgesandt wurden, durch die Sonnenmasse zu vermessen. Zu Interferometern zusammenschaltete Radioteleskope wie das VLBI (vgl. Kap. II, S. 62) erreichen **Messgenauigkeiten von bis zu  $10^{-4}''$** .

**2009** wurde durch die Vermessung der Änderung des Winkelabstandes des **Quasarpaares 3C273 und 3C279** beim Vorbeiwandern der Sonne die gravitative Lichtablenkung auf 0,01% gemessen.

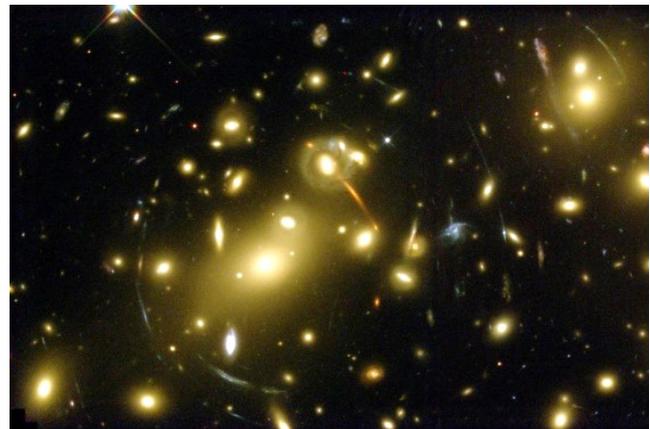
Auch Messdaten der **Satellitenteleskope Hipparcos** und **Gaia** (vgl. Kap. V, S. 201) wurden genutzt, um die Änderung von Sternpositionen in der Nähe des Sonnenrandes mit hoher Genauigkeit zu messen.



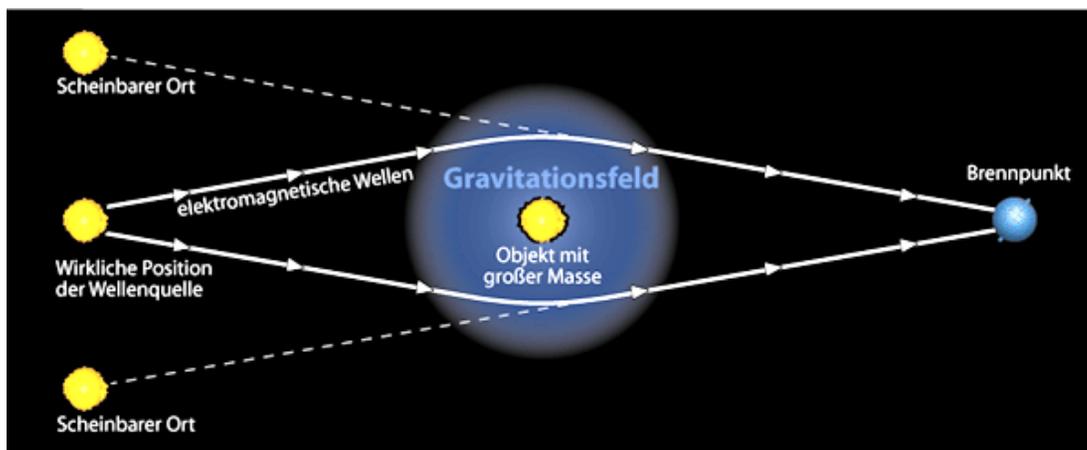
### Der Gravitationslinseneffekt:

Die Aufnahme des Hubble-Space-Teleskops vom Galaxienhaufen **Abell 1689** zeigt mehrere Bögen um das Zentrum des Haufens, das bei der leuchtkräftigen Galaxie links unterhalb der Bildmitte liegt. Diese Bögen sind verzerrte Bilder von Hintergrundgalaxien.

Die Verzerrung ist eine Folge der Krümmung des Lichtweges durch die Masse der Galaxie im Zentrum des Haufens.



Unten ist der Strahlengang skizziert, der sich aus den gekrümmten Lichtwegen ergibt: Ein Beobachter auf der Erde sieht ein leuchtendes Objekt immer an dem Ort am Himmel, zu dem die geradlinige Verlängerung des beim Beobachter eintreffenden Lichtstrahls zeigt. Er nimmt ein leuchtendes Objekt, beispielsweise einen Quasar, der sich hinter der massereichen Galaxie befindet, an zwei verschiedenen Stellen oberhalb und unterhalb der Galaxie wahr.



Die massereiche Galaxie im Vordergrund wirkt wie eine optische Linse. Man nennt sie deshalb Gravitationslinse. Als Gravitationslinsen kommen Galaxien und Galaxienhaufen infrage, die in der Regel Schwarze Löcher und große Mengen Dunkler Materie enthalten.

Der „**Doppelquasar**“ **GSO 0957+561** (A und B im Bild links) ist das von einem als Gravitationslinse wirkenden, 4 Milliarden  $L_j$  entfernten Galaxienhaufen (G) erzeugte virtuelle Bild eines 9 Milliarden  $L_j$  entfernten Quasars.

Mit Quasaren, Galaxienhaufen und Dunkler Materie befassen wir uns in Kap. VI, S. 301ff und S. 314ff.



Weil sich das Licht nicht nur in der Zeichenebene sondern auch nach vorne und hinten ausbreitet, sieht der Beobachter das Objekt im Hintergrund häufig zu Kreisbögen verzerrt oder, wenn das Objekt zentral hinter der Galaxie steht, sogar als sogenannten **Einsteinring**. Das Bild links zeigt eine an einer roten Galaxie als Gravitationslinse ringförmig verzerrte, weit entfernte blaue Galaxie.



Die Verzerrung des Sternhintergrundes durch die Gravitationswirkung der Sonne beruht ebenfalls auf dem Gravitationslinseneffekt. (Vgl. S. 447)

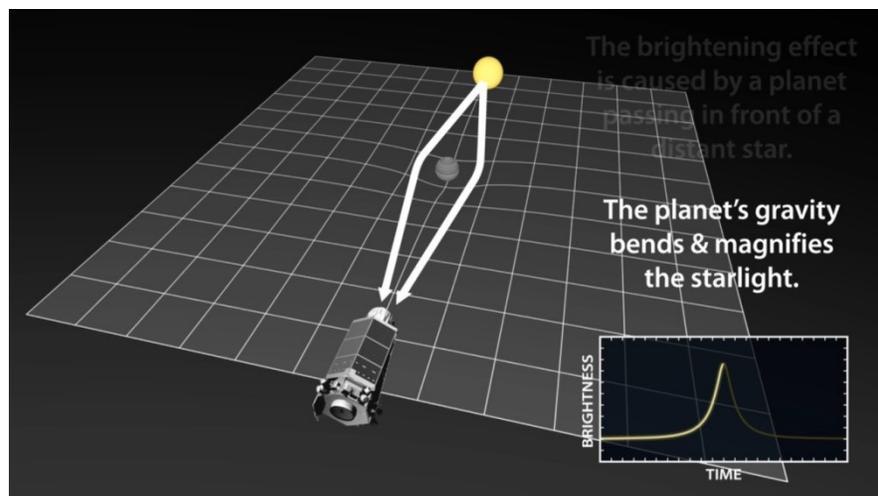
Der Gravitationslinseneffekt liefert Informationen über die **Masse der Gravitationslinse** und über **Eigenschaften des abgebildeten Objekts**.

Die Masse des als Linse wirkenden Objekts lässt sich aus dem Radius der Kreisbögen und dem aus der Rotverschiebung ermittelten Abstand des abgebildeten Objekts bestimmen.

Weil die Linsenwirkung einer Gravitationslinse unabhängig von der Leuchtkraft der Linse ist, ist die Beobachtung von Gravitationslinsen wichtig für Nachweis und Erforschung von Dunkler Materie in Galaxien und Galaxienhaufen.

Gravitationslinsen **vergrößern** das abgebildete Objekt und lassen es durch die Lichtbündelung **heller** erscheinen. Dadurch werden auch Objekte sichtbar, von denen so wenig Licht zu uns gelangt, dass wir sie nicht direkt beobachten könnten. Strukturen weit entfernter Objekte werden erkennbar, die mit Teleskopen bei direkter Beobachtung nicht auflösbar wären. Gravitationslinsen wirken somit als **kosmische Teleskope**.

Den Lichtverstärkungseffekt von Gravitationslinsen nutzt man beispielsweise auch bei der Suche nach **Exoplaneten**: Ein vor einem Stern in der Milchstraße vorbeiziehender Planet lässt die Helligkeit des Sterns vorübergehend ansteigen. Dieser **Mikrolinseneffekt** ermöglicht die indirekte Beobachtung von Exoplaneten. Mit diesem Verfahren wurden bis 2016 immerhin 15 Exoplaneten entdeckt, die bis zu mehreren tausend Lichtjahren entfernt sind. (vgl. Kap. V, S. 256)



## Die gravitative Zeitdilatation:

Nicht nur in einem relativ zum Beobachter bewegten Bezugssystem gehen (aus der Sicht des ruhenden Beobachters) Uhren langsamer, sondern auch in der Nähe von Massen.

Den Effekt der Gravitativen Zeitdilatation machen wir uns wieder anhand eines Gedankenexperiments in einem beschleunigten Raumschiff klar, das sich weit weg von jeder Masse befindet. Nach dem Äquivalenzprinzip dürfen wir den im Raumschiff beobachteten Effekt auf ein ruhendes Labor übertragen, dessen Innenraum nur der Gravitationswirkung einer nahen Masse ausgesetzt ist.

### Gedankenexperiment: Ball-Uhr in einem beschleunigten Raumschiff

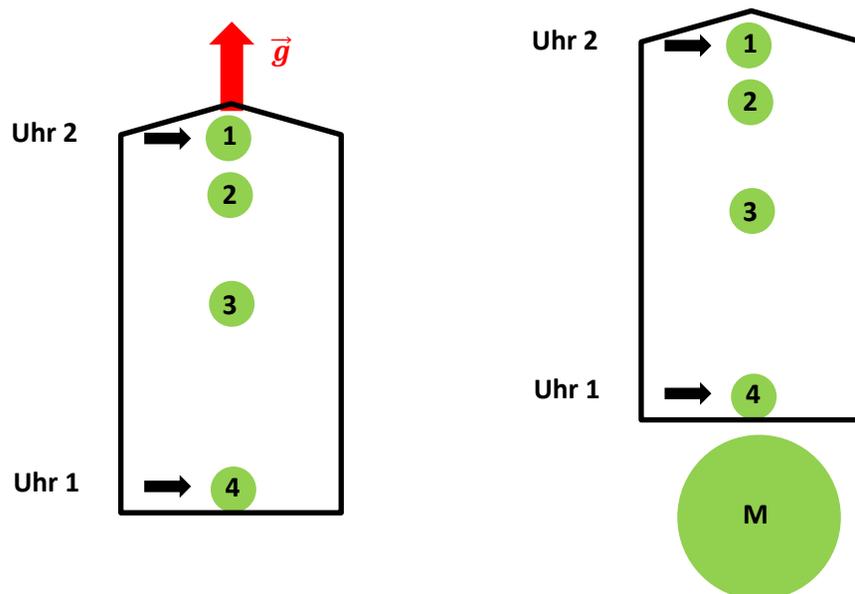
Am Boden und an der Spitze eines Raumschiffs gibt es jeweils eine identische Uhr. Am Boden des Raumschiffs werden in immer gleichen Zeitabständen Bälle abgeschossen und fliegen zur Spitze des Raumschiffs. Die Uhren messen jeweils die Zeitabstände, zwischen zwei Bällen. Beispielsweise wird jede Sekunde am Boden des Raumschiffs ein Ball abgeschossen. Die Uhr am Boden misst also Zeitabstände  $\Delta t_1 = 1 \text{ s}$ .

Die Bälle fliegen mit gleichbleibender Geschwindigkeit zur Spitze der Rakete.

Die Uhr an der Spitze des Raumschiffs misst die Zeitabstände  $\Delta t_2$ , in denen die Bälle an der Spitze ankommen.

Wenn das Raumschiff im gravitationsfreien Raum nach oben mit der Beschleunigung  $\vec{g}$  beschleunigt wird, brauchen die gleich schnellen Bälle mit der Zeit immer länger, bis sie die Spitze erreichen, weil die Uhr an der Spitze immer schneller vor den Bällen flieht. Die Zeitabstände zwischen zwei Bällen sind deshalb an der Spitze des Raumschiffs größer als am Boden des Raumschiffs.

Die Uhr an der Spitze des Raumschiffs geht also schneller als die Uhr am Boden des Raumschiffs.



Nach dem **Äquivalenzprinzip** macht man die gleiche Beobachtung in einem ruhenden Raumschiff, das sich im Gravitationsfeld einer Masse unterhalb des Raumschiffs befindet.

Daraus schließen wir:

**Je größer die Gravitationswirkung auf eine Uhr ist, desto langsamer tickt sie.**

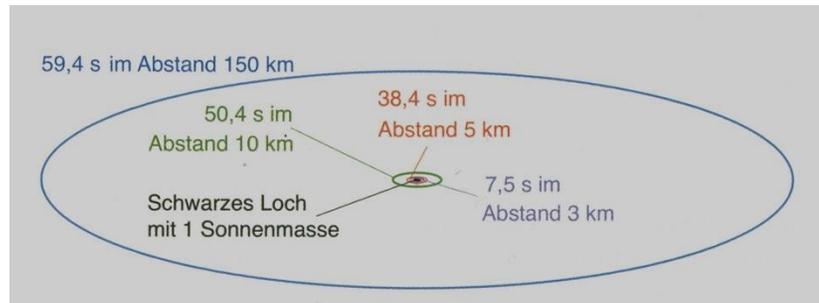
**Gravitative Zeitdilatation**

### Beachte:

Anders als bei der Zeitdilatation durch Relativbewegung in der SRT wird die gravitative Zeitdilatation nicht gegenseitig wahrgenommen. Es sieht immer nur der Beobachter, der von der Masse weiter entfernt ist, dass die Uhren in einem Bezugssystem, das sich näher an der Masse befindet, langsamer gehen. Nicht umgekehrt.

Besonders auffällig wird der Effekt der **gravitativen Zeitdilatation in der Nähe von Schwarzen Löchern**. Die Grafik zeigt, wie lang **eine Minute** in unterschiedlichen Abständen von einem kleinen **Schwarzen Loch mit Sonnenmasse** für einen außenstehenden Beobachter dauern würde:

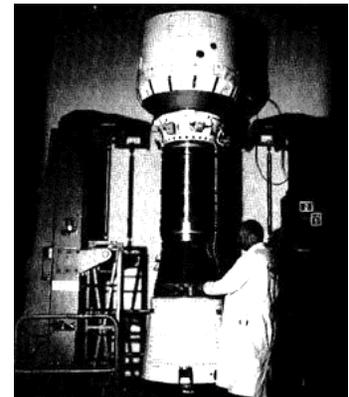
Aus der Sicht eines außenstehenden Beobachters würde die Uhr einer Person, die in ein Schwarzes Loch fällt, immer langsamer gehen (sie misst beispielsweise in 3 km Abstand vom Schwarzen Loch eine Minute, während die Uhr des außenstehenden Beobachters nur 7,5 Sekunden misst), bis sie schließlich am Ereignishorizont, also in der Entfernung, ab der die Raumzeitkrümmung so groß wird, dass das Licht das Schwarze Loch nicht mehr verlassen kann, stehen bleibt. Für die Person, die in das Schwarze Loch fällt, läuft die Uhr allerdings genauso schnell weiter, wie sie das gewohnt ist. (vgl. auch Kap. V, S. 244)



### Experimentelle Nachweise der gravitativen Zeitdilatation:

Auf der Erde konnte nachgewiesen werden, dass Atomuhren auf hohen Bergen oder in hochfliegenden Flugzeugen geringfügig schneller gehen, als im Flachland.

Um den Zusammenhang zwischen gravitativer Zeitdilatation und Abstand vom Erdmittelpunkt effektiv zu erforschen, war es nötig, Experimente im Weltraum durchzuführen. Die gravitative Zeitdilatation wurde unter anderem im Rahmen eines NASA-Experiments mit einer Genauigkeit von 0,01% bestätigt: Bei dem Weltraumexperiment **Gravity Probe A** (Bild rechts) wurde 1976 eine Atomuhr mit einer Rakete auf eine Parabelbahn mit einer Scheitelhöhe von 10 000 km geschossen. Während der etwa zweistündigen Flugzeit wurde die Zeit der fliegenden Atomuhr ständig mit der Zeit einer vor dem Flug synchronisierten Atomuhr auf der Erde verglichen.



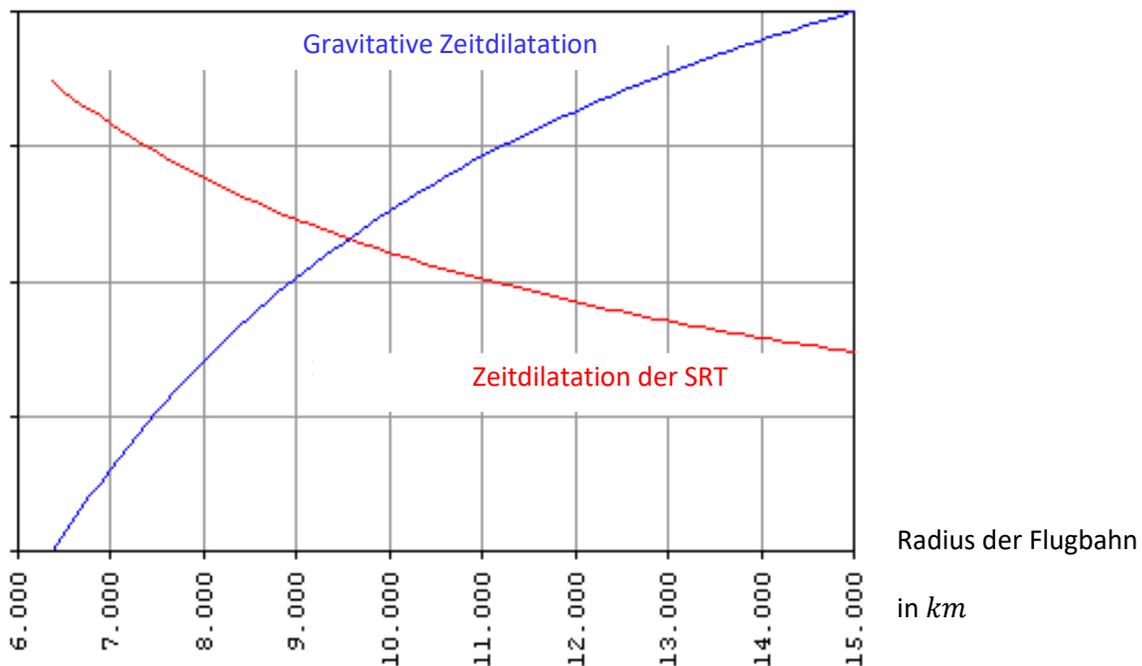
Heute können so genaue Atomuhren gebaut werden, dass es möglich ist, die gravitative Zeitdilatation mit einer Genauigkeit von 0,0001% zu überprüfen.

## Auswirkungen der relativistischen Zeitdilatationen auf die Satellitennavigation:

Satellitennavigation basiert auf Laufzeitmessungen von Signalen zwischen GPS-Satelliten (Bild) und GPS-Empfängern. Eine möglichst genaue Zeitmessung ist die Voraussetzung für eine gute Positionsbestimmung. GPS-Satelliten führen deshalb Atomuhren mit.



Sowohl die Zeitdilatation der SRT als auch die gravitative Zeitdilatation beeinflussen die Frequenz dieser Atomuhren: Aufgrund der Bahngeschwindigkeit der Satelliten gehen die Atomuhren etwas zu langsam. Die große Flughöhe der Satelliten bewirkt jedoch, dass die Atomuhren zu schnell gehen.



In geringen Flughöhen überwiegt die Zeitdilatation der SRT (rote Kurve). Mit zunehmender Höhe gewinnt der ART-Effekt (blaue Kurve) an Bedeutung. Bei einer für GPS-Satelliten typischen Flughöhe von ca. 20 000 km dominiert die Zeitdilatation der ART.

Im Vergleich zu einer Atomuhr auf der Erde geht eine Atomuhr in einem GPS-Satelliten wegen der Zeitdilatationseffekte aus STR und ART pro Tag um etwa 40 Mikrosekunden zu schnell. Um diesen Effekt auszugleichen, werden die **Atomuhren der Satelliten künstlich verlangsamt**.

## Die Gravitationsrotverschiebung:

Licht ist eine elektromagnetische Welle mit der Schwingungsdauer  $T$ . Entsprechend der gravitativen Zeitdilatation wird die Schwingungsdauer  $T$  in der Nähe von Massen gedehnt. Damit nimmt auch die Wellenlänge  $\lambda = c \cdot T$  zu. Es tritt eine **Rotverschiebung** auf.

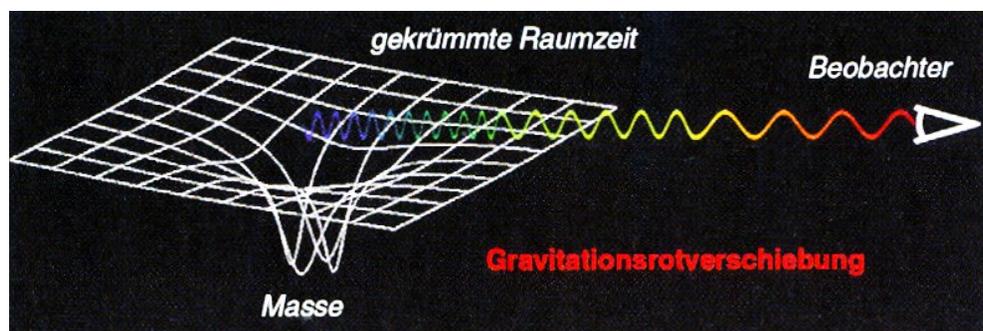
Mit der Rotverschiebung in der Nähe von Massen ist eine **Intensitätsabnahme** verbunden.

**Intensitätsabnahme** und **Rotverschiebung** bezeichnet man zusammen als **Gravitationsrotverschiebung**.

Beide Phänomene sind in der Nähe eines Schwarzen Lochs besonders stark ausgeprägt. Sie bewirken letztlich die **Schwärze eines Schwarzen Lochs**. (Vgl. Kap. V, S. 244)

Auch die **Temperaturfluktuationen in der kosmischen Hintergrundstrahlung** sind auf gravitative Rot- und Blauverschiebungen zurückzuführen. (Vgl. Kap. VII, S. 339f)

Die Gravitationsrotverschiebung wird anschaulich auch als **Energieverlust des Lichts beim Aufsteigen aus einer Delle der Raumzeit** interpretiert. Mit dem Energieverlust ist nach  $E = h \cdot \frac{c}{\lambda}$  eine Vergrößerung der Wellenlänge  $\lambda$  verbunden.



Wie relativistische Zeitdilatation und relativistische Längenkontraktion in der SRT auseinander hergeleitet werden können, ist in der ART die Gravitationsrotverschiebung eine unmittelbare Konsequenz der gravitativen Zeitdilatation.

Insbesondere dienen Experimente zur Überprüfung der gravitativen Zeitdilatation auch der Überprüfung der Gravitationsrotverschiebung.

Die Gravitationsrotverschiebung wurde aber auch in den Spektren von Sternen direkt beobachtet.

**1925** gelang es dem amerikanischen Astronomen **Walter Adams**, die Gravitationsrotverschiebung im Spektrum des **Weißes Zwergs Sirius B** nachzuweisen. Weiße Zwerge sind kompakte Gebilde mit einer hohen Massendichte. Sie sind etwa so schwer, wie die Sonne aber nur so groß wie die Erde (vgl. Kap. V, S. 239). Deshalb ist die Gravitationsrotverschiebung im Spektrum eines Weißes Zwergs deutlicher zu erkennen als beispielsweise im Sonnenspektrum.

In den **1960er und 1970er Jahren** konnte auch im **Sonnenspektrum** die Gravitationsrotverschiebung experimentell bestätigt werden.

## Die Einsteinsche Feldgleichung:

Die Allgemeine Relativitätstheorie lässt sich mathematisch in einer einzigen Gleichung zusammenfassen: In der **Einsteinschen Feldgleichung**. Sie ist eine Art Universal-Formel, in der alles enthalten ist, was mit Gravitation zusammenhängt: Die Schwerkraft, die Dynamik des Universums, Schwarze Löcher und sogar die Entwicklung des Universums.

Bei der Einsteinschen Feldgleichung handelt es sich um eine Differentialgleichung für Tensoren. Sie hat die Form

$$G_{\mu\nu} = \kappa \cdot T_{\mu\nu}$$

Die **Krümmung der Raumzeit** und damit die geometrische Struktur der Raumzeit wird durch den **Einstein-tensor**  $G_{\mu\nu}$  beschrieben. Der **Energie-Impuls-Tensor**  $T_{\mu\nu}$  beschreibt die Verteilung von Masse und Energie in der Raumzeit.

Der Proportionalitätsfaktor  $\kappa = \frac{8\pi G}{c^4}$  heißt **Einsteinsche Gravitationskonstante** oder kurz „**Einsteinkonstante**“.

**Die Einsteinsche Feldgleichung beschreibt, wie sich die geometrische Struktur der Raumzeit und die Verteilung von Materie und Energie in der Raumzeit gegenseitig beeinflussen.**

## Lösungen der Einsteinschen Feldgleichung:

Die Einsteinsche Feldgleichung sieht auf den ersten Blick sehr einfach aus. Tatsächlich handelt es sich aber um ein System von 16 gekoppelten partiellen Differentialgleichungen, deren Lösung mathematische Kenntnisse erfordern, die die Schulmathematik bei weitem übersteigen.

Die Feldgleichung selbst beschreibt die Bewegung eines Körpers in der Nähe von Massen nicht. Das leisten erst Lösungen der Feldgleichung, die für Randbedingungen wie die Art der Gravitationsquelle und der Symmetrie des Problems gefunden werden müssen.

Die Lösungen der Einsteinschen Feldgleichung sind Funktionen, die spezielle Raumzeiten mit unterschiedlichem Krümmungsverhalten beschreiben. Man nennt diese Funktionen **Metriken**.

Abgesehen von wenigen einfachen Spezialfällen kann man nur mit numerischen Verfahren Lösungen der Einsteinschen Feldgleichung finden. Dabei werden mit dem Computer Funktionen entworfen und so lange optimiert, bis sie die Feldgleichung näherungsweise möglichst gut erfüllen. Die Einsteinsche Feldgleichung ist nicht vollständig lösbar; es können immer beliebig viele neue Lösungsfunktionen gefunden werden.

---

## Was ist eine Differentialgleichung und wie findet man Lösungen?

Grundsätzlich ist eine Differentialgleichung eine Gleichung, die Ableitungen unterschiedlichen Grades einer Funktion enthält.

Als einfaches Beispiel betrachten wir folgende Differentialgleichung eines von der Zeit  $t$  abhängigen Weges  $s(t)$ :

$$\frac{d^2}{dt^2} s(t) + s(t) = 0$$

Dabei ist  $\frac{d^2}{dt^2} s(t)$  die zweite Ableitung der Funktion  $s(t)$  nach der Zeit.

**Lösungen** sind alle Funktionen  $s(t)$ , die die Differentialgleichung erfüllen.

Als Lösungen der Differentialgleichung können wir mehrere Beispiele angeben:

- $s(t) = \sin t$  denn:  $\frac{d}{dt} \sin t = \cos t \Rightarrow \frac{d^2}{dt^2} \sin t = -\sin t$  und  $-\sin t + \sin t = 0$
- $s(t) = \cos t$  denn:  $\frac{d}{dt} \cos t = -\sin t \Rightarrow \frac{d^2}{dt^2} \cos t = -\cos t$  und  $-\cos t + \cos t = 0$

oder die komplexwertige Funktion  $s(t) = e^{it}$  mit der durch  $i^2 = -1$  definierten „imaginären Einheit“  $i$ :

- $s(t) = e^{it}$  denn:  $\frac{d}{dt} e^{it} = i \cdot e^{it} \Rightarrow \frac{d^2}{dt^2} e^{it} = i^2 \cdot e^{it} = (-1) \cdot e^{it}$  und  $-e^{it} + e^{it} = 0$
- 

## Die Bedeutung der Einsteinschen Feldgleichung für die Kosmologie:

Von den vier fundamentalen Wechselwirkungen Gravitation, elektromagnetische Wechselwirkung, starke Wechselwirkung und schwache Wechselwirkung (vgl. Kap. IX, S. 486ff) waren 1915, als Einstein die Feldgleichung formulierte, die starke und die schwache Wechselwirkung noch nicht bekannt. Wegen ihrer kurzen Reichweiten spielen diese Wechselwirkungen für die Beschreibung der geometrischen Struktur des Universums aber keine Rolle. Die elektromagnetische Wechselwirkung ist grundlegend für das Verständnis von Strahlungsphänomenen. Sie spielt also eine wichtige Rolle, wenn es um die Entstehung und Ausbreitung von Strahlung oder um Beobachtungsmethoden in der Kosmologie geht. Wir gehen aber davon aus, dass es im Universum keine großräumigen Ladungsunterschiede gibt und dass kosmologische Objekte wie Sterne oder Galaxien elektrisch neutral sind. Deshalb sollten auch elektromagnetische Kräfte keinen Einfluss auf die geometrische Struktur des Universums haben. Als für die in der Kosmologie betrachteten großräumigen Strukturen maßgebliche Wechselwirkung bleibt nur die Gravitation. Gravitationseffekte werden aber durch die Einsteinsche Feldgleichung beschrieben.

## Wichtige Beispiele für Lösungen der Feldgleichung:

Bereits **1916** fand der Astrophysiker **Karl Schwarzschild** eine Lösung der Einsteinschen Feldgleichung.

Die erste als **Schwarzschild-Metrik** bekannte Lösung beschreibt die **Raumzeit des kugelsymmetrischen Gravitationsfeldes einer punktförmigen Masse**, die vom Vakuum umgeben ist. Sie lässt sich näherungsweise auf ein **nicht rotierendes Schwarzes Loch** anwenden.

Die Schwarzschild-Metrik enthält **nur die Masse als Parameter**.

Mit dieser Lösung der Einsteinschen Feldgleichung schuf Karl Schwarzschild 1916 die **Grundlage für die Vorhersage Schwarzer Löcher**.

Auch **Erde, Sonne** und **Sterne** lassen sich näherungsweise durch die Schwarzschild-Metrik beschreiben.



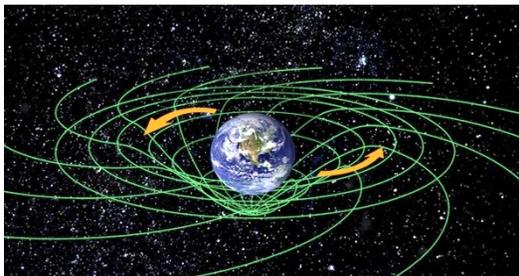
**Roy Kerr** fand **1963** eine Lösung der Einsteinschen Feldgleichung, die die **Raumzeit eines rotierenden Massenpunktes** beschreibt: Die **Kerr-Metrik**. Sie lässt sich näherungsweise auf **rotierende Schwarze Löcher** anwenden.



Die Kerr-Metrik enthält neben der **Masse** zusätzlich den **Drehimpuls als Parameter**. Die Achsensymmetrie der rotierenden Zentralmasse führt zu einer **Achsensymmetrie in der Raumzeit**.

**Verschwindet die Rotation des Massenpunktes, so geht die Kerr-Metrik in die Schwarzschild-Metrik über.**

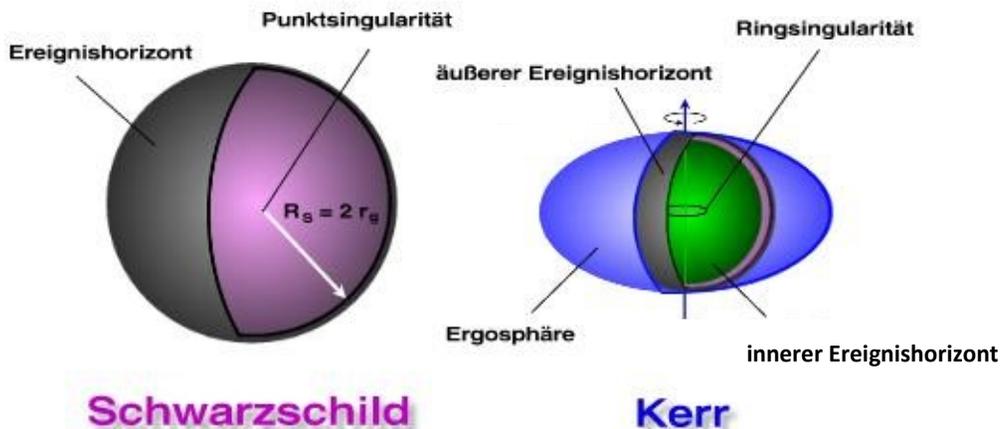
Die Raumzeit verdrillt sich in der Umgebung einer rotierenden Masse. Geodäten und Nullgeodäten winden sich spiralförmig um die Zentralmasse.



Der Effekt des Mitschleppens der Raumzeit wird nach den österreichischen Physikern Josef Lense und Hans Thirring **Lense-Thirring-Effekt** genannt.

Er wurde 1998 mithilfe der **LAGEOS-Satelliten** und 2009 mit dem **Gravity Probe B-Satelliten** experimentell nachgewiesen.

Mit der Annäherung an das Schwarze Loch nimmt die Verdrillung der Raumzeit stark und räumlich inhomogen zu. In größeren Abständen vom Massezentrum verschwindet sie nahezu.



In der Abbildung ist links die Schwarzschild-Metrik für ein statisches Schwarzes Loch und rechts die Kerr-Metrik für ein rotierendes Schwarzes Loch dargestellt.

Der **Ereignishorizont** markiert den Abstand der Singularität, ab dem das Licht das Schwarze Loch nicht mehr verlassen kann. Die Kerr-Metrik hat zwei Ereignishorizonte mit einer dazwischenliegenden „Ergosphäre“. Der äußere Ereignishorizont gibt, wie bei der Schwarzschild-Metrik, den Abstand von der Singularität an, ab dem das Licht nicht mehr entweichen kann. In der **Ergosphäre** müssen jeder Körper und auch das Licht mit dem Schwarzen Loch mitrotieren. Der innere Ereignishorizont beschreibt eine Eigenschaft der Kerr-Metrik als mathematische Funktion, hat aber keine physikalische Bedeutung.

Die **Singularität** als Unendlichkeitsstelle der Metrik als Funktion ist bei der Schwarzschild-Metrik punktförmig und bei der Kerr-Metrik ringförmig.

Auch die **Raumzeit des Universums** als Ganzes wird als Lösung der Einsteinschen Feldgleichung beschrieben. Dabei führen unterschiedliche Lösungen zu verschiedenen Vorhersagen für die zukünftige Entwicklung des Universums.

In Kapitel VII „Ursprung und Entwicklung des Universums“, S. 348ff, befassen wir uns mit diesem Thema.

### Die Kosmologische Konstante $\Lambda$ :

In der ursprünglichen Form der Einsteinschen Feldgleichung  $G_{\mu\nu} = \kappa \cdot T_{\mu\nu}$  hat der Einsteintensor die Form

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \cdot g_{\mu\nu} \cdot R$$

Dabei sind  $R_{\mu\nu}$  der **Ricci-Tensor**,  $g_{\mu\nu}$  ist der **metrische Tensor** und  $R$  das **Krümmungsskalar**.

Bei dieser Definition des Einsteintensors lässt die Einsteinsche Feldgleichung als Raumzeiten des Universums Lösungen zu, bei denen das Universum kollabiert oder expandiert. Einstein war allerdings fest davon überzeugt, dass das **Universum statisch** sei, also seine Größe nicht im Laufe der Zeit verändert.

Dass Einstein von einem statischen Universum ausging lässt sich gut nachvollziehen, wenn man von den damals möglichen Beobachtungen ausgeht: Einstein verstand die Physik und insbesondere die **Kosmologie als Erfahrungswissenschaft**. Das heißt, er bezog sich bei der Entwicklung von Theorien auf Beobachtungen und experimentelle Daten. Am Anfang des 20. Jahrhunderts galten lediglich zwei astronomische Beobachtungsbefunde als gesichert:

- Das Universum besteht aus Sternen.
- Die Relativgeschwindigkeit der Sterne zueinander ist sehr viel kleiner als die Lichtgeschwindigkeit.

Einstein ging zudem davon aus, die die Relativgeschwindigkeiten der Sterne hinsichtlich Betrag und Richtung zufällig verteilt seien.

Ein statisches Universum erfüllt diese Grundannahmen.

Um ein statisches Universum auch mathematisch zu gewährleisten, fügte Einstein in seine Feldgleichung eine sogenannte **Kosmologische Konstante  $\Lambda$**  ein, die antigravitativ wirkt.

Der Einsteintensor erhielt nun die Form

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} \cdot g_{\mu\nu} \cdot R + \Lambda \cdot g_{\mu\nu}$$

Durch geschicktes Austarieren von Gravitation und Antigravitation kann so eine Lösung der Einsteinschen Feldgleichung gefunden werden, bei der das Universums sich weder ausdehnt noch kollabiert.

Diese Lösung ist ein **räumlich endliches aber unbegrenztes Universum**. Auf zwei Dimensionen reduziert kann man sich dieses Universum als Kugeloberfläche vorstellen: Eine Kugelfläche ist räumlich begrenzt, weil die Kugel einen festen Radius besitzt, aber unendlich, weil man sich auf einer Kugeloberfläche unendlich weit bewegen kann, ohne an eine Grenze zu stoßen (vgl. auch Kap. VII, S. 351). Einsteins **Kosmologische Konstante**  $\Lambda = R^2 = \frac{4\pi G}{c^2} \cdot \rho$  ist über den konstanten „Weltradius“  $R$ , im zweidimensionalen Modell den Radius der Kugelfläche, definiert. Sie legt insbesondere die Dichte  $\rho$  des Universums als räumlich und zeitlich konstant fest. Ein Universum mit fester Ausdehnung und Dichte ist unveränderlich. Es hat keinen Anfang und kein Ende.

Als Edwin Hubble 1929 beobachtete, dass sich alle weit entfernten Galaxien von uns entfernen, hielt Einstein nicht länger am statischen Universum fest und bezeichnete die Einführung der Kosmologischen Konstante als seine „größte Eselei“. (Vgl. Kap. VI, S. 306)

Man weiß inzwischen, dass sich das Universum beschleunigt ausdehnt. Die Ursache dieser **beschleunigten Expansion der Raumzeit** kennt man noch nicht. Jedenfalls muss die Raumzeit eine ungeheure Energie besitzen, die der Gravitation entgegenwirkt. Diese geheimnisvolle Energie bezeichnet man als **Dunkle Energie**. Eine Möglichkeit, die Dunkle Energie mathematisch zu beschreiben, ist es, eine Kosmologische Konstante in die Einsteinsche Feldgleichung einzufügen. Die Kosmologische Konstante beschreibt dabei die konstante Energiedichte der Dunklen Energie. (Vgl. Kap. VI, S. 321f)

## Die Quantengravitation:

Die Physik des 20. Jahrhunderts ist geprägt von zwei sehr erfolgreichen Theorien:

Die **Allgemeine Relativitätstheorie** beschreibt den **Makrokosmos**. Sie erklärt Entwicklung des Universums.

Der **Mikrokosmos** wird durch die **Quantentheorie (Quantenmechanik und Quantenfeldtheorie)** beschrieben.

Die Aussagen der Urknalltheorie über die Entstehung des Universums beruhen auf der Extrapolation der Entwicklung und insbesondere der Expansion des Universums zurück in die Vergangenheit zu immer kleineren Zeiten. Das Universum ist aus einem unvorstellbar kleinen Volumen ungeheurer Energiedichte entstanden (vgl. Kap. VII, S. 334).

Diese Extrapolation führt zu einem fließenden **Übergang vom Makrokosmos in den Mikrokosmos**.

Damit sollte ein kontinuierlicher Übergang von der ART in die Quantentheorie verbunden sein.

Wenn die ART auf den Mikrokosmos angewendet wird, liefert sie aber Ergebnisse, die um viele Größenordnungen von denen der Quantentheorie abweichen.

Singularitäten der Raumzeit, wie sie beim Urknall oder im Inneren von Schwarzen Löchern auftreten, sind in der Allgemeinen Relativitätstheorie physikalisch nicht beschreibbare Löcher in der Raumzeit und damit in der Theorie.

Dass Lösungen der Einsteinschen Feldgleichung im Allgemeinen Singularitäten enthalten, zeigt, dass die Allgemeine Relativitätstheorie eine unvollständige Theorie ist. Dies erscheint physikalisch unbefriedigend und deutet darauf hin, dass man vermutlich die Quantentheorie mit einbeziehen muss, um eine in sich schlüssige und lückenlose Beschreibung der Gravitation zu erhalten.

Einstein selbst schrieb bereits 1916: „*Gleichwohl müssten die Atome zufolge der inneratomischen Elektronenbewegung nicht nur elektromagnetische, sondern auch Gravitationsenergie ausstrahlen, wenn auch in winzigem Betrage. Da dies in Wahrheit in der Natur nicht zutreffen dürfte, so scheint es, dass die Quantentheorie nicht nur die [ ... ] Elektrodynamik, sondern auch die neue Gravitationstheorie wird modifizieren müssen.*“

Die Quantentheorie bietet aus ihren Grundprinzipien „Unbestimmtheit“ und „Quantisierung“ resultierende Alternativen zu den Singularitäten. (Vgl. Kap. VII, S. 343)

Ein bisher **ungelöstes Problem** stellt allerdings die **quantenphysikalische Beschreibung des Universums und der Entstehung des Universums** dar.

Für die Beschreibung eines Quantensystems sind - zumindest in der Standard-Quantentheorie - Messgeräte nötig, die außerhalb des Quantensystems liegen. Ein „Außerhalb des Universums“ gibt es aber definitionsgemäß nicht, weil das Universum selbst die Raumzeit bildet. Deshalb ist es prinzipiell nicht möglich, Messgeräte außerhalb des Universums zu installieren.

**Allgemeine Relativitätstheorie und Quantentheorie erscheinen nach bisherigem Wissensstand unvereinbar!**

Es gibt somit keinen Grund, anzunehmen, dass der wissenschaftliche Fortschritt mit Relativitätstheorie und Quantentheorie abgeschlossen sei.

Eine der großen Herausforderungen des 21. Jahrhunderts ist die Suche nach einer **Quantengravitationstheorie**, die Allgemeine Relativitätstheorie und Quantentheorie vereinigt. Eine zentrale Aufgabe bei der Entwicklung einer Quantengravitationstheorie ist die Quantisierung von Gravitationsfeldern bzw. die Suche nach dem hypothetischen Austauschteilchen der Gravitationskraft, dem **Graviton**.

## Aufgaben zu Kapitel VIII Relativitätstheorie:

### Aufgabe 1: Reise zu unserem nächsten Fixstern $\alpha$ -Centauri

Das unserer Sonne nächstgelegene Sternensystem ist der Doppelstern  $\alpha$ -Centauri in einer Entfernung  $r_{EC} \approx 4,3 \text{ Lj}$ . Gehe bei den folgenden Überlegungen davon aus, dass Erde und  $\alpha$ -Centauri sich weder einander annähern noch sich voneinander entfernen!

- 1) Gib die Entfernung zu  $\alpha$ -Centauri als Vielfaches der Entfernung  $r_{ES}$  zwischen Erde und Sonne, sowie in Kilometern an!
- 2) Von der Erde werde ein Raumschiff mit der Geschwindigkeit  $v = 0,8 \cdot c$  auf die Reise zu  $\alpha$ -Centauri geschickt. Wie lange wird diese Reise dauern, wenn sie von einem Erdbewohner beurteilt wird?
- 3) Um wie viele Jahre werden die Astronauten bei dieser Reise altern, wenn ein auf der Erde ruhender Beobachter dies von der Borduhr der Astronauten aus beurteilt?

#### Lösung:

$$\text{zu 1) } r_{EC} = c \cdot \Delta t_L \approx 4,07 \cdot 10^{13} \text{ km}; \quad \frac{r_{EC}}{r_{ES}} \approx 2,7 \cdot 10^5$$

$$\text{zu 2) } \Delta t_{Rak} = \frac{r_{EC}}{v} = \frac{4,07 \cdot 10^{16} \text{ m}}{0,8 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 5,4 \text{ a}$$

$$\text{zu 3) } \Delta t'_{Rak} = \frac{1}{\gamma} \cdot \Delta t_{Rak} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \Delta t_{Rak} \approx 3,2 \text{ a}$$

### Aufgabe 2: Bewegte Maßstäbe

- 1) Mit welcher Geschwindigkeit  $v$  müssen sich zwei Inertialsysteme A und B gegeneinander bewegen, damit ein im System A ruhender Stab von der Länge  $450 \text{ m}$  vom System B aus beurteilt die Länge  $360 \text{ m}$  besitzt?
- 2) Wie lange dauert das Vorüberziehen des Stabs, vom System B aus beurteilt?
- 3) Ein Ende des Stabs befinde sich im Ursprung des Systems A, das andere bei  $x_A = 450 \text{ m}$ . Skizziere in geeignetem Maßstab das  $t_B$ - $x_B$ -Diagramm mit den Weltlinien der beiden Enden des Stabs.

#### Lösung:

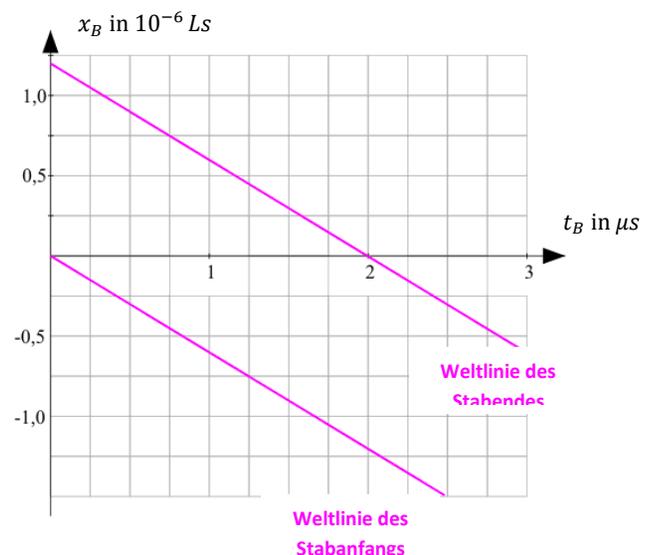
$$\text{zu 1) } l_B = \frac{l_A}{\gamma} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot l_A$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{1 - \frac{l_B^2}{l_A^2}} \cdot c \approx 0,60 \cdot c$$

$$\text{zu 2) } \Delta t_B = \frac{l_B}{v} \approx 2,0 \mu\text{s}$$

$$\text{zu 3) } l_B = 360 \text{ m} = \frac{360}{3,0 \cdot 10^8} \text{ Ls} \approx 1,2 \cdot 10^{-6} \text{ Ls};$$

$$v = 0,60 \cdot c \Rightarrow \tan \alpha = 0,60 \Rightarrow \alpha \approx 31^\circ$$



### Aufgabe 3: Extreme Rotverschiebung

Am GSI in Darmstadt werden  ${}^7\text{Li}^+$ -Ionen beschleunigt und sowohl in als auch entgegen ihrer Bewegungsrichtung mit Laserlicht bestrahlt. Ein Ion sieht das in Flugrichtung eingestrahlte Laserlicht mit der Rotverschiebung  $z = 10,8$ .

- 1) Berechne die Geschwindigkeit des  ${}^7\text{Li}^+$ -Ions!
- 2) Bei welcher Wellenlänge und in welchem Wellenlängenbereich würde die  $H_\alpha$ -Linie ( $\lambda_0 = 656,3 \text{ nm}$ ) von dem  ${}^7\text{Li}^+$ -Ion wahrgenommen?

#### Lösung:

zu 1)  $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} - 1 \Rightarrow \sqrt{c+v} = (z+1) \cdot \sqrt{c-v} \Rightarrow c+v = 11,8^2 \cdot (c-v)$   
 $\Rightarrow 140,24 \cdot v = 138,24 \cdot c \Rightarrow v = \frac{138,24}{140,24} \cdot c \approx 98,6\% \cdot c$

zu 2)  $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \Rightarrow \Delta\lambda = z \cdot \lambda_0 = 10,8 \cdot 656,3 \text{ nm} = 7,088 \mu\text{m}$   
Die  $H_\alpha$ -Linie würde im Infrarotbereich beobachtet.

### Aufgabe 4: Kosmische Myonen

Beim Eindringen der aus dem All kommenden Strahlung (primäre Höhenstrahlung) entstehen durch Wechselwirkung mit der Erdatmosphäre eine Reihe von Teilchen (sekundäre Höhenstrahlung). Beispiele für Teilchen der sekundären Höhenstrahlung sind die instabilen Myonen. Ruhende Myonen zerfallen mit einer Halbwertszeit von  $1,52 \cdot 10^{-6} \text{ s}$ .

- 1) In 2,0 km Höhe sollen sich  $1,0 \cdot 10^4$  Myonen mit der Geschwindigkeit von  $0,99 \cdot c$  in Richtung Erdoberfläche bewegen. Schätze ab, wie viele Myonen nach klassischer Rechnung auf der Erdoberfläche zu erwarten sind!
- 2) Tatsächlich erreichen durchschnittlich  $N' = 6,49 \cdot 10^3$  dieser Myonen die Erdoberfläche. Erläutere den Widerspruch zum Ergebnis von Teilaufgabe 1) und weise die Richtigkeit des angegebenen Wertes für  $N'$  durch Berechnung nach!

#### Lösung:

- zu 1) Zeitdauer, die die Myonen aus Sicht des auf der Erde ruhenden Beobachters unterwegs sind:

$$\Delta t = \frac{h}{v} = \frac{2,0 \cdot 10^3 \text{ m}}{0,99 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 6,73 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Nach klassischer Rechnung würden nach dieser Zeit  $N = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t}{T_{1/2}}} \approx 4,64 \cdot 10^2$  Myonen auf der Erdoberfläche ankommen.

- zu 2) Wegen der relativistischen Zeitdilatation gehen aus Sicht des auf der Erde ruhenden Beobachters die Uhren der Myonen langsamer. Deshalb verkürzt sich aus Sicht des auf der Erde ruhenden Beobachters die benötigte Flugzeit der Myonen auf

$$\Delta t_B = \frac{1}{\gamma} \cdot \Delta t = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \Delta t = \sqrt{1 - 0,99^2} \cdot 6,73 \cdot 10^{-6} \text{ s} \approx 9,49 \cdot 10^{-7} \text{ s}$$

$$\Rightarrow N' = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{\Delta t_B}{T_{1/2}}} \approx 6,49 \cdot 10^3$$

## Aufgabe 5: Das Zwillingsparadoxon

Auf einer Weltraumreise fährt Astronaut Max mit der Geschwindigkeit  $0,60 \cdot c$  in Bezug zur Erde, wo sein Zwillingsbruder Sepp zurückbleibt. Für den Hinweg braucht Max nach seiner Uhr 4,0 Jahre. Anschließend fährt er wieder zur Erde mit dem gleichen Geschwindigkeitsbetrag zurück.

- 1) Wie lange dauert die gesamte Reise (Hin- und Rückweg) vom Erdbewohner Sepp aus betrachtet?
- 2) Welche Entfernung von der Erde misst Sepp für Max's Umkehrpunkt?
- 3) Zeichne das Weg-Zeit-Diagramm einschließlich der Lichtlinien für die jährlichen Neujahrs-Signale.
- 4) Bestimme graphisch und rechnerisch die Zeitabstände zwischen den Neujahrssignalen beim Hin- bzw. Rückweg.
- 5) Unter dem „Zwillingsparadoxon“ versteht man den scheinbaren Widerspruch, der sich ergibt, wenn man die Bezugssysteme von Sepp und Max vertauscht: Aus der Sicht von Sepp vergeht die Zeit für Max während der Reise langsamer. Also müsst Max bei seiner Rückkehr jünger sein als sein Zwillingsbruder Sepp. Aus der Sicht von Max entfernt sich Sepp mit der Erde und kehrt dann zum Raumschiff zurück. Demnach vergeht aus der Sicht von Sepp auch für Max die Zeit langsamer. Auch Sepp kann also erwarten, dass Max der Jüngere der beiden ist, wenn sie sich wieder treffen. Warum ist dieser Schluss nicht zulässig?

### Lösung:

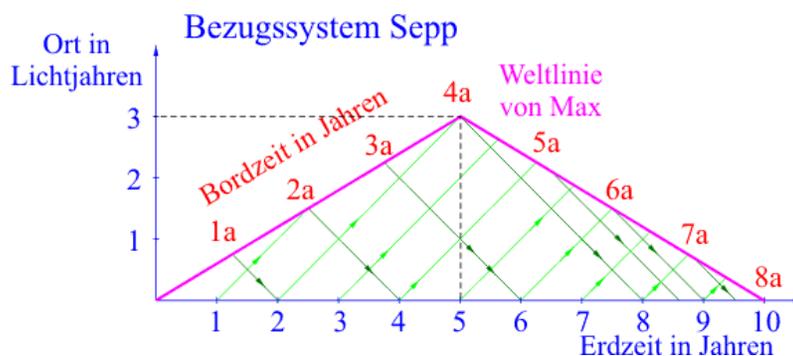
zu 1) Für den Astronauten Max dauert die Reise im bewegten Bezugssystem  $\Delta t_B = 8,0 a$

Unter Berücksichtigung der relativistischen Zeitdilatation  $\Delta t_B = \frac{1}{\gamma} \cdot \Delta t_A = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot \Delta t_A$  dauert die Reise aus der Sicht des auf der Erde ruhenden Bruders Sepp

$$\Delta t_A = \gamma \cdot \Delta t_B = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \Delta t_B = \frac{8 a}{\sqrt{1 - 0,60^2}} \approx 10 a$$

- zu 2) Max entfernt sich mit der Geschwindigkeit  $0,60 \cdot c$  und erreicht aus der Sicht von Sepp nach  $5,0 a$  seinen Umkehrpunkt.  
Damit ist der Umkehrpunkt aus der Sicht von Sepp  $\Delta x = v \cdot \Delta t = 0,6 \cdot c \cdot 5,0 a = 3,0 Lj$  entfernt.

zu 3)



**zu 4) graphische Lösung:**

Auf dem Hinflug erhält Astronaut Max nur alle zwei Jahre ein Signal von Sepp, auf dem Rückflug bekommt er die Signale halbjährlich.

Das Gleiche gilt für die Empfangssignale von Sepp. Max empfängt beim Hinflug nur zwei Signale, beim Rückflug dagegen sieben Signale. Insgesamt erhält er also neun Signale. Sepp empfängt beim Hinflug vier Signale, beim Rückflug dagegen nur drei Signale. Insgesamt erhält Sepp also sieben Signale. Zwei weniger als Max.

**rechnerische Lösung:**

Wegen des relativistischen Dopplereffekts gilt solange Max sich entfernt:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{c \cdot \Delta T}{c \cdot T} = \frac{\Delta T}{T} = \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} = \sqrt{\frac{1,6}{0,4}} = 2 \Rightarrow \Delta T = 2 \cdot T = 2 \text{ a}$$

Wenn Max wieder auf Sepp zu fliegt, gilt hingegen

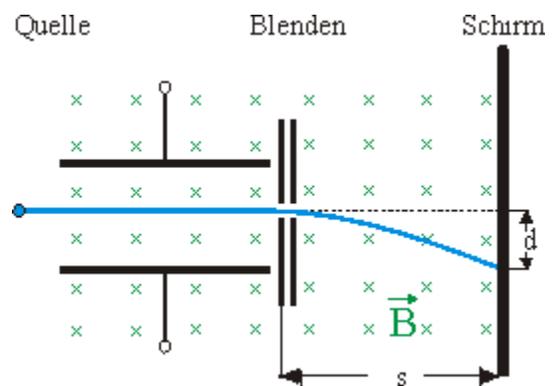
$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\Delta T}{T} = \sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = \sqrt{\frac{0,4}{1,6}} = 0,5 \Rightarrow \Delta T = 0,5 \cdot T = 0,5 \text{ a}$$

**zu 5)** Die Spezielle Relativitätstheorie gilt nur für Bezugssysteme, die sich relativ zueinander mit gleichbleibender Geschwindigkeit und ohne Richtungsänderung bewegen. Bei seiner Reise mit dem Raumschiff muss Max aber zumindest seine Bewegungsrichtung geändert haben. Sonst könnte er nicht zurückkehren. Das Relativitätsprinzip, das besagt, dass geeignete Bezugssysteme gleichberechtigt, also austauschbar sind, gilt hier also nicht!

**Aufgabe 6: Versuch von Bucherer**

Im Jahre 1909 konnte Bucherer die Geschwindigkeitsabhängigkeit der trägen Masse von Elektronen mit nebeneinander angeordneter Anordnung nachweisen. Als Elektronenquelle diente ein  $\beta^-$ -Strahler, der Elektronen mit unterschiedlicher Geschwindigkeit aussendet.

- 1) Erläutere, wie die eingezeichnete Bahn zustande kommt! Wie muss der Kondensator gepolt sein?
- 2) Berechne die Masse  $m$  der Elektronen in Abhängigkeit von der elektrischen Feldstärke  $E$  im Kondensator, der magnetischen Flussdichte  $B$ , dem Abstand  $s$  und der Ablenkung  $d$ . Verwende bei der Rechnung ohne Nachweis die Näherung  $s^2 \approx 2 \cdot r \cdot d$ , wobei  $r$  der Radius der Kreisbahn im Magnetfeld ist!



Für  $E = 8,0 \cdot 10^5 \frac{V}{m}$ ,  $B = 4,0 \text{ mT}$  und  $s = 5,0 \text{ cm}$  ergibt sich eine Ablenkung von  $d = 3,3 \text{ mm}$ .

- 3) Zeige, dass die Messung die Zunahme der trägen Masse nach der speziellen Relativitätstheorie bestätigt. Um wie viel Prozent vom wirklichen Messwert  $d$  würde die Ablenkung abweichen, wenn die Masse geschwindigkeitsunabhängig wäre?

### Lösung:

**zu 1)** Die Elektronen fliegen unabgelenkt durch den Kondensator, wenn sich die durch das Magnetfeld bedingte Lorentzkraft  $\vec{F}_L$  und die durch den Kondensator bedingte elektrische Kraft  $\vec{F}_{el}$  aufheben. Mit der Drei-Finger-Regel der linken Hand findet man, dass die Lorentzkraft nach unten zeigt. Damit die auf ein Elektron wirkende elektrische Kraft nach oben zeigt, muss die obere Platte des Kondensators positiv, die unter negativ geladen sein.

Nach dem Verlassen des Kondensators wirkt nur noch die Lorentzkraft  $\vec{F}_L$ . Unter deren Einfluss durchlaufen die Elektronen einen Teil einer Kreisbahn.

**zu 2)** Im Plattenkondensator gilt:  $F_{el} = F_m \Rightarrow e \cdot E = evB \Rightarrow v = \frac{E}{B}$   
Für die Kreisbahn der Elektronen im Magnetfeld gilt:

$$F_z = F_m \Rightarrow \frac{mv^2}{r} = evB \quad \text{mit } s^2 \approx 2 \cdot r \cdot d \quad \text{folgt: } \mathbf{m} = \frac{eB^2s^2}{2Ed}$$

**zu 3)** Im Experiment durchfliegen die Elektronen das Magnetfeld mit der Geschwindigkeit

$$v = \frac{E}{B} \approx 2,0 \cdot 10^8 \frac{m}{s} \approx 0,67 \cdot c$$

Bei dieser Geschwindigkeit besitzt ein Elektron die träge Masse

$$m = \gamma \cdot m_0 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}{\sqrt{1 - 0,67^2}} \approx 1,2 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

Im Experiment ergibt sich als Elektronenmasse ebenfalls

$$m = \frac{eB^2s^2}{2Ed} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (4,0 \cdot 10^{-3} \text{ T})^2 \cdot (5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{2 \cdot 8,0 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 3,3 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \approx 1,2 \cdot 10^{-30} \text{ kg}$$

Damit bestätigt das Experiment die relativistische Zunahme der Trägheit.

Ablenkung  $d'$  ohne relativistische Zunahme der Trägheit:

$$d' = \frac{eB^2s^2}{2Em_0} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (4,0 \cdot 10^{-3} \text{ T})^2 \cdot (5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m})^2}{2 \cdot 8,0 \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}} \approx 4,4 \text{ mm}$$

Prozentuale Abweichung von der gemessenen Ablenkung:

$$\frac{4,4 \text{ mm} - 3,3 \text{ mm}}{3,3 \text{ mm}} \approx 33\%$$

## Aufgabe 7: Relativistische Protonen

Protonen werden in einem elektrischen Feld beschleunigt.

- 1) Untersuche, von welcher Beschleunigungsspannung an man relativistisch rechnen muss, wenn man dies üblicherweise für  $v > 0,1 \cdot c$  tut!

Ein Proton habe die Gesamtenergie von  $3,00 \text{ GeV}$ .

- 2) Berechne seine Geschwindigkeit und die Anteile der Bewegungsenergie  $E_{kin}$  und der Ruheenergie  $E_0$  an der Gesamtenergie  $E$ !

Um Protonen von  $3,00 \text{ GeV}$  Gesamtenergie in einem Ringbeschleuniger auf einer Kreisbahn vom Umfang  $1,5 \text{ km}$  zu halten, benötigt man ein magnetisches Führungsfeld.

- 3) Berechne dessen Flussdichte!

### Lösung:

zu 1) Für den Grenzfall  $v = 0,1 \cdot c$  kann man nichtrelativistisch rechnen:

$$W_{Beschl} = E_{kin} \Rightarrow e \cdot U = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow U = \frac{m \cdot (0,1 \cdot c)^2}{2e} = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \left(0,1 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \approx 4,7 \text{ MV}$$

zu 2) Bei einer Gesamtenergie von  $E = \gamma \cdot E_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot E_0 = 3,00 \text{ GeV}$  hat ein Proton die Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}} \cdot c = \sqrt{1 - \frac{(938,27 \text{ MeV})^2}{(3,00 \cdot 10^3 \text{ MeV})^2}} \cdot c \approx 0,95 \cdot c$$

Wir müssen also relativistisch rechnen!

Anteil der kinetischen Energie an der Gesamtenergie:

$$E_{kin} = E - E_0 = 3,00 \cdot 10^3 \text{ MeV} - 938,27 \text{ MeV} = 2061,73 \text{ MeV}$$

$$\Rightarrow \frac{E_{kin}}{E} = \frac{2061,73 \text{ MeV}}{3,00 \cdot 10^3 \text{ MeV}} \approx 69\%$$

Anteil der Ruheenergie an der Gesamtenergie:

$$\frac{E_0}{E} = 100\% - \frac{E_{kin}}{E} \approx 31\% = \frac{1}{\gamma}$$

Für den Lorentzfaktor folgt:  $\gamma \approx \frac{1}{0,31} \approx 3,2$

zu 3) Die Lorentzkraft  $\vec{F}_m$  wirkt hier als Zentripetalkraft  $\vec{F}_Z$ :

$$F_Z = F_m \Rightarrow \frac{\gamma \cdot m_0 \cdot v^2}{r} = e v B$$

$$\Rightarrow B = \frac{\gamma \cdot m_0 \cdot v}{e r} = \frac{3,2 \cdot m_0 v}{e \cdot \frac{u}{2\pi}} = \frac{3,2 \cdot m_0 \cdot 0,95 \cdot c}{e \cdot \frac{u}{2\pi}} = \frac{3,2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot 0,95 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ m}}{2\pi}} \approx 40 \text{ mT}$$

### Quiz zur Speziellen Relativitätstheorie:

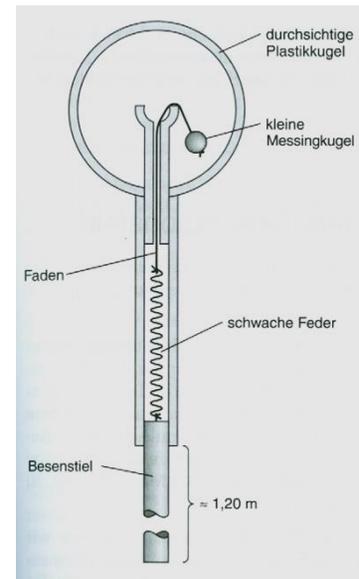
Auf der Internetseite „LEIFI-Physik“ findest Du unter „Spezielle Relativitätstheorie“ → „Aufgaben“ ein Quiz mit guten Fragen zur SRT.

### **Aufgabe 8: Äquivalenzprinzip**

Zu seinem 76. Geburtstag erhielt Einstein ein Geschenk, das zur Demonstration des Äquivalenzprinzips entwickelt worden war. Das Ziel ist es, die Kugel, die anfangs, wie in der Abbildung rechts zu sehen, herunterhängt, in die Schale zu befördern. Dazu soll eine zuverlässige Methode angewendet werden. Man darf die Anordnung also nicht planlos schütteln.

Wie muss man vorgehen?

Einstein freute sich übrigens sehr über dieses Geschenk und löste die Aufgabe sofort.



### **Lösung:**

Man lässt die Anordnung mit dem Stiel nach unten frei fallen. Die Kugel und den Rest der Anordnung betrachten wir getrennt voneinander: Sie erfahren beim freien Fall die gleiche Fallbeschleunigung.

Nach dem Äquivalenzprinzip führt dies zu einem Zustand der Schwerelosigkeit in der Glaskugel. Die auf die Messingkugel nach unten wirkende Gewichtskraft und die infolge der Fallbeschleunigung nach oben wirkende Trägheitskraft heben sich gegenseitig auf.

Weil während des freien Falls keine resultierende Kraft nach unten auf die Messingkugel wirkt, reicht die Federkraft der schwachen Feder aus, um die Messingkugel in die Mulde zu ziehen.

### **Aufgabe 9: Lichtablenkung an der Erde**

Wie stark wird ein Lichtstrahl an der Erdoberfläche durch die Masse der Erde gekrümmt? Berechne die Ablenkung eines in waagrechter Richtung ausgesandten Laserstrahls nach einer Strecke von 1,0 km!

### **Lösung:**

Um die Gravitationswirkung auf den Laserstrahl zu finden, führen wir das Gedankenexperiment in einem Raumschiff aus, das sich im gravitationsfreien Raum befindet und das mit der Beschleunigung  $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$  nach oben beschleunigt wird. Senkrecht zur Richtung der Beschleunigung soll sich der Laserstrahl im Raumschiff auf einer 1,0 km langen Strecke ausbreiten können.

Für die 1,0 km lange Strecke benötigt der Laserstrahl die Zeit

$$\Delta t = \frac{1,0 \text{ km}}{c} = \frac{1,0 \cdot 10^3 \text{ m}}{3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,3 \cdot 10^{-5} \text{ s}$$

In dieser Zeit wird das Raumschiff senkrecht zum Laserstrahl mit  $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$  beschleunigt. Der Laserstrahl wird aus Sicht eines Beobachters im Raumschiff mit  $g = 9,81 \frac{m}{s^2}$  auf einer Parabelbahn zum Boden des Raumschiffs hin beschleunigt.

Daraus ergibt sich die Lichtablenkung

$$\Delta s = \frac{1}{2} \cdot g(\Delta t)^2 = \frac{1}{2} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (0,3 \cdot 10^{-5} \text{ s})^2 \approx 4,4 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

Nach dem **Äquivalenzprinzip** dürfen wir die berechnete Krümmung des Lichtwegs auf ein ruhendes Labor auf der Erdoberfläche übertragen, das ausschließlich der Gravitationswirkung der Erde ausgesetzt ist.

Durch die Gravitationswirkung der Erde wird ein Lichtstrahl auf der Erdoberfläche also auf einer 1,0 km langen Strecke um 44 pm abgelenkt.

## Quellen und weiterführende Literatur:

Paul A. Tipler, Moderne Physik, Oldenbourg-Verlag, 2. Auflage  
Müller, Leitner, Dilg, Mráz: Physik Leistungskurs 2. Semester, Oldenbourg-Verlag, 1990  
Hammer, Knauth, Kühnel: Physik Leistungskurs Spezielle Relativitätstheorie, Oldenbourg-Verlag, 1981  
Sexl, Schmidt: Kolleg-Text Relativitätstheorie, Vieweg-Verlag, 1978  
Wünschmann (Hrsg.):  $E = mc^2$  Eine Formel verändert die Welt, Studien-Verlag Wünschmann, 2007  
Andreas Müller: Raum und Zeit, Springer-Verlag, 2013  
Andreas Müller: Schwarze Löcher, Spektrum – Akademischer Verlag, 2010  
Uwe Schröter: Allgemeine Relativitätstheorie mit Mitteln der Schulmathematik in  
Lotze, Schneider (Hrsg.): Wege der Physikdidaktik Band 5, Naturphänomene und Astronomie, 2002, Verlag Palm & Enke  
Konrad Kleinknecht: Danke für dieses Stückchen Mittelalter (Einstein), FAZ 26.11.2015  
Praxis der Naturwissenschaften Physik in der Schule Heft4/54 1. Juni 2005, Aulis-Verlag

Matthias Bartelmann, Tobias Kühnel: Kosmologie für die Schule, WIS (Wissenschaft in die Schulen!)

## Astronomie und Raumfahrt, Erhard Friedrich Verlag:

### Spezielle Relativitätstheorie:

Heft 1/2013: Spezielle Relativitätstheorie – verstehen und begreifen (Teil 1) (S. 41 bis 45)  
Heft 3\_4/2013: Spezielle Relativitätstheorie – verstehen und begreifen (Teil 2) (S. 63 bis 66)  
Heft 1/2005: Spezielle Relativitätstheorie und Astronomie (S. 6 bis 10)  
Heft 2/2015: Das Zwillingsparadoxon (S. 30 bis 33)

### Allgemeine Relativitätstheorie:

Heft 3/4 2017: Der statische Kosmos von Albert Einstein aus dem Jahre 1917 (S. 10 bis 13)  
Heft 6/2015: Albert Einstein und Georges Lemaître - Begründer der modernen Kosmologie (S. 6 bis 11)  
Heft 5/2007: Gravitation - die Urkraft des Universums (S. 15 bis 18)  
Heft 1/2001: Ist die Allgemeine Relativitätstheorie in der Schule lehrbar? (S. 27 bis 30)  
Heft 4/2004: Der Schwarzschild-Radius (S. 14 bis 16)  
Heft 5/2004: Gravitationslinseneffekt – eine Einführung (S. 4 bis 8)  
Heft 5/2004: Lichtablenkung am Sonnenrand (S. 14 bis 18)  
Heft 1/2016: Einstein auf dem Prüfstand (Teil 1) (ART) (S. 32 bis 36)  
Heft 2/2016: Einstein auf dem Prüfstand (Teil 2) (ART) (S. 14 bis 20)

### Gravitationswellen:

Heft 2/2016: Gravitationswellen nachgewiesen (S. 13)  
Heft 5/2016: Nachrichten aus dem Dunkel-Universum (Gravitationswellen) (S. 10 bis 14)  
Heft 5/2000: Gravitationswellen – das neue Fenster zum Weltall (S. 14 bis 19)  
Heft 6/2015: Kosmische Inflation (auch Gravitationswellen) (S. 29 bis 35)  
Heft 5/2016: Raumzeitbeben Schwarzer Löcher (Gravitationswellen) (S. 15 bis 22)  
Heft 2/2003: GEO600 und LISA: Astronomie mit Gravitationswellen (S. 39 bis 42)

### **Bild der Wissenschaft:**

- Heft 4/2016: Einstein und die schwingende Raumzeit (S. 41 bis 45)  
Heft 11/2014: Einstein unter Beschuss (ART) (S. 32 bis 37)  
Heft 9/2015: Sackgassen, Irrtümer und der Durchbruch (ART) (S. 44 bis 50)  
Heft 4/2016: Die Entdeckung der Gravitationswellen (S. 32 bis 35)  
Heft 5/2013: Die Melodie des Mikrokosmos (String Theorie) (S. 42 bis 47)  
Heft 5/2013: Erbsenhirne und geheime Dimensionen (String Theorie) (S. 48 bis 57)

### **Sterne und Weltraum:**

- Dossier 1/2010 Phoenix – Warten auf die Welle (Gravitationswellen) (S. 76 bis 85)

### **Kosmos Himmelsjahr**

- Kosmos Himmelsjahr 2017: Die Schwelle der Schwerkraft (Gravitationswellen) (S. 124 bis 133)

### **Filme:**

- Einstein und die Allgemeine Relativitätstheorie

### **Internetseiten und interaktive Unterrichtssequenzen im Internet:**

- Gedehnte Zeit und gekrümmte Räume – Interaktive Einführung in die Relativitätstheorie  
<http://module.zdf.de/portal/einsteinrela/relativitaet.swf>

einstein-online.info

scienceface.org

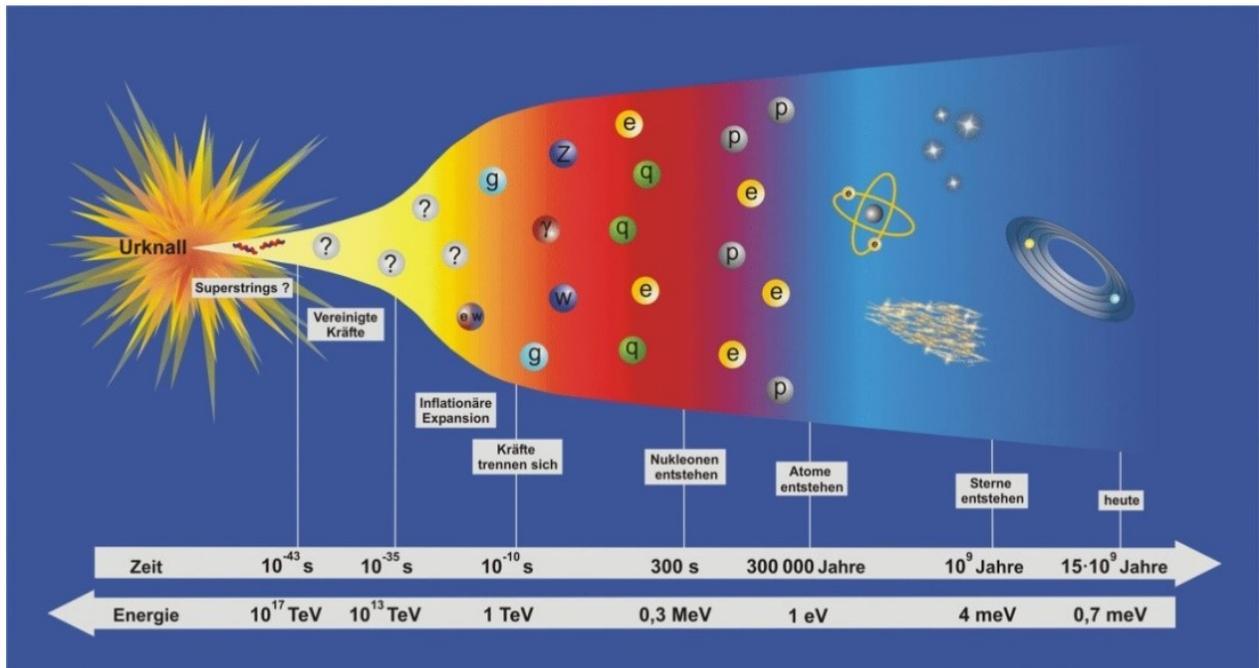
### **Themen für Seminararbeiten und Referate:**

- **Zeitdilatation in Spezieller und Allgemeiner Relativitätstheorie: Theorie und Anwendungen in Kosmologie und Raumfahrt**
  - Das Zwillingsparadoxon
- **Relativitätstheorie und Satellitennavigation**
  - Satellitennavigationssysteme wie GPS
- **Rotverschiebung: Ursachen und Anwendungen in der Kosmologie**
  - Der Dopplereffekt
- **Äquivalenz von Masse und Energie: Theorie und Anwendungen in Kosmologie und Teilchenphysik**
  - Der Paarerzeugungsprozess und seine kosmologische Bedeutung
- **Gravitationswellen**
  - Das LIGO-Experiment

## IX. Grundlagen der Teilchenphysik

### Wozu benötigt man in der Kosmologie Teilchenphysik?

Man vermutet, dass das Universum vor 13,8 Milliarden Jahren aus einem unvorstellbar heißen, extrem dichten Zustand entstand. Anfangs dominierte die Strahlungsenergie die Entwicklung des Universums. Im heißen Quantenvakuum entstanden aus Strahlungsenergie bei Paarerzeugungsprozessen alle heute bekannten und möglicherweise noch weitere **Elementarteilchen** und ihre Antiteilchen. Teilchen und Antiteilchen wandelten sich in Anihilationsprozessen auch wieder in Strahlungsenergie um. Mit der Ausdehnung des Universums verteilte sich die Strahlungsenergie auf einen immer größeren Raum. Das Universum kühlte ab. Aufgrund der zwischen den Teilchen wirkenden **Kräfte** bildeten sich aus Elementarteilchen Kernbausteine, Atomkerne, Atome, Moleküle, Sterne und Galaxien.



Die **Teilchenphysik** beschäftigt sich mit den kleinsten Bausteinen der Materie, den Elementarteilchen und mit den zwischen den Elementarteilchen wirkenden Kräften. Teilchenphysiker entwickeln Theorien für die Eigenschaften von Elementarteilchen und die Wechselwirkungen zwischen diesen. Sie versuchen, durch Experimente diese Theorien zu überprüfen. Es zeigte sich, dass die Teilchenphysik eine wichtige Grundlage für das Verständnis des frühen Universums bildet.

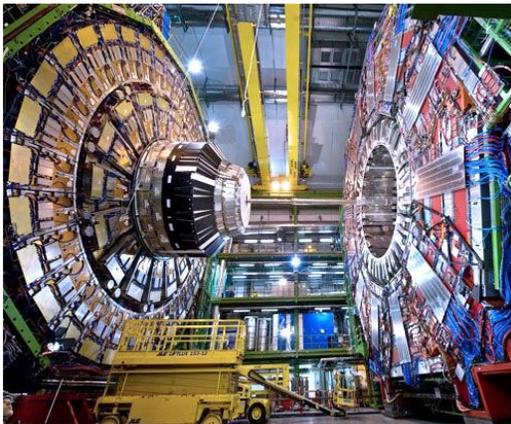


Am **CERN**, dem Europäischen Forschungszentrum für Teilchenphysik werden mit dem **LHC**, dem größten Teilchenbeschleuniger der Welt, Protonen fast auf Lichtgeschwindigkeit beschleunigt und in riesigen Detektoren zur Kollision gebracht. Auf kleinstem Raum entstehen für kurze Zeiten Bedingungen, wie sie etwa  $10^{-10}$  Sekunden nach dem Urknall herrschten.

Welche Teilchen in dieser sehr frühen Entwicklungsphase des Universums existierten und wie die Wechselwirkungen zwischen diesen Teilchen erfolgten, kann man mithilfe der LHC-Detektoren in Momentaufnahmen beobachten und erforschen. Zu den Forschungsaufgaben der großen LHC-Detektoren gehören auch Fragestellungen aus der Kosmologie: Im **ALICE-Detektor** wird in Kollisionsexperimenten mit hochenergetischen Bleikernen mit dem **Quark-Gluonen-Plasma** ein Zustand erzeugt, wie er wenige Millionstel Sekunden nach der Entstehung des Universums herrschte.

Die größten LHC-Detektoren **ATLAS** und **CMS**, mit denen das Higgs-Teilchen nachgewiesen wurde, suchen unter anderem nach supersymmetrischen Teilchen, mit denen man hofft, die **Dunkle Materie** erklären zu können.

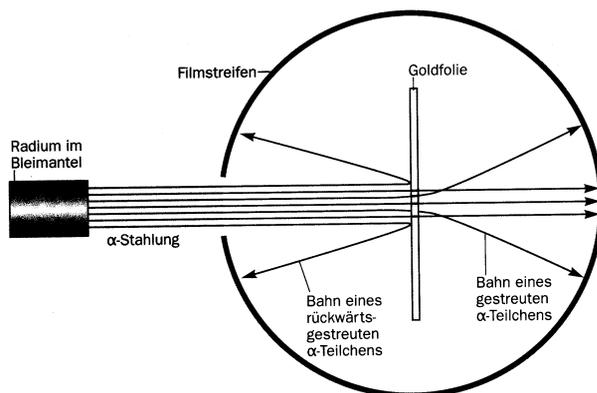
Dunkle Materie und Antimaterie sind auch die Forschungsschwerpunkte des **AMS-Experiments** (rechtes Bild), eines auf der Internationalen Raumstation ISS installierten Teilchendetektors der Teilchen und Antiteilchen aus der kosmischen Strahlung identifiziert und vermisst. AMS wurde am CERN zusammengebaut. Heute werden die AMS-Daten am CERN ausgewertet.



## 1) Elementarteilchen - Bausteine der Materie

Im 5. Jhdt. v. Chr. prägten die antiken griechischen Naturphilosophen **Leukipp** und **Demokrit** den Atombe-  
griff: Ein **Atom** (griechisch *ἄτομος* = unzerscheidbar) wurde als kleinster Baustein der Materie betrachtet.

**1911** wies **Ernest Rutherford** durch Streuung von schnellen Heliumkernen (Alphateilchen) an Kernen von Goldatomen nach, dass Atome aus sehr kleinen Atomkernen bestehen, die von Hüllenelektronen umgeben sind. Der **Atomkern** enthält praktisch die gesamte Masse des Atoms. Die fast leere **Elektronenhülle** bestimmt die Größe des Atoms.



### Beobachtungen:

Die meisten Alphateilchen durchfliegen die Goldfolie unabgelenkt.

Einige Alphateilchen werden gestreut, also abgelenkt.

In seltenen Fällen tritt Rückstreuung auf.

Atomkerne sind aus **Protonen** und **Neutronen** aufgebaut. Das Proton ist selbst Kern des Wasserstoffatoms.

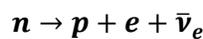
**1964** wurden am SLAC, einem Linearbeschleuniger in Stanford in Kalifornien, hochenergetische Elektronen auf **Protonen** geschossen. Wieder zeigte sich, dass die meisten der schnellen Elektronen beim Durchgang durch das Proton nicht abgelenkt wurden. Einige Elektronen wurden jedoch stark gestreut. Dies ließ auf kleinere geladene Bestandteile des Protons schließen, mit denen die Elektronen in Wechselwirkung treten.

Es handelt sich um die bereits 1961 theoretisch vorhergesagten **Quarks**, die heute zusammen mit den Leptonen, zu denen das Elektron gehört, als die kleinsten Bausteine der Materie gelten.

### Teilchen der „gewöhnlichen“ Materie:

Die „gewöhnliche“ Materie, aus der wir bestehen und alles, was uns umgibt, ist aus **up-Quarks**, **down-Quarks** und **Elektronen** aufgebaut.

Beim  $\beta^-$ -Zerfall wird im Atomkern ein Neutron in ein Proton umgewandelt. Dabei werden ein Elektron und ein weiteres, aus Erhaltungsgründen notwendiges aber schwer nachweisbares Teilchen ausgesandt. Dieses Teilchen nannte man anfangs **Neutrino**. Später erkannte man, dass es sich tatsächlich um ein Elektron-Antineutrino handelt (vgl. S. 479).



**Elektron, up-Quark, down-Quark und Elektron-Neutrino ( $\nu_e$ ) bilden die 1. Generation der Elementarteilchen.**

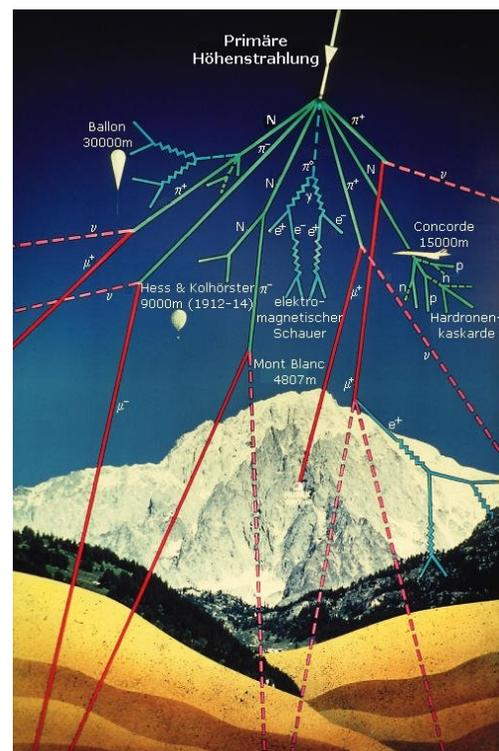
### Teilchen der kosmischen Strahlung:

Die **kosmische Strahlung** ist eine hochenergetische Teilchenstrahlung aus dem Weltall. Sie besteht vorwiegend aus Protonen. Daneben enthält sie  $\alpha$ -Teilchen und schwerere Atomkerne.

Quellen der kosmischen Strahlung sind Materieausbrüche auf der Sonne (Energien bis  $1 \text{ MeV}$ ), Quellen in der Milchstraße wie Pulsare oder Supernovae (Energien bis  $10^4$  bis  $10^{10} \text{ MeV}$ ) und selten extragalaktische Quellen wie aktive Galaxien, die Teilchen mit Energien von bis zu  $10^{16} \text{ MeV}$  aussenden.

Durch Wechselwirkung mit Atomkernen in der Erdatmosphäre entstehen **Teilchenschauer** mit einer hohen Anzahl von **Sekundärteilchen**, von denen aber nur ein geringer Teil die Erdoberfläche erreicht.

Teilchen aus kosmischen Schauern kann man mit **Nebelkammern**, durch Schwärzungsspuren auf **Fotoplatten** und mit **Funkenkammern** nachweisen. (Vgl. Kap. VIII, S. 376)



### **Myon, Myon-Neutrino und strange-Quark:**

In der kosmischen Strahlung wurden **Kaonen (K)** entdeckt, die, wie man später herausfand, ein weiteres Quark, ein **strange-Quark**, enthalten. Das strange-Quark hat ähnliche Eigenschaften wie das down-Quark, ist aber deutlich schwerer. Beim Zerfall von Kaonen entstehen **Pionen ( $\pi$ )**. Kaonen und Pionen sind keine Elementarteilchen sondern sogenannte **Mesonen**, die aus jeweils einem Quark und einem Antiquark aufgebaut sind. Beim Zerfall der Pionen entsteht ein weiteres Elementarteilchen, das in kosmischen Teilchenschauern nachgewiesen wurde, das **Myon ( $\mu$ )**. Es ähnelt dem Elektron, ist aber etwa 200-mal so schwer, wie das Elektron.

Das Myon zerfällt mit einer Halbwertszeit von  $1,5 \mu\text{s} = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ s}$  in ein Elektron, ein Elektron-Antineutrino  $\bar{\nu}_e$  und ein Myon-Neutrino  $\nu_\mu$ .

Auch das **Myon-Neutrino** ist ein weiteres Elementarteilchen.

### **Teilchen, die in Beschleunigerexperimenten gefunden wurden:**

Mit kosmischen Schauern kann man nur schwer experimentieren: Obwohl wir ständig von Teilchen aus kosmischen Schauern getroffen werden, lässt sich nicht vorhersagen, wo und zu welchem Zeitpunkt gerade ein Ereignis stattfindet.

**Teilchenbeschleuniger** bieten die Möglichkeit, Teilchen mit vergleichbar hoher Energie, aber unter kontrollierten Bedingungen zu erzeugen und zu erforschen.

In Teilchenbeschleunigern werden elektrisch geladene Teilchen wie beispielsweise Elektronen, Positronen, Protonen oder Ionen durch elektrische Wechselfelder auf hohe Energien beschleunigt.

Die beschleunigten Teilchen lässt man kollidieren oder sie werden auf sogenannte „Targets“ geschossen. Dabei werden hohe Energien frei, aus denen neue Teilchen entstehen. Je mehr Energie frei wird, desto energiereichere, in der Sprache der Teilchenphysiker „schwerere“ Teilchen können entstehen.

In Beschleunigerexperimenten wurde ein Quark entdeckt, das ähnliche Eigenschaften hat, wie das up-Quark, aber deutlich schwerer ist: das **charm-Quark**.

**Myon, charm-Quark, strange-Quark und Myon-Neutrino ( $\nu_\mu$ ) bilden die 2. Generation der Elementarteilchen.**

**Die Elementarteilchen der 2. Generation sind schwerer als die entsprechenden Teilchen der 1. Generation und zerfallen in die Teilchen der 1. Generation.**

### **Tauon, Tauon-Neutrino, bottom-Quark und top-Quark:**

Die hohen Energien, die man mit Teilchenbeschleunigern erreichen kann, führten zur Entdeckung einer 3. Generation von Elementarteilchen, die noch schwerer sind, als die entsprechenden Teilchen der 1. und 2. Generation. Auch die Teilchen der 3. Generation zerfallen in Teilchen der 2. und 1. Generation.

Dem Elektron entspricht als Teilchen der 3. Generation das **Tauon ( $\tau$ )**. Es ist, wie das Elektron, einfach negativ geladen, aber etwa 3477-mal so schwer.

Das Neutrino der 3. Generation ist entsprechend das **Tauon-Neutrino ( $\nu_\tau$ )**.

Auch zwei weitere Quarks wurden nachgewiesen:

Das **bottom-Quark** und das **top-Quark**.

Das bottom-Quark wird in der Literatur manchmal auch als **beauty-Quark** bezeichnet.

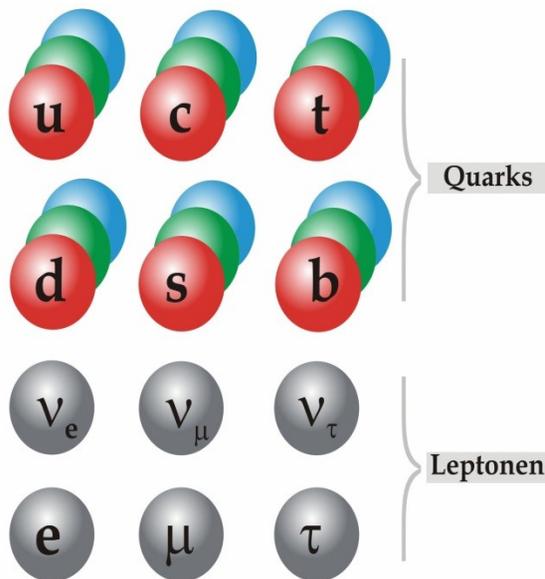
Ein top-Quark hat eine Masse, die bereits der Masse eines Goldatoms entspricht!

**Tauon, top-Quark, bottom-Quark und Tauon-Neutrino ( $\nu_\tau$ ) bilden die 3. Generation der Elementarteilchen.**

**Die Elementarteilchen der 3. Generation sind noch schwerer als die entsprechenden Teilchen der 2. Generation und zerfallen in die Teilchen der 1. und 2. Generation.**

### Die Elementarteilchen im Überblick:

Mit den **12 Elementarteilchen** der drei Generationen kennen wir alle bisher bekannten Elementarteilchen.



Die Teilchen der drei Generationen unterscheiden sich durch die von Generation zu Generation zunehmende Masse. Weil die Teilchen der 2. und 3. Generation in Teilchen der 1. Generation zerfallen, besteht die „gewöhnliche“ Materie ausschließlich aus Teilchen der 1. Generation.

Man unterscheidet **Leptonen** und **Quarks**: Zu den Leptonen gehören Elektron, Myon, Tauon und die Neutrinos.

Die Bezeichnung **Lepton** wurde von dem griechischen Wort  $\lambda\epsilon\pi\tau\acute{o}\varsigma$  = leicht abgeleitet. Leicht im Vergleich zu den anderen Elementarteilchen sind allerdings nur Elektronen und Neutrinos. Das Myon ist mehr als 40-mal so schwer wie das up-Quarks und das Tauon ist etwa 17-mal so schwer, wie ein Myon und damit schwerer als die vier leichtesten Quarks (up, down, charm und strange).

Eine Übersicht über die Ruhemassen der Elementarteilchen findet sich auf S. 474)

### Größe, Masse, Energie und Impuls von Elementarteilchen:

#### Größe:

**Elementarteilchen haben definitionsgemäß keine innere Struktur und sind unteilbar.**

Nach heutigem Wissen treffen diese Eigenschaften auf Leptonen und Quarks zu.

Wenn Elementarteilchen überhaupt eine Ausdehnung haben, dann liegt ihr Radius **unterhalb der momentanen Auflösungsgrenze von  $10^{-18} m$ .**

Zum Vergleich:

Die Ausdehnung eines **Protons** oder **Neutrons** liegt in der Größenordnung  **$10^{-15} m$ .**

$$10^{-15} m = 1 \text{ fm} = 1 \text{ Femtometer}$$

**Atomradien** liegen in einer Größenordnung von  **$10^{-10} m$ .**

$$10^{-10} m = 1 \text{ \AA} = 1 \text{ \AAngström}$$

- Würde man ein Wasserstoffatom auf die Größe der Erde aufblähen, dann wäre ein Proton etwa so groß wie ein Fußballstadion und ein Elektron kleiner, vielleicht sogar viel kleiner als ein Tennisball.

## Energie und Masse:

---

### Die Energieeinheit Elektronenvolt:

Die in der Teilchenphysik übliche Energieeinheit ist  $1 \text{ eV} = 1 \text{ Elektronenvolt}$

$1 \text{ eV}$  ist die Bewegungsenergie, die ein Elektron erhält, wenn es aus der Ruhe im elektrischen Feld eines Kondensators, an dem Spannung  $1 \text{ V}$  liegt, beschleunigt wird.

$1 \text{ eV}$  entspricht einer Energie von  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ . Die Ruheenergie des leichtesten Elementarteilchens, des Elektron-Neutrinos, beträgt einige Elektronenvolt. Alle anderen Teilchen haben wesentlich größere Ruheenergien.

Deshalb gibt man in der Teilchenphysik Energien häufig in Megaelektronenvolt ( $\text{MeV}$ ) an.

$$1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$$

---

Nach der Speziellen Relativitätstheorie sind **Masse und Energie äquivalent** (vgl. Kap. VIII, S. 404 f).

Es gilt 
$$E = mc^2 \quad \text{bzw.} \quad m = \frac{E}{c^2}$$

In der Teilchenphysik ist es deshalb üblich, die Masse eines Teilchens über seine Energie anzugeben. Ein „schweres“ Teilchen ist ein energiereiches Teilchen.

Die **Masse** eines Teilchens mit der Energie  $1 \text{ eV}$  ist  $m = 1 \frac{\text{eV}}{c^2}$

Es gilt: 
$$1 \frac{\text{eV}}{c^2} = 1,8 \cdot 10^{-38} \text{ kg}$$

Weil die Ruheenergien der Elementarteilchen (abgesehen von den Neutrinos) im MeV-Bereich liegen, verwendet man in der Teilchenphysik zur Beschreibung von Teilchenmassen in der Regel die Einheit  $1 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ .

In der Speziellen Relativitätstheorie hat jedes Teilchen eine **Ruheenergie**  $E_0 = m_0 c^2$ .

Aus der Ruheenergie eines Teilchens ergibt sich eine **Ruhemasse**  $m_0$ .

Ruheenergie und Ruhemasse sind grundlegende Teilcheneigenschaften. Sie sind unveränderlich solange das Teilchen existiert, aber keine Erhaltungsgrößen, weil aufgrund der Äquivalenz von Masse und Energie aus Teilchen Strahlung entstehen kann (Annihilation) und sich aus Strahlung Teilchen bilden können (Paarerzeugung). (Vgl. Kap. VIII, S. 422)

## Ruhmassen von Elementarteilchen, Protonen und Neutronen:

Elektron:	$m_e = 0,511 \frac{MeV}{c^2}$	up-Quark:	$m_u = 2,3_{-0,5}^{+0,7} \frac{MeV}{c^2}$
Myon:	$m_\mu = 105,7 \frac{MeV}{c^2}$	down-Quark:	$m_d = 4,8_{-0,3}^{+0,5} \frac{MeV}{c^2}$
Tauon:	$m_\tau = 1776,8 \frac{MeV}{c^2}$	charm-Quark:	$m_c = 1275 \pm 25 \frac{MeV}{c^2}$
		strange-Quark:	$m_s = 95 \pm 5 \frac{MeV}{c^2}$
Elektron-Neutrino:	$m_{\nu_e} < 2,5 \frac{eV}{c^2}$	bottom-Quark:	$m_b = 4180 \pm 30 \frac{MeV}{c^2}$
Myon-Neutrino:	$m_{\nu_\mu} < 170 \frac{keV}{c^2}$	top-Quark:	$m_t = 173210 \pm 510 \frac{MeV}{c^2}$
Tauon-Neutrino:	$m_{\nu_\tau} < 18,5 \frac{MeV}{c^2}$	Proton:	$m_p = 938,27 \frac{MeV}{c^2}$
		Neutron:	$m_n = 939,57 \frac{MeV}{c^2}$

Weil Quarks nicht als freie Teilchen vorkommen, sondern nur in Kombinationen von mindestens zwei Quarks, lassen sich **Quarkmassen** nicht direkt messen. Daraus ergibt sich eine prinzipielle Unsicherheit für die Angabe der Massen der Quarks. Welche Masse man für ein Quark erhält, hängt zudem von der Energie und dem Prozess (Zerfall, Paarerzeugung, ...) ab, bei denen die Masse bestimmt wird.

- Es läge nahe, sich Elementarteilchen als Kugeln vorzustellen, deren Größe mit der Ruhemasse zunimmt. Immerhin ist ein top-Quark etwa so schwer, wie ein Goldatom! Diese Vorstellung ist aber falsch. Alle Elementarteilchen sind so klein, dass man ihre Größe - zumindest mit den uns heute zur Verfügung stehenden Mitteln - nicht messen kann.

Für die **relativistische Gesamtenergie**  $E$  eines Teilchens gilt:  
(Vgl. Kap. VIII, S. 410)

$$E = \gamma \cdot E_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot E_0$$

Die Gesamtenergie eines Teilchens nimmt demnach mit der Geschwindigkeit  $v$  zu.

Die Geschwindigkeitszunahme steckt in der Zunahme der **Bewegungsenergie**  $E_{kin}$ , die in der Relativitätstheorie nicht durch  $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$  definiert ist, sondern als Unterschied zwischen Ruheenergie und Gesamtenergie:

$$E_{kin} = E - E_0$$

### Relativistischer Impuls:

Der **Impuls**  $\vec{p}$  eines Teilchens ist eine Vektorgröße. Die Richtung des Impulses ist die Richtung der Geschwindigkeit. (Vgl. Kap. VIII, S. 400)

Es gilt:

$$\vec{p} = \gamma \cdot m_0 \vec{v}$$



Den Zusammenhang zwischen Energie und Impuls beschreibt die relativistische Energie-Impuls-Beziehung:

$$E^2 = E_0^2 + c^2 p^2 \quad (\text{Vgl. Kap. VIII, S. 415})$$

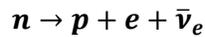
### Energie- und Impulserhaltung:

Bei allen physikalischen Prozessen gelten innerhalb eines Bezugssystems **Energieerhaltung** und **(vektorielle) Impulserhaltung**.

Das heißt: Die Summe der Energien und Impulse aller Teilchen vor dem Prozess ist gleich der Summe der Energien und Impulse aller Teilchen nach dem Prozess.

### Beispiel: $\beta^-$ -Zerfall:

Beim  $\beta^-$ -Zerfall wird im Atomkern ein Neutron in ein Proton umgewandelt. Dabei entstehen zusätzlich ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino:



Wir betrachten den besonderen Fall, in dem sowohl das Neutron vor dem Zerfall als auch das Proton nach dem Zerfall in Ruhe sind. In diesem besonderen Fall gilt:

- Energieerhaltung:  $E_{0,n} = E_{0,p} + E_e + E_{\bar{\nu}} = E_{0,p} + \sqrt{E_{0,e}^2 + c^2 p_e^2} + \sqrt{E_{0,\bar{\nu}}^2 + c^2 p_{\bar{\nu}}^2}$
- Impulserhaltung:  $\vec{0} = \vec{p}_e + \vec{p}_{\bar{\nu}} \Rightarrow \vec{p}_e = -\vec{p}_{\bar{\nu}} \Rightarrow p_e = p_{\bar{\nu}}$
- Setze die Impulse in die Energiegleichung ein:

$$E_{0,n} = E_{0,p} + \sqrt{E_{0,e}^2 + c^2 p_e^2} + \sqrt{E_{0,\bar{\nu}}^2 + c^2 p_e^2}$$

Weil die Ruheenergien aller beteiligten Teilchen bekannt sind, kann man mit dieser Gleichung den Impuls  $p_e$  des Beta-Elektrons und damit auch den Impuls  $p_{\bar{\nu}}$  des Antineutrinos berechnen.

Mit  $E^2 = E_0^2 + c^2 p^2$  erhält man die Energien  $E_e$  und  $E_{\bar{\nu}}$  der beiden Teilchen.

## 2) Antiteilchen

### Was ist Antimaterie?

Zu jedem Elementarteilchen existiert ein **Antiteilchen**.

Das Antiteilchen des Elektrons heißt Positron. Die Namen aller anderen Antiteilchen erhält man, indem man ein „Anti“ vor den Teilchennamen setzt. In der Kurzschreibweise erhalten Antiteilchen einen Querbalken über dem für das Teilchen verwendeten Buchstaben. Bei Leptonen wird die Antiteilcheneigenschaft durch das Ladungsvorzeichen angedeutet.

Teilchen und Antiteilchen haben (nach heutigem Kenntnisstand) die **gleichen Massen**. Alle **Quantenzahlen** wie **Ladungszahlen** und **Leptonen-** bzw. **Baryonenzahl** haben bei Antiteilchen aber das **entgegengesetzte Vorzeichen** wie bei den zugehörigen Teilchen. Statt der Farbladungen der starken Wechselwirkung tragen die Antiteilchen **Anti-Farbladungen**.

Ladungen, Farbladungen, Leptonenzahl und Baryonenzahl werden im folgenden Kapitel über Wechselwirkungen behandelt.

Beispiele: Das Positron  $e^+$  ist das Antiteilchen des Elektrons  $e^-$ .

Das Antimyon  $\mu^+$  ist das Antiteilchen des Myons  $\mu^-$ .

Das Anti-up-Quark  $\bar{u}$  ist das Antiteilchen des up-Quarks  $u$ .

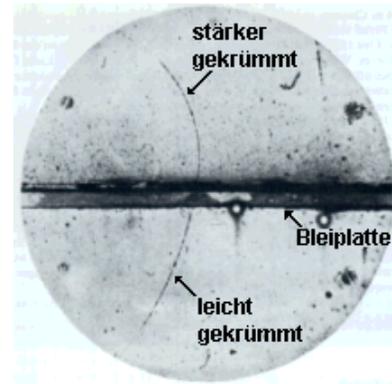
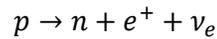
Man geht momentan davon aus, dass sich Materie und Antimaterie in **Gravitationsfeldern** aufgrund ihrer gleichen Massen gleich verhält. Im Experiment konnte dies allerdings noch nicht zweifelsfrei nachgewiesen werden, weil die Gravitationskraft auf Hadronen wegen deren geringer Masse sehr klein ist.

**Carl David Anderson** entdeckte **1932** mit dem **Positron** als erster ein Antiteilchen.

In der Nebelkammeraufnahme erkennt man die im Magnetfeld gekrümmte Bahn eines Positrons aus der kosmischen Strahlung. Es muss von unten gekommen sein, denn es wurde beim Durchqueren der Bleiplatte abgebremst.

Positronen treten auch als radioaktive Strahlung beim  **$\beta^+$ -Zerfall** eines Protons in ein Neutron auf.

In einem Atomkern mit relativ wenigen Neutronen kann sich ein Proton in ein Neutron und ein Elektron-Neutrino umwandeln:



### Paarerzeugung und Annihilation:

Teilchen-Antiteilchen-Paare können aus Strahlung (Photonen) erzeugt werden (**Paarerzeugung**).

Wenn Teilchen auf ihre Antiteilchen treffen, zerstrahlen sie zu Photonen (**Annihilation** oder **Paarvernichtung**).

Ausführliche Berechnungen zur Paarerzeugung und Annihilation finden sich im Kapitel VI auf S. 226ff.

### Das Problem der Asymmetrie von Materie und Antimaterie im Universum:

Aus Paarerzeugung und Annihilation ergibt sich **eine der großen ungelösten Fragen der Physik**:

Die ersten Teilchen wurden mit der Entstehung des Universums aus Strahlung als Teilchen-Antiteilchen-Paare erzeugt. In einem anfangs von der Strahlungsenergie dominierten Universum mussten also gleich viele Teilchen wie Antiteilchen vorhanden gewesen sein. Dann hätte aber irgendwann jedes Teilchen sein Antiteilchen gefunden und das ganze Universum wäre zerstrahlt. Es gäbe uns nicht!

Grundsätzlich gibt es zu diesem Problem **zwei Lösungsansätze**:

- Die scheinbar fehlende Antimaterie konzentriert sich im Universum in isolierten, noch nicht entdeckten Antimaterie-Galaxien.
- Bei der Entstehung des Universums blieb etwas mehr Materie als Antimaterie übrig. Man geht davon aus, dass auf etwa 1 Milliarde Teilchen-Antiteilchen-Paare ein Teilchen kommt, das im Laufe der Entwicklung des Universums nicht mit einem Materieteilchen zerstrahlte. Dieser kleine Überschuss an Materie ist heute noch übrig und das ganze Universum ist daraus aufgebaut.

Die **Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie am Beginn des Universums** zu erklären, ist eine der wichtigsten kosmologischen Anwendungen der Teilchenphysik.

Das auf der Internationalen Raumstation ISS installierte **AMS-Experiment** misst die Energie von Antiteilchen in der kosmischen Strahlung. Vorrangiges Forschungsziel der Mission ist die Suche nach den Quellen hochenergetischer kosmischer Positronen. Positronen mit sehr hohen Energien entstehen möglicherweise bei der Annihilation von hypothetischen Teilchen der Dunklen Materie. AMS sucht aber auch nach kosmischen Antimaterie-Kernen. Antikohlenstoff könnte nur durch Kernfusion in Sternen aus Antimaterie erzeugt werden. Der Nachweis von Antikohlenstoffkernen in der kosmischen Strahlung würde also die Hypothese von der Konzentration der Antimaterie in Antimaterie-Galaxien stützen. Bisher wurden allerdings keine Antikohlenstoff-Kerne entdeckt. Näheres zum AMS-Experiment: S. 561ff.



Wahrscheinlicher als die Existenz von Antimaterie-Galaxien ist, dass die Ursache für den geringfügigen Materieüberschuss in der Verletzung der CP-Invarianz durch eine vielleicht noch unbekannte Wechselwirkung liegt (vgl. S. 498). Ein Beispiel für eine Wechselwirkung, die die CP-Invarianz verletzt, ist die schwache Wechselwirkung. Die schwache Wechselwirkung ist für Teilchenzerfälle verantwortlich. Offenbar zerfällt Materie nicht gleichmäßig in Materie und Antimaterie. Man hofft, durch die präzise Vermessung der Zerfälle von **B-Mesonen und B-Baryonen, die bottom-Quarks enthalten**, die CP-Verletzung der schwachen Wechselwirkung besser zu verstehen. **LHCb**, einer der vier großen Detektoren des LHC am CERN wurde unter anderem zu diesem Zweck konstruiert.



Allerdings hat man bereits erkannt, dass die CP-Verletzung durch die schwache Wechselwirkung alleine die beobachtete Asymmetrie von Materie und Antimaterie bei weitem nicht erklären kann. Der aufgrund der CP-Verletzung erzeugte Materieüberschuss würde gerade einmal für die Bildung einer einzigen Galaxie ausreichen. Welche weiteren Mechanismen für die Bildung des Materieüberschusses bei der Entwicklung des Universums verantwortlich sind, ist nach wie vor eine der großen offenen Fragen der Astroteilchenphysik.

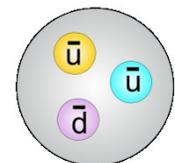
### Antiwasserstoff:

Am **CERN** wird seit 1996 **Antiwasserstoff** hergestellt.

Ein Antiwasserstoffatom besteht aus einem Antiproton und einem Positron.

**Antiprotonen** enthalten zwei Anti-up-Quarks und ein Anti-down-Quark.

Aus langsamen Antiprotonen und Positronen „baut“ man Antiwasserstoffatome, die stabil sind, solange sie nicht mit Materie in Berührung kommen.



Antiwasserstoffatome werden für verschiedene Experimente am CERN benötigt und können bis zu ihrem Einsatz in sogenannten „Penning-Fallen“ mithilfe von elektrischen Feldern und starken Magnetfeldern gespeichert werden (vgl. S. 557).

Näheres zur Produktion und Entschleunigung von Antiprotonen und zur Erforschung der physikalischen Eigenschaften von Antiwasserstoffatomen am CERN: S. 555ff

### 3) Neutrinos

#### Eigenschaften von Neutrinos:

Neutrinos gehören, wie Elektron, Myon und Tauon zu den **Leptonen**.

Die **drei Neutrinoarten Elektron-Neutrino  $\nu_e$ , Myon-Neutrino  $\nu_\mu$  und Tauon-Neutrino  $\nu_\tau$**  wurden 1956, 1962 und 2000 experimentell nachgewiesen.

Zu den Neutrinos gibt es entsprechende **Antineutrinos:  $\bar{\nu}_e, \bar{\nu}_\mu, \bar{\nu}_\tau$** .

Experimente wie das **GERDA-Experiment** unter dem Gran-Sasso-Massiv, an dem auch das Max-Planck-Institut für Physik in München beteiligt ist, untersuchen, ob möglicherweise Neutrinos ihre eigenen Antiteilchen und damit sogenannte „**Majorana-Teilchen**“ sind. Beim GERDA-Experiment wird der **neutrinolose Doppel-Betazerfall** in Germanium  $Ge\ 76$  untersucht. Die Frage ist, ob beim gleichzeitigen Betazerfall zweier  $Ge\ 76$ -Kerne deshalb keine Neutrinos bzw. Antineutrinos beobachtet werden, weil sie als eigene Antiteilchen annihilieren. Bisher lieferten Experimente zum Doppel-Betazerfall allerdings keine positiven Ergebnisse. Man unterscheidet deshalb weiterhin zwischen Neutrinos und Antineutrinos.



Neutrinos sind **elektrisch ungeladen** und haben im Vergleich zu den Elementarteilchen der gleichen Teilchengenerationen **extrem kleine Massen** (vgl. S. 474 und Kap II., S. 70). Für die Neutrinomassen können bisher noch keine genauen Werte sondern nur Obergrenzen angegeben werden.

Wegen ihrer geringen Masse erwartet man, dass sich in teilchenphysikalischen Prozessen erzeugte Neutrinos mit **Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit** bewegen.

#### Neutrinoquellen:

Neutrinos bzw. Antineutrinos entstehen bei Prozessen, an denen die **schwache Wechselwirkung** beteiligt ist (z.B.: Betazerfälle, Kernfusionsprozesse).

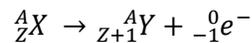
Eine wichtige Rolle für die Neutrinoproduktion spielen **kosmische Quellen** wie Fusionsprozesse im Kern der Sonne und anderer Sterne, Supernovae, Kernreaktionen bei Kollisionen von Teilchen der kosmischen Strahlung mit Atomkernen in der Erdatmosphäre oder höchstenergetische Ereignisse innerhalb und außerhalb der Milchstraße wie Hypernovae, Supernova-Überreste, Akkretionsscheiben von Schwarzen Löchern oder aktiven Galaxien. Die über die kosmische Hintergrundstrahlung nachweisbare Neutrino-Hintergrundstrahlung hat ihre Quelle vermutlich im Urknall. (Vgl. Kap. II, S. 70)

Es gibt aber auch **nicht-kosmische Neutrinoquellen**: Teilchenkollisionen bei Beschleunigerexperimenten, Kernkraftwerke und radioaktive Zerfälle im Erdinneren.

Auch **Zerfälle hypothetischer Dunkle-Materie-Teilchen (WIMPS)** werden als Quellen für Neutrinos diskutiert.

## Vorhersage und Entdeckung des Neutrinos:

Beim  $\beta^-$ -Zerfall beobachtet man den Zerfall eines Atomkerns  $X$  in einen Tochterkern  $Y$  und ein Elektron  $e^-$ :



Im Ausgangskern  $X$  wird ein Neutron  $n$  in ein Proton  $p$  umgewandelt.

Das Proton und das Elektron sind zusammen etwas leichter als das Neutron. Weil das Elektron viel leichter ist als das Proton, wird aus Impulserhaltungsgründen die dem Massenunterschied

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_n - (m_p + m_e) = \\ &= 1,008665 \text{ u} - (1,007276 \text{ u} + 5,4858 \cdot 10^{-4} \text{ u}) = 8,4042 \cdot 10^{-4} \text{ u} = 0,783 \frac{\text{MeV}}{c^2} \end{aligned}$$

entsprechende Energie  $E = \Delta m \cdot c^2 = 0,783 \text{ MeV}$  fast vollständig als Bewegungsenergie des Elektrons freigesetzt. (Vgl. Kap. VIII, S. 415)

Man erwartet bei der oben dargestellten Kernreaktion für die Bewegungsenergie der Elektronen einen diskreten Wert  $E_{kin} = 0,783 \text{ MeV}$ .

Die Bewegungsenergie der beim Betazerfall erzeugten Elektronen kann über deren Ablenkung in einem Magnetfeld gemessen werden. Dabei zeigt sich, dass die Elektronen eine dem rechts dargestellten Diagramm entsprechende kontinuierliche Energieverteilung mit  $E_{max} = 0,783 \text{ MeV}$  haben.



Um die **Energieerhaltung** für Betazerfälle gewährleisten zu können, postulierte **Wolfgang Pauli 1930** ein weiteres Teilchen, auf das die fehlende Reaktionsenergie übertragen wird.

Auch die **Impulserhaltung** erfordert ein solches zusätzliches Teilchen.

Die **Erhaltung der elektrischen Ladung**, die **Erhaltung der schwachen Ladung** (vgl. S. 492) und die **Erhaltung der Leptonenzahl** (vgl. S. 510) legen das gesuchte Teilchen als elektrisch neutrales Anti-Lepton fest. Es handelt sich beim  $\beta^-$ -Zerfall um das **Elektron-Antineutrino**  $\bar{\nu}_e$ .

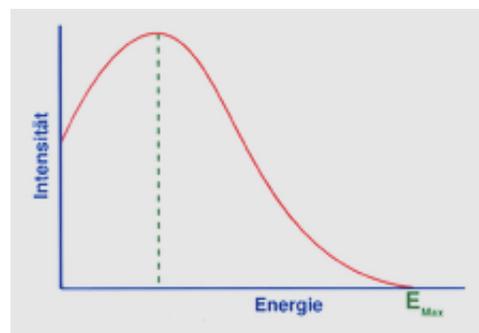
Pauli nannte das neue Teilchen „Neutron“. Das heute als Neutron bezeichnete Teilchen wurde erst 1932 entdeckt. Der Name „Neutrino“ geht auf **Enrico Fermi** zurück, der insbesondere die Theorie zum Neutrino entwickelte.

Die fehlende elektrische Ladung und die kleine Masse des Elektron-Antineutrinos führt zu einer **extrem geringen Wechselwirkung mit Materie** und erschwert damit den Nachweis. Dass Wolfgang Pauli sich dieses Problems bewusst war zeigt seine Bemerkung „*Ich habe etwas Schreckliches getan. Ich habe ein Teilchen vorhergesagt, das man niemals entdecken können wird.*“

Der **experimentelle Nachweis des Elektron-Antineutrinos** gelang erst **1956** den amerikanischen Physikern **Clyde Cowan** und **Fred Reines**. Für ihr **Savannah-Experiment** nutzten sie einen der ersten großen amerikanischen Kernreaktoren. Beim Zerfall der Spaltprodukte können in der gleichen Zeit wesentlich mehr Elektron-Neutrinos erzeugt werden, als mithilfe eines radioaktiven Präparats. Der Nachweis von Elektron-Antineutrinos erfolgte über den **inversen Beta-Zerfall**:  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$ .

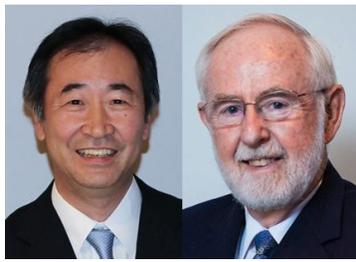
Reines erhielt 1995 den Nobelpreis für die Entdeckung des Elektron-Neutrinos.

Im Gegensatz zu Neutrinos und Antineutrinos lassen sich Positronen  $e^+$  und Neutronen  $n$  relativ leicht nachweisen.



## Die Masse der Neutrinos:

Lange Zeit war unklar, ob Neutrinos eine sehr geringe oder gar keine Masse haben.



**2015** erhielten **Takaaki Kajita** (Japan) und **Arthur B. McDonald** (Kanada) den Nobelpreis für die **Entdeckung der Neutrinooszillationen** und damit für den **Nachweis der Neutrinomasse**.

Unter **Neutrinooszillation** versteht man die Umwandlung der Neutrinoarten  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$  und  $\nu_\tau$  ineinander. Ein Neutrino kann sich aber nur in ein anderes Neutrino umwandeln, wenn Neutrinos Masse haben. Ein masseloses Teilchen müsste sich nämlich nach der Relativitätstheorie mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Dann würde aus der Sicht eines ruhenden Beobachters wegen der relativistischen Zeitdilatation die Zeit für das Neutrino aber nicht vergehen und es könnte sich folglich nicht in ein anderes Neutrino umwandeln (vgl. Kap VIII, S. 374).

Einen wichtigen Hinweis auf Neutrinooszillationen lieferte das **Homestake-Experiment** (vgl. Kap. II, S. 71). Das Experiment registrierte Elektron-Neutrinos, die bei Fusionsprozessen im Kern der Sonne erzeugt wurden. Das entscheidende Ergebnis war, dass nur etwa ein Drittel der Elektron-Neutrinos von der Sonne auf der Erde ankommen, die aufgrund der Leuchtkraft der Sonne zu erwarten wären. Die Ursache für den überraschenden Ausgang des Experiments liegt nicht in einer fehlerhaften Vorstellung von den Vorgängen im Inneren der Sonne, bei denen Neutrinos entstehen, sondern in der Neutrinooszillation: Die im Sonnenkern erzeugten Elektron-Neutrinos wandeln sich zum Teil in Myon-Neutrinos und Tauon-Neutrinos um, die aber vom Homestake-Experiment nicht nachgewiesen werden konnten.

Arthur B. McDonald untersuchte am kanadischen **Sudbury Neutrino Observatorium** Elektron-Neutrinos, die in der Sonne erzeugt werden. 2001 konnte er nachweisen, dass diese Neutrinos Oszillationen unterworfen sind. Bereits 1998 zeigte Takaaki Kajita, dass Neutrinos, die entstehen, wenn kosmische Strahlung auf die Erdatmosphäre trifft, sich auf ihrem Weg zum **Super-Kamiokande-Detektor** in Japan von einem Myon-Neutrino ebenfalls in einen anderen Neutrino-Typ umwandeln.

Präzisionsmessungen zu Neutrinooszillationen werden insbesondere bei **ICECube** (vgl. Kap II, S. 72f) durchgeführt.

## 4) Der Spin

### Der Bahn-Drehimpuls:

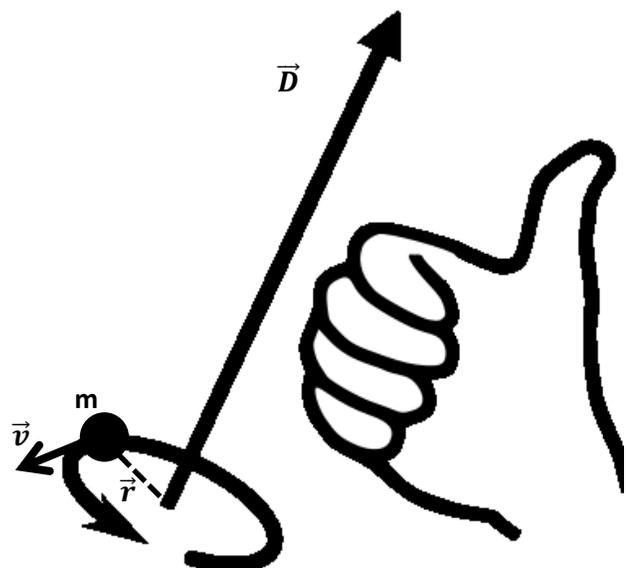
Rotiert ein Körper mit der Masse  $m$  und der Bahngeschwindigkeit  $v$  im Abstand  $r$  um ein Rotationszentrum, so hat er den **Bahn-Drehimpuls** oder kurz **Drehimpuls**  $\vec{D} = m \cdot \vec{v} \cdot \vec{r}$ .

Der Drehimpuls ist eine **vektorielle Größe**:

$$\vec{D} = m \cdot \vec{v} \times \vec{r}$$

Seine Richtung lässt sich mit der in der Skizze illustrierten „Rechte-Hand-Regel“ bestimmen.

Der Drehimpuls ist – wie Impuls und Energie – eine **Erhaltungsgröße**.

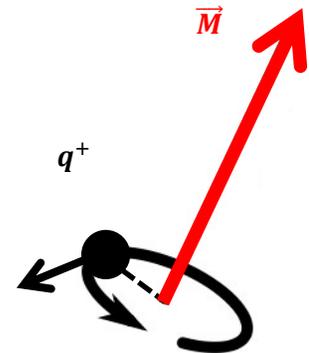


## Drehimpuls und magnetisches Moment:

Die **Rotation eines positiv geladenen Körpers** erzeugt ein **Magnetfeld  $\vec{M}$** , das die gleiche Richtung hat, wie der Drehimpuls  $\vec{D}$ .

Dies kann man sich leicht klar machen, wenn man sich die Bewegung der Ladung als Kreisstrom oder als stromdurchflossene Leiterschleife vorstellt. Die Bewegungsrichtung einer positiven Ladung entspricht dabei der technischen Stromrichtung.

Rotiert eine positive Ladung in entgegengesetzter Richtung oder ersetzt man (bei gleicher Drehrichtung) die positive Ladung durch eine negative Ladung, so zeigt auch das Magnetfeld in die entgegengesetzte Richtung.  $\vec{M}$  und  $\vec{D}$  sind dann antiparallel.



Rotiert eine Ladung  $q$  in einem **äußeren Magnetfeld  $\vec{M}_a$** , so tritt zwischen dem äußeren Magnetfeld  $\vec{M}_a$  und dem durch die Rotation der Ladung bewirkten Magnetfeld  $\vec{M}$  eine Wechselwirkung auf: Das äußere Magnetfeld  $\vec{M}_a$  versucht das rotierende System so auszurichten, dass  $\vec{M}$  und  $\vec{M}_a$  in die gleiche Richtung zeigen.

Je nach Richtung und Stärke des äußeren Magnetfeldes sind dabei beliebige Richtungen von  $\vec{M}$  bzw.  $\vec{D}$  möglich.

Entsprechend dem vom Kreisstrom erzeugten Magnetfeld  $\vec{M}$  definiert man ein sogenanntes magnetisches Moment  $\vec{\mu}$ . Das **magnetische Moment  $\vec{\mu}$  eines Kreisstromes**, der durch ein elektrisch geladenes Teilchen mit der Ladung  $q$  und der Masse  $m$ , das sich auf einer Kreisbahn bewegt, hervorgerufen wird, ist

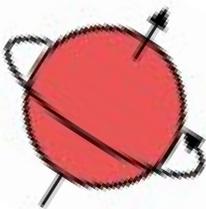
$$\vec{\mu} = \frac{q}{2m} \cdot \vec{D}$$

Das **magnetische Moment  $\vec{\mu}$**  ist für positiv geladene Teilchen parallel zum Drehimpuls  $\vec{D}$  und für negativ geladene Teilchen antiparallel zum Drehimpuls  $\vec{D}$ .

Das **magnetische Moment eines Elektrons**, das auf einer Kreisbahn läuft und dabei den Bahndrehimpuls  $\vec{D}$  besitzt:

$$\vec{\mu}_e = -\frac{e}{2m_e} \cdot \vec{D}$$

## Der Eigendrehimpuls eines Körpers:



Vom **Eigendrehimpuls** eines Körpers spricht man, wenn der Körper nicht um ein Rotationszentrum außerhalb seines Schwerpunkts rotiert, sondern sich selbst dreht.

Den Eigendrehimpuls eines ausgedehnten Körpers kann man berechnen, indem man sich den Körper als Ansammlung unendlich vieler Massenpunkte mit den Massen  $m_i$  mit unterschiedlichen Abständen  $r_i$  von der Rotationsachse des Körpers vorstellt. Jeder Massenpunkt rotiert dann mit der Geschwindigkeit  $\vec{v}_i$  um die Rotationsachse des Körpers und hat einen eigenen Bahndrehimpuls  $\vec{D}_i = m_i \cdot \vec{v}_i \times \vec{r}_i$ .

Für den Eigendrehimpuls des Körpers gilt dann:

$$\vec{D} = \sum_{i=1}^{\infty} \vec{D}_i = \sum_{i=1}^{\infty} (m_i \cdot \vec{v}_i \times \vec{r}_i)$$

## Der Spin:

Einem **Elementarteilchen**, z.B. einem **Elektron** kann kein mechanischer Eigendrehimpuls zugeordnet werden, weil nicht geklärt ist, ob Elementarteilchen eine Ausdehnung besitzen.

Wie die rotierende Ladung auf der Kreisbahn zeigen Elektronen und auch die anderen Elementarteilchen im Experiment aber eine magnetische Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld.

Man führt deshalb auch für **Elementarteilchen** ein **magnetisches Moment**  $\vec{\mu}$  und als dessen Ursache einen Eigendrehimpuls ein. Der Eigendrehimpuls eines Elementarteilchens heißt **Spin**  $\vec{S}$ .

Der **Spin**  $\vec{S}$  Teilchens ist, wie z.B. die elektrische Ladung, eine **Quanteneigenschaft**. Er kann nicht wie der Bahndrehimpuls oder der Eigendrehimpuls eines ausgedehnten Körpers aus physikalischen Eigenschaften des Teilchens berechnet werden.

Das **magnetische Moment**  $\vec{\mu}$  eines **Elementarteilchens** wird – in Analogie zu dem in Richtung des Drehimpulses  $\vec{D}$  definierten magnetischen Moments  $\vec{\mu} = \frac{q}{2m} \cdot \vec{D}$  eines punktförmigen Teilchens mit der Masse  $m$  und der Ladung  $q$ , das sich auf einer Kreisbahn bewegt – in Richtung des Spins  $\vec{S}$  definiert:

$$\vec{\mu} = g \cdot \frac{q}{2m} \cdot \vec{S}$$

Ein prinzipieller Unterschied zur Definition des magnetischen Moments eines Kreisstroms ist der sogenannte **g-Faktor**. Diese Konstante hat für Leptonen ziemlich genau den Wert  $g = 2$ .

Auch für das magnetische Moment eines Elementarteilchens gilt:

- Magnetisches Moment  $\vec{\mu}$  und Spin  $\vec{S}$  eines positiv geladenen Teilchens haben die gleiche Richtung.
- Magnetisches Moment  $\vec{\mu}$  und Spin  $\vec{S}$  eines negativ geladenen Teilchens haben entgegengesetzte Richtungen.

Für das **Elektron** gilt: 
$$\vec{\mu}_e = -g \cdot \mu_B \cdot \frac{1}{\hbar} \cdot \vec{S} = -g \cdot \frac{e}{2m_e} \cdot \vec{S} \approx -\frac{e}{m_e} \cdot \vec{S}$$

Die Konstante  $\mu_B = \frac{e}{2m_e} \cdot \hbar \approx 5,05 \cdot 10^{-27} \frac{J}{T}$  heißt **Bohrsches Magneton**.

$\hbar = \frac{h}{2\pi} \approx \frac{6,63 \cdot 10^{-31} J \cdot s}{2\pi} \approx 1,06 \cdot 10^{-31} J \cdot s$  ist das **reduzierte Plancksche Wirkungsquantum**

---

Für **andere Leptonen** müssen deren Masse  $m$  und deren Ladung  $q$  in die Definition des magnetischen Moments eingesetzt werden.

Beispiel: magnetisches Moment eines **positiven Myons**  $\mu^+$ : 
$$\vec{\mu}_\mu = g \cdot \frac{e}{2m_\mu} \cdot \vec{S}$$

Für **Quarks** muss man in die Formel  $\vec{\mu} = g \cdot \frac{q}{2m} \cdot \vec{S}$  die elektrische Ladung des Quarks ( $q = \pm \frac{1}{3} \cdot e$  bzw.  $q = \pm \frac{2}{3} \cdot e$ ) und die Quarkmasse einsetzen. Die Bestimmung der Quarkmasse ist allerdings nicht unproblematisch (vgl. S. 474).

Aus Quarks zusammengesetzte Teilchen wie das **Proton** oder das (elektrisch neutrale!) **Neutron** haben magnetische Momente, die analog zum magnetischen Moment eines Leptons definiert sind. Allerdings hat haben hier die **g-Faktoren andere Werte** und das Bohrsche Magneton  $\mu_B$  muss durch das **Kernmagneton**  $\mu_K = \frac{e}{2m_p} \cdot \hbar$  ersetzt werden:

**Proton:** 
$$\vec{\mu}_p = g_p \cdot \mu_K \cdot \frac{1}{\hbar} \cdot \vec{S} \quad \text{mit } g_p \approx 5,6$$

**Neutron:** 
$$\vec{\mu}_n = g_n \cdot \mu_K \cdot \frac{1}{\hbar} \cdot \vec{S} \quad \text{mit } g_n \approx -3,8$$

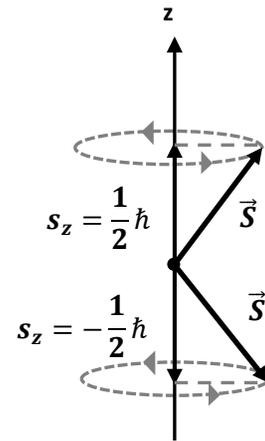
### Die Spinquantisierung:

Eine quantenmechanische Besonderheit des Spins beispielsweise eines Elektrons ist, dass er im Gegensatz zum mechanischen Drehimpuls bei Messungen nicht in beliebige Richtungen zeigt, sondern nur so ausgerichtet sein kann, dass die z-Komponente des Spins  $\vec{S}$  die Werte  $s_z = \frac{1}{2} \cdot \hbar$  oder  $s_z = -\frac{1}{2} \cdot \hbar$  annimmt.

Die Faktoren  $\frac{1}{2}$  bzw.  $-\frac{1}{2}$  bezeichnet man als **Spinquantenzahlen der z-Komponente  $s_z$  des Elektronenspins  $\vec{S}$** .

Aus der Quantisierung der z-Komponente  $s_z$  des Spins folgt eine **Quantisierung der z-Komponente  $\mu_z = g \cdot \mu_B \cdot s_z$  des magnetischen Moments**:

$$\mu_z = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \mu_B \quad \text{oder} \quad \mu_z = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \mu_B$$



### Die Wechselwirkung des magnetischen Moments mit einem äußeren Magnetfeld:

In inhomogenen Magnetfeldern wirken auf Elementarteilchen wegen ihres magnetischen Moments Kräfte.

Für den Fall, dass das Magnetfeld  $\vec{B}$  nur in z-Richtung inhomogen ist, wirkt eine Kraft in z-Richtung, für die gilt:

$$F = F_z = \mu_z \cdot \frac{dB}{dz}$$

Auf ein Elektron wirkt in einem in z-Richtung inhomogenen Magnetfeld  $\vec{B}(z)$  also die Kraft

$$F = \pm \mu_z \cdot \frac{dB}{dz} = \pm \frac{1}{2} \cdot g \cdot \mu_B \cdot \frac{dB}{dz} \approx \mp 5,05 \cdot 10^{-27} \frac{Nm}{T} \cdot \frac{dB}{dz}$$

Falls die magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  in z-Richtung zunimmt ( $\frac{dB}{dz} > 0$ ), wirkt diese Kraft  $\vec{F}$  auf ein Elektron mit  $s_z = +\frac{1}{2} \cdot \hbar$  („Spin up“) gegen die z-Richtung und auf ein Elektron mit  $s_z = -\frac{1}{2} \cdot \hbar$  („Spin down“) in z-Richtung.

### Beachte:

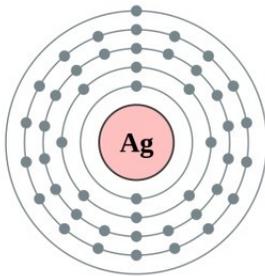
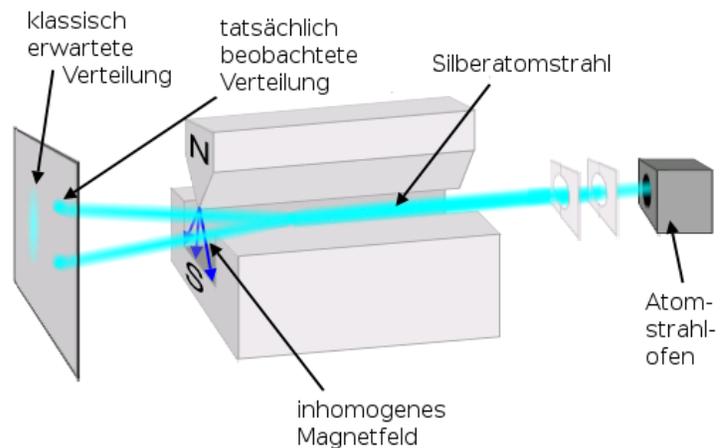
**Diese Kraft ist eine Wechselwirkung zwischen magnetischem Moment und inhomogenem äußerem Magnetfeld.** Man darf sie **nicht mit der Lorentzkraft verwechseln**, die auf bewegte geladene Teilchen in jedem Magnetfeld wirkt.

## Das Stern-Gerlach-Experiment:

Die Quantelung des Elektronenspins wurde 1922 mit dem **Stern-Gerlach-Experiment** entdeckt:

In einem inhomogenen Magnetfeld wird ein Strahl elektrisch neutraler Silberatome in zwei Teilstrahlen aufgespalten.

Weil die Silberatome ungeladen sind, handelt es sich um ein rein magnetisches Phänomen und beruht nicht auf der Wirkung der Lorentzkraft, die auf bewegte geladene Körper im Magnetfeld wirkt.



Das Silberatom besitzt 4 abgeschlossene Elektronenschalen und nur ein Valenzelektron auf der äußersten Schale, das allein durch seinen Spin das magnetische Moment des Silberatoms bestimmt.

Dass der Strahl der Silberatome in genau zwei Strahlen aufgespalten wird, zeigt, dass das Valenzelektron genau zwei unterschiedliche Einstellungen der z-Komponente  $\mu_z$  des magnetischen Moments haben kann. Damit können für den Spin  $\vec{S}$  des Valenzelektrons nur genau zwei unterschiedliche Einstellungen der z-Komponente  $s_z$  gemessen werden, die sich durch ihre Vorzeichen unterscheiden:  $s_z = \frac{1}{2} \cdot \hbar$  oder  $s_z = -\frac{1}{2} \cdot \hbar$

## Fermionen und Bosonen:

Hinsichtlich der erlaubten Spinquantenzahlen unterscheidet man zwei Teilchensorten:

**Fermionen** haben **halbzahlige Spins**. Zu den Fermionen gehören alle **Elementarteilchen** (Elektron, Myon, Tau, Quarks, Neutrinos und deren Antiteilchen), das **Proton** und das **Neutron**.

**Bosonen** haben **ganzzahlige Spins**. Zu den Bosonen gehören die **Austauschteilchen** (Photon, Gluonen, W- und Z-Bosonen, das Higgs-Boson und das hypothetische Graviton).

Die zwei unterschiedlichen Spins eines Elektrons führen zur **Feinstrukturaufspaltung** der Spektrallinien bzw. Energieniveaus von Atome.

- Ein Beispiel für die Feinstrukturaufspaltung einer Spektrallinie ist die Aufspaltung der **Natrium-D-Linie** (vgl. Kap. II, S. 42).

Als **Hyperfeinstrukturaufspaltung** bezeichnet man den Energieunterschied zwischen der parallelen und antiparallelen Spin-Orientierung des Elektrons relativ zum Spin des Protons.

- Die **21 cm-Linie des atomaren Wasserstoffs** oder **HI-Linie** entsteht bei Hyperfeinstrukturübergängen in Wasserstoffatomen (vgl. Kap. II, S. 64).

Dass Elektronen genau zwei unterschiedliche z-Komponenten des Spins haben können, bildet die Grundlage für die Besetzung der Elektronenschalen in Atomen unter Berücksichtigung des **Pauli-Verbots**, das besagt, dass sich nie zwei Fermionen am gleichen Ort im gleichen Zustand befinden dürfen.

## Die Helizität:

### Rechts- und linkshändige Teilchen:

Die **Helizität  $h$**  eines Teilchens ist die Spinkomponente in Bewegungsrichtung.

- Wenn die **Drehachse des Spins in Bewegungsrichtung** zeigt, spricht man von **positiver Helizität**.
- Wenn die **Drehachse des Spins gegen die Bewegungsrichtung** zeigt, spricht man von **negativer Helizität**.

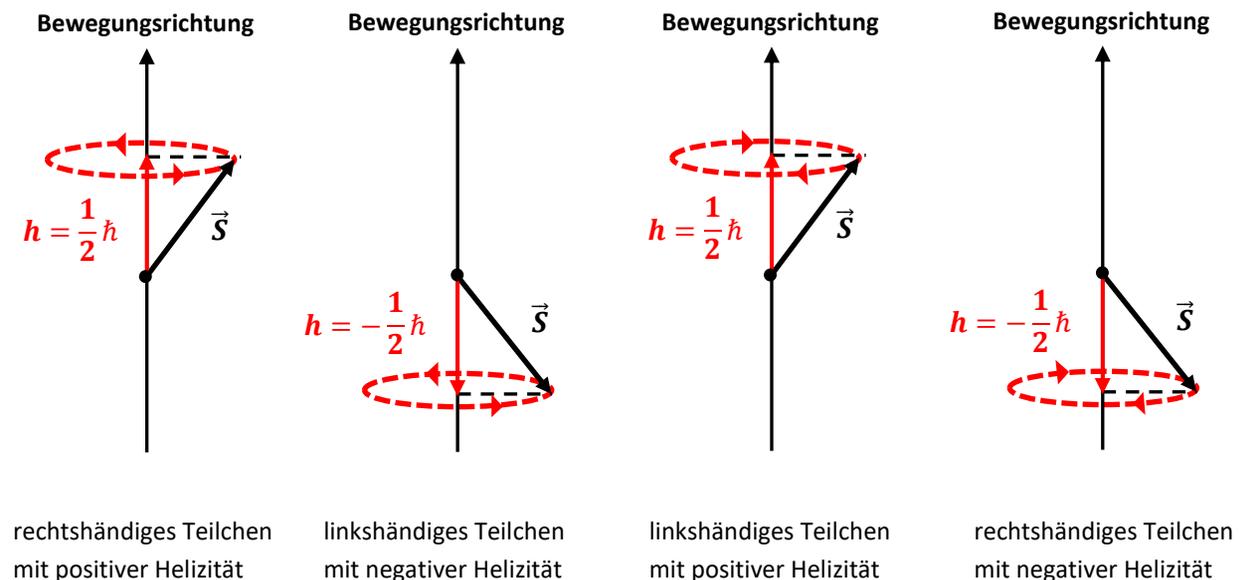
In welche Richtung die Drehachse des Spins zeigt, hängt von der **Händigkeit des Teilchens** ab.

### Merkregel:

*In Richtung der Drehachse des Impulses eines rechtshändigen Teilchens zeigt der ausgestreckte Daumen deiner rechten Faust an, wenn die gekrümmten Finger die Drehrichtung des Spins angeben.*

*Bei einem linkshändigen Teilchen gilt die entsprechende Regel mit der linken Faust.*

In den folgenden Abbildungen werden die vier möglichen Orientierungen der Drehachse und Drehrichtung des Spins dargestellt:



Die Helizität ist eine **Erhaltungsgröße!**

## 5) Wechselwirkungen

### Die vier fundamentalen Wechselwirkungen:

Die **Teilchenphysik** beschreibt den Aufbau der Materie aus **Elementarteilchen** und die **Wechselwirkungen** zwischen den Elementarteilchen. Wechselwirkungen sind **alle Arten von Kräften** aber auch **Umwandlungsvorgänge** wie Paarerzeugung und Annihilation.

Wir unterscheiden vier fundamentale Wechselwirkungen:

- **Elektromagnetische Wechselwirkung**
- **Schwache Wechselwirkung**
- **Starke Wechselwirkung**
- **Gravitation**

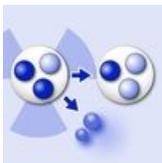


Die **elektromagnetische Wechselwirkung** wirkt zwischen allen **elektrisch geladenen Teilchen** (Leptonen, Quarks, W-Bosonen).

Sie äußert sich als **anziehende oder abstoßende Kraft zwischen elektrisch geladenen oder magnetischen Körpern**. **Paarerzeugung und Annihilation** sind ebenfalls elektromagnetischen Wechselwirkungen. Chemische Bindungen, die die Atome in Molekülen zusammenhalten, sind eine Folge der elektromagnetischen Wechselwirkung. Auch der Photoeffekt beruht auf der elektromagnetischen Wechselwirkung.

Dass die elektrische und die magnetische Wechselwirkung zu einer elektromagnetischen Wechselwirkung zusammengefasst wird, ist nachvollziehbar, wenn man bedenkt, dass über das Induktionsgesetz Elektrizität und Magnetismus untrennbar miteinander verbunden sind: Jeder elektrische Strom erzeugt ein Magnetfeld und jede Änderung eines Magnetfeldes führt zu einer elektrischen Spannung, die einen Stromfluss bewirken kann.

Die **Reichweite** der elektromagnetischen Wechselwirkung ist **unendlich groß**.

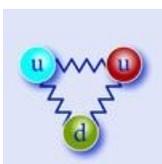


Die **schwache Wechselwirkung** wirkt zwischen **Materieteilchen und Antiteilchen, die eine schwache Ladung tragen** (vgl. S. 492).

Sie ist verantwortlich für **Teilchenzerfälle** und für die **Kernfusion**. Die Kernfusion ist die Energiequelle der Sonne und damit für uns lebensnotwendig.

**Neutrinos** und **Antineutrinos** entstehen ausschließlich bei Vorgängen, die der schwachen Wechselwirkung unterliegen.

Mit  $10^{-18} \text{ m}$  hat die schwache Wechselwirkung die kleinste **Reichweite** der vier Wechselwirkungen. Ihre winzige Reichweite führt dazu, dass die schwache Wechselwirkung im Alltag kaum beobachtbar ist und Vorgänge, die auf der schwachen Wechselwirkung beruhen, mit relativ geringer Wahrscheinlichkeit stattfinden.



Die **starke Wechselwirkung** wirkt zwischen **Quarks** und zwischen **Kernbausteinen (Protonen und Neutronen)**. Die Ursache der starken Wechselwirkung ist die **Farbladung** der Quarks (vgl. S. 500).

Sie hält die Quarks in Hadronen und die Protonen und Neutronen in Atomkernen entgegen deren elektrischer Abstoßung zusammen. Radioaktive  $\alpha$ -Zerfälle beruhen ebenfalls auf der starken Wechselwirkung

Die **Reichweite** der starken Wechselwirkung beschränkt sich mit  $10^{-15} \text{ m}$  auf den Radius eines Atomkerns.



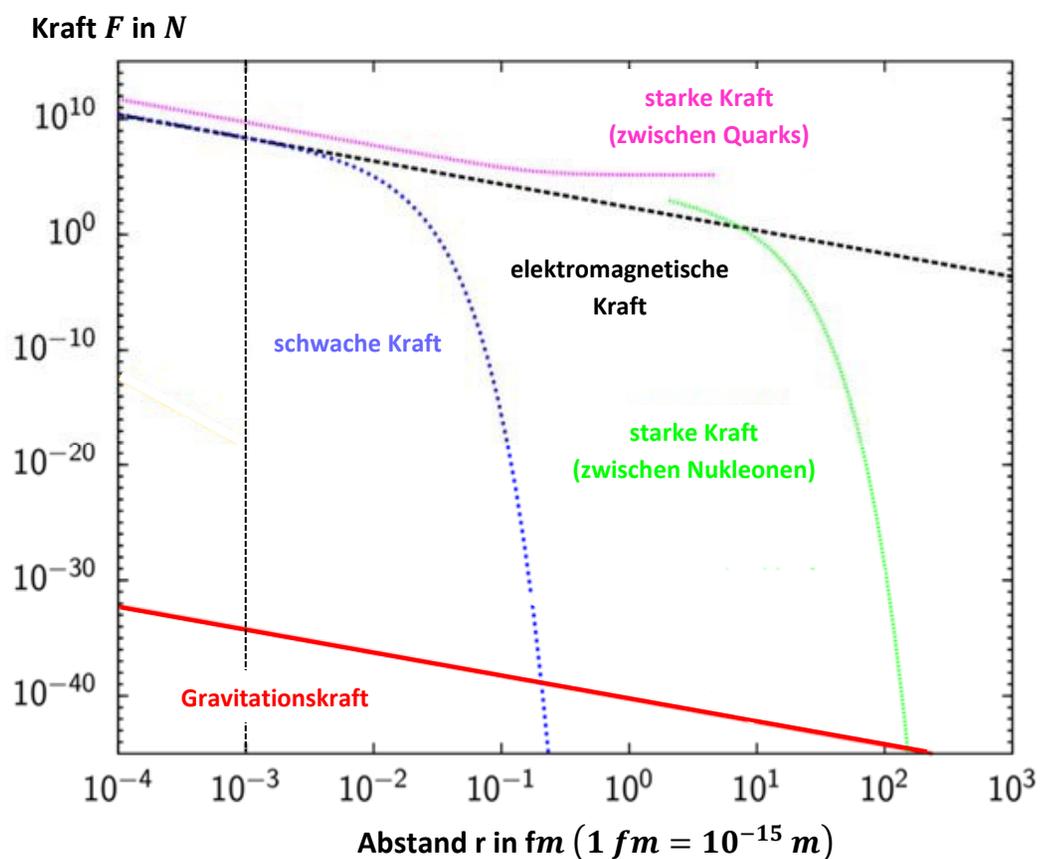
Die **Gravitation** wirkt zwischen allen **Teilchen, die Masse haben**.

Im Makrokosmos ist die Gravitation die dominierende Wechselwirkung. Nach der Allgemeinen Relativitätstheorie wird die Gravitation durch die Krümmung der Raumzeit beschrieben (vgl. Kap. VIII, S. 436). Die Gravitation bestimmt die Bewegung aller kosmischen Objekte und die Ausbreitung des Lichts im Universum.

Obwohl Gravitationskräfte unseren Alltag prägen und für die Dynamik des Universums verantwortlich sind, gibt es bisher keine Theorie, die die Gravitation im Mikrokosmos richtig beschreibt. Die Massen der Elementarteilchen sind so klein, dass sich Gravitationskräfte zwischen Elementarteilchen sehr schwer messen lassen. In Bereichen, wo die anderen drei Wechselwirkungen ähnliche Eigenschaften zeigen, verhält sich die Gravitation völlig anders.

Die **Reichweite** der Gravitation ist unendlich groß.

### Die Stärken der Wechselwirkungen im Vergleich:



Die vier grundlegenden Wechselwirkungen unterscheiden sich sehr deutlich hinsichtlich ihrer Reichweiten und vor allem hinsichtlich ihrer relativen Stärken. Um die Beträge  $F$  aller vier Kräfte abhängig vom Teilchenabstand  $r$  in einem gemeinsamen Diagramm darstellen zu können, wurde eine **logarithmische Darstellung** gewählt. Auf beiden Achsen nehmen die Werte pro Skalenstrich um den Faktor 10 zu.

Eine Gerade der negativen Steigung  $-m$  im Diagramm gehört bei logarithmischer Darstellung zu einer Kraft, für die gilt  $F(r) \sim \frac{1}{r^m}$ .

Begründung:

Würde man auf beiden Achsen statt der Zehnerpotenzen nur deren Exponenten auftragen, so würde man lineare Achsenbeschriftungen erhalten. Nach rechts würden dann die Zehnerlogarithmen  $\lg(r)$  der Teilchenabstände in  $fm$  und nach oben die Zehnerlogarithmen  $\lg(F)$  der Kräfte in N aufgetragen.

Für jede Gerade mit der Steigung  $m$  und dem Achsenabschnitt  $t$  im Diagramm gilt also:

$$\begin{aligned} \lg(F) &= -m \cdot \lg(r) + t \\ \Rightarrow \lg(F) + \lg(r^m) &= t \quad \Rightarrow \lg(F \cdot r^m) = t \quad \Rightarrow F \cdot r^m = 10^t = \text{konst.} \\ \Rightarrow F &= \text{konst.} \cdot \frac{1}{r^m} \quad \Rightarrow F(r) \sim \frac{1}{r^m} \end{aligned}$$

Im Diagramm auf S. 487 erkennt man, dass bei logarithmischer Darstellung alle  $r$ - $F$ -Diagramme für sehr kleine Teilchenabstände  $r \leq 10^{-18} m = 10^{-3} fm$  parallel verlaufen. Folglich zeigen alle vier Wechselwirkungen für sehr kleine Teilchenabstände  $r \leq 10^{-3} fm = 10^{-18} m$  (schwarz gestrichelte senkrechte Linie!) die gleiche Abstandsabhängigkeit. Ihre Stärken sind in diesem Bereich vergleichbar.

**Für Teilchenabstände in der Größenordnung von höchstens  $10^{-18} m$**  gilt näherungsweise für die relativen Stärken der Wechselwirkungen:

$$\text{starke Kraft} : \text{elektromagn. Kraft} : \text{schwache Kraft} : \text{Gravitationskraft} = 100 : 1 : 1 : 10^{-38}$$

**Für größere Abstände** verhalten sich die Wechselwirkungen unterschiedlich:

- **Elektromagnetische Kraft** und **Gravitationskraft** nehmen mit  $\frac{1}{r^2}$  ab. Sie haben beide eine unendlich große Reichweite.
- Die **schwache Kraft** nimmt für Teilchenabstände, die größer als  $10^{-18} m$  sind, rasch ab.
- Die **starke Kraft zwischen Quarks** nimmt für Teilchenabstände bis etwa  $1 fm$  mit  $\frac{1}{r^2}$  ab. Dann bleibt sie konstant. Bei einem Teilchenabstand von etwa  $2 fm$  endet die Reichweite der starken Wechselwirkung.
- Die **starke Kraft zwischen Nukleonen** (Protonen und Neutronen) gehorcht offenbar anderen Gesetzmäßigkeiten: Sie wirkt ab einem Teilchenabstand, der einem doppelten Protonenradius entspricht und nimmt dann rasch ab. Damit wirkt die starke Wechselwirkung nur zwischen zwei benachbarten Protonen.

Die unterschiedlichen Mechanismen der starken Wechselwirkung zwischen Quarks und zwischen Nukleonen werden wir später behandeln.

## Confinement:

Eine **Besonderheit der starken Wechselwirkung** ist, dass die anziehende Kraft zwischen zwei Quarks gegen Ende der Reichweite der starken Wechselwirkung nicht abnimmt, sondern einen konstanten Wert annimmt, bevor sie abbricht. Diese konstante Kraft hat einen Betrag von etwa  $150 \text{ kN}$ . Das entspricht der Gewichtskraft eines 15 Tonnen schweren Körpers auf der Erde!

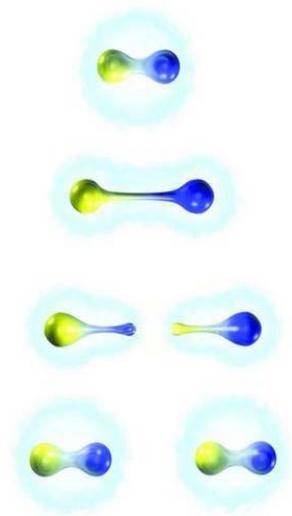
Die Arbeit, die man einem aus einem Quark und einem Antiquark aufgebauten Meson zuführen muss, um den Abstand dem Quark und dem Antiquark von  $r_0$  auf  $r_1$  zu vergrößern, erhält man durch Integration der Kraft über den Abstand:

$$W = \int_{r_0}^{r_1} F(r) dr$$

Geometrisch beschreibt dieses Integral die Fläche unter dem  $r$ - $F$ -Diagramm zwischen den Abständen  $r_0$  und  $r_1$ . Bei einer konstanten Kraft  $F(r) = F_0$  folgt:  $W = F_0 \cdot (r_1 - r_0)$ .

Durch die zugeführte Arbeit nimmt die Energie des Mesons immer weiter zu. Der normale Bindungsabstand von Quark und Antiquark in einem Meson beträgt  $0,3 \text{ fm}$  bis  $1,3 \text{ fm}$ . Wenn der Abstand der beiden Quarks auf etwa  $0,7 \text{ fm}$  über dem normalen Bindungsabstand angewachsen ist, also auf einen Abstand von  $1 \text{ fm}$  bis  $2 \text{ fm}$ , hat sich der Energieinhalt  $E$  des Mesons durch die zugeführte Arbeit so stark erhöht, dass sich nach  $E = mc^2$  aus der „Überschussenergie“ ein neues Quark-Antiquark-Paar bilden kann. Das neu erzeugte Quark und das neu erzeugte Antiquark schließen sich mit dem ursprünglichen Antiquark bzw. mit dem ursprünglichen Quark des Mesons zu zwei neuen Mesonen zusammen.

Es ist nicht möglich, die Quarks eines Mesons zu trennen, so dass sie als isolierte Quarks vorliegen. Dieses Phänomen bezeichnet man mit dem englischen Wort für „Gefangenschaft“ als **Confinement**.



## Die Ladungen der Teilchen:

Wie stark zwei Teilchen wechselwirken, hängt, wie wir gerade gesehen haben, je nach Art der Wechselwirkung vom Abstand der beiden Teilchen ab.

Jedes Teilchen hat aber mit den Ladungen auch für das Teilchen selbst charakteristische Eigenschaften, die sich ebenfalls auf die Stärke der gegenseitigen Wechselwirkung auswirken:

- die **elektrische Ladung  $Q$**
- die **schwache Ladung  $I$**  und
- die **starke Ladung** oder „**Farbladung**“.

Ob es eine **gravitative Ladung** gibt, ist noch nicht geklärt.

## Grundlegende Eigenschaften von Ladungen:

- Ladungen sind **fundamentale und unveränderliche Eigenschaften eines Teilchens**. Zusammen mit der Ruhemasse charakterisiert die Ladung ein Teilchen eindeutig.
- Beim Übergang **Teilchen** → **Antiteilchen** ändert sich das Vorzeichen aller Ladungen.
- Ladungen können nur bestimmte Werte annehmen. Sie sind „gequantelt“.
- **Ladungen erzeugen die Wechselwirkungen**. Ein Teilchen unterliegt einer Wechselwirkung, wenn die zugehörige Ladung von Null verschieden ist.

Für die Ladungen der drei Wechselwirkungen gilt jeweils:

- Bei allen physikalischen Prozessen, die in der Natur ablaufen, gilt **Ladungserhaltung**. Das heißt: Die Summe der Ladungen aller Teilchen vor dem Prozess ist gleich der Summe der Ladungen aller Teilchen nach dem Prozess.

## Die elektrische Ladung:

Die **elektrische Ladung**  $Q$  eines Teilchens wird als Vielfaches der **Elementarladung**  $e$  angegeben:

$$Q = z \cdot e \quad \text{mit } e \approx 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Die Elementarladung  $e$  heißt auch **Kopplungsstärke der elektromagnetischen Wechselwirkung**.

$z$  ist die **Ladungsquantenzahl** oder kurz „Ladungszahl“.

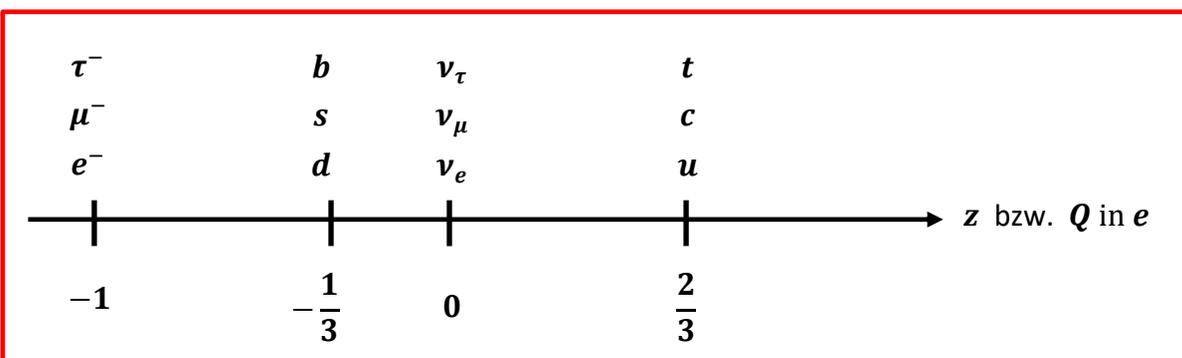
**Quarks** tragen **Drittel-Ladungen**.

**Antiteilchen** tragen die elektrische Ladung des Teilchens mit entgegengesetztem Vorzeichen.

Beispiele:

$$\begin{aligned} \text{up-Quark: } Q_u &= \frac{2}{3} \cdot e & \Rightarrow & & \text{Anti-up-Quark: } Q_{\bar{u}} &= -\frac{2}{3} \cdot e \\ \text{down-Quark: } Q_d &= -\frac{1}{3} \cdot e & \Rightarrow & & \text{Anti-down-Quark: } Q_{\bar{d}} &= \frac{1}{3} \cdot e \end{aligned}$$

## Elektrische Ladungen der Elementarteilchen:



Die **elektrischen Ladungen** zweier Teilchen sind die **Ursache für die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen den Teilchen**. Zwei elektrisch geladene Teilchen ziehen sich gegenseitig an, wenn ihre elektrischen Ladungen unterschiedliche Vorzeichen haben. Wenn die Teilchen gleich geladen sind, stoßen sie sich ab.

Freie Teilchen müssen immer elektrische Ladungen haben, die ganzzahlige Vielfache der Elementarladung  $e$  sind.

### Aus Quarks und Antiquarks aufgebaute Objekte:

Weil Quarks Drittel-Ladungen tragen, können Quarks nur in **Kombinationen von mindestens zwei Quarks und Antiquarks** auftreten, deren elektrische Ladungssumme ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung  $e$  ergibt. Aus mehreren Quarks bzw. Antiquarks zusammengesetzte Objekte heißen **Hadronen**.

Wir unterscheiden:

**Baryonen** (von griech. βαρύς = schwer) enthalten drei Quarks, deren Ladungen sich so addieren, dass sich als Gesamtladung ein ganzzahliges Vielfaches der Elementarladung  $e$  ergibt.

Die bekanntesten Baryonen sind das **Proton  $p$  ( $uud$ )** und das **Neutron  $n$  ( $udd$ )**.

$$\text{Proton (uud):} \quad \frac{2}{3} \cdot e + \frac{2}{3} \cdot e + \left(-\frac{1}{3} \cdot e\right) = 1 \cdot e$$

$$\text{Neutron (udd)} \quad \frac{2}{3} \cdot e + \left(-\frac{1}{3} \cdot e\right) + \left(-\frac{1}{3} \cdot e\right) = 0$$

**Mesonen** (von griech. μέσος = mittelschwer) enthalten ein **Quark** und ein **Anti-Quark**.

Ganzzahlige Vielfache der Elementarladung  $e$  können sich in **Mesonen** nur für Kombinationen aus einem Quark und einem Antiquark ergeben.

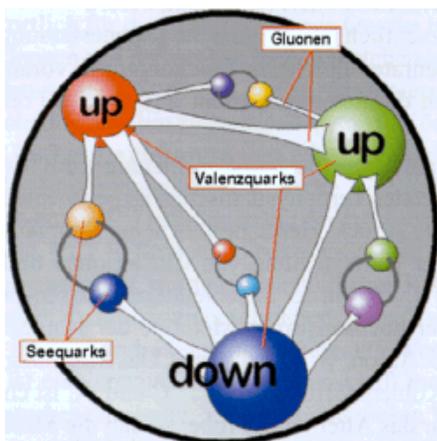
Beispiele:

$$\text{Pionen: } \pi^+ (\bar{u}d): \frac{2}{3} \cdot e + \frac{1}{3} \cdot e = 1 \cdot e \quad \text{und} \quad \pi^- (\bar{d}u): -\frac{2}{3} \cdot e + \left(-\frac{1}{3} \cdot e\right) = -1 \cdot e$$

$$\text{Geladene Kaonen } K^- (\bar{u}s): -\frac{2}{3} \cdot e + \left(-\frac{1}{3} \cdot e\right) = -1 \cdot e \quad \text{und} \quad K^+ (u\bar{s}): \frac{2}{3} \cdot e + \frac{1}{3} \cdot e = 1 \cdot e$$

$$\text{neutrale Kaonen } K^0 (d\bar{s}): -\frac{1}{3} \cdot e + \frac{1}{3} \cdot e = 0 \cdot e \quad \text{und} \quad \bar{K}^0 (\bar{d}s): \frac{1}{3} \cdot e + \left(-\frac{1}{3} \cdot e\right) = 0 \cdot e$$

Wichtige Mesonen in Beschleunigerexperimenten sind **B-Mesonen**, die **bottom-Quarks** enthalten und **D-Mesonen**, die **charm-Quarks** enthalten.



Möglich sind auch Kombinationen aus mehr als drei Quarks. Im September 2015 wurde am COMPASS-Experiment am CERN ein aus drei Quarks und einem Antiquark aufgebautes **Tetraquark** beobachtet. Am LHCb-Experiment wurden im April 2014 ein weiteres Tetraquark und im Juli 2015 ein **Pentaquark** aus vier Quarks und einem Antiquark gefunden.

In der Schulphysik werden **Hadronen** in der Regel vereinfacht als Objekte beschrieben, die aus zwei oder drei Quarks bestehen. Tatsächlich enthalten Hadronen neben diesen sogenannten **Valenzquarks** eine nicht festgelegte Zahl von Quark-Antiquark-Paaren, die als **Seequarks** bezeichnet werden und **Gluonen**.

Gluonen sind die Austauscheteilchen der starken Wechselwirkung zwischen den Quarks. (Vgl. S. 504)

Seequarks und Gluonen wandeln sich im Hadron durch Paarerzeugungs- und Annihilationsprozesse ineinander um.

In der Abbildung ist der Aufbau eines Protons aus drei Valenzquarks (uud) sowie aus Seequarks und Gluonen skizziert.

Theoretisch können sich auch sogenannte **Glueballs** bilden. Das sind Objekte, die ausschließlich aus Gluonen bestehen. Bisher wurden allerdings noch keine Glueballs zweifelsfrei nachgewiesen.

### Die schwache Ladung und der schwache Isospin:

In Analogie zur elektromagnetischen Wechselwirkung wird Teilchen, die an Prozessen, die der schwachen Wechselwirkung unterliegen (z.B.  $\beta$ -Zerfälle), eine **schwache Ladung  $I$**  zugeordnet. Elementarteilchen können positive oder negative schwache Ladungen tragen oder bzgl. der schwachen Wechselwirkung neutral sein.

Die schwache Ladung eines Teilchens ist über den **schwachen Isospin  $\vec{T}$**  definiert. Der schwache Isospin hat, wie der Spin  $\vec{S}$  drei Komponenten:  $\vec{T} = (T_1, T_2, T_3)$ . Für die schwache Ladung eines Teilchens spielt nur die dritte Komponente  $T_3$  eine Rolle.

Die **schwache Ladung** ist definiert durch

$$I = T_3 \cdot g$$

Dabei ist  $g$  die **Kopplungsstärke der schwachen Wechselwirkung**.

$T_3$  spielt somit die Rolle der **Ladungsquantenzahl der schwachen Wechselwirkung**.

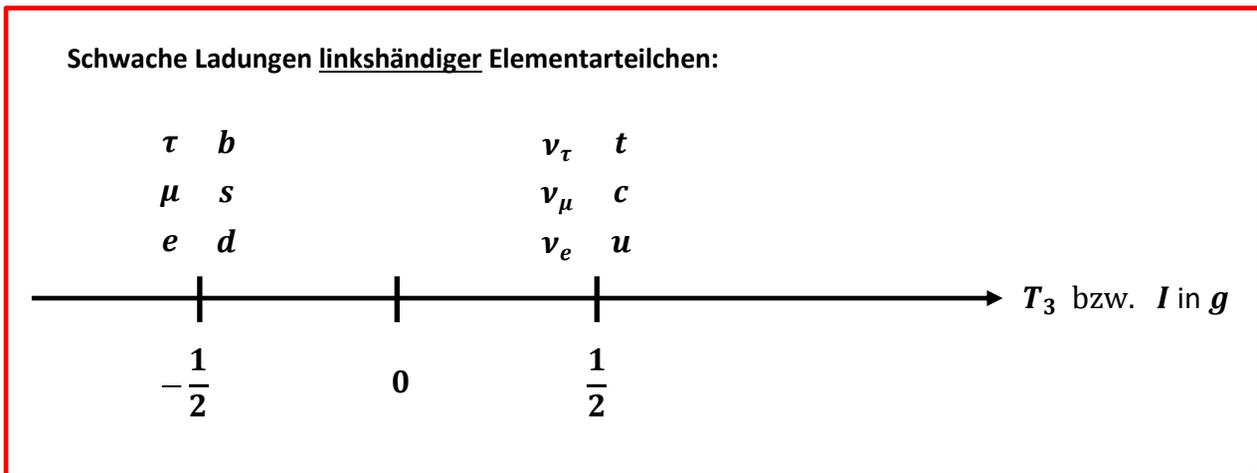
---

Zwischen der Kopplungsstärke  $e$  der elektromagnetischen Wechselwirkung und der Kopplungsstärke  $g$  der schwachen Wechselwirkung wurde experimentell der Zusammenhang  $g \approx 2,13 \cdot e$  gefunden.

Die Schwäche der schwachen Wechselwirkung lässt sich demnach nicht mit der Kopplungsstärke begründen, sondern ist eine Folge der extrem kleinen Reichweite der schwachen Wechselwirkung.

---

Welchen Wert der schwache Isospin ( $T_3$ ) und damit die schwache Ladung  $I$  eines Teilchens hat, hängt von der Händigkeit des Teilchens ab:



**Rechtshändige Elementarteilchen** haben grundsätzlich den **schwachen Isospin  $T_3 = 0$** .  
 Sie tragen **keine schwache Ladung ( $I = 0$ )** und nehmen damit nicht an Prozessen teil, die der schwachen Wechselwirkung unterliegen.

Die **Antiteilchen** haben schwache Isospins bzw. schwache Ladungen mit - bezogen auf die entsprechenden Teilchen - entgegengesetzten Vorzeichen.

**Rechtshändige Antiteilchen** tragen schwache **Ladungen  $I = \pm \frac{1}{2} \cdot g$** .

**Linkshändige Antiteilchen** tragen **keine schwache Ladung** und nehmen somit nicht an Prozessen der schwachen Wechselwirkung teil.

- Das theoretische Konzept, das für die schwache Wechselwirkung die entscheidende Rolle spielt, ist die **Chiralität**. Sie ist dafür verantwortlich, welche Teilchen bzw. Antiteilchen an Prozessen der schwachen Wechselwirkung teilnehmen und welche nicht. Für masselose Teilchen sind die Begriffe Chiralität und Helizität identisch.

Mit dem Konzept der Chiralität lassen sich insbesondere folgende wichtige Eigenschaften der schwachen Wechselwirkung begründen:

- In einem bei einem Prozess der schwachen Wechselwirkung erzeugten Teilchenstrom
- ist unter den **Teilchen mit Ruhemasse** der Anteil der linkshändigen Teilchen und unter den Antiteilchen mit Ruhemasse der Anteil der rechtshändigen Antiteilchen umso größer, je näher deren Geschwindigkeit der Lichtgeschwindigkeit kommt.
  - sind **masseloser Teilchen** ausschließlich linkshändig und masselose Antiteilchen ausschließlich rechtshändig. (Neutrinos und Antineutrinos sind fast masselos!)

Beispiel:

Ein  $\beta^-$ -Strahler entsendet Elektronen mit Geschwindigkeiten nahe der Lichtgeschwindigkeit und Antineutrinos aus. Die schnellen Elektronen sind zu einem hohen Anteil linkshändig. Die Antineutrinos sind fast ausschließlich rechtshändig.

Dass die schwache Wechselwirkung zwischen linkshändigen und rechtshändigen Teilchen dahingehend unterscheidet, dass nur linkshändige Teilchen bzw. nur rechtshändige Antiteilchen schwache Ladungen

tragen und damit an Prozessen der schwachen Wechselwirkung teilnehmen können, hat eine besondere Eigenschaft der schwachen Wechselwirkung zur Konsequenz: die **Paritätsverletzung** (vgl. S. 495).

Die **schwachen Ladungen** zweier Teilchen sind die **Ursache für die schwache Wechselwirkung** zwischen den beiden Teilchen.

Wie bei der elektromagnetischen Wechselwirkung verursachen schwache Ladungen mit unterschiedlichen Vorzeichen eine **anziehende Kraft** und schwache Ladungen mit gleichen Vorzeichen eine **abstoßende Kraft**.

Beispielsweise zieht ein up-Quark im Proton mit der schwachen Ladung  $I_u = \frac{1}{2} \cdot g$  Elektronen und Elektron-Antineutrinos, die beide die schwache Ladung  $I_e = I_{\bar{\nu}_e} = -\frac{1}{2} \cdot g$  haben, aufgrund der schwachen Wechselwirkung gleichermaßen an. Die Reichweite der schwachen Wechselwirkung ist aber so gering, dass keine gebundenen Zustände aus Protonen und Antineutrinos entstehen. Elektronen gehen in Atomen oder Ionen gebundene Zustände mit Protonen ein, weil sie im Gegensatz zum elektrisch ungeladenen Antineutrino zusätzlich aufgrund ihrer negativen elektrischen Ladungen vom Proton angezogen werden.

**Ihre eigentliche Bedeutung hat die schwache Wechselwirkung als Ursache von  $\beta^-$ -Zerfällen und damit auch der Kernfusion.**

**Der  $\beta^-$ -Zerfall:**

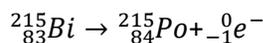
Beim  $\beta^-$ -Zerfall eines Atomkerns wird ein Elektron emittiert und es entsteht ein neuer Atomkern.

Man beobachtet:  ${}^A_Z X \rightarrow {}^A_{Z+1} Y + {}^0_{-1} e^-$

Dabei sind X der Ausgangskern, Y der entstandene Kern sowie A die Massenzahl und Z die Kernladungszahl der Atomkerne.

Beispiel: Wismut  $Bi(215)$  zerfällt über einen  $\beta^-$ -Zerfall in Polonium  $Po(215)$

Man beobachtet (beispielsweise in der Nebelkammer):



Beim  $\beta^-$ -Zerfall wandelt sich im Ausgangskern X ein Neutron in ein Proton um. Dabei wird ein Elektron emittiert:  ${}^1_0 n \rightarrow {}^1_1 p + {}^0_{-1} e^-$

Die elektrische Ladung ist bei diesem Vorgang erhalten.

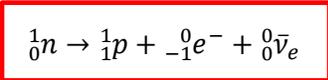
Trotzdem kann der Prozess so nicht ablaufen, weil die schwache Ladung nicht erhalten wäre.

Das Neutron besteht aus zwei down-Quarks (d) und einem up-Quark (u), das Proton aus zwei up-Quarks und einem down-Quark. Beim  $\beta^-$ -Zerfall wird also eigentlich ein down-Quark in ein up-Quark umgewandelt. Für die Summe der schwachen Ladungen würde beim Zerfall  $d \rightarrow u + e^-$  gelten:

$$I_d = -\frac{1}{2} \cdot g \neq I_u + I_{e^-} = \left[ \frac{1}{2} + \left( -\frac{1}{2} \right) \right] \cdot g = 0$$

Die Erhaltung der schwachen Ladung erfordert, dass zusätzlich ein weiteres Teilchen mit der schwachen Ladung  $I = -\frac{1}{2}$  erzeugt wird. Dieses Teilchen ist beim  $\beta^-$ -Zerfall das Elektron-Antineutrino  $\bar{\nu}_e$ .

Die vollständige **Zerfallsgleichung für den  $\beta^-$ -Zerfall** lautet damit:

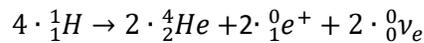


Wenn beim  $\beta^-$ -Zerfall das Elektron-Antineutrino  $\bar{\nu}_e$  berücksichtigt wird, ist neben der elektrischen auch die schwache Ladung erhalten.

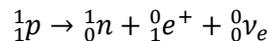
### Die Proton-Proton-Reaktion bei der Kernfusion von Wasserstoff zu Helium:

Die Sonne erzeugt ihre für uns lebensnotwendige Energie durch Kernfusion von Wasserstoff zu Helium. Der wichtigste Fusionsprozess ist dabei die sogenannte p-p-Reaktion. (Vgl. Kap. IV, S. 181)

Bei dieser Kernreaktion werden 4 Wasserstoffkerne (Protonen) in 2 Helium-Kerne, 2 Positronen und 2 Elektron-Neutrinos umgewandelt:



Ein  ${}^4_2\text{He}$ -Kern besteht aus 2 Protonen und 2 Neutronen. Deshalb liegt der p-p-Reaktion letztlich ein  $\beta^+$ -Zerfall zugrunde:



Weil das Proton aus zwei up-Quarks (u) und einem down-Quark (d) besteht, das Neutron aber aus zwei down-Quarks und einem up-Quark, wird beim  $\beta^+$ -Zerfall ein up-Quark in ein down-Quark umgewandelt.

Beim  $\beta^+$ -Zerfall sind die elektrische Ladung und wegen  $I_u = \frac{1}{2} \cdot g$  und

$I_d + I_{e^+} + I_{\nu_e} = \left[-\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right] \cdot g = \frac{1}{2} \cdot g$  auch die schwache Ladung erhalten.

Der Prozess ist allerdings **endotherm**. Die Ruheenergie des Neutrons ist größer als die Ruheenergie des Protons. Deshalb läuft die p-p-Reaktion nur bei sehr hohen Temperaturen von einigen Millionen Grad an. Die Temperatur im Sonnenkern beträgt etwa 15 Millionen Grad. Trotzdem ermöglicht auch hier erst der quantenmechanische **Tunneleffekt** die p-p-Reaktion.

### Parität, Paritätserhaltung und Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung:

Die **Parität** eines physikalischen Vorganges gibt an, wie der Vorgang in einem spiegelbildlich aufgebauten Experiment abläuft. Wenn er genauso abläuft, wie man ihn sehen würde, wenn man ihn beim Originalexperiment in einem Spiegel betrachtet, ist seine Parität erhalten. Wenn er anders abläuft, als im Spiegelbild, ist die Parität verletzt.

Bis zur Mitte des 20. Jahrhunderts war man der Meinung, die Parität sei immer erhalten. Im Alltag ist es nicht einfach, Vorgänge zu entdecken, die bei einem spiegelbildlichen Versuchsaufbau nicht spiegelbildlich ablaufen. Die Parität scheint tatsächlich für alle Vorgänge, die auf der elektromagnetischen Wechselwirkung, auf der starken Wechselwirkung oder auf der Gravitationskraft beruhen, erhalten zu sein. Nur bei Prozessen, die der **schwachen Wechselwirkung**, die für Teilchenzerfälle verantwortlich ist, unterliegen, beobachtet man **Paritätsverletzungen**.

Eine Teilcheneigenschaft, an der man überprüfen kann, ob die Parität erhalten ist, ist die **Helizität**. Bei einer Spiegelung sollte sich das Vorzeichen der Helizität ändern.

Das kann man sich klarmachen, indem man rechte und linke Faust so hält, dass die ausgestreckten Daumen aufeinander zu zeigen. Die linke Faust ist dann das Spiegelbild der rechten Faust und umgekehrt. Ein rechtshändiges Teilchen erscheint im Spiegel also als linkshändiges Teilchen und umgekehrt.

## Das Experiment von Wu:

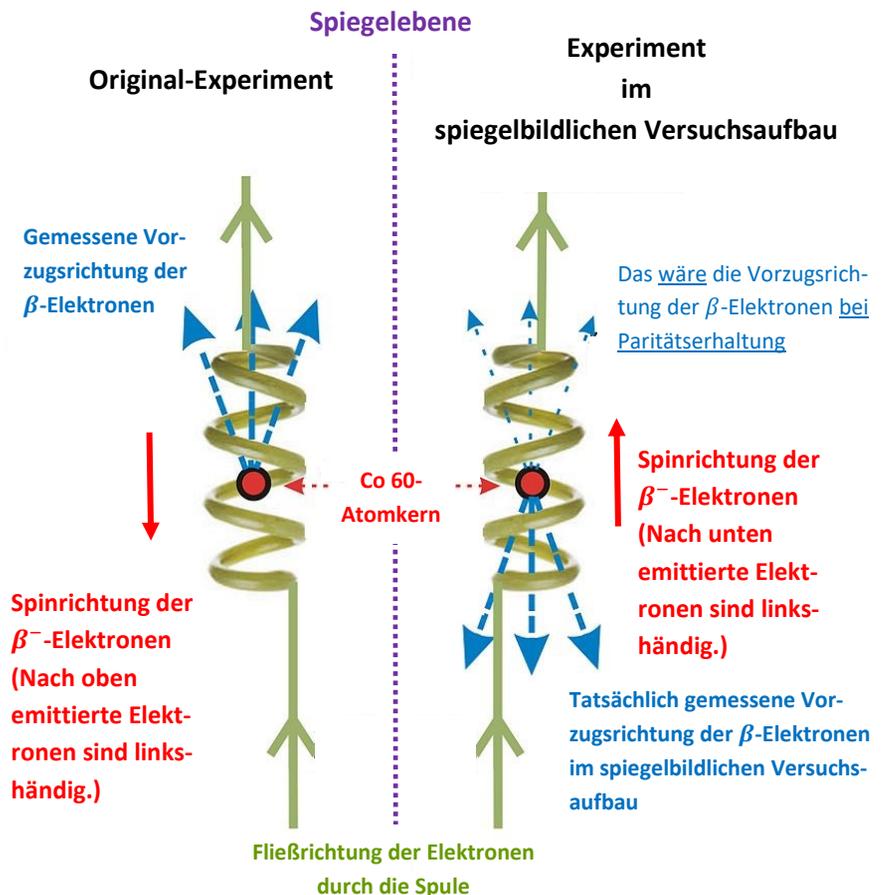
Die chinesisch-amerikanischen Physikerin **Chien-Shiung Wu** gelang es 1956, experimentell eine **Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung** nachzuweisen.

Der prinzipielle Aufbau sowie die Messungen im Original-Experiment (links) und im spiegelbildlich aufgebauten Experiment (rechts) sind in der Abbildung skizziert:

Eine Probe des  $\beta^-$ -Strahlers Kobalt Co-60 wurde in einem von einer Spule erzeugten Magnetfeld bei sehr niedrigen Temperaturen kernspinpolariert. (Zur Polarisierung des Kernspins vgl. S. 551)

Der Kernspin und damit auch der Spin der beim  $\beta^-$ -Zerfall emittierten Elektronen zeigt im linken Bild nach unten. Im Experiment bewegen sich die  $\beta^-$ -Elektronen bevorzugt nach oben, also entgegen der z-Komponente ihrer Spinrichtung.

Die  $\beta^-$ -Elektronen sind somit mehrheitlich linkshändig.



Wenn das **Experiment genau spiegelbildlich aufgebaut** wird, ändert sich die Wicklungsrichtung der Spule und damit die Richtung des Magnetfelds.

**Bei Paritätserhaltung erwartet man**, dass die Beta-Elektronen immer noch bevorzugt nach oben emittiert werden. So würde es im Spiegelbild des Original-Experiments aussehen! Für zusätzlich von der Kobalt-Probe abgestrahlte  $\gamma$ -Photonen, deren Erzeugung auf der starken Wechselwirkung beruht, beobachtete man in der Tat keinen Unterschied zwischen der Emission im ursprünglichen und im spiegelbildlich aufgebauten Experiment.

Das im spiegelbildlichen Versuchsaufbau durchgeführte Experiment zeigte aber, dass **sich die bevorzugte Ausbreitungsrichtung der Beta-Elektronen umkehrt**.

Das spiegelbildlich aufgebaute Experiment läuft nicht spiegelbildlich ab!  
Es liegt eine **Paritätsverletzung** vor.

## Was hat das Experiment von Wu mit der Helizität zu tun?

Beim  $\beta^-$ -Zerfall wandelt sich ein Neutron in ein Proton und damit ein down-Quark (d) in ein up-Quark (u) um:  
$$d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

Die emittierten  $\beta$ -Elektronen bewegen sich bevorzugt entgegen der z-Komponente ihrer Spinrichtung, sind also zu einem hohen Anteil linkshändig.

Beim spiegelbildlichen Versuchsaufbau kehrt sich die Richtung des Magnetfeldes und damit die Richtung des Kernspins und auch die Richtung der Elektronenspins um.

Bei Paritätserhaltung sollte die bevorzugte Ausbreitungsrichtung der  $\beta$ -Elektronen gleichbleiben, also weiterhin im Bild nach oben zeigen. Dann wären die  $\beta$ -Elektronen aber rechtshändig. Das heißt, die schwache Wechselwirkung müsste, wenn sie paritätserhaltend wäre, im spiegelbildlichen Versuchsaufbau rechtshändige Elektronen erzeugen.

Wie das Experiment zeigt, werden die Beta-Elektronen aber auch beim Experiment im spiegelbildlichen Versuchsaufbau bevorzugt entgegen ihrer Spinrichtung emittiert, also im Bild nach unten. Die **schwache Wechselwirkung** erzeugt wie beim Experiment im originalen Versuchsaufbau linkshändige Elektronen, **wird also nicht mitgespiegelt**.

Darin liegt die Paritätsverletzung durch die schwache Wechselwirkung.

#### Zusammenfassung:

**Die schwache Wechselwirkung verursacht eine Paritätsverletzung, indem sie nicht in gleichem Maße linkshändige und rechtshändige Teilchen und Antiteilchen erzeugt, sondern bevorzugt linkshändige Teilchen und rechtshändige Antiteilchen. Insbesondere entstehen bei Vorgängen, die auf der schwachen Wechselwirkung beruhen, fast ausschließlich linkshändige Neutrinos und rechtshändige Antineutrinos.**

#### Anwendung: Helizität und Paritätsverletzung beim Zerfall des Pions $\pi^-$ :

Negativ geladene Pionen sind Mesonen, die aus einem up-Quark und einem Anti-down-Quark bestehen. Die mittlere Lebensdauer eines Pions beträgt  $8,5 \cdot 10^{-17} \text{ s}$ .

Ein negativ geladenes Pion kann grundsätzlich **auf zwei verschiedene Arten zerfallen**:

1) **Zerfall in ein Myon:**  $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu + 29 \text{ MeV}$

2) **Zerfall in ein Elektron:**  $\pi^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + 135 \text{ MeV}$

Energetisch wäre der Zerfall in ein Elektron wahrscheinlicher, weil mehr Reaktionsenergie frei wird. Tatsächlich zerfällt das Pion aber fast ausschließlich in ein Myon und nur mit einer Wahrscheinlichkeit von etwa 0,01% in ein Elektron.

Verantwortlich dafür ist die **Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung**, die auch dem Zerfall des Pions zugrunde liegt:

Das Pion hat den Spin 0. Die Spinerhaltung erfordert, dass das beim Zerfall entstandene Lepton ( $\mu^-$ ,  $e^-$ ) und das Anti-Neutrino ( $\bar{\nu}_\mu$ ,  $\bar{\nu}_e$ ) entgegengesetzt gerichtete Spins haben.

Aufgrund der vektoriellen Impulserhaltung im Schwerpunktsystem des Pions ( $p_\pi = 0$ ) müssen Antineutrino und Myon auf einer geraden Linie auseinanderfliegen.

Wegen der Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung sind die fast masselosen Antineutrinos fast immer rechtshändig, fliegen also in Richtung ihres Spins.

Die Leptonen (Elektron oder Myon) fliegen aus den gerade genannten Gründen der Erhaltung von Spin und Impuls ebenfalls in Richtung ihres Spins. Auch die Leptonen sind also bei den Pionenzerfällen immer rechtshändig.

Weil das Elektron etwa 200-mal leichter ist als das Myon, ist das Elektron viel schneller als das Myon. Damit ist allgemein der Anteil der linkshändigen der Elektronen größer als der Anteil der linkshändigen Myonen. Folglich treten rechtshändige Elektronen im Allgemeinen wesentlich seltener auf als rechtshändige Myonen.

Somit ist der Zerfall des Pions in ein Elektron seltener als der Zerfall des Pions in ein Myon.

Insbesondere folgt, dass die **beim Pionzerfall erzeugten Myonen spinpolarisiert** sind, dass die Myonen also einheitliche Spinrichtungen (z-Komponenten) haben.

Diese Besonderheit nutzt man beispielsweise beim **COMPASS-Experiment** am CERN. Dort werden spinpolarisierte Myonen auf spinpolarisierte Atomkerne geschossen. Aus dem Streuverhalten versucht man Informationen über die innere Spinstruktur von Protonen zu gewinnen. (Vgl. S. 549ff)

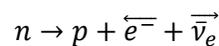
#### **CP-Verletzungen durch die schwache Wechselwirkung:**

Die schwache Wechselwirkung verletzt die Paritätserhaltung, weil an Vorgängen, die auf der schwachen Wechselwirkung beruhen, nur linkshändige Neutrinos und rechtshändige Antineutrinos beteiligt sind. Sie verletzt gleichzeitig auch die sogenannte C-Invarianz.

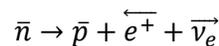
**C-Invarianz** oder **Ladungsinvarianz** bedeutet, dass jeder Vorgang auch ablaufen kann, wenn ausschließlich die beteiligten Teilchen durch ihre Antiteilchen und die beteiligten Antiteilchen durch die entsprechenden Teilchen ersetzt werden.

**Die Helizität ändert sich bei einer solchen „C-Spiegelung“ nicht.**

Beim  $\beta^-$ -Zerfall zerfällt ein Neutron in ein Proton, ein linkshändiges Elektron und ein rechtshändiges Antineutrino.



Wenn die schwache Wechselwirkung C-invariant wäre, müsste ein Antineutron in ein Antiproton, ein linkshändiges Positron und ein rechtshändiges Neutrino zerfallen.



**Wegen der Paritätsverletzung der schwachen Wechselwirkung gibt es aber praktisch keine rechtshändigen Neutrinos. Deshalb kann dieser Zerfall so gut wie nicht stattfinden.**

Damit ist die **schwache Wechselwirkung** im Gegensatz zu Gravitationskraft, elektromagnetischer Wechselwirkung und starker Wechselwirkung **nicht C-invariant**.

### Die CPT-Invarianz:

P-Invarianz und C-Invarianz bzw. Verletzungen dieser Invarianzen durch die schwache Wechselwirkung haben wir oben besprochen.

T steht für time oder Zeit. Ein Vorgang ist **T-Invariant**, wenn er auch in umgekehrter zeitlicher Richtung ablaufen kann.

**CPT-Invarianz liegt vor, wenn ein Vorgang entweder C-, P- und T-Invariant ist oder wenn zwei der drei Invarianzen verletzt und die dritte erfüllt ist. Eine CPT-Verletzung läge vor, wenn alle drei oder nur eine der drei Invarianzen verletzt würden.**

**1955** stellte **Wolfgang Pauli** die Hypothese auf, dass die CPT-Invarianz grundsätzlich erfüllt ist. Dieses sogenannte „**CPT-Theorem**“ ist eine grundlegende Eigenschaft der Quantenfeldtheorie.

**Bisher wurde noch kein Vorgang beobachtet, der das CPT-Theorem verletzt hätte.**

- **Die schwache Wechselwirkung ist nicht C-invariant und nicht P-invariant. Sie ist aber T-invariant. Damit ist auch die schwache Wechselwirkung CPT-invariant.**

## Die „Farbladungen“ der starken Wechselwirkung:

Von den Materieteilchen unterliegen nur die **Quarks** der starken Wechselwirkung. Die Ursache der starken Wechselwirkung sind **starke Ladungen** der Quarks.

Aus Quarks aufgebaute **Hadronen** (Baryonen, Antibaryonen und Mesonen) sind grundsätzlich **neutral hinsichtlich der starken Ladung**, also insgesamt ungeladen.

Verschiedene Kombinationen von Farbladungen führen zu abstoßenden oder anziehenden starken Wechselwirkungen.

In folgenden Kombinationen wirkt die **starke Wechselwirkung anziehend** und ermöglicht damit **ladungsneutrale Bindungszustände**:

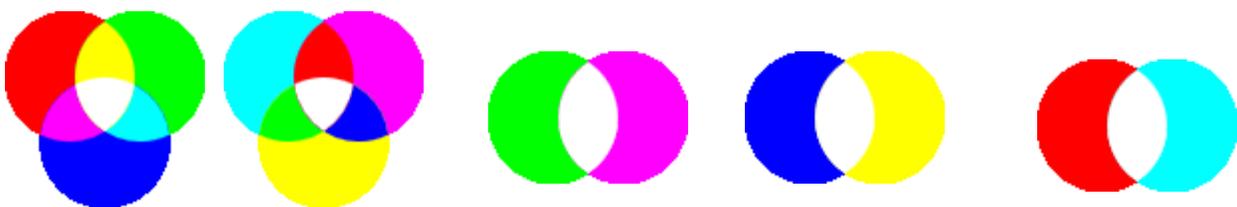
- **Dreierkombination von Quarks (Baryonen)**
- **Dreierkombinationen von Antiquarks (Anti-Baryonen)**
- **Zweierkombinationen aus Quark und Antiquark (Mesonen)**

Weil Baryonen, Antibaryonen und Mesonen hinsichtlich der starken Ladung neutral sind, können sie nicht nach dem gleichen Mechanismus stark wechselwirken wie Quarks. Trotzdem ist es die starke Wechselwirkung, die die Protonen und Neutronen im Atomkern zusammenhält. Wie man die starke Wechselwirkung zwischen Hadronen erklärt, wird weiter unten beschrieben. (Vgl. S. 505)

Anders als bei der elektromagnetischen Ladung und der schwachen Ladung müssen sich also nicht nur zwei starke Ladungen zu einer neutralen Ladungssumme kombinieren lassen, sondern auch drei. Dabei dürfen als Summanden nur starke Ladungen von Teilchen oder nur starke Ladungen von Antiteilchen auftreten. Diese Besonderheit der starken Wechselwirkung lässt sich mithilfe von Ladungszahlen nicht realisieren.

In der **additiven Farbmischung** mischen sich die drei Farben rot, blau und grün zu neutralem **Weiß**. Diese Eigenschaft von optischen Farben gab die Anregung, die drei möglichen starken Ladungen eines Quarks „rot“, „blau“ und „grün“ zu nennen.

Man bezeichnet die starken Ladungen von **Quarks** als „**Farbladungen**“ **rot**, **blau** und **grün**. Bis auf die Namen haben die starken Ladungen aber nichts mit den optischen Farben zu tun!



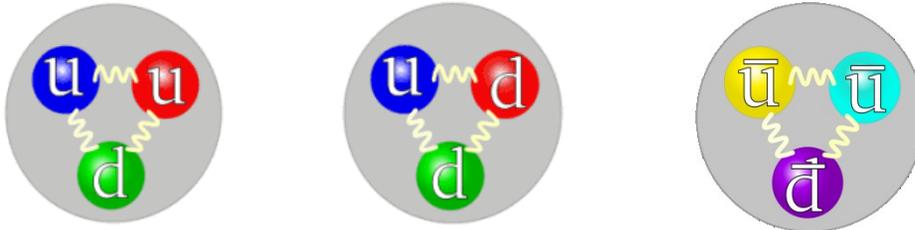
**Antiquarks** haben die „**Anti-Farbladungen**“ **antirrot**, **antiblau** und **antigrün**. Diese drei „Antifarben“ **addieren sich ebenfalls zu neutralem weiß**.

Auch eine **Farbladung** und die entsprechende **Antifarbladung addieren sich zu weiß**.

Die Abbildungen zeigen die **additiven Farbmischungen** der Farben rot, blau, grün und der Antifarben antirot, antiblau, antigrün sowie die die additiven Farbmischungen jeweils einer der drei Farben mit ihrer Antifarbe:

Protonen und Neutronen enthalten immer drei (Valenz)-Quarks mit den Farbladungen rot, grün und blau. Antiprotonen enthalten immer drei (Valenz)-Quarks mit den Anti-Farbladungen antirot, anti-grün und antiblau. Mesonen enthalten immer ein Quark und ein Antiquark, die jeweils eine Farbladung und die entsprechende Anti-Farbladung tragen.

Die Abbildungen zeigen die Valenzquarks im **Proton, Neutron, Antiproton** und **Pion**:



Die Farbladungen der Quarks und Antiquarks können ausgetauscht werden. Die Summe der Farbladungen muss aber bei jedem Prozess gleichbleiben. Insbesondere müssen sich die Farbladungen in einem Hadron immer zu weiß addieren.

(Erhaltung der Farbladung).

### Austauschteilchen vermitteln die Wechselwirkungen:

In der **klassischen Physik** werden Kräfte durch **Felder** beschrieben. (Magnetfeld, elektrisches Feld, Gravitationsfeld).

#### Experimente:

- Demonstration magnetischer Feldlinien mit Eisenfeilspänen
- Demonstration elektrischer Feldlinien mit Grießkörnern in Rizinusöl

Felder eignen sich zur Beschreibung der Fernwirkung von Kräften, also der Wirkungen von Kräften im makroskopischen Bereich. Fernwirkungen lassen sich aber nur für die Gravitationskraft und die elektromagnetische Wechselwirkung beschreiben. Die Reichweiten der starken und der schwachen Wechselwirkung liegen im mikroskopischen, subatomaren Bereich.

In der Teilchenphysik, die sich mit Wechselwirkungen im mikroskopischen Bereich befasst, werden Methoden der Quantenfeldtheorie angewendet.

## Die Feldquantisierung:

Die **Quantenfeldtheorie** vereinigt die Quantenmechanik mit den klassischen Feldtheorien.

Sie besteht aus **drei Untertheorien**:

- Die **Quantenelektrodynamik (QED)** beschreibt die elektromagnetische Wechselwirkung.
- Die **Quantenchromodynamik (QCD)** beschreibt die starke Wechselwirkung.
- Die **Theorie der schwachen Wechselwirkung** beschreibt die schwache Wechselwirkung.

In der über die Quantenmechanik hinausgehenden Quantenfeldtheorie werden nicht nur beobachtbare physikalische Eigenschaften wie Energie und Impuls quantisiert. Auch Felder werden durch sogenannte **Feldquanten** beschrieben. Diese Feldquanten sind **Austauschteilchen**, die zwischen zwei Teilchen oder aus mehreren Teilchen zusammengesetzten Objekten die **Wechselwirkungen vermitteln**. Austauschteilchen sind keine Bestandteile der Teilchen oder Objekte. Sie **werden ständig ausgesandt und absorbiert**.

Die **Vermittlung einer Wechselwirkung durch Austauschteilchen** veranschaulichen wir uns vorerst durch folgendes - stark vereinfachendes - Modell: Zwei Schüler auf Booten werfen sich gegenseitig einen Ball zu. Die Impulserhaltung (Rückstoß beim Werfer und übertragener Impuls beim Fänger) führt zu Kraftwirkungen mit entgegengesetzten Richtungen auf die beiden Schüler und ihre Boote.



Dieses **Ballwurf-Modell** weicht in wesentlichen Punkten vom tatsächlichen Konzept der Feldquantisierung ab. Wenn wir die Feldquanten der unterschiedlichen Wechselwirkungen kennengelernt haben, werden wir auf S. 506 nochmals auf unser Modell zurückkommen und lernen, welche Anforderungen Austauschteilchen erfüllen müssen.

## Austauschteilchen und Wechselwirkungsmechanismen:

Alle Austauschteilchen sind **Bosonen**. Ihre Spinquantenzahl hat den Wert  $S = 1$ .

## Das Photon als Austauschteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung:

Das Austauschteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung ist das **Photon  $\gamma$** .

Photonen haben **keine Ruhemasse  $m_\gamma$**  und damit auch **keine Ruheenergie  $E_0 = mc^2$** .

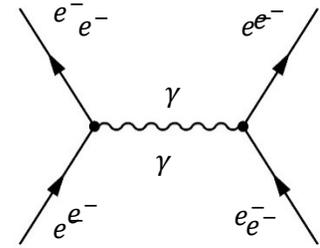
Sie tragen **keine elektrische Ladung, keine schwache Ladung und keine Farbladung**.

Beim Paarherzeugungsprozess und bei der Annihilation entstehen aus Photonen elektrisch geladene Teilchen bzw. geladene Teilchen zerstrahlen zu Photonen. Somit unterliegen Photonen selbst der elektromagnetischen Wechselwirkung obwohl sie keine elektrische Ladung tragen.

## Der Wechselwirkungsmechanismus der elektromagnetischen Wechselwirkung:

Die anziehende oder abstoßende elektromagnetische Wechselwirkung zwischen zwei elektrisch geladenen Teilchen wird durch **Photonen** vermittelt, die von einem Teilchen ausgesandt und vom anderen Teilchen absorbiert werden.

Bei der **Coulomb-Streuung zweier Elektronen ( $e^-$ )** überträgt beispielsweise ein **Photon ( $\gamma$ )** Impuls von einem Elektron zum anderen Elektron, so dass sich die Flugbahnen beider Elektronen ändern.



## W- und Z-Bosonen - die Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung:

Die Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung sind das  **$W^-$ -Boson**, das  **$W^+$ -Boson** und das **Z-Boson**. (W kommt von weak = schwach und Z von zero charged = ungeladen)

W- und Z-Bosonen besitzen relativ **große Ruhemassen** und entsprechend **hohe Ruheenergien**:

- W-Bosonen:  $m_W = 80,4 \frac{GeV}{c^2}$  ,  $E_{0,W} = 80,4 GeV$
- Z-Bosonen:  $m_Z = 91,2 \frac{GeV}{c^2}$  ,  $E_{0,Z} = 91,2 GeV$

Mit einer Ruhemasse von rund  $90 \frac{GeV}{c^2}$  sind W- und Z-Bosonen etwa 180 000-mal so schwer wie ein Elektron oder 96-mal so schwer wie ein Proton. Sie sind fast doppelt so schwer, wie ein Eisenatom!

**Elektrische Ladungen:**

$$Q_{W^-} = -1 \cdot e , \quad Q_{W^+} = +1 \cdot e , \quad Q_Z = 0$$

**Schwache Ladungen:**

$$I_{W^-} = -1 \cdot g , \quad I_{W^+} = +1 \cdot g , \quad I_Z = 0$$

W- und Z-Bosonen tragen **keine Farbladungen**.

W- und Z-Bosonen sind **instabil**. Sie zerfallen in Leptonen und Quark-Antiquark-Paare.

W-Bosonen haben eine besonders kurze mittlere Lebensdauer von  $3 \cdot 10^{-25} s$

## Der Wechselwirkungsmechanismus der schwachen Wechselwirkung:

Beim **Austausch von  $W$ -Bosonen** ändern sich die elektrische und die schwache Ladung und damit die **Art der Quarks**.

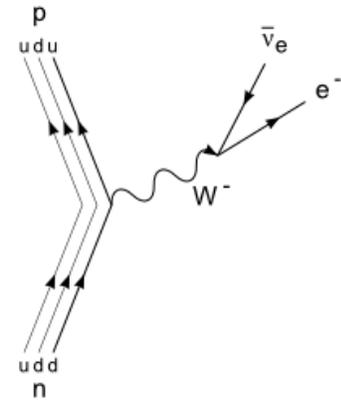
Beim  **$\beta^-$ -Zerfall** wandelt sich beispielsweise im Kern des Ausgangsatoms ein Neutron in ein Proton um. Dabei entstehen ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino.

Der Vorgang lässt sich mit dem Austausch eines  $W^-$ -Bosons erklären:

Eines der beiden down-Quarks im Neutron entsendet ein  $W^-$ -Boson und wandelt sich dabei in ein up-Quark um. Damit ist aus dem Neutron ein Proton geworden.

Das  $W^-$ -Boson zerfällt anschließend in ein Elektron und ein Antineutrino.

Der Prozess wird rechts in einem Feynman-Diagramm (vgl. S. 511ff) dargestellt.



Wir zeigen am Beispiel des  $\beta^-$ -Zerfalls, dass die Erhaltung der elektrischen Ladung  $Q$  und der schwachen Ladung  $I$  auf die oben angegebenen Ladungswerte für das  $W^-$ -Boson führt:

$$Q_d = -\frac{1}{3} \cdot e = Q_{W^-} + Q_u = -1 \cdot e + \frac{2}{3} \cdot e \quad \text{bzw.} \quad Q_{W^-} = Q_{e^-} + Q_{\bar{\nu}_e} = -1 \cdot e + 0$$

$$I_d = -\frac{1}{2} \cdot g = I_{W^-} + I_u = -1 \cdot g + \frac{1}{2} \cdot g \quad \text{bzw.} \quad I_{W^-} = I_{e^-} + I_{\bar{\nu}_e} = -\frac{1}{2} \cdot g - \frac{1}{2} \cdot g = -1 \cdot g$$

Der Austausch von  $Z$ -Bosonen ist vergleichbar mit dem Austausch von Photonen bei der elektromagnetischen Wechselwirkung. Paarerzeugung ist grundsätzlich auch mit  $Z$ -Bosonen möglich. Sie spielte insbesondere im frühen Universum eine wichtige Rolle.

Sendet ein Quark ein  $Z$ -Boson aus, so bleibt es das gleiche Quark, ändert aber wegen der Impulserhaltung seine Bewegungsrichtung.

## Gluonen - die Austauschteilchen der starken Wechselwirkung:

Das Austauschteilchen der starken Wechselwirkung sind **Gluonen** (von englisch glue = kleben).

Gluonen haben **keine Ruhemasse  $m_0$**  und damit auch **keine Ruheenergie  $E_0$** .

Sie tragen **keine elektrische Ladung** und **keine schwache Ladung**.

Jedes Gluon trägt **eine Farbladung und eine Antifarbladung**.

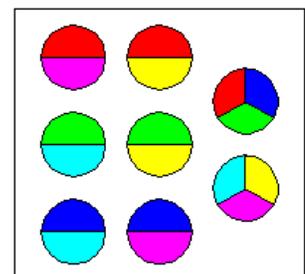
Es gibt **insgesamt 8 Gluonen** mit unterschiedlichen Kombinationen von Farbladungen und Antifarbladungen:

6 Gluonen, deren Farbladungen sich nicht zu weiß mischen:

$$(r/\bar{g}), (r/\bar{b}), (g/\bar{r}), (g/\bar{b}), (b/\bar{r}), (b/\bar{g})$$

2 Gluonen, deren Farbladungen sich zu weiß mischen.

Es handelt sich dabei um Mischzustände aus den zwei Kombinationen  $(r/\bar{r})$  und  $(g/\bar{g})$  bzw. aus den drei Kombinationen  $(r/\bar{r}), (g/\bar{g})$  und  $(b/\bar{b})$ .



## Der Wechselwirkungsmechanismus der starken Wechselwirkung:

### Wechselwirkung zwischen zwei Quarks:

Zwei Quarks tauschen durch einen Gluonenaustausch ihre Farbladungen:

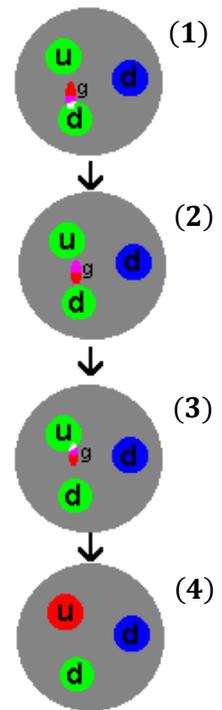
Gluonen werden von einem Quark ausgesandt und von einem anderen absorbiert. Dabei **ändert ein Gluon die Farben der Quarks**.

Entsendet beispielsweise ein rotes down-Quark ein rot-antigrünes Gluon, so wird das vorher rote down-Quark grün (Bild 1). Das Gluon trägt eine rote Farbe und eine anti-grüne Farbe weg (Bild 2).

Ein grünes up-Quark, das das rot-antigrüne Gluon absorbiert (Bild 3), wird rot, denn die antigrüne Farbe des Gluons neutralisiert die grüne Farbladung des Quarks und das up-Quark erhält die rote Farbladung des Gluons (Bild 4).

Die **6 Gluonen, deren Farbladungen sich nicht zu weiß mischen**, können einen **Farbladungstausch** zwischen zwei Quarks bewirken. Die **2 Gluonen, deren Farbladungen sich zu weiß mischen**, bewirken **keinen Farbladungstausch** bei Quarks.

Die **Summe der Farbladungen** der am Gluonenaustausch beteiligten Quarks und Gluonen bleibt immer **erhalten**.



**Gluonenaustausch kann die Farbe der Quarks ändern. Die Art der Quarks ändert sich nicht.**

Aufgrund ihrer Farbladungen wechselwirken Gluonen auch gegenseitig.

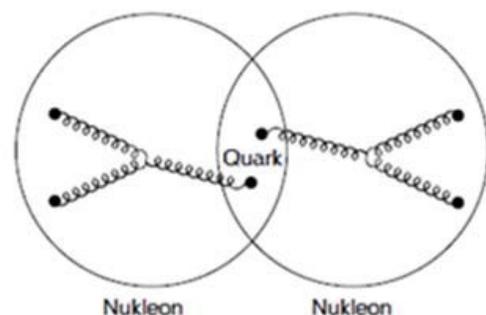
**Paarerzeugungsprozesse**, bei denen aus Gluonen Quark-Antiquark-Paare entstehen, spielen eine wichtige Rolle bei der Produktion von Higgs-Teilchen (vgl. S. 518). Auch das Quark-Antiquark-Paar, das beim Versuch, die beiden Quarks eines Mesons zu trennen, erzeugt wird, entsteht aus zwei Gluonen. Das für die starke Wechselwirkung charakteristische **Confinement** ist also eine Folge der gegenseitigen starken Wechselwirkung zwischen Gluonen. (Vgl. S. 489)

**Annihilationsprozesse**, bei denen sich Quark-Antiquark-Paare in Gluonen umwandeln, werden ebenfalls beobachtet.

### Quarkpaarbindung zwischen Nucleonen im Atomkern:

Protonen und Neutronen sind neutral hinsichtlich der Farbladung. Deshalb tauschen sie keine Gluonen aus. Trotzdem gibt es einen Mechanismus der starken Wechselwirkung, der anziehend auf die Nucleonen wirkt:

Vergleichbar mit der kovalenten Bindung von Atomen in Molekülen, bei der sich die Elektronenhüllen der Atome überlagern und einzelne Elektronenpaare zu beiden Atomen gehören, besitzen zwei Nucleonen im Atomkern kurzzeitig gemeinsame Paare von Seequarks und See-Antiquarks (vgl. S. 492). **Die Quarks und Antiquarks in den gemeinsamen Paaren tauschen Gluonen aus**. Der Gluonenaustausch in den gemeinsamen Quark-Antiquark-Paaren vermittelt die anziehende starke Wechselwirkung und damit die Quark-Paar-Bindung zwischen den Nucleonen. Sie ist stärker als die abstoßende elektromagnetische Wechselwirkung zwischen positiv geladenen Protonen.



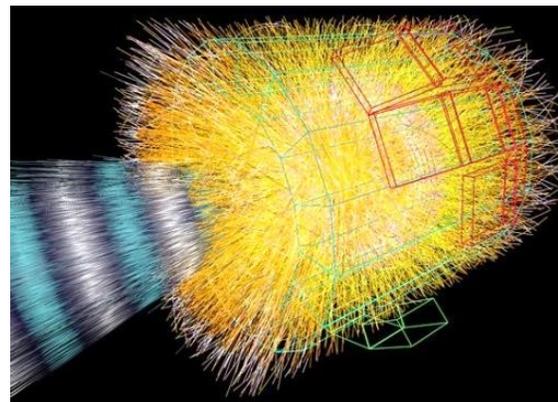
## Das Quark-Gluonen-Plasma:

Während Quarks bei „normalen“ Temperaturen durch die starke Wechselwirkung untrennbar aneinander gebunden sind (Confinement, vgl. S. 489), nimmt diese Bindung bei hohen Energien (über  $100 \text{ GeV}$ ), wie sie bei Kollisionsexperimenten auftreten, stark ab. Unter diesen Bedingungen werden **Quarks und Gluonen** „asymptotisch frei“. Es bildet sich ein **Quark-Gluonen-Plasma**, ein Phasenzustand mit freien Quarks und Gluonen. Man vermutet, dass sich das Universum bis etwa  $10^{-6}$  Sekunden nach dem Urknall im Zustand eines Quark-Gluonen-Plasmas befand.

Der **ALICE-Detektor am CERN** (linkes Bild) wurde in erster Linie zur Erforschung des Quark-Gluonen-Plasmas entwickelt. Bei der Kollision von Blei-Ionen beträgt die Kollisionsenergie bis zu  $1150 \text{ TeV}$ . Dabei entstehen sogenannte „Fireballs“ in denen kurzzeitig Quarks als quasifreie Teilchen auftreten.

Kein Experiment zur Erforschung der frühen Entwicklung des Universums kommt näher an den Urknall heran als das ALICE-Experiment.

Das Bild rechts zeigt einen „Fireball“. So nennt man die für eine Blei-Ionen-Kollision charakteristische Anordnung der vom ALICE-Detektor aufgezeichneten Teilchenspuren.



## Die Sonderrolle der Gravitationskraft:

Eine Theorie, die die Gravitationskraft auf mikroskopischer Ebene beschreibt, wurde bisher nicht gefunden. Als hypothetisches Austauschteilchen wird manchmal in Analogie zu den Austauschteilchen der anderen drei Wechselwirkungen das **Graviton** genannt. Nachgewiesen wurde das Graviton aber bisher nicht. Falls es Gravitonen gibt, handelt es sich möglicherweise um Bosonen mit der Spinquantenzahl 2. Es könnte sein, dass Gravitonen eine (äußerst kleine) Masse besitzen.

## Reelle Teilchen und virtuelle Teilchen:

Das auf S. 502 vorgeschlagene klassische Ballwurf-Modell zur Veranschaulichung der Wechselwirkung durch Teilchenaustausch entspricht in einigen wesentlichen Punkten nicht dem in der Teilchenphysik üblichen Konzept der Feldquantisierung:



Anstelle des realen Balles finden Wechselwirkungen in der Teilchenphysik durch den **Austausch virtueller Teilchen** vermittelt.

Im Gegensatz zum „realen“ Ball lassen sich die virtuellen Austauschteilchen durch folgende Eigenschaften charakterisieren:

- Virtuelle Teilchen sind so **kurzlebig**, dass sie beim Austauschprozess prinzipiell **nicht beobachtbar** sind.
- Virtuelle Teilchen werden beim Wechselwirkungsprozess **in unbestimmter Anzahl ausgetauscht**.
- Virtuelle Teilchen haben **keine feste Masse**.

**Virtuelle Teilchen** dürfen gleichzeitig **beliebige Energien und Impulse** haben, ohne dadurch die **relativistische Energie-Impuls-Beziehung**  $E^2 = m_0^2 c^4 + c^2 p^2$  zu verletzen.

Für virtuelle Teilchen lässt sich deshalb **keine feste Ruhemasse  $m_0$**  festlegen. Ihre Ruhemasse  $m_0$  kann jeden Wert annehmen, so dass bei Wechselwirkungsprozessen Energie- oder Impulserhaltung nicht verletzt werden.

Man sagt: „**Virtuelle Teilchen sitzen nicht auf der Massenschale.**“

### Beachte:

Damit die relativistische Energie-Impuls-Beziehung  $E^2 = E_0^2 + c^2 p^2$  auch im Fall  $c^2 p^2 > E^2$  erfüllbar bleibt, muss bei virtuellen Teilchen das Quadrat  $E_0^2$  sogar negative Werte annehmen können. In diesem Fall hat das virtuelle Teilchen eine **imaginäre Masse**. Das heißt: Die Maßzahl der Masse ist eine imaginäre komplexe Zahl der Form  $i \cdot m_0$ , so dass gilt:  $E_0^2 = (i \cdot m_0 \cdot c^2)^2 = i^2 \cdot m_0^2 c^4 = -m_0^2 c^4$ .

### Beispiel 1: Elastischer Stoß zweier Elektronen

Beim elastischen Stoß zweier Elektronen führt die gleiche elektrische Ladung zur gegenseitigen Abstoßung der beiden Elektronen. Es handelt sich also um eine elektromagnetische Wechselwirkung. Beide Elektronen haben nach dem elastischen Stoß die gleiche Energie wie vor dem Stoß. Ihre (vektoriellen) Impulse haben sich geändert. Der vektorielle Gesamtimpuls bleibt erhalten.

Das Photon als virtuelles Austauscheteilchen der elektromagnetischen Wechselwirkung wird von einem Elektron ausgesandt und von dem anderen absorbiert. Dabei überträgt es seinen Impuls  $p_\gamma$  und seine Energie  $E_\gamma$  vom einen Elektron auf das andere Elektron.

Photonen bewegen sich mit Lichtgeschwindigkeit. Sie haben keine Ruhemasse  $m_\gamma$ .

Mit der relativistischen Energie-Impuls-Beziehung  $E_\gamma^2 = m_\gamma^2 c^4 + c^2 p_\gamma^2$  folgt damit für jedes reelle Photon:  $E_\gamma = c \cdot p_\gamma > 0$ . (Vgl. Kap. VIII, S. 415)

Reelle Photonen müssten also Impuls und Energie übertragen.

Beim elastischen Stoß ändern sich nur die Impulse der beteiligten Teilchen. Ihre Energien ändern sich nicht. Das ausgetauschte Photon muss also einen Impuls  $p_\gamma > 0$  und gleichzeitig die Energie  $E_\gamma = 0$  haben.

Für reelle Photonen wäre dies wegen  $E_\gamma = c \cdot p_\gamma$  nicht möglich.

Virtuelle Photonen müssen sich deshalb in einer grundlegenden Eigenschaft von reellen Photonen unterscheiden:

Das virtuelle Photon darf gleichzeitig einen Impuls  $p_\gamma > 0$  die Energie  $E_\gamma = 0$  haben, ohne die Energie-Impuls-Beziehung  $E_\gamma^2 = m_\gamma^2 c^4 + c^2 p_\gamma^2$  zu verletzen.

Das ist nur möglich, wenn das virtuelle Photon die **imaginäre Masse  $m_\gamma = i \cdot c \cdot p_\gamma$**  besitzt. Dann gilt nämlich

$$m_\gamma^2 c^4 + c^2 p_\gamma^2 = (i \cdot c \cdot p_\gamma)^2 c^4 + c^2 p_\gamma^2 = -c^2 p_\gamma^2 + c^2 p_\gamma^2 = 0 = E_\gamma^2$$

### **Beispiel 2: $\beta^-$ -Zerfall:**

Beim  $\beta^-$ -Zerfall sendet ein down-Quark ein virtuelles  $W^-$ -Boson aus, das von einem up-Quark absorbiert wird. Dabei entstehen ein Elektron und ein Elektron-Antineutrino. (Vgl. S. 470)

$$d \rightarrow W^- \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e$$

Ein reelles  $W^-$ -Boson hat die Ruhemasse  $m_W = 80,4 \frac{GeV}{c^2}$  und damit die Ruheenergie  $E_{0,W} = 80,4 GeV$ .

Ein ruhendes down-Quark hat die Energie  $E = E_0 = 4,8 MeV$ .

Das ist lediglich ein Bruchteil der Ruheenergie des  $W^-$ -Bosons. Wenn das virtuelle  $W^-$ -Boson dieselbe Ruhemasse hat, wie das reelle  $W^-$ -Boson, kann das down-Quark folglich kein  $W^-$ -Boson aussenden.

Weil der  $\beta^-$ -Zerfall in der Natur dennoch stattfindet, ordnet man dem virtuellen  $W^-$ -Boson eine variable Masse  $m_W < 80,4 GeV$  zu.

**Die Masse  $m_W$  des virtuellen  $W^-$ -Bosons ist im Gegensatz zur Ruhemasse eines reellen Teilchens nicht festgelegt.**

Prinzipiell kann jedes Teilchen (auch Materieteilchen!) als Zwischenzustand zwischen zwei reellen Teilchen bei einer Wechselwirkung einen virtuellen Zustand annehmen.

Bei **Paarerzeugung- und Paarvernichtungsprozessen im Quantenvakuum**, also etwa bei den **Quantenfluktuationen** in der ersten Zeit nach der Entstehung des Universums, spielen ausschließlich virtuelle Teilchen eine Rolle.

---

Das **Konzept der Feldquantisierung** gehört in der Regel nicht zum physikalischen Grundwissen von Schülern und lässt sich kaum mit Alltagserfahrungen vereinbaren. Deshalb ist es nicht verwunderlich, wenn sich jemand fragt, ob Kräfte wirklich über den Austausch von Teilchen vermittelt werden oder ob es sich bei der Feldquantisierung um eine Theorie ohne Entsprechung in der Realität handelt.

Hierzu ist zu sagen:

- Die Teilchenphysik, die die Feldquantisierung verwendet, erklärt die physikalischen Eigenschaften der Wechselwirkungen mit sonst unerreichter Genauigkeit. Das **Konzept der Feldquantisierung hat sich also bewährt**.
- **1983** gelang es den CERN-Physikern **Carlo Rubbia** und **Simon van der Meer**,  **$W$ - und  $Z$ -Bosonen als reelle Teilchen nachzuweisen** und ihre Massen zu messen. Für diese Leistung wurden Rubbia und van der Meer 1984 mit dem Nobelpreis geehrt.

Teilchen werden durch ihre Ruhemasse  $m$  charakterisiert. Deshalb sollte man virtuelle Teilchen eigentlich nicht als „Teilchen“ bezeichnen, sondern als „Feldquanten“. Sie beschreiben Felder.

Virtuelle Teilchen kommen in der formal-mathematischen Beschreibung der Wechselwirkungsmechanismen nicht vor. Die Beschreibung der Wechselwirkungsmechanismen mithilfe von virtuellen Austauschteilchen ist aber anschaulich. Wir sprechen deshalb weiterhin von virtuellen Austauschteilchen, behalten aber im Gedächtnis, dass es sich dabei nicht um Teilchen im eigentlichen Sinn handelt.

---

## Die Reichweiten der Wechselwirkungen:

Mit Methoden der Quantenmechanik (quantenmechanische Störungsrechnung), die mit Schulphysik leider nicht nachvollzogen werden können, kann man herleiten, dass die Reichweite einer durch virtuelle Austauschteilchen vermittelten Wechselwirkung von der Ruhemasse  $m_0$  bestimmt wird, die die Austauschteilchen als reelle Teilchen hätten.

Eine **Obergrenze für die Reichweite einer Wechselwirkung** bildet die sogenannte **Compton-Wellenlänge**  $\lambda_c$  des Austauschteilchens.

$$\lambda_c = \frac{\hbar}{m_0 c} \quad \text{mit} \quad \hbar = \frac{h}{2\pi} \quad \text{und dem Planckschen Wirkungsquantum } h = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$$

- Reichweite der **elektromagnetischen Wechselwirkung**:

Das Photon hat keine Ruhemasse ( $m_0 = 0$ ).  $\Rightarrow \lambda_c = \frac{\hbar}{m_0 c} \rightarrow \infty$

Die elektromagnetische Wechselwirkung hat eine **unendlich große Reichweite**.

- Reichweite der **schwachen Wechselwirkung**:

W- und Z-Bosonen haben Ruhemassen von ungefähr  $m_0 = 90 \frac{\text{GeV}}{c^2}$

$$\Rightarrow \lambda_c = \frac{4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{2\pi \cdot 90 \cdot 10^9 \text{ eV}} \approx 2 \cdot 10^{-18} \text{ m}$$

Die schwache Wechselwirkung hat eine extrem kleine Reichweite von etwa  **$2 \cdot 10^{-18} \text{ m}$** .

- Reichweite der **starken Wechselwirkung zwischen Quarks**:

Das Gluon hat, wie das Photon, keine Ruhemasse ( $m_0 = 0$ ).

Die Reichweite der starken Wechselwirkung wird aber durch das **Confinement** (vgl. S. 489) auf etwa  **$2 \text{ fm} = 2 \cdot 10^{-15} \text{ m}$**  begrenzt. Wenn zwei stark wechselwirkende Quarks so weit voneinander entfernt werden, dass ein neues Quark-Antiquark-Paar gebildet wird, schließen sich jeweils ein Quark und ein Antiquark zu einem Meson zusammen. Mesonen sind aber stets neutral hinsichtlich der Farbladung. Sie können keine Gluonen austauschen.

## Die Vereinheitlichungstheorie für die Grundkräfte:

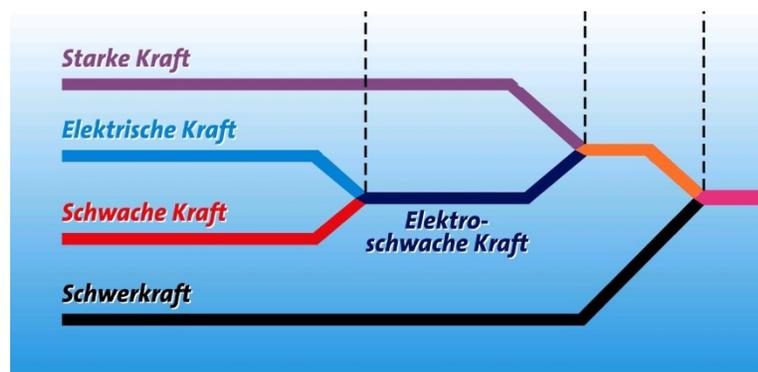
Bei „normalen“ Temperaturen nehmen wir die vier Grundkräfte als sehr unterschiedlich starke Kräfte mit sehr unterschiedlichen Reichweiten wahr.

Mit zunehmender mittlerer Energie und Dichte der Teilchen im Universum gleichen sich nach der Quantenfeldtheorie die Eigenschaften der vier Grundkräfte allmählich an. Das bedeutet, dass die Kopplungskonstanten der Kräfte, die die Stärke der Wechselwirkung der Felder mit den Teilchen beschreiben, in der Entwicklungszeit des Universums gesehen keine Konstanten sind, sondern sich verändern und bei entsprechenden hohen Temperaturen identisch werden.

Mit der Abkühlung des Universums spalteten sich die heute bekannten **vier fundamentalen Wechselwirkungen** nach und nach aus einer „Urkraft“ auf.

Den Anfang machte vermutlich unmittelbar nach dem Urknall die **Gravitationskraft**.

Nach der **GUT (Grand Unified)-Theorie** vereinigen sich oberhalb einer Energie von etwa  $10^{16} \text{ GeV}$  starke Wechselwirkung, schwache Wechselwirkung und elektromagnetische Wechselwirkung zu einer sogenannten **X-Kraft**.



Die hypothetischen Austauschteilchen dieser X-Kraft sind sehr schwere X- und Y-Bosonen, die in Leptonen und Quarks zerfallen. **X- und Y-Bosonen** sollen aber nicht gleichmäßig in Materie und Antimaterie zerfallen. So erklärt die GUT-Theorie die beobachtete **Asymmetrie zwischen Materie und Antimaterie** im Universum. An eine experimentelle Überprüfung der GUT-Theorie ist in absehbarer Zukunft nicht zu denken, weil in keinem Experiment auch nur annähernd die erforderlichen Energien und Teilchendichten erzeugt werden können.

Die Energieschwelle für die **Vereinigung der elektromagnetischen Wechselwirkung und der schwachen Wechselwirkung zur elektroschwachen Wechselwirkung** liegt in der Größenordnung von  $100 \text{ GeV}$ .

Mit Kollisionsexperimenten am CERN gelingt es, für sehr kurze Zeit und auf einen winzigen Raum beschränkt, Energie und Teilchendichte in einer Größenordnung zu erzeugen, bei der elektromagnetische Kraft und schwache Kraft zusammen als elektroschwache Kraft wirken. Damit ermöglichen es die LHC-Experimente, die theoretischen Vorhersagen über die Vereinigung von elektromagnetischer und schwacher Wechselwirkung zu überprüfen.

### Erhaltungsgrößen:

Alle physikalischen Prozesse können auf die vier grundlegenden Wechselwirkungen zurückgeführt werden. Sie können nur ablaufen, wenn kein Erhaltungssatz verletzt wird.

Folgende Größen sind **Erhaltungsgrößen**:

- Gesamtenergie  $E = \sqrt{m_0^2 c^4 + c^2 p^2}$
- vektorieller Impuls  $\vec{p} = \gamma \cdot m_0 \vec{v}$
- vektorieller Drehimpuls  $\vec{D} = \vec{r} \times \vec{p}$
- elektrische Ladung  $Q$
- schwache Ladung  $I$
- Summe der Farbladungen
- Baryonenzahl
- Leptonenzahl
- Helizität

Bei der Vermittlung der Wechselwirkungen durch virtuelle Austauschteilchen gelten ebenfalls für die Prozesse als Ganzes - also für den Vergleich der Ausgangs- und Endzustände - alle Erhaltungssätze.

Bei Emission und Absorption der virtuellen Austauschteilchen sind alle Ladungen erhalten.

## 6) Feynman-Diagramme:

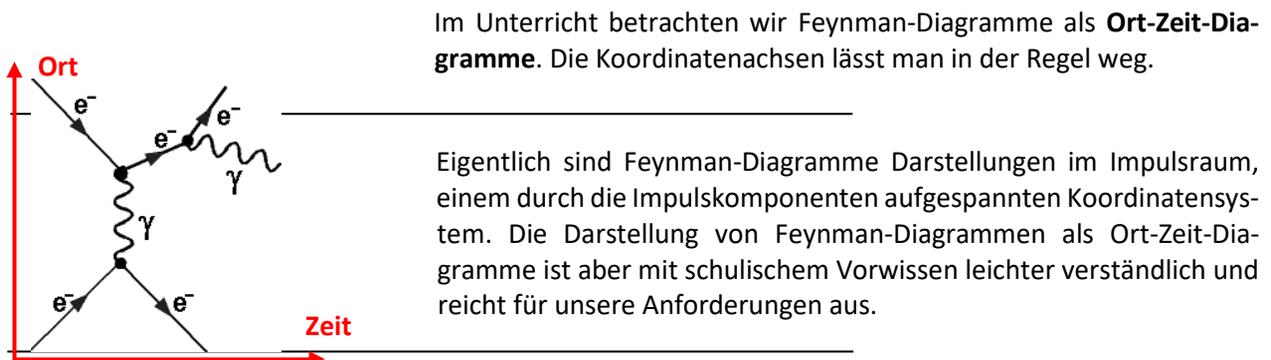
Zur übersichtlichen Darstellung von Wechselwirkungen zwischen Teilchen mit Bosonenaustausch verwendet man **Feynman-Diagramme**.

Feynman Diagramme illustrieren,

- wie neue Teilchen entstehen,
- wie vorhandene Teilchen vernichtet werden und
- wie Wechselwirkungen durch Austauscheteilchen vermittelt werden.

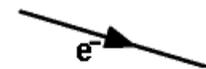


Richard Feynman (1918 bis 1988)

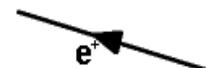


### Wie werden Teilchen und Austauscheteilchen dargestellt?

**Teilchen** (z.B. ein Elektron) werden durch Linien mit einer Pfeilspitze in positiver Zeitrichtung dargestellt.



**Antiteilchen** (z.B. Positron) werden durch Linien mit einer Pfeilspitze in negativer Zeitrichtung dargestellt.



### Austauscheteilchen:

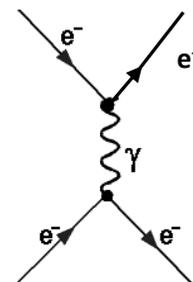
Photon: Gluon: W- und Z-Bosonen:

### Reelle und virtuelle Teilchen im Feynman-Diagramm:

Der grundsätzliche Aufbau eines Feynman-Diagramms ist rechts am Beispiel einer **Elektron-Elektron-Streuung** dargestellt:

Zwei Elektronen ( $e^-$ ) laufen ein. Sie wechselwirken durch Austausch eines Photons ( $\gamma$ ), tauschen dabei Energie und Impuls aus und bewegen sich dann in neue Richtungen weiter.

Einen Knotenpunkt, an dem drei (oder vier) Linien zusammenlaufen, nennt man **Vertex** (lat.: Knoten).



**Äußere Linien** mit nur einem Vertex am Anfang oder Ende beschreiben **reelle Teilchen**.

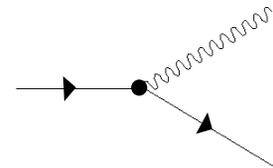
**Innere Linien**, die mit einem Vertex beginnen und enden, beschreiben **virtuelle Teilchen**. In obigem Beispiel gibt es genau eine innere Linie. Sie gehört zum ausgetauschten virtuellen Photon.

## Der Vertex - Grundbaustein von Feynman-Diagrammen:

Vertices sind die Grundbausteine eines jeden Feynman-Diagramms. Alle Vorgänge der elektromagnetischen und der schwachen Wechselwirkung – Aussendung eines Austauschteilchens, Absorption eines Austauschteilchens, Paarerzeugung und Annihilation – lassen sich durch einen einzigen Vertex darstellen. Die Vertices zu den einzelnen Übergängen müssen lediglich gedreht werden!

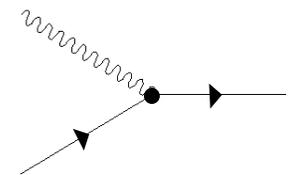
### Übergang 1: Aussendung eines Austauschteilchens:

Ein Teilchen sendet ein Austauschteilchen aus. Das Teilchen, das aus dem einlaufenden Teilchen am Vertex entstanden ist, kann entweder das gleiche Teilchen mit verändertem Impuls und möglicherweise veränderter Energie sein oder ein anderes Teilchen, je nachdem, welches Austauschteilchen ausgesandt wurde.



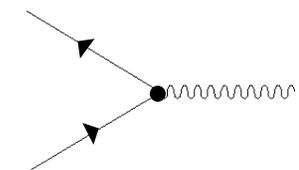
### Übergang 2: Absorption eines Austauschteilchens:

Ein Teilchen absorbiert ein Austauschteilchen und ändert aufgrund des übertragenen Impulses seine Bewegungsrichtung. Das auslaufende Teilchen, das aus dem einlaufenden Teilchen am Vertex entstanden ist, kann entweder das gleiche Teilchen mit verändertem Impuls und möglicherweise veränderter Energie sein oder ein anderes Teilchen, je nachdem, welches Austauschteilchen absorbiert wurde.



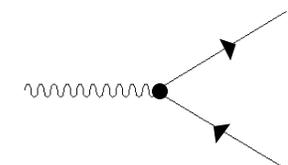
### Übergang 3: Paarvernichtung:

Treffen ein Teilchen und sein Antiteilchen zusammen, so vernichten sie sich gegenseitig und bilden in diesem Prozess ein Austauschteilchen. Das Austauschteilchen hat die Gesamtenergie und den Gesamtimpuls des Teilchen-Antiteilchenpaares.



### Übergang 4: Paarerzeugung:

Ein Austauschteilchen wandelt sich in zwei Teilchen um, die in der Summe die Energie und den Impuls des Austauschteilchens haben.



Weil Gluonen wegen ihrer Farbladungen auch untereinander wechselwirken, sind zur Beschreibung aller möglichen Übergänge der **starken Wechselwirkung** noch **weitere Vertices** nötig. Hier wollen wir uns aber auf die für die elektromagnetische und die schwache Wechselwirkung benötigten Vertices beschränken.

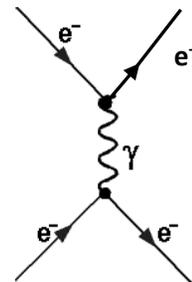
## Erhaltungsgrößen in Feynman-Diagrammen:

An den Vertices eines Feynman-Diagramms müssen grundsätzlich **alle Erhaltungssätze erfüllt** sein. Insbesondere gelten an allen Vertices **Energie- und Impulserhaltung**.

An einem **3-Teilchen Vertex** können Energie und Impulserhaltung nur gewährleistet sein, wenn **mindestens eines der Teilchen virtuell** ist. Das bedeutet insbesondere, dass ein physikalischer Prozess aus mindestens zwei Vertices bestehen muss, an denen die Linie des virtuellen Teilchens beginnt und endet.

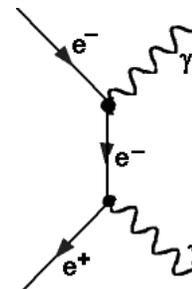
### Beispiel 1: elastische Streuung zweier Elektronen:

Das Photon vermittelt die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen den beiden Elektronen. Es wird vom einen Elektron ausgesandt und vom anderen Elektron absorbiert. Ein reelles Photon muss immer gleichzeitig den Impuls  $p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} > 0$  und die Energie  $E_\gamma > 0$  übertragen. Bei der elastischen Streuung der beiden Elektronen wird aber nur Impuls übertragen. Die Bedingung  $p_\gamma > 0$  und zugleich  $E_\gamma = 0$  kann nur ein **virtuelles Photon** erfüllen (vgl. S. 507).



### Beispiel 2: Annihilation:

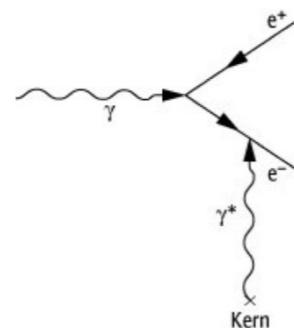
Ein Elektron-Positron-Paar kann nur in mindestens zwei Photonen zerstrahlen. Im Schwerpunktsystem des Elektron-Positron-Paares ist nämlich der Gesamtimpuls Null. Der vektorielle Gesamtimpuls behält den Betrag Null, wenn zwei Photonen entstehen, die sich mit gleich großen Impulsen in entgegengesetzte Richtungen bewegen. Diese beiden Photonen werden in dem rechts gezeichneten Feynman-Diagramm in zwei Schritten ausgesandt: Das reelle Elektron strahlt ein Photon ab und annihiliert dann als **virtuelles Elektron** mit einem reellen Positron zum zweiten Photon. Energie und Impuls des reellen Elektrons sind an den Vertices gerade so groß, dass Energie und Impuls dort erhalten sind.



### Beispiel 3: Paarerzeugung im Coulmbfeld eines Atomkerns:

Auch reelle und damit masselose Photonen können sich in Teilchen-Antiteilchen-Paare umwandeln. Damit bei dieser Umwandlung der Gesamtimpuls erhalten bleibt, werden entweder zwei Photonen benötigt oder das Photon muss gleichzeitig mit einem Atomkern oder einem anderen Teilchen wechselwirken, auf den Impuls übertragen wird. (Vgl. Kap. VIII, S. 423)

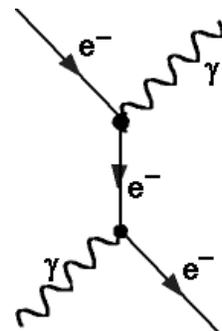
Im rechts abgebildeten Feynman-Diagramm ist die **Wechselwirkung mit einem Atomkern durch ein weiteres, virtuelles Photon** dargestellt.



### Beispiel 4: Comptonstreuung:

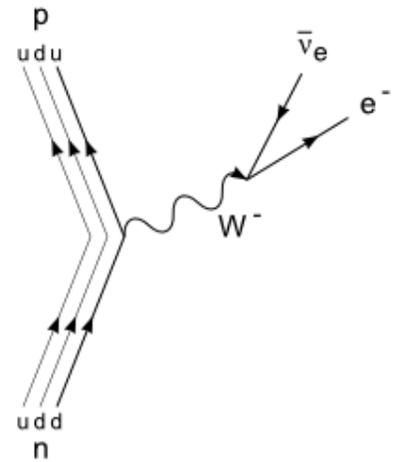
Bei der Comptonstreuung wird ein Photon an einem freien oder schwach gebundenen Elektron gestreut. Beobachtet wird ein Photon geringerer Energie. Energie und Impuls des Elektrons ändern sich ebenfalls. (Vgl. Kap. VIII, S. 417f)

Im rechts abgebildeten Feynman-Diagramm wird das Photon vom Elektron absorbiert. Das nun **virtuelle Elektron** sendet anschließend ein Photon aus und wird dabei wieder zu einem reellen Elektron. Energie und Impuls des virtuellen Elektrons sind an den Vertices wieder gerade so groß, dass dort Energie und Impuls erhalten sind.



### **Beispiel 5: $\beta^-$ -Zerfall:**

Aus dem Feynman-Diagramm kann man herauslesen: Das mit einem up-Quark und einem weiteren down-Quark in einem Neutron gebundene down-Quark sendet ein **virtuelles  $W^-$ -Boson** aus. Dabei wandelt sich das down-Quark in ein up-Quark um. Das Neutron wird zum Proton. An der Änderung der Bewegungsrichtung des Baryons erkennt man den Rückstoß, den das Baryon aufgrund der Emission des  $W^-$ -Bosons erleidet. Das  $W^-$ -Boson zerfällt in ein reelles Elektron und ein reelles Elektron-Antineutrino.



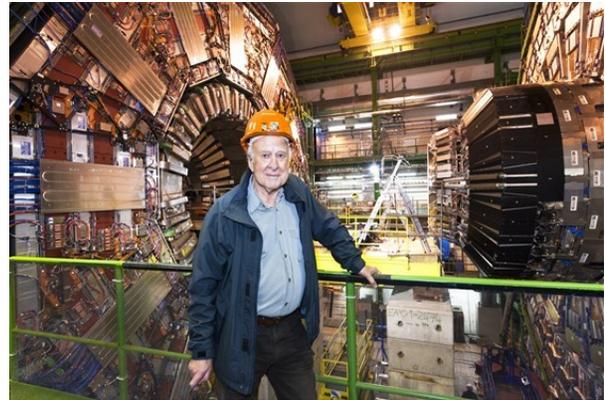
## 7) Der Higgs-Mechanismus und das Higgs-Teilchen

Alle Elementarteilchen und die Austauschteilchen der schwachen Wechselwirkung (W- und Z-Bosonen) besitzen eine Masse. Warum Teilchen und damit die aus Teilchen aufgebauten Körper Masse haben, und warum ihre Massen unterschiedlich groß sind, war bis zur Entdeckung des Higgs-Teilchens eine der großen ungelösten Fragen der Physik.

### Der Higgs-Mechanismus:

1964 formulierten die belgischen Physiker **Robert Brout, Francois Englert** und der schottische Physiker **Peter Higgs** eine Theorie, die die Masse von Teilchen erklärt: den nach Peter Higgs benannten **Higgs-Mechanismus**.

Im Bild ist Peter Higgs im Jahr 2008 vor dem CMS-Detektor am CERN zu sehen.



### Was ist Masse?

Ob ein Teilchen eine große oder eine kleine Masse besitzt, erkennt man an der **Trägheit** des Teilchens: Je größer die Masse bzw. Trägheit des Teilchens, desto mehr Kraft ist nötig, um das Teilchen zu beschleunigen oder abzubremesen.

Nur ein masseloses Teilchen kann sich im Vakuum mit Lichtgeschwindigkeit bewegen. Jedes Teilchen mit (Ruhe-)Masse bewegt sich langsamer.

In der klassischen Physik betrachten wir die Masse als Eigenschaft, die fest mit einem Teilchen verbunden ist. Der Higgs-Mechanismus geht von der Annahme aus, dass die **Masse keine Eigenschaft des Teilchens** ist.

### Das Higgs-Feld und das Higgs-Teilchen:

Der gesamte Raum ist von einem **Higgs-Feld** ausgefüllt. Jedes Teilchen, das mit dem Higgs-Feld wechselwirkt, hat eine Masse. Je stärker die Wechselwirkung eines Teilchens mit dem Higgs-Feld ist, desto größer ist seine Trägheit und damit die Masse des Teilchens.

Unterschiedliche Massen verschiedener Teilchen werden also durch unterschiedlich starke Wechselwirkungen mit dem Higgs-Feld begründet.

Der Higgs-Mechanismus sagt für **Fermionen (Quarks und Leptonen)** eine **Stärke der Wechselwirkung mit dem Higgsfeld** vorher, die **proportional zur Teilchenmasse  $m$**  ist.

Für **W- und Z-Bosonen** soll die **Stärke der Wechselwirkung proportional zu  $m^2$** , dem Quadrat der Masse sein.

### Der Higgs-Mechanismus kann durch folgenden „Cartoon“ illustriert werden:

Der britische Wissenschaftsminister **Dave Miller** versuchte **1993** mit folgendem Cartoon die Grundlagen des Higgs-Mechanismus allgemeinverständlich darzustellen:

In Gedanken blickt man von oben auf einen Raum, in dem sich zahlreiche Reporter befinden, die auf eine Pressekonferenz mit einer berühmten Persönlichkeit warten. (linkes Bild)

Eine „normale“ Person könnte ohne große Schwierigkeiten durch die Menge locker stehender Reporter hindurchgehen. Kommt jedoch die von Allen erwartete Persönlichkeit in den Raum und versucht, durch die Ansammlung von Reportern zum Rednerpult zu gehen, so sammeln sich die Reporter wie eine Traube um die von allen erwartete Persönlichkeit und erschweren ihr das Vorwärtskommen. (rechtes Bild)

Die Person erhält so Trägheit.



Betrachten wir die Berühmtheit und eine „gewöhnliche“ Person als Teilchen, so hat die berühmte Persönlichkeit eine wesentlich größere Trägheit und damit eine größere Masse als die „gewöhnliche“ Person. Sie hat sie aber nicht von sich aus, sondern durch die Verdichtung von Reportern, die sich um sie herum ausbildet. Dieses Phänomen steht für den **Higgs-Mechanismus**.

Die Tatsache, dass im Raum Reporter verteilt sind, steht für das **Higgs-Feld**. Solange keine Person die Ansammlung von Reportern durchquert, können wir die Verteilung der Reporter und damit das

Higgs-Feld im Raum als symmetrisch betrachten.

Sobald eine Person die Ansammlung von Reportern durchquert, kommt es zur Störung dieser Symmetrie, zur Traubenbildung. Diese fällt umso stärker aus, je wichtiger die Person aus der Sicht der Reporter ist.

Auf den Higgs-Mechanismus übertragen:

**Die Wechselwirkung eines Teilchens mit dem Higgs-Feld führt zur Störung der Symmetrie des Higgs-Feldes. Sie verursacht, je nach Art des Teilchens, die Trägheit und damit die Masse des Teilchens.**

Eine Wechselwirkung erfordert immer ein virtuelles Austauschteilchen. Das **Austauschteilchen beim Higgs-Mechanismus** ist das **virtuelle Higgs-Teilchen**.

Es handelt sich dabei um das **Feldquant des Higgs-Feldes**. (Vgl. S. 502)

Die besondere Leistung von Peter Higgs war seine Erkenntnis, dass das Higgs-Teilchen nicht nur als virtuelles Teilchen, sondern **auch als beobachtbares reelles Teilchen** existieren müsse.

Wenn dem Higgs-Feld **Energie zugeführt** wird, kann es auch ohne die Anwesenheit eines Materieteilchens zu einer **vorübergehenden lokalen Verdichtung des Higgs-Feldes** kommen. Diese Feldverdichtung wechselwirkt mit dem umgebenden Higgs-Feld und erhält damit eine definierte Trägheit bzw. Masse. Bei dieser Verdichtung des Higgs-Feldes handelt es sich um das **reelle Higgs-Teilchen**. Dass sich die Feldverdichtung nach kurzer Zeit wieder auflöst, entspricht dem Zerfall des realen Higgs-Teilchens.

Dave Miller veranschaulicht auch die Erzeugung eines realen Higgs-Teilchens mit einem Cartoon:



Die Verdichtung des Higgs-Feldes und damit die vorübergehende Erzeugung eines Higgs-Teilchens werden nicht durch eine Person verursacht, die durch die Menschenansammlung läuft, sondern durch einen Rufer an der Tür, der vielleicht das Kommen der lang erwarteten Persönlichkeit ankündigt und damit ein spontanes Gedränge unter den Reportern auslöst. Der Rufer steht für die Energiezufuhr.

Das Higgs-Teilchen (oder vielleicht auch nur ein Teilchen einer Familie von Higgs-Teilchen) wurde **im Juli 2012** mit sehr großer Wahrscheinlichkeit **am CERN nachgewiesen**.

Das Higgs-Teilchen hat folgende **Eigenschaften**:

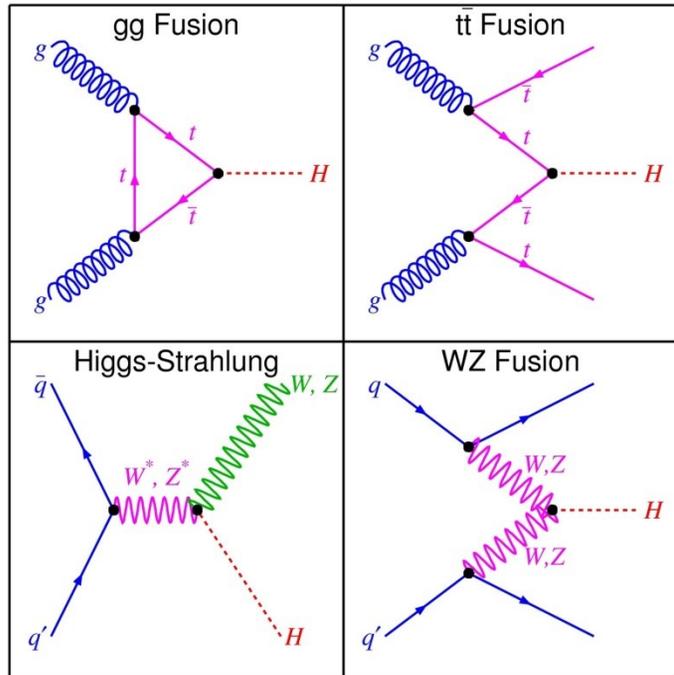
- Keine elektrische Ladung
- Spin 0 (Boson)
- Der Higgs-Mechanismus sagt keine konkrete Masse für das Higgs-Teilchen voraus. Lediglich eine Obergrenze von  $1000 \frac{\text{GeV}}{c^2}$  für die Higgs-Masse wird in der Theorie angegeben. Das 2012 am CERN entdeckte neue Teilchen, das man für das reelle Higgs-Teilchen hält, hat eine Masse von  $125 \frac{\text{GeV}}{c^2}$ . Aufgrund seiner Masse wechselwirkt auch das Higgs-Teilchen selbst mit dem Higgs-Feld.
- Bei einer mittleren Lebensdauer von etwa  $10^{-22} \text{ s}$  zerfällt das Higgs-Teilchen in Quarks oder W- bzw. Z-Bosonen, die dann weiter zerfallen.

## Produktion des Higgs-Teilchens am LHC:

Das „Ausgangsmaterial“ für die Erzeugung neuer Teilchen bei der Kollision von Protonen in den LHC-Detektoren sind die in den Protonen enthaltenen Quarks und Gluonen.

Obwohl die masselosen **Gluonen** selbst nicht mit dem Higgs-Feld wechselwirken, leisten sie den Hauptbeitrag zur Higgs-Produktion am CERN. Zwei Gluonen können zu einem virtuellen Paar aus einem top-Quark und einem Antitop-Quark verschmelzen, das in ein Higgs-Teilchen übergeht. Aus den beiden Gluonen können sich aber auch zwei top-Antitop-Paare bilden, von denen jeweils ein top-Quark und ein Antitop-Quark in ein Higgs-Teilchen übergeht.

Aus einem **top-Antitop-Quark-Paar** kann ein Higgs-Teilchen entstehen, indem das top-Antitop-Paar über ein virtuelles W- oder Z-Boson in ein reelles W- oder Z-Boson und ein Higgs-Teilchen übergeht oder ein top-Quark und ein Antitop-Quark jeweils ein W- oder Z-Boson aussenden, die dann zu einem Higgs-Teilchen verschmelzen.

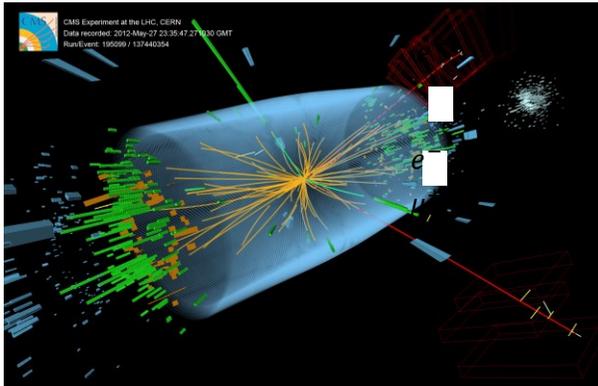


## Zerfall des Higgs-Teilchens:

Für den Zerfall des Higgs-Teilchens gibt es ebenfalls verschiedene Möglichkeiten. Unter anderem spielen zwei Higgs-Zerfälle beim Nachweis des Higgs-Teilchens eine wichtige Rolle:

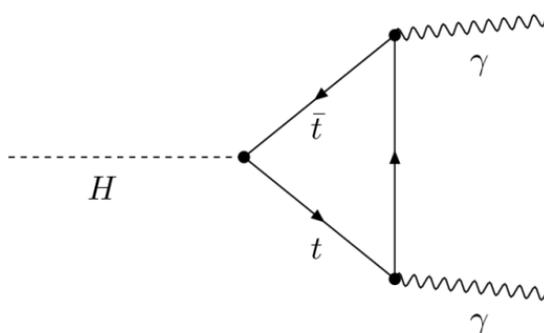
Den Zerfall eines Higgs-Teilchens über zwei virtuelle Z-Bosonen in **zwei Lepton-Antilepton-Paare** bezeichnet man als den „**Goldenen Zerfall**“, weil Leptonen sich in Teilchendetektoren gut identifizieren und vermessen lassen.

Das Feynman-Diagramm (links) und das Ereignisbild vom CMS-Detektor (rechts) zeigen den Zerfall eines Higgs-Teilchens in zwei Z-Bosonen, von denen eines in zwei Elektronen (grüne Linien und grüne Balken) und das andere in zwei Myonen (rote Linien) zerfällt.

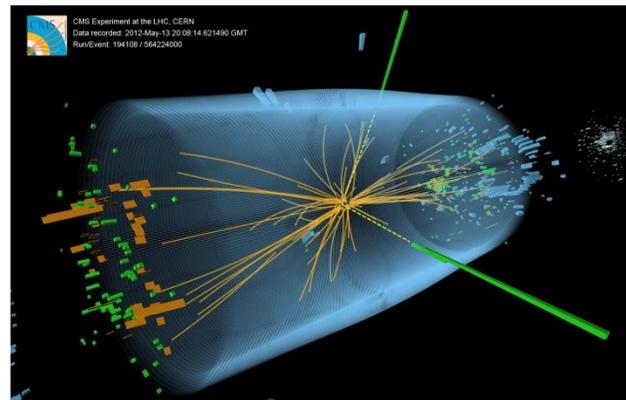


Auch der Zerfall des Higgs-Teilchens über ein top-Antitop-Paar in **zwei Photonen**, die über Teilchenpaare identifiziert werden, die durch Paarbildung aus den Photonen entstehen, wird beobachtet.

Feynman-Diagramm und Ereignisbild von CMS zeigen den Zerfall eines Higgs-Teilchens über ein virtuelles top-Antitop-Quark-Paar in zwei Photonen. Die von den beiden energiereichen Photonen ver-



ursachten Spuren sind als grüne Balken zu erkennen.



Die grundsätzlich verschiedenen Möglichkeiten, auf die ein Higgs-Teilchen zerfallen kann, heißen auch **Zerfallskanäle**. Es werden immer mehrere Zerfallskanäle nebeneinander untersucht, um die Wechselwirkung des Higgs-Feldes mit unterschiedlichen Fermionen ( $e$ ,  $\mu$ ,  $\tau$ , Quarks) bzw. Bosonen ( $W$ ,  $Z$ ) zu erforschen.

## Die Suche nach dem Higgs-Teilchen:

Die beiden größten **LHC-Detektoren ATLAS** und **CMS** wurden hauptsächlich für die Suche nach dem Higgs-Teilchen konstruiert. Damit die Existenz des Higgs-Teilchens als wissenschaftlich gesichert betrachtet werden kann, musste es an zwei unabhängig voneinander entwickelten Detektoren nachgewiesen werden. Deshalb zwei Detektoren!

Die beiden Fotos zeigen ATLAS (links) und CMS (rechts).



Das Higgs-Boson beantwortet nicht nur die grundlegende Frage nach der Ursache der Masse, sondern ist auch für die Gültigkeit des Standardmodells unverzichtbar (vgl. S. 523). Deshalb konnte das Higgs-Teilchen zurecht als das „meistgesuchte Teilchen“ der Physik bezeichnet werden.

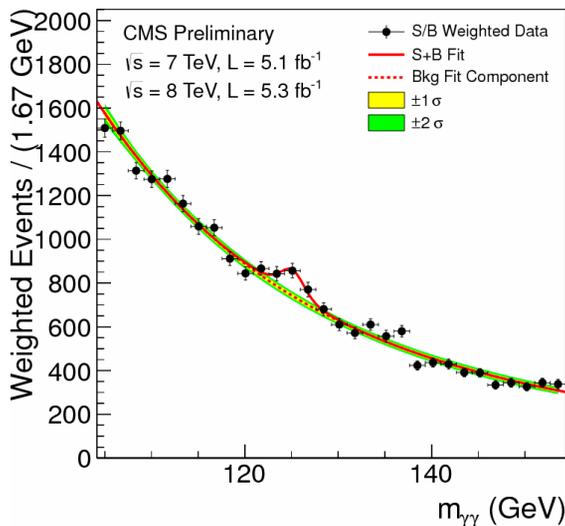
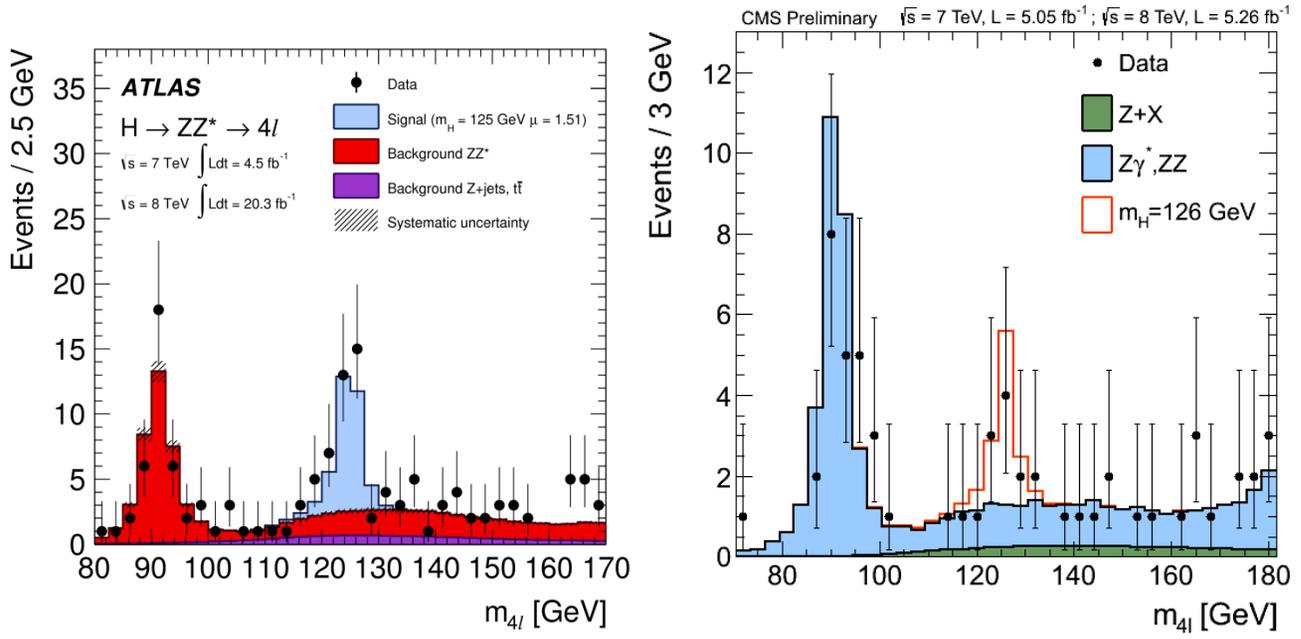
In den Detektoren des LHC kollidieren Protonen, die selbst aus Quarks bestehen, die Gluonen austauschen, so dass eigentlich Quarks und Gluonen die Stoßpartner sind. In ganz seltenen Fällen (etwa einmal pro 10 Milliarden Proton-Proton-Kollisionen) entsteht bei einer Proton-Proton-Kollision ein Higgs-Teilchen (vgl. S. 517). Bei einer Milliarde Kollisionsereignissen pro Sekunde ist das Problem aber nicht, dass zu wenige Higgs-Teilchen produziert würden. Man erwartet bei der Kollisionszahl des LHC immerhin etwa alle 10 Sekunden ein Higgs-Teilchen.

**Das Problem besteht darin, ein Higgs-Ereignis aus 10 Milliarden Kollisions-Ereignissen herauszufiltern.**

**2011** begann die Datennahme für die Suche nach dem Higgs-Teilchen bei einer Schwerpunktennergie von **7 TeV**. **2012** wurde die Schwerpunktennergie auf **8 TeV** erhöht. Von **Februar 2013 bis 2015** war der LHC abgeschaltet, um Revisionsarbeiten an den Detektoren durchführen zu können. In dieser Zeit wurden die bis Ende 2012 gesammelten Daten ausgewertet.

## Die Entdeckung des Higgs-Teilchens:

In den beiden Diagrammen von **ATLAS** und **CMS** aus dem Jahr 2012 wurde für Kollisionereignisse, bei denen jeweils **zwei Lepton-Antilepton-Paare** als Zerfallsprodukte registriert wurden, die Häufigkeiten über die Gesamtenergie der zwei Lepton-Antilepton-Paare aufgetragen. Im ATLAS-Diagramm ist der Untergrund, also Messdaten, die auf bekannte Ereignisse ohne Higgs-Teilchen zurückzuführen waren, rot und violett gezeichnet, beim CMS-Diagramm blau und grün. In beiden Diagrammen fällt auf, dass jeweils 2 Lepton-Antilepton-Paare mit einer Gesamtenergie von etwa **125 GeV** in einer Häufigkeit gefunden wurden, die deutlich über der ohne Higgs-Teilchen zu erwartenden Häufigkeit liegt.



Auch die Messdaten des **CMS-Detektors** für Ereignisse, bei denen **zwei hochenergetische Photonen** entstehen, zeigen bei der Energie **125 GeV** eine signifikante Abweichung der Häufigkeit von dem ohne Higgs-Teilchen erwarteten Wert (rote, gestrichelt gezeichnete Kurve).

Mit den Messergebnissen konnte man die Entdeckung eines bisher unbekanntes Teilchens mit der Masse  $125 \frac{\text{GeV}}{c^2}$  begründen, das so zerfällt, wie es der Higgs-Mechanismus für das Higgs-Teilchen vorhersagt.

Am **4. Juli 2012** veröffentlichten die Wissenschaftler von ATLAS und CMS eine gemeinsame Erklärung, in der sie die Entdeckung eines bisher noch nicht beobachteten Teilchens mit einer Masse von etwa  $125 \frac{\text{GeV}}{c^2}$  bekanntgaben, bei dem es sich mit hoher Wahrscheinlichkeit um das Higgs-Teilchen handle.

Die Sicherheit, dass das neu entdeckte Teilchen tatsächlich das Higgs-Teilchen ist, wird mit der sogenannten **Signifikanz** angegeben. Die Signifikanzen betragen 2012 beim ATLAS-Experiment  $5,9\sigma$  und beim CMS-Experiment  $5,0\sigma$ . Ab einer Signifikanz von mehr als  $5,0\sigma$  spricht man in der Physik von einer „Entdeckung“.

Am **8. Oktober 2013** erhielt Peter Higgs zusammen mit Francois Englert den **Nobelpreis für die Entdeckung des Higgs-Mechanismus**.

## Was versteht man unter der Signifikanz eines Ereignisses?

Die **Signifikanz** kann als Maß für die Wahrscheinlichkeit dafür betrachtet werden, dass eine Beobachtung wie die auffällige Häufung von Photonennpaaren bei der Energie  $125 \text{ GeV}$  nicht durch Zufall erfolgt, sondern die vermutete Ursache - hier die Existenz des Higgs-Teilchens - hat.

Die Signifikanz wird in Vielfachen der **Standardabweichung**  $\sigma$  angegeben.

Wenn man die Verteilung der Häufigkeiten über den Energien betrachtet, ist die Standardabweichung ein Maß für die Abweichung der gemessenen Häufigkeiten von den (ohne Higgs-Teilchen) erwarteten Werten. Sie ist definiert als Wurzel des Erwartungswerts der quadratischen Abweichung der gemessenen Häufigkeit vom Erwartungswert für die Häufigkeit. Dieser Erwartungswert der quadratischen Abweichung der gemessenen Häufigkeit vom Erwartungswert für die Häufigkeit wird auch als Varianz  $VAR(X)$  bezeichnet.

Es gilt also:

$$\sigma = \sqrt{VAR(X)} = \sqrt{E((X - \mu)^2)}$$

Dabei ist  $X$  die Häufigkeit eines Ereignisses bei der Energie  $125 \text{ GeV}$  und  $\mu$  der Erwartungswert für die Häufigkeit des Ereignisses bei der Energie  $125 \text{ GeV}$  ohne Higgs-Teilchen.

Unter „Ereignis“ ist hier zum Beispiel die Messung eines Photonennpaares zu verstehen.  $E(X)$  ist die Funktion, mit der Erwartungswerte berechnet werden.

## Wie ging es nach 2012 weiter?

Während des Stillstands des LHC wurden die aufgenommenen Daten zu möglichen Higgs-Ereignissen vollständig ausgewertet. Dadurch erhöhten sich die Signifikanzen auf  $8,1\sigma$  beim ATLAS-Experiment und auf  $5,7\sigma$  beim CMS-Experiment.

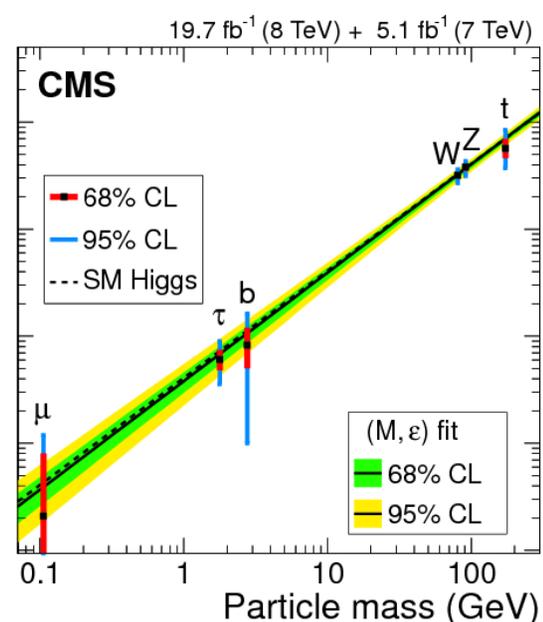
Man ist sich am CERN inzwischen sehr sicher, das Higgs-Teilchen gefunden zu haben.

Eine ausreichend große Datenmenge war insbesondere wichtig, um die Aussagen des Higgs-Mechanismus über **Massenabhängigkeit der Stärke der Wechselwirkung** des Higgs-Feldes mit Fermionen und W- und Z-Bosonen überprüfen zu können. Man spricht in diesem Zusammenhang auch von der **Stärke der Kopplung des Higgs-Teilchens an die Masse der Teilchen**.

Die Theorie des Higgs-Mechanismus sagt einen linearen Zusammenhang zwischen der Stärke der Kopplung des Higgs-Teilchens an die Masse von Fermionen bzw. an die quadratischen Masse von W- und Z-Bosonen voraus. Im abgebildeten Diagramm aus dem Jahr 2014, das auf der Auswertung aller gespeicherten Messdaten von ATLAS und CMS beruht, ist dieser lineare Zusammenhang gut erkennbar.

Neben der Untersuchung der Eigenschaften des Higgs-Teilchens ist die Suche nach weiteren Teilchen, die möglicherweise zu einer Familie von Higgs-Teilchen gehören, eine Forschungsaufgabe für die kommenden Jahre.

**2015** ging der LHC wieder in Betrieb. Die Schwerpunktenenergie der Protonenkollisionen beträgt momentan bis zu  $13 \text{ TeV}$ .



## 8) Das Standardmodell der Teilchenphysik:

Die Vorstellung der Teilchenphysiker, dass alle Materie aus Quarks und Leptonen aufgebaut ist und dass diese Grundbausteine durch den Austausch von Bosonen über vier fundamentale Kräfte miteinander wechselwirken, bezeichnet man als das **Standardmodell der Teilchenphysik**.

Die theoretische Grundlage des Standardmodells bildet die **Quantenfeldtheorie**. Bis heute hat sich diese Theorie hervorragend bewährt. Es ist kein Experiment bekannt, das mit dem Standardmodell im Widerspruch stünde. Die Experimente mit dem LHC am CERN betätigten nochmals alle bisherigen Erkenntnisse der Teilchenphysik und damit das Standardmodell.



Zum Standardmodell gehört auch der **Higgs-Mechanismus**. Ohne diesen erfordert das Standardmodell ausschließlich masselose Teilchen und masselose reelle W- und Z-Bosonen. Weil dies der Beobachtung widerspricht, wurde der Higgs-Mechanismus als Grundlage für die Existenz von Teilchenmassen in das Standardmodell eingeführt.

Ein entscheidender Schritt bei der experimentellen Überprüfung des Standardmodells war die Entdeckung des **Higgs-Teilchens**.

Trotzdem ist das Standardmodell **keine endgültige Theorie**. Es enthält **keine Beschreibung der Gravitation** und kann die **konkreten Werte der Massen** der Teilchen nicht erklären. Die **Dunkle Materie** kommt im Standardmodell nicht vor und die **Asymmetrie von Materie und Antimaterie** im Universum kann mithilfe des Standardmodells nicht erklärt werden.

### Forschungsergebnisse und aktuelle Forschungsziele der LHC-Experimente am CERN:

Der Large Hadron Collider (LHC) am CERN wurde in erster Linie konstruiert, um das Standardmodell der Teilchenphysik zu überprüfen, zu präzisieren und zu erweitern.

Der **Nachweis des Higgs-Teilchens** im Jahr 2012 war der bisher herausragendste Forschungserfolg am LHC. Darüber hinaus konnten die **bereits bekannten Aussagen des Standardmodells** mithilfe der LHC-Experimente hervorragend **bestätigt** werden.

Am LHC werden **top-Quarks** in so großer Zahl erzeugt, dass ihre physikalischen Eigenschaften genau studiert werden können. **Mehrere bisher unbekannte Hadronen**, wie das  $\chi b(3P)$ -Meson mit einer Ruhemasse von  $10534 \frac{MeV}{c^2}$  wurden entdeckt.

Für kurze Zeiten und in sehr kleinen Raumbereichen kann in den Kollisionspunkten des LHC ein **Quark-Gluonen-Plasma** (vgl. S. 506) erzeugt werden.

Ein Forschungsschwerpunkt am LHC lag bisher auf der **Suche nach supersymmetrischen Teilchen**, die als Teilchenkandidaten für die Dunkle Materie infrage kämen (vgl. Kap. VI, S. 316). Die Experimente zur Überprüfung der Theorien, die auf der Existenz supersymmetrischer Teilchen aufgebaut sind, verliefen bisher leider nicht erfolgreich. Trotzdem ist die Erforschung des Wesens der **Dunklen Materie** eines der vorrangigen aktuellen Forschungsziele der LHC-Experimente am CERN.

## 9) Teilchenbeschleuniger am CERN

### Beschleunigertypen:

Grundsätzlich unterscheidet man **Linearbeschleuniger** wie SLAC (Stanford Linear Accelerator Center) in Kalifornien und **Ringbeschleuniger** wie dem LHC (Large Hadron Collider) bei Genf.



### Vorteile von Ringbeschleunigern:

- Die Teilchen bzw. Hadronen oder Ionen durchlaufen den Beschleuniger beliebig oft, so dass viel Zeit für den Beschleunigungsvorgang zur Verfügung steht.
- Die beschleunigten Teilchen können über viele Stunden im Beschleuniger gespeichert werden. Deshalb heißen Ringbeschleuniger auch **Speicherringe**.

### Vorteile von Linearbeschleunigern:

- Linearbeschleuniger sind technisch weniger aufwändig, weil die beschleunigten Teilchen nicht durch Magnetfelder auf Kreisbahnen gelenkt werden müssen.
- Die Energieverluste durch die Emission von **Synchrotronstrahlung** sind im Vergleich zu Ringbeschleunigern sehr gering.

### Synchrotronstrahlung:

Immer wenn geladene Teilchen beschleunigt bzw. auf nicht gerade Bahnen gelenkt werden, geben sie Strahlung ab. Bei der elektrischen Schwingung in einer Antenne schwingen die Elektronen relativ langsam, senden dabei aber Dipolstrahlung aus. In einer Röntgenröhre werden schnelle Elektronen beim Auftreffen auf eine Metallfläche stark abgebremst und emittieren dabei Bremsstrahlung, die ein Teil der Röntgenstrahlung ist.

Wenn relativistische geladene Teilchen **beim Aufprall auf ein Target oder bei der Kollision mit einem anderen Teilchen** abrupt abgebremst werden, tritt **ebenfalls Bremsstrahlung** auf.

In Ringbeschleunigern emittieren relativistische geladene Teilchen **Synchrotronstrahlung**.

Synchrotronstrahlung hat ein sehr **breites Energiespektrum** vom Infrarotbereich bis zur Röntgenstrahlung.

Für die durch Synchrotronstrahlung abgestrahlte Energie  $\Delta E$  gilt:

$$\Delta E \sim \frac{Q^2 \cdot E^4}{R \cdot (m_0 c^2)^4}$$

- Der Energieverlust nimmt also mit zunehmender Gesamtenergie  $E$  in der 4. Potenz (sehr stark) und mit der Ladung der beschleunigten Teilchen quadratische (stark) zu.
- Teilchen mit geringer Ruhemasse  $m_0$  verlieren viel mehr Energie durch Synchrotronstrahlung als Teilchen mit größerer Ruhemasse.

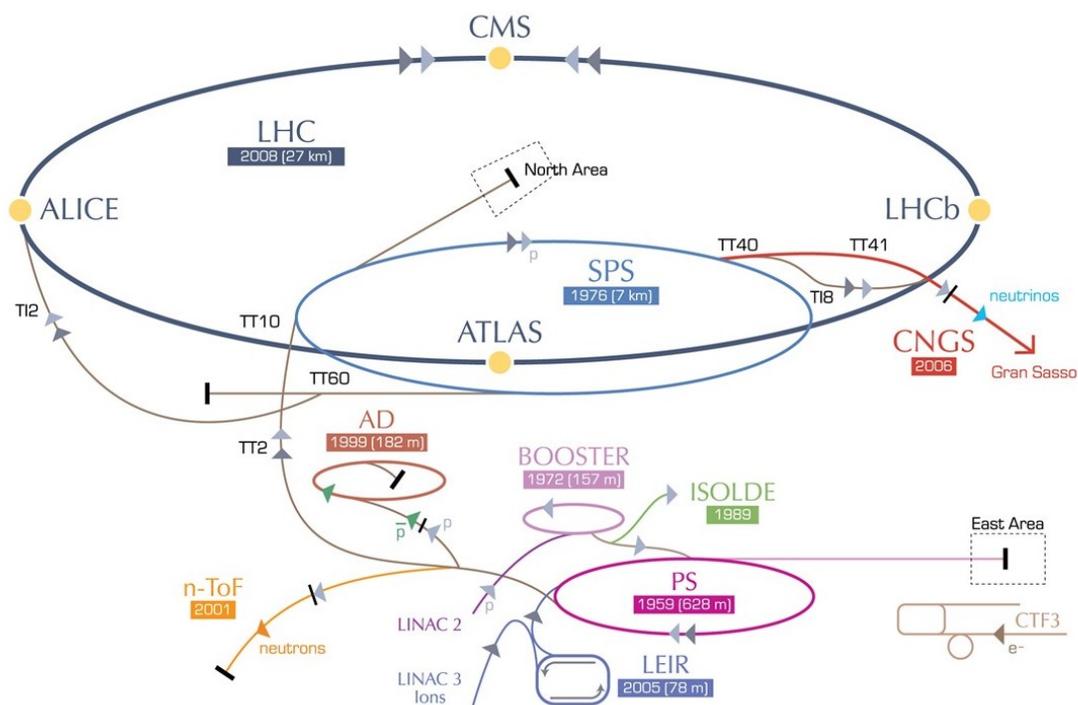
- Je kleiner der Radius  $R$  des Ringbeschleunigers ist, desto größer ist der Strahlungsverlust durch Synchrotronstrahlung.

Speicherringe werden möglichst groß gebaut, um den Energieverlust durch Synchrotronstrahlung gering zu halten.

Im Vorgängerbeschleuniger des LHC am CERN, dem Ringbeschleuniger LEP, wurden Elektronen und Positronen beschleunigt. Die im Vergleich zur Protonenmasse etwa um einen Faktor 1000 geringere Ruhemasse der Elektronen und Positronen führte zu so großen Energieverlusten durch Synchrotronstrahlung, dass nach der letzten Ausbauphase bei einer Teilchenenergie von  $209\text{ GeV}$  eine weitere Erhöhung der Energie nicht mehr effizient war. LEP wurde deshalb im Jahr 2000 abgeschaltet und 2008 durch den Protonenbeschleuniger LHC ersetzt.

### Die Vorbeschleuniger des LHC:

Neben dem LHC werden am CERN mehrere weitere Teilchenbeschleuniger betrieben, die teilweise als Vorbeschleuniger für den LHC eingesetzt werden.



Protonen sind Wasserstoffkerne. Deshalb dient als Protonenquelle eine gewöhnliche kleine **Wasserstoffgas-Flasche** (Bild rechts). Die Wasserstoffatome werden ionisiert und können nun in elektrischen Feldern beschleunigt werden.



Noch bevor die Protonen in den ersten Vorbeschleuniger LINAC2 gelangen, wird der Protonenstrahl in **Pakete** aufgeteilt.

Der im LHC beschleunigte **Protonenstrahl** besteht insgesamt aus etwa **300 Billionen Protonen** in **2808 Paketen mit jeweils 115 Milliarden Protonen**. Die Protonen-Pakete sind ungefähr  $10\text{ cm}$  lang und haben Abstände von etwa  $7,5\text{ m}$ .

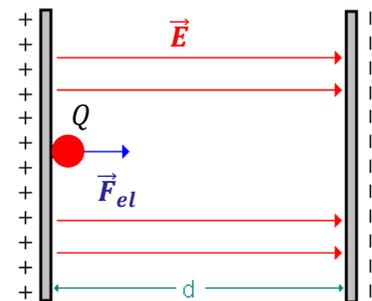
In dem 30 m langen Linearbeschleuniger **LINAC 2** werden die Protonen bereits auf etwa **31% der Lichtgeschwindigkeit** beschleunigt.



### Beschleunigung von Protonen in Driftröhren:

Grundsätzlich benötigt man zur Beschleunigung eines geladenen Teilchens ein **elektrisches Feld**, das auf das geladene Teilchen eine elektrische Kraft bewirkt.

Ein solches elektrisches Feld befindet sich zum Beispiel **zwischen den Platten eines Kondensators**. Die Stärke  $E$  des elektrischen Feldes eines Kondensators nimmt mit der an den Kondensatorplatten liegenden Spannung  $U$  zu. Außerdem ist das elektrische Feld umso stärker, je näher die Kondensatorplatten bei gleicher Spannung beisammen sind, je kleiner also ihr Abstand  $d$  ist.



Für die **elektrische Feldstärke** gilt:

$$E = \frac{U}{d}$$

Die **Richtung des elektrischen Feldes** ist so festgelegt, dass im elektrischen Feld **auf ein positiv geladenes Teilchen**, also z.B. auf ein Proton, eine **beschleunigende elektrische Kraft in Feldrichtung** wirkt.

Im elektrischen Feld wird an einem geladenen Teilchen **Beschleunigungsarbeit** verrichtet. Diese Arbeit ist die elektrische Arbeit  $W_{el} = Q \cdot E \cdot d = Q \cdot U$ .

Durch die Beschleunigung im elektrischen Feld erhält das geladene Teilchen **Bewegungsenergie  $E_{kin}$** .

### Rechenbeispiel:

Welche Spannung  $U$  müsste man an die Platten eines Kondensators legen, damit man im elektrischen Feld zwischen den Kondensatorplatten ein Proton aus der Ruhe auf 31% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigen könnte?

Weil die Protonen eine Geschwindigkeit erreichen sollen, die größer als 10% der Lichtgeschwindigkeit ist, müssen wir (vereinbarungsgemäß) relativistisch rechnen! (Vgl. Kap. VIII, S. 374)

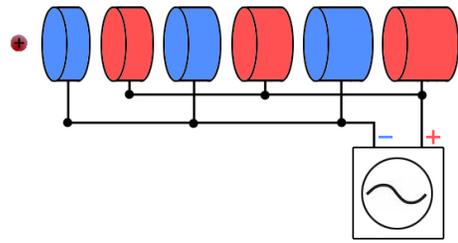
Kinetische Energie eines Protons mit der Geschwindigkeit  $v = 0,31 \cdot c$ :

$$E_{kin} = E - E_0 = (\gamma - 1) \cdot E_0 = \left( \frac{1}{\sqrt{1 - 0,31^2}} - 1 \right) \cdot E_0 = 0,05 \cdot 938 \text{ MeV} \approx 48,6 \text{ MeV}$$

Beschleunigungsspannung:

$$U = \frac{E_{kin}}{Q} = \frac{48,6 \text{ MeV}}{e} = \mathbf{48,6 \text{ MV}}$$

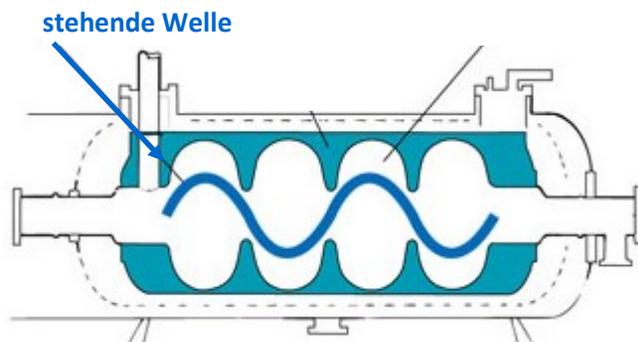
Die Beschleunigung im **LINAC2-Beschleuniger** erfolgt in sogenannten **Driftröhren**. Die Protonen durchfliegen dabei hohlzylinderförmige Elektroden, an denen eine hochfrequente Wechselspannung liegt. Auf die Protonen muss stets eine Kraft wirken, die sie zur nächsten Elektrode hin beschleunigt. Dazu muss immer eine Umpolung erfolgen, wenn sich ein Protonenpaket gerade im Inneren einer Driftröhre befindet. Der Hohlzylinder wirkt als Faradayscher Käfig, der das Protonenpaket in seinem Inneren vom äußeren elektrischen Feld abschirmt. Die Protonenpakete werden somit nur in den Spalten zwischen den Driftröhren beschleunigt; und zwar – so ist die Frequenz der Wechselspannung eingestellt – nur in jedem zweiten Spalt. Der Wechsel der Umpolung erfolgt mit fester Frequenz. Deshalb muss die Länge der Driftröhren der Teilchengeschwindigkeit angepasst sein. Sie werden in Bewegungsrichtung länger.



Nach LINAC 2 werden die Protonen in einen ersten Kreisbeschleuniger, den **Proton-Synchrotron-Booster PSB** eingespeist. Die Beschleunigung erfolgt im PSB mithilfe von **Hohlraumresonatoren**.

#### Hohlraumresonatoren:

Ein Hohlraumresonator besteht aus leitenden, beim LHC supraleitend beschichteten **Kavitäten**. Das sind in der Regel hintereinander angeordnete Metall Dosen, durch die die Protonenpakete von links nach rechts fliegen.



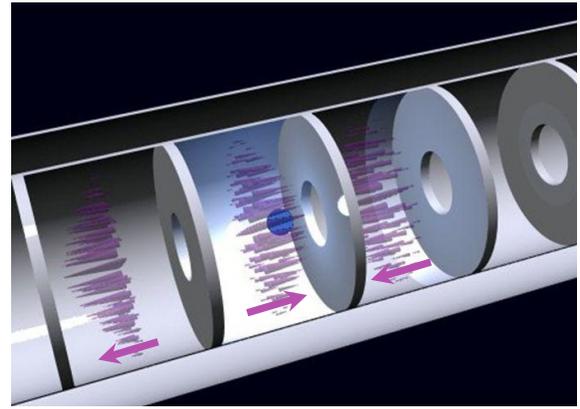
Im Hohlraumresonator wird von außen eine elektromagnetische Welle im Mikrowellenbereich angeregt. Die Frequenz dieser Mikrowelle wird so gewählt, dass sich durch Reflexion an den Blendenwänden zwischen den Kavitäten eine **stehende elektromagnetische Welle** ausbildet.

Dabei treten verschiedene sogenannte **Resonanzmoden** auf. Das sind Schwingungszustände der stehenden Welle. Von den verschiedenen Resonanzmoden wird aber für die Beschleunigung der Protonen nur

die sogenannte **TM01-Mode** genutzt: Hier schwingt das Magnetfeld der Mikrowelle senkrecht zur Flugrichtung der Protonen. **Das elektrische Feld schwingt als stehende Longitudinalwelle jeweils zwischen den senkrechten Wänden der Kavitäten.** Das heißt: Die Richtung des schwingenden elektrischen Feldes wechselt periodisch von links nach rechts und die Feldstärke ändert sich sinusförmig. Die Knoten der stehenden Welle befinden sich an den Grenzen zwischen den Kavitäten.

Wie diese stehende elektrische Longitudinalwelle aussieht, zeigt das Bild. Beachte die Richtungen der Pfeile, die das elektrische Feld beschreiben! Die Längen der Pfeile geben die Feldstärken an.

Ein positiv geladenes Proton wird im elektrischen Längsfeld nach rechts beschleunigt, wenn es sich an einer Stelle im Hohlraumresonator befindet, wo die elektrische Feldrichtung gerade nach rechts zeigt.



Immer, wenn ein Proton zum richtigen Zeitpunkt an der richtigen Stelle im Hohlraumresonator ist, wird es beschleunigt. Wenn es sich an der falschen Stelle befände (Feldrichtung nach links) würde es abgebremst.

Deshalb funktioniert die Beschleunigung von Protonen im Hohlraumresonator nur, wenn Protonenpakete in den richtigen Abständen durch den Hohlraumresonator fliegen. Weil die Feldrichtung in der elektrischen Longitudinalwelle periodisch wechselt, „sehen“ die Protonen in einem Paket so immer ein elektrisches Feld in Bewegungsrichtung. Wenn sie die nächste Dose erreichen, hat sich die Feldrichtung gerade umgedreht.

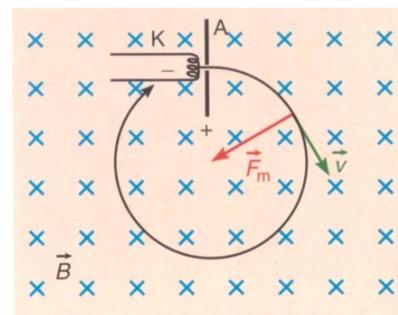
- Im **AD**, einem Entschleuniger für Antiprotonen (vgl. S. 555), werden Antiprotonenpakete in Hohlraumresonatoren abgebremst. Dazu müssen die Antiprotonenpakete in den Kavitäten immer ein elektrisches Feld „sehen“, das bremsend wirkt. Sie durchlaufen die Hohlraumresonatoren sozusagen in falscher Richtung.

Wie in jedem Kreisbeschleuniger werden die Protonen im PSB durch starke **Magnetfelder** auf ihrer Kreisbahn gehalten.

### Ablenkung geladener Teilchen im Magnetfeld:

Geladene Teilchen, die senkrecht zu den Feldlinien eines Magnetfeldes fliegen, bewegen sich auf einer Kreisbahn. Die Rolle der Zentripetalkraft übernimmt dabei die **Lorentzkraft**  $\vec{F}_m$ .

Wie stark ein Magnetfeld ist und welche Richtung es hat, wird durch die magnetische **Flussdichte**  $\vec{B}$  beschrieben. Für die magnetische Flussdichte  $B$  verwendet man die **Einheit Tesla (T)**.



Wie man am Rechenbeispiel unten sieht, gilt:  $1 \text{ T} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{C}\cdot\text{s}}$

Dabei ist ein Magnetfeld der Flussdichte 1 Tesla bereits ein sehr starkes Magnetfeld.

- Das Erdmagnetfeld hat eine mittlere Flussdichte von ca.  $40 \mu\text{T} = 40 \cdot 10^{-6} \text{ T}$ . Ein handelsüblicher Hufeisenmagnet erzeugt ein Magnetfeld der Flussdichte  $0,1 \text{ T}$ . Am LHC werden magnetische Flussdichten von mehr als 8 Tesla benötigt.

Die auf ein geladenes Teilchen, das sich senkrecht zur Richtung des Magnetfeldes bewegt, wirkende **Lorentzkraft**  $\vec{F}_m$  hängt von der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$ , von der Ladung  $Q$  des Teilchens und von der Teilchengeschwindigkeit  $\vec{v}$  ab.

Es gilt: 
$$\vec{F}_m = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B} \quad \text{bzw.} \quad F_m = Q \cdot v \cdot B$$

Die **Richtung der Lorentzkraft** wird mit der **3-Finger-Regel** bestimmt. Für positiv geladene Teilchen nimmt man die rechte Hand, für negativ geladene Teilchen die linke Hand.

(Daumen  $\hat{=}$  Bewegungsrichtung, Zeigefinger  $\hat{=}$  Richtung der magnetischen Flussdichte  $\vec{B}$ , Mittelfinger  $\hat{=}$  Richtung der Lorentzkraft  $\vec{F}_m$  und damit der geladenen Teilchen im Magnetfeld)

Um die Flussdichte des Magnetfeldes zu bestimmen, die nötig ist, um ein geladenes Teilchen auf eine Kreisbahn zu zwingen, geht man vom Kraftansatz

**Zentripetalkraft  $F_z = \text{Lorentzkraft } F_m$  aus:**

$$F_z = F_m \Rightarrow \gamma \cdot m_0 \cdot \frac{v^2}{r} = Q \cdot v \cdot B \Rightarrow B = \gamma \cdot \frac{m_0}{Q} \cdot \frac{v}{r} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{m_0}{Q} \cdot \frac{v}{r}$$

### Rechenbeispiel:

Im Proton-Synchrotron Booster, dem ersten Kreisbeschleuniger mit 50 m Durchmesser, werden Protonen von der kinetischen Energie 50 MeV auf 25 GeV beschleunigt. Die magnetische Flussdichte muss während der Beschleunigung der momentanen Teilchengeschwindigkeit angepasst werden.

Welche magnetische Flussdichte ist nötig, wenn die Protonen gerade die kinetische Energie 200 MeV haben?

Weil die Protonen bereits beim Eintritt in den PSB eine Geschwindigkeit von etwa 31% der Lichtgeschwindigkeit haben, müssen wir relativistisch rechnen!

Lorentzfaktor bei der kinetischen Energie 200 MeV:

$$E_{kin} = E - E_0 = (\gamma - 1) \cdot E_0 \Rightarrow \gamma = \frac{E_{kin}}{E_0} + 1 = \frac{200 \text{ MeV}}{938 \text{ MeV}} + 1 \approx 1,21$$

Geschwindigkeit eines Protons bei der kinetischen Energie 200 MeV:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Rightarrow v = \sqrt{1 - \frac{1}{\gamma^2}} \cdot c \approx 0,56 \cdot c = 0,56 \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1,68 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Magnetische Flussdichte:

$$B = \gamma \cdot \frac{m_0}{Q} \cdot \frac{v}{r} = 1,21 \cdot \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \cdot \frac{1,68 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{25 \text{ m}} \approx 85 \text{ mT}$$

Nachdem sie den PSB durchlaufen haben, haben die Protonen **91% der Lichtgeschwindigkeit**.

Sie gelangen nun in den ältesten Ringbeschleuniger am CERN, das **Proton Synchrotron (PS)**. In diesem Beschleuniger mit einem Umfang von 628 m werden die Protonen wieder mit Hohlraumresonatoren beschleunigt. Sie erreichen **99,93 % der Lichtgeschwindigkeit**.



Das **Super Proton Synchrotron (SPS)** ist mit fast 7 km Umfang ein schon recht großer Kreisbeschleuniger. SPS ist der letzte Vorbeschleuniger, den die Protonen vor dem LHC durchlaufen. Hier werden die Protonen auf **450 GeV** bzw. auf eine Geschwindigkeit von **99,9998 % der Lichtgeschwindigkeit** beschleunigt.

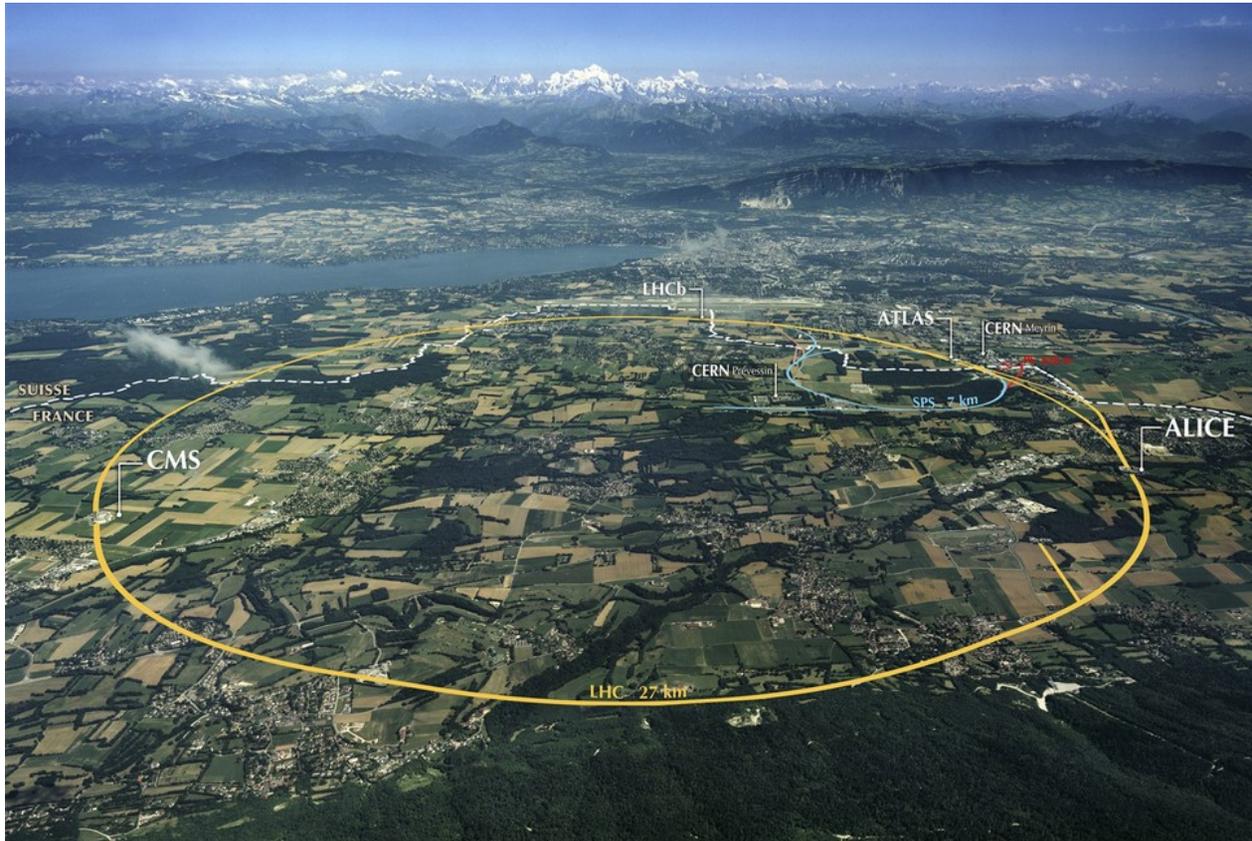
Die Protonen haben also beim Eintritt in den LHC bereits praktisch Lichtgeschwindigkeit!

Aus dem SPS werden die Protonen über zwei Injektionsrohre jeweils gegenläufig in den LHC eingeschossen.

Es gelangen allerdings nicht alle Protonen aus den Vorbeschleunigern in den LHC. Zu genau festgelegten „**Strahlzeiten**“ werden **unterschiedliche CERN-Experimente** mit schnellen Protonen versorgt. So werden beispielsweise Protonen nach ihrer Beschleunigung im PS zur Erzeugung von Antiprotonen für Antimaterie-Experimente am **AD** abgezweigt. Das **COMPASS-Experiment** in der „North Area“ am CERN erhält seinen Protonenstrahl vom SPS.

## Der Large Hadron Collider (LHC):

Der LHC ist mit einem **Umfang von 26,7 km** der größte Speicherring der Welt. Er verläuft in einer **Tiefe von über 50 bis 175 Metern** teils unter schweizer und teils unter französischem Staatsgebiet.



Im LHC werden Protonen in zwei Strahlrohren innerhalb von 20 Minuten von  $450 \text{ GeV}$  auf bis zu  $6,5 \text{ TeV}$  beschleunigt. Diese enorme Energiezunahme ist aber so gut wie nicht mit einer Erhöhung der Geschwindigkeit verbunden. Die Geschwindigkeit der Protonenpakete erhöht sich lediglich **von 99,9998 % auf 99,99993 % der Lichtgeschwindigkeit**. Die Energieerhöhung liegt vielmehr in der **relativistischen Zunahme der Trägheit** der Protonen, die bei einer Energie von  $6,5 \text{ TeV}$  etwa 6900-mal so groß ist, wie bei einem ruhenden Proton.

Weil nach der Speziellen Relativitätstheorie die Trägheit  $\gamma \cdot m_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0$  der Protonen in der Nähe der

Lichtgeschwindigkeit mit der Geschwindigkeit  $v$  sehr stark zunimmt, kann im Protonenstrahl sehr viel zusätzliche Energie  $E = \gamma \cdot m_0 \cdot c^2$  gespeichert werden, obwohl sich die Geschwindigkeit im LHC nur noch minimal erhöht. (Vgl. Kap. VIII, S. 412)

- $1 \text{ TeV}$  entspricht etwa der Energie einer fliegenden Mücke. Das wirkt eher bescheiden. Der im LHC beschleunigte **Protonenstrahl** besteht aber insgesamt aus etwa **300 Billionen Protonen**.

Nach der nächsten, bevorstehenden **Umbauphase in den Jahren 2019 und 2020** hofft man, eine maximale **Kollisionsenergie von  $14 \text{ TeV}$**  bzw. von  $7 \text{ TeV}$  je Proton zu erreichen.

Bei einer Protonenergie von  $7 \text{ TeV}$  ist die Energie des Protonenstrahls mit ca.  $300 \cdot 10^{12}$  Protonen so groß, wie die Bewegungsenergie eines 400 Tonnen schweren ICEs bei der Geschwindigkeit  $150 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Ein durchschnittlich schwerer Personenwagen müsste mit einer Geschwindigkeit von  $1600 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  fahren, um die Energie des Protonenstrahls im LHC zu erreichen!

Die Strahlrohre kreuzen sich an vier Punkten, an denen sich auch die großen Detektoren **ATLAS, CMS, LHCb** und **ALICE** befinden. Dort finden die Kollisionen zwischen den Protonen statt. Die **Kollisionsenergie** beträgt also **bis zu  $14 \text{ TeV}$**  je Proton-Proton-Kollision.

## Kollisionsexperimente und Fixed-Target-Experimente:

Mit Linearbeschleunigern beschleunigte Teilchen werden meist auf ruhende Ziele, sogenannte **Fixed Targets** geschossen. Als Targets werden häufig Metallplatten verwendet. Es gibt aber auch stabförmige Targets aus unterschiedlichen Materialien und sogar Flüssigkeiten werden mit Teilchen beschossen. (Vgl. COMPASS-Experiment, S. 549ff)

Ringbeschleuniger werden in der Regel für **Kollisionsexperimente** verwendet. Geladene Teilchen werden in zwei gegenläufigen Strahlen beschleunigt und in Detektoren, die an Kreuzungspunkten der Teilchenstrahlen in den Beschleunigerring eingebaut sind, zur Kollision gebracht.

„**Linear Collider**“ sind Linearbeschleuniger, bei denen Teilchen in zwei Beschleunigerröhren aufeinander zu beschleunigt und dann zur Kollision gebracht werden. Der „**International Linear Collider**“ ILC in Japan ist in der Planungsphase.

Beim Aufprall eines beschleunigten Teilchens auf das Target oder bei der Kollision zweier beschleunigter Teilchen entstehen aus einem Teil der ursprünglichen Energie der kollidierenden Teilchen aufgrund der relativistischen Äquivalenz von Masse und Energie  $E = mc^2$  neue Teilchen. Die Spuren dieser Teilchen werden in Detektoren aufgezeichnet und ihre Energien und Impulse werden gemessen. Je größer die Kollisionsenergie beim Aufprall des beschleunigten Teilchens auf das Target oder auf ein entgegenfliegendes Teilchen ist, desto energiereicher können die Teilchen sein, die infolge der Kollision erzeugt werden.

Kollisionsexperimente haben gegenüber Fixed-Target-Experimenten den Vorteil, dass die Kollisionsenergie deutlich größer ist, wenn zwei Teilchen mit entgegengesetzt gerichteten Impulsen aufeinanderprallen, als wenn ein schnelles Teilchen auf ein ruhendes Ziel trifft.

### Wie viel von der Energie des beschleunigten Teilchens kann für die Erzeugung neuer Teilchen genutzt werden?

Bei Kollisionsexperimenten steht nicht nur aufgrund der gegenläufigen Teilchenstrahlen mehr Energie zur Verfügung. Die Strahlenergie kann bei Kollisionsexperimenten auch effektiver in Energie umgesetzt werden, aus der neue Teilchen entstehen können.

Bei **Fixed-Target-Experimenten** wird der Impuls des beschleunigten Teilchens zum Teil auf Stoßpartner (z.B. Protonen) im Target übertragen. Dadurch erhält das Target-Proton Bewegungsenergie und ein beträchtlicher Teil der Strahlenergie geht verloren.

### Rechenbeispiel:

Ein Proton trifft mit der Strahlenergie  $E_S = 7 \text{ TeV}$  auf ein ruhendes Proton.  
Wie viel Energie  $E_{\text{frei}}$  wird dabei frei?

Wenn wir die Energie  $E_{\text{frei}}$  suchen, aus der beim Kollisionsexperiment neue Teilchen entstehen können, müssen wir berücksichtigen, dass die Bewegungsenergie, die das Target-Proton durch den Impulsübertrag beim Stoß erhält, für das Experiment verloren geht.

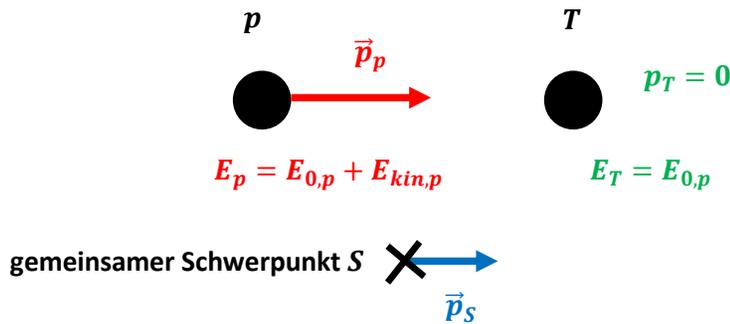
$E_{\text{frei}}$  ist die **Schwerpunktenergie**  $s = \sqrt{E^2 - c^2 p^2}$  des Systems aus dem beschleunigten Proton und dem Target-Proton. (Vgl. Kap. VIII, S. 428)

Die Schwerpunktenergie  $s$  ist eine gegenüber dem Wechsel in das Schwerpunktsystem invariante Größe. Im Schwerpunktsystem ruht der Schwerpunkt des Mehrteilchensystems. Bewegungsenergie, die das Target-Proton durch den Impulsübertrag beim Stoß erhält, bleibt also unberücksichtigt.

Vor der Kollision bewegt sich das beschleunigte Proton  $p$  auf das ruhende Proton (Target-Proton,  $T$ ) mit dem Impuls  $\vec{p}_p$  auf das ruhende Proton ( $p_T = 0$ ) zu.

Die Energie des beschleunigten Protons setzt sich aus Ruheenergie und Bewegungsenergie zusammen:  $E_p = E_{0,p} + E_{kin,p}$ . Die Energie des Target-Protons ist die Ruheenergie des Protons:  $E_T = E_{0,p}$ .

Der gemeinsame Schwerpunkt des beschleunigten Protons  $p$  und des Target-Protons  $T$  bewegt sich mit dem Impuls  $\vec{p}_S$  in Bewegungsrichtung des beschleunigten Protons.



### Schwerpunktenergie $s$ :

$$s^2 = (E_p + E_{0,T})^2 - c^2 p_S^2 = (E_{0,p} + E_{kin,p} + E_{0,p})^2 - c^2 p_S^2$$

$$= (2 \cdot E_{0,p} + E_{kin,p})^2 - c^2 p_S^2 = 4 \cdot E_{0,p}^2 + 4 \cdot E_{0,p} \cdot E_{kin,p} + E_{kin,p}^2 - c^2 p_S^2$$

### Näherungen:

Weil die Ruheenergie eines Protons  $E_{0,p} \approx 938 \text{ MeV}$  im Vergleich zur Bewegungsenergie  $E_{kin,p} = 7 \text{ TeV}$  des beschleunigten Protons vernachlässigbar klein ist, gilt:

- $E_{0,p}^2 \ll E_{0,p} \cdot E_{kin,p} \quad \Rightarrow \quad s^2 \approx 4 \cdot E_{0,p} \cdot E_{kin,p} + E_{kin,p}^2 - c^2 p_S^2$
- $E_{kin,S} \approx E_{kin,p} \quad \Rightarrow \quad c^2 p_S^2 = E_S^2 - E_{0,S}^2 = (E_{0,S} + E_{kin,S})^2 - E_{0,S}^2$ 

$$E_{0,S}^2 + 2 \cdot E_{0,S} \cdot E_{kin,S} + E_{kin,S}^2 - E_{0,S}^2$$

$$= 2 \cdot E_{0,S} \cdot E_{kin,S} + E_{kin,S}^2 = 4 \cdot E_{0,p} \cdot E_{kin,S} + E_{kin,S}^2$$

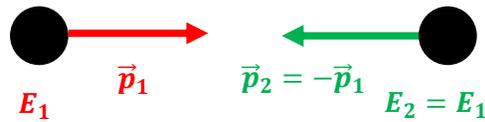
$$\approx 4 \cdot E_{0,p} \cdot E_{kin,p} + E_{kin,p}^2 \approx E_{kin,p}^2$$

$$\Rightarrow \quad s^2 \approx 4 \cdot E_{0,p} \cdot E_{kin,p}$$

$$\Rightarrow E_{frei} = s = 2 \cdot \sqrt{E_{0,p} \cdot E_{kin,p}} = 2 \cdot \sqrt{938 \cdot 10^{-6} \text{ TeV} \cdot 7 \text{ TeV}} \approx 0,16 \text{ TeV}$$

Beim Fixed-Target-Experiment werden unter diesen Bedingungen also nur etwa 2% der Strahlenergie frei und können in die Erzeugung neuer Teilchen umgesetzt werden!

Bei einem **Kollisionsexperiment** beträgt die Strahlenergie hingegen **100% der Energie der beiden Teilchen**. Wenn zwei Protonen mit Energien von jeweils  $7 \text{ TeV}$  zentral kollidieren, beträgt die Schwerpunktsenergie  $s = 14 \text{ TeV}$ :



$$s^2 = (E_1 + E_2)^2 - c^2(\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 = (2 \cdot E_1)^2 - 0$$

$$\Rightarrow E_{frei} = s = 2 \cdot E_1 = 14 \text{ TeV}$$

**Allerdings kann auch bei Kollisionsexperimenten nicht die komplette Schwerpunktsenergie zur Erzeugung neuer Teilchen genutzt werden.**

Bei der Kollision zweier Protonen wechselwirken die **Partonen** des Protons. Das sind die drei Valenzquarks, aber auch die im Proton enthaltenen Seequarks und die Gluonen. (Vgl. S. 491)

In der Regel kollidieren nur zwei Quarks oder Gluonen; bei Protonenenergien wie sie am LHC erreicht werden, vor allem Gluonen. Die restlichen Partonen fliegen weiter.

Die Bewegungsenergie der kollidierenden Quarks oder Gluonen wird in Gluonen oder Photonen umgewandelt, aus denen durch Paarerzeugungsprozesse neue Quark-Antiquark-Paare entstehen.

In den Detektoren nachgewiesen werden Hadronen, zu denen sich die Quarks und Antiquarks innerhalb kürzester Zeit zusammenschließen.

Beim Wechselwirkungsprozess müssen insgesamt die Erhaltungssätze wie **Ladungserhaltung, Erhaltung der Leptonenzahl und Erhaltung der Baryonenzahl** erfüllt sein. Damit Ladung und Baryonenzahl erhalten bleiben, müssen nach der Kollision wieder zwei Baryonen mit insgesamt zwei positiven Elementarladungen vorhanden sein. Man spricht vom **Leading Particle Effekt**.

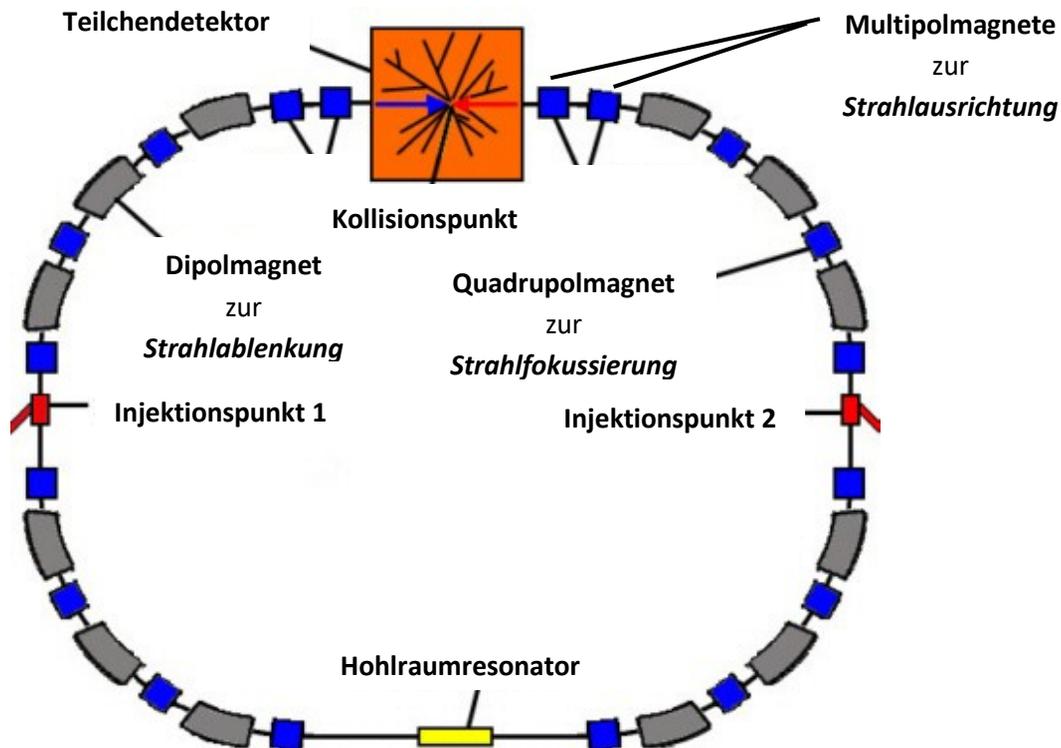
Im „leichtesten Fall“ entstehen bei der Kollision zweier Protonen als „leading particles“ wieder zwei Protonen. Von der Schwerpunktsenergie  $s = 14 \text{ TeV}$  muss also mindestens die Ruhemasse der beiden Protonen  $2 \cdot E_0 \approx 2 \text{ GeV}$  abgezogen werden. Im Normalfall haben diese beiden Protonen aber noch hohe Bewegungsenergien, die ebenfalls abzuziehen sind. Wenn statt Protonen schwerere Baryonen aus schweren Quarks entstehen, kann bereits die Ruhemasse im  $\text{TeV}$ -Bereich liegen.

Dass bei der Kollision zweier Protonen, die auf jeweils  $7 \text{ TeV}$  beschleunigt wurden, tatsächlich eine Energie in der Nähe von  $14 \text{ TeV}$  zur Erzeugung neuer Teilchen genutzt werden kann, ist sehr unwahrscheinlich. Auch bei den Kollisionsexperimenten am LHC ist die Produktionsrate schwerer Teilchen gering.

Die Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung eines Higgs-Teilchens ( $E_{Higgs} = 125 \text{ GeV}$ ) ist etwa  $1 : 10^{10}$ .

Momentan kommt es in den Detektoren des LHC im regulären Betrieb zu bis zu 800 Millionen Protonenkollisionen pro Sekunde. Der minimale zeitliche Abstand zwischen zwei Kollisionen beträgt zurzeit  $25 \text{ ns}$ .

## Die wichtigsten Bauteile des LHC:



Die wichtigsten Elemente des LHC sind

- 2 Hochvakuum-**Strahlrohre**
- 16 supraleitende **Hohlraumresonatoren**, in denen die Protonenpakete beschleunigt werden,
- 1232 supraleitende **Dipolmagnete**, die die Protonen auf die Kreisbahn zwingen,
- 392 supraleitende **Quadrupolmagnete**, die den Protonenstrahl bündeln und
- etwa 3700 supraleitende **Multipolmagnete** mit denen der Protonenstrahl feinfokussiert und ausgerichtet wird, sowie 2500 weitere Korrekturmagnete.

### Strahlrohre:

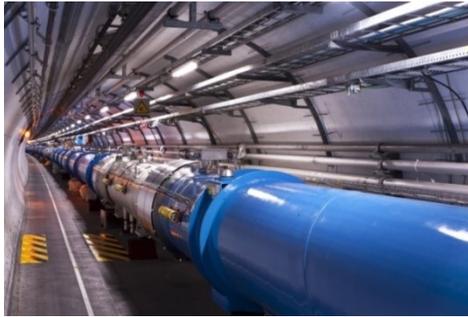
Die beiden Strahlrohre des LHC haben einen Querschnitt von  $5,6\text{ cm}$ . Damit die Protonen nicht durch Stöße mit anderen im Strahlrohr befindlichen Atomkernen abgebremst werden, wird in den Rohren ein **Hochvakuum** von  $10^{-13}\text{ bar}$  erzeugt. Das ist lediglich ein Zehntel des Drucks, der auf dem Mond herrscht.

### Hohlraumresonatoren

Im LHC werden die Protonenpakete in **8 supraleitenden Hohlraumresonatoren je Strahlrohr** beschleunigt (vgl. S. 527). Da sich die Geschwindigkeit der Protonen im LHC praktisch nicht ändert, können die Hohlraumresonatoren des LHC mit einer **stehenden elektrischen Welle konstanter Frequenz** betrieben werden.



## Dipolmagnete:



Geladene Teilchen werden durch Magnetfelder auf Kreisbahnen gelenkt. Um den Protonenstrahl mit seiner enormen Bewegungsenergie im LHC auf der Kreisbahn zu halten, sind extrem starke Magnetfelder erforderlich. (Vgl. S. 528)

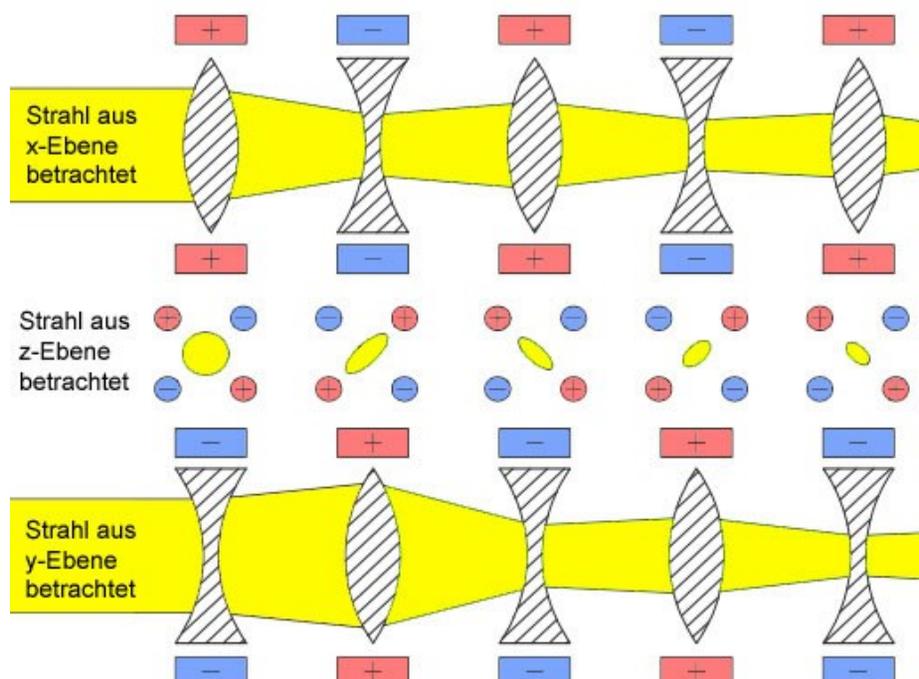
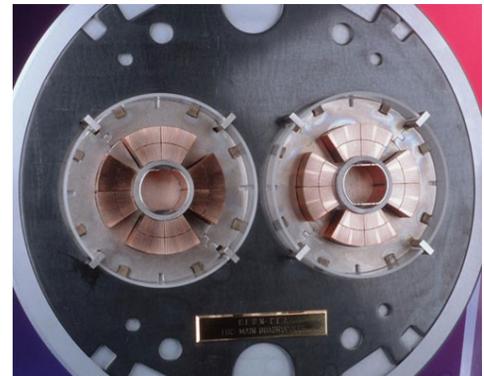
**1232 Dipolmagnete**, von denen jeder etwa **15 m lang** und **24 Tonnen schwer** ist, erzeugen ein enorm starkes **Magnetfeld** der Flussdichte **8,33 Tesla**. Das ist 150 000-mal stärker als das Erdmagnetfeld!

Magnetfelder werden durch stromdurchflossene Spulen erzeugt. Eine normalleitende Spule, z.B. eine Kupferspule, kann aber nur Magnetfelder bis zu einer Stärke von 2 Tesla erzeugen. Dann wird wegen der Wärmewirkung des Stroms die Spule so stark erhitzt, dass die Spule schmilzt.

Aus diesem Grund werden beim LHC **supraleitende Spulen** aus einer **Niob-Titan-Legierung** eingesetzt. Dieser **Supraleiter leitet den Strom praktisch ohne Widerstand**, so dass ein **Strom von 11 850 Ampere** ohne Wärmeverluste fließen kann.

## Quadrupolmagnete:

Ein Quadrupolmagnet hat **vier magnetische Pole**, wobei immer jeweils zwei Nord- und zwei Südpole einander gegenüberliegen. Sie werden verwendet, um den Protonenstrahl zu bündeln. Man sagt dazu auch „**fokussieren**“. Diese Fokussierung ist notwendig, weil die positiv geladenen Protonen sich gegenseitig abstoßen und der Strahl sich deshalb aufweitet. Ein Quadrupolmagnet wirkt dabei in Flugrichtung immer durch zwei gegenüberliegende Pole fokussierend, während die anderen zwei Pole defokussierend wirken. Um eine Bündelung des Strahls zu erreichen, werden mehrere Quadrupolmagnete, mit abwechselnder Polung, hintereinander angeordnet. Der Protonenstrahl wird, wenn er durch die Anordnung von Quadrupolmagneten fliegt, regelrecht durchgeknetet.



### Multipolmagnete:

Multipolmagnete mit bis zu zehn Polen werden am LHC eingesetzt, um den Protonenstrahl vor der Kollision in den Detektoren exakt auszurichten.

### Kühlung:

Damit die Niob-Titan-Legierung supraleitend wird, muss sie auf eine Temperatur von  $-271\text{ °C}$  bzw. **1,9 Grad über dem absoluten Nullpunkt** gekühlt werden. Eine der größten Schwierigkeiten bei der Konstruktion des LHC bestand darin, den gesamten Beschleuniger lückenlos auf diese extrem niedrige Temperatur abzukühlen. Der LHC wird deshalb auch als der „**größte Kühlschrank der Welt**“ bezeichnet.

Das Aufwärmen und Abkühlen des LHC dauert jeweils einen ganzen Monat.

Die Magnete des LHC-Speicherrings und der großen Detektoren werden zuerst mit **6000 Tonnen flüssigem Stickstoff** auf  $-193\text{ °C}$  vorgekühlt und dann mit insgesamt **140 Tonnen flüssigem Helium** auf die erforderlichen  $-271\text{ °C}$  abgekühlt.

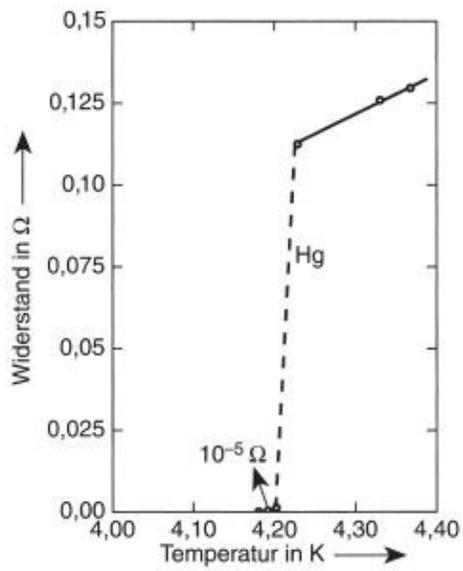
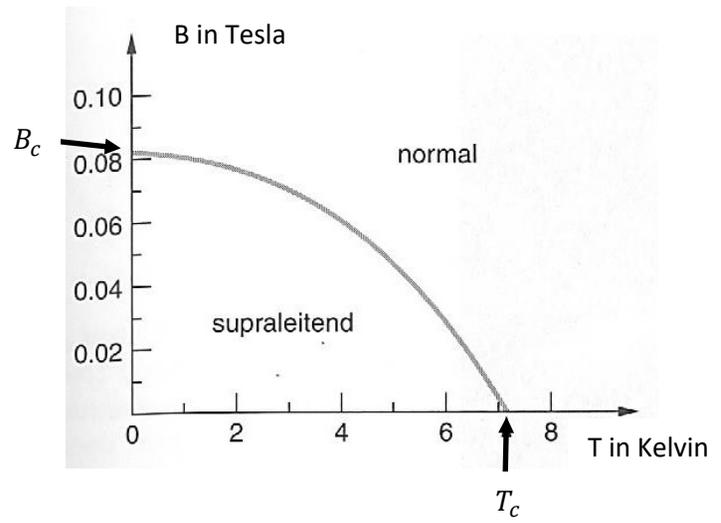
## 10) Supraleitung:

### Kritische Temperatur und kritische magnetische Feldstärke:

Unter Supraleitung versteht man die Eigenschaft bestimmter Materialien, unterhalb einer sogenannten **Sprungtemperatur** oder **kritischen Temperatur  $T_c$**  den elektrischen Strom völlig widerstandsfrei zu leiten. Der Wert der Sprungtemperatur  $T_c$  sinkt auf tiefere Werte, wenn ein Supraleiter in ein Magnetfeld gebracht wird. Überschreitet die magnetische Flussdichte die **kritische magnetische Flussdichte  $B_c$** , so wird das Material normalleitend.

Das linke Diagramm zeigt den sprunghaften Verlust des elektrischen Widerstands von Quecksilber beim Unterschreiten der kritischen Temperatur von etwa  $4,20\text{ K}$ .

Das Diagramm rechts zeigt den Zusammenhang zwischen  $T_c$  und  $B_c$  für den Supraleiter Blei. Ohne Magnetfeld beträgt die kritische Temperatur  $T_c$  etwa  $7,2\text{ K}$ . Am absoluten Nullpunkt der Temperatur würde die kritische magnetische Flussdichte  $B_c$  etwa  $0,081\text{ T}$  betragen. Bei einer Temperatur von  $4\text{ K}$  beträgt die kritische magnetische Flussdichte beispielsweise etwa  $0,06\text{ T}$ .



Kritische Temperatur  $T_c$  und kritische magnetische Flussdichte  $B_c$  sind materialabhängig.

Supraleiter sind in der Regel reine Metalle oder Metalllegierungen. Es gibt aber auch keramische Hochtemperatur-Supraleiter. In folgender Tabelle sind beispielhaft für zwei reine Metalle, zwei Legierungen und einen keramischen Hochtemperatursupraleiter  $T_c$  und  $B_c$  zusammengestellt.

Material	$T_c$ in K	$B_c$ in T bei $T = 0$ K
Quecksilber ( <i>Hg</i> )	4,154	0,0411
Blei ( <i>Pb</i> )	7,196	0,0803
PbMoS	14,4	6,0
$Nb_3Ge$	23,2	34,0
$HgBa_2Ca_2Cu_3O_8$	133	

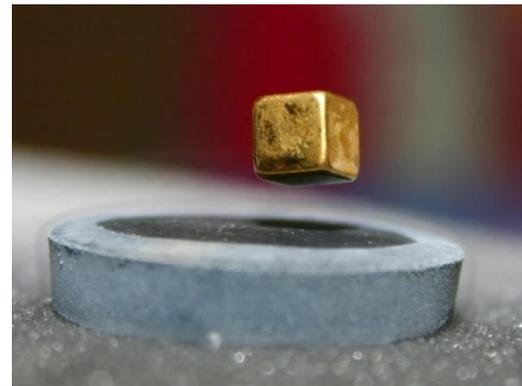
Für die Umrechnung zwischen den Temperatureinheiten Kelvin (K) und Grad Celsius ( $^{\circ}C$ ) gilt:

$$T \text{ in K} = T \text{ in } ^{\circ}C + 273,15^{\circ}C$$

Blei müsste beispielsweise auf  $(7,916 - 273,15)^{\circ} \approx -266^{\circ}C$  gekühlt werden, damit es den Strom widerstandsfrei leitet.

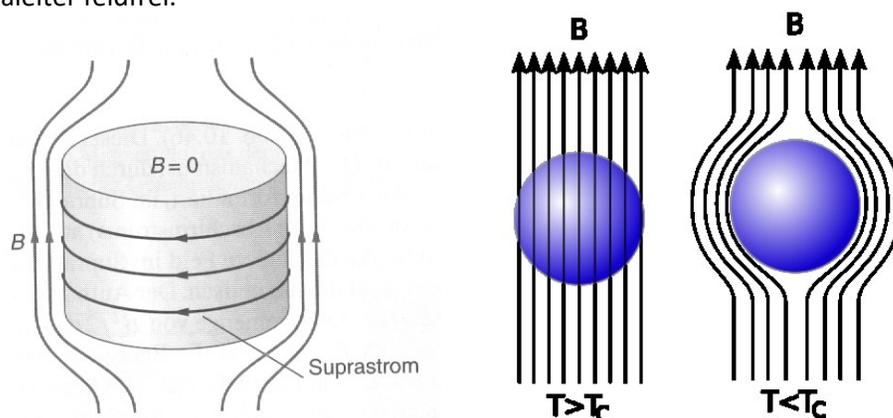
### Der Meißner-Ochsenfeld-Effekt:

Ein Effekt, der häufig bei Vorführungen zum Thema „Supraleiter“ gezeigt wird, ist im Bild rechts zu sehen: Ein unter die Sprungtemperatur gekühlter Supraleiter schwebt über einem Magneten.



1933 entdeckten **Walther Meißner** und **Robert Ochsenfeld** den Effekt. Bei Temperaturen  $T < T_c$  werden die magnetischen Feldlinien aus dem Supraleiter herausgedrängt. Der Grund dafür ist ein auf der Oberfläche des Supraleiters induzierter Suprastrom, der um den supraleitenden Körper herum ein Magnetfeld bewirkt, das genau gleich stark wie das äußere Magnetfeld, diesem aber entgegengerichtet ist.

Der Supraleiter wird also durch magnetische Kräfte über dem darunterliegenden Magneten gehalten. Im Inneren ist der Supraleiter feldfrei.



## Supraleiter vom Typ I und vom Typ II:

Man unterscheidet zwei Typen von Supraleitern:

**Supraleiter vom Typ I** zeigen unterhalb der kritischen Temperatur  $T_c$  und der von der Temperatur  $T$  abhängigen kritischen magnetischen Flussdichte  $B_c$  den vollständigen Meißner-Ochsenfeld-Effekt. Insbesondere sind sie dann vollständig supraleitend.

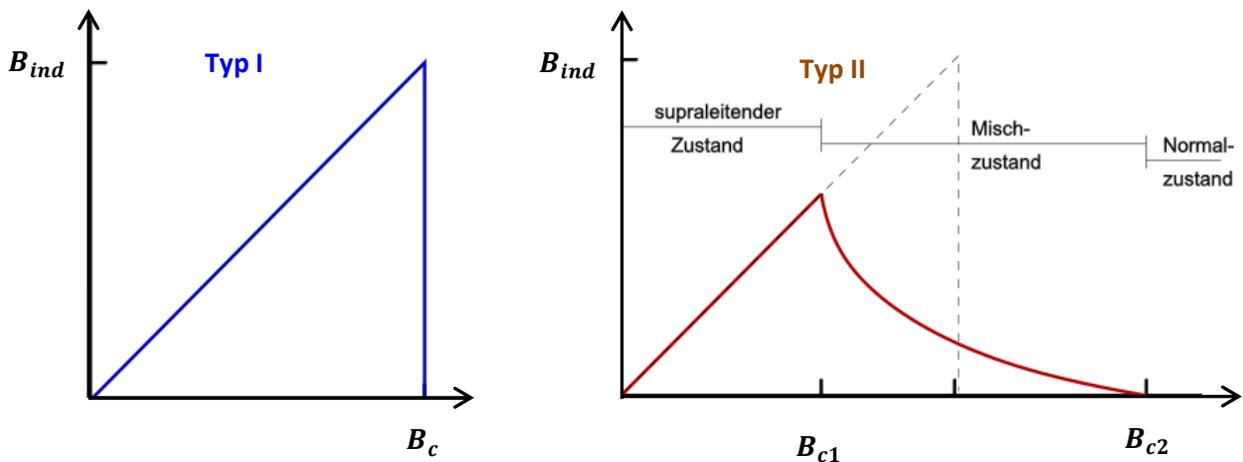
**Supraleiter vom Typ II** haben unterhalb der kritischen Temperatur  $T_c$  zwei ebenfalls von der Temperatur  $T$  abhängige kritische Werte  $B_{c1}$  und  $B_{c2}$  der magnetischen Flussdichte.

Für  $B < B_{c1}$  verhalten sie sich wie ein Supraleiter vom Typ I für  $B < B_c$ .

Für  $B > B_{c2}$  sind sie normalleitend.

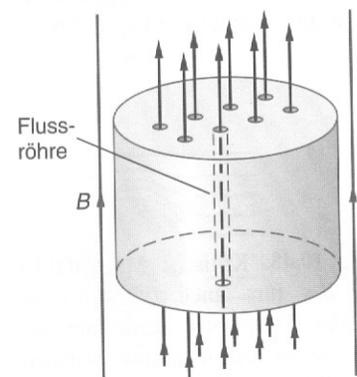
Für  $B_{c1} < B < B_{c2}$  nehmen bei zunehmender magnetischer Flussdichte  $B$  ihre Supraleitfähigkeit und gleichzeitig das induzierte Magnetfeld allmählich ab.

In den beiden Diagrammen sind nach rechts jeweils die Flussdichte des äußeren Magnetfeldes und nach oben die Flussdichte des induzierten entgegengesetzt gerichteten Magnetfeldes aufgetragen.



Die Ursache für das besondere Verhalten von Supraleitern des Typs II sind **normalleitende Flussröhren**, die sich für  $B_{c1} < B < B_{c2}$  im Inneren des Supraleiters ausbilden. In den Flussröhren durchsetzt das äußere Magnetfeld das Material, so dass trotz supraleitenden Eigenschaften kein vollständiger Meißner-Ochsenfeld-Effekt auftritt.

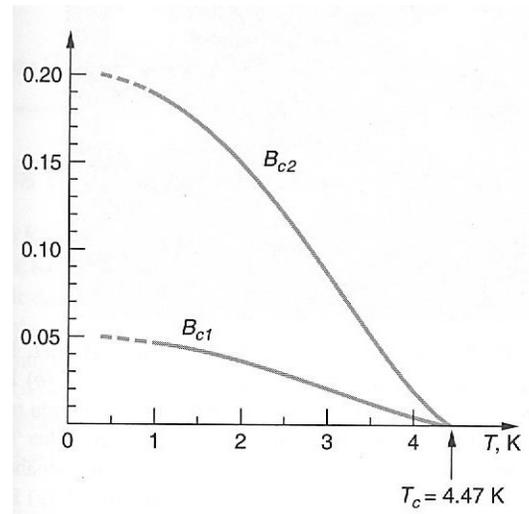
Mit zunehmender Flussdichte des äußeren Magnetfeldes nimmt die Anzahl der Flussröhren und damit der normalleitende Anteil des Materials zu.



Bei niedrigen Temperaturen besteht bei vielen Supraleitern vom Typ II ein großer Unterschied zwischen den kritischen magnetischen Flussdichten  $B_{c1}$  und  $B_{c2}$ .

Im Diagramm rechts werden  $B_{c1}$  und  $B_{c2}$  in Abhängigkeit von der Temperatur  $T$  für den Typ II-Supraleiter Tantal dargestellt.

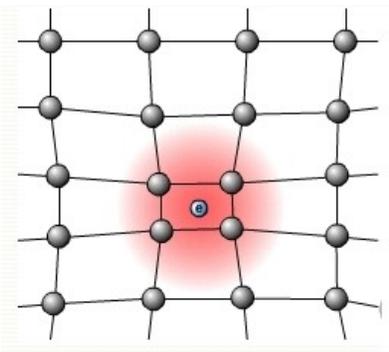
$B_{c2}$  kann dabei mehrere Hundert mal größer sein als die für Supraleiter des Typs I typischen kritischen magnetischen Flussdichten  $B_c$ . Deshalb eignen sich nur Supraleiter vom Typ II für den Einsatz in supraleitenden Spulen, die starke Magnetfelder erzeugen sollen.



### Die BCS-Theorie zur Supraleitfähigkeit:

**John Bardeen, Leon Cooper** und **Robert Schrieffer** formulierten 1950 eine erfolgreiche Theorie zur Supraleitfähigkeit. Sie wird mit den Anfangsbuchstaben ihrer Nachnamen als **BCS-Theorie** bezeichnet.

Die **Leitung des elektrischen Stroms** stellt man sich als Bewegung von freien Elektronen (Leitungselektronen) durch ein mit positiven Ionen (Atomrümpfen) besetztes Festkörpergitter eines Metalls vor. Freie Elektronen lenken durch elektrische Anziehungskräfte in ihrer Umgebung Ionen geringfügig aus. Dadurch entstehen im Metallgitter Bereiche erhöhter und verringerter positiver Ladungsdichte. Weil die Ionen im Metallgitter elastisch gebunden sind, breitet sich eine solche Störung im Metall als sogenannte **Gitterschwingung** aus. Die Gitterschwingung wird vom freien Elektron verursacht, beeinflusst aber auch das Elektron selbst in seiner Bewegung. Sie vermittelt also eine Wechselwirkung zwischen dem Elektron und dem Metallgitter. Im Mikrokosmos werden Wechselwirkungen durch Austauschteilchen vermittelt. Deshalb bezeichnet man Gitterschwingungen auch als **Phononen**. Man sagt: Das Elektron sendet Phononen aus und absorbiert Phononen.

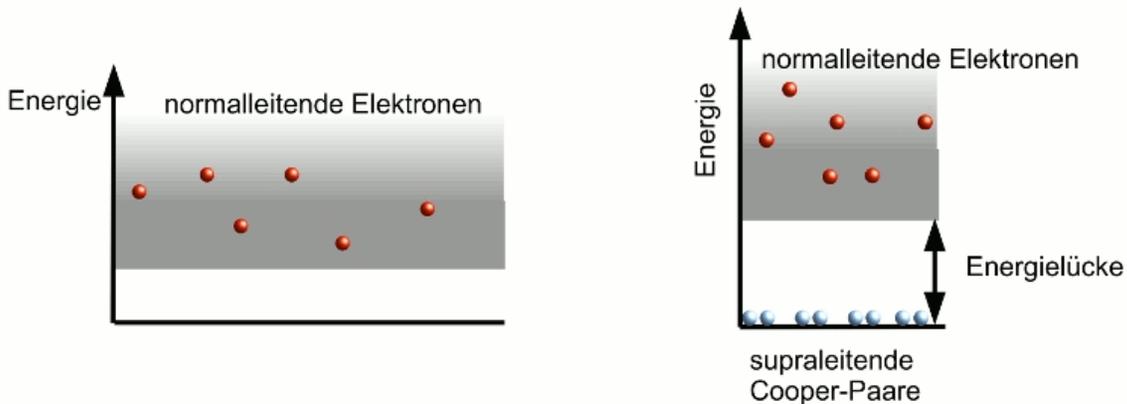


Ein freies Elektron bewirkt einen Bereich erhöhter positiver Ladungsdichte im Metallgitter, von dem ein benachbartes Elektron angezogen wird. Diese Anziehung kann stärker sein, als die elektrische Abstoßung der beiden negativ geladenen Elektronen.

Gitterschwingungen entstehen auch durch die Wärmebewegung der Ionen im Metallgitter. Bei Temperaturen oberhalb der kritischen Temperatur  $T_c$  überwiegen diese thermischen Gitterschwingungen die von den freien Elektronen bewirkten Gitterschwingungen.

Für  $T < T_c$  sind die thermischen Gitterschwingungen so gering, dass zwei benachbarte freie Elektronen aufgrund der von ihnen bewirkten Gitterschwingungen zu einem sogenannten **Cooper-Paar** koppeln. Der Abstand zweier Elektronen in einem Cooper-Paar lässt sich mit der Heisenbergschen Orts-Impuls-Unschärferelation auf etwa  $1 \mu\text{m}$  abschätzen. Das sind ungefähr 10 000 Atomdurchmesser.

Das Pauliprinzip verbietet, dass sich in einem Metallgitter mehrere freie Einzel-Elektronen als Fermionen im gleichen Energiezustand befinden. Die beiden Elektronen eines Cooper-Paares unterscheiden sich durch die Spinquantenzahlen  $+\frac{1}{2}$  und  $-\frac{1}{2}$  der z-Komponente  $s_z$  des Elektronenspins  $\vec{S}$  (vgl. S. 483). Zusammen haben sie als Cooper-Paar somit den Spin 0. Für **Cooper-Paare** als **Bosonen** gilt das Pauli-Verbot nicht. Deshalb können sich alle Cooper-Paare im gleichen Energiezustand befinden. Dieser liegt energetisch tiefer als der Energiezustand normaler Leitungselektronen. Am absoluten Nullpunkt der Temperatur  $T = 0\text{ K}$  wären sogar alle Leitungselektronen eines Metalls zu Cooper-Paaren gekoppelt.



Dass für Cooper-Paare das Pauli-Verbot nicht gilt und sie sich in einem eigenen, gemeinsamen Energiezustand befinden, hat zur Folge, dass bei  $T < T_c$  in einem Supraleiter alle Cooper-Paare als eine Gesamtheit betrachtet werden. Die Cooper-Paare haben damit alle den gleichen Impuls und es kann kein einzelnes Cooper-Paar an einem einzelnen Gitter-Ion gestreut werden. Damit verschwindet aber der elektrische Widerstand des Metalls.

Wenn die Temperatur auf  $T > T_c$  anwächst, werden die Cooper-Paare aufgebrochen und das Metall wird normalleitend.

Auf keramische Hochtemperatur-Supraleiter lässt sich die BCS-Theorie in der beschriebenen Form nicht übertragen.

### Supraleiter beim LHC:

Im LHC kommen supraleitende Materialien sowohl in den **Spulen der Magnete** als auch in den **Beschichtungen der Hohraumresonatoren** zum Einsatz.

Weil mit den **Spulen der LHC-Magnete** hohe Magnetfelder erzeugt werden sollen, eignen sich hier nur Supraleiter vom Typ II (vgl. S. 538). Wichtig ist auch, dass sich das Material des Supraleiters zu einer Spule wickeln lässt. Hochtemperatur-Supraleiter, die in der Regel eine spröde Konsistenz zeigen, sind also ungeeignet. Weiter sollte die kritische Temperatur des Supraleiters nicht zu tief liegen, weil die Kühlung der supraleitenden Spulen technisch aufwändig, störanfällig und teuer ist. Für die supraleitenden Spulen der LHC-Magnete wird eine **Niob-Titan-Legierung** ( $NbTi$ ) verwendet. Es handelt sich dabei um einen Supraleiter vom Typ II mit der kritischen Temperatur  $T_c = 9,4\text{ K}$ . Wenn Niob-Titan mit flüssigem Helium auf  $T = 2\text{ K}$  gekühlt wird, beträgt seine obere kritische magnetische Flussdichte  $B_{c2} = 8,5\text{ T}$ .

Bei der **Herstellung der supraleitenden Kabel der LHC-Spulen** werden Drähte mit einem Durchmesser von jeweils einem Quadratmillimeter verwoben. Jeder Draht enthält in einer Kupferummantelung 9000 hauchdünne supraleitende NbTi-Fasern, sogenannte Filamente.

Auf dem linken Bild sind die supraleitenden Kabel mit den Drähten zu sehen. Rechts werden mit zunehmender Vergrößerung die supraleitenden NbTi-Filamente in einem supraleitenden Draht dargestellt.



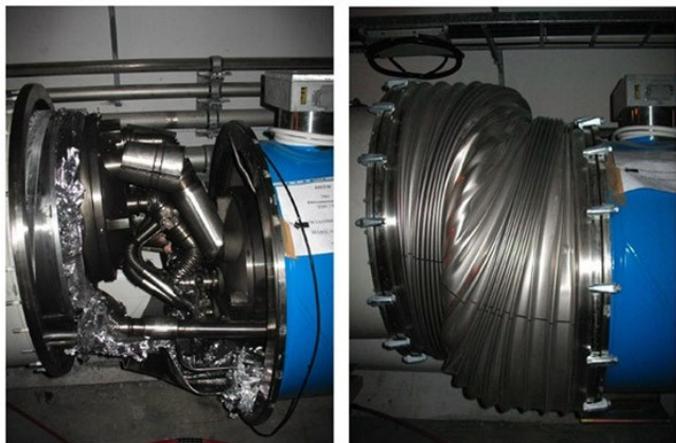
Insgesamt wurden für den Bau der supraleitenden LHC-Spulen etwa 1200 Tonnen NbTi verwendet.

Eine große Gefahr für die supraleitenden Spulen stellt ein plötzlicher Temperaturanstieg während des Betriebs dar. Wenn die Temperatur der Spule über die kritische Temperatur  $T_c$  ansteigt, wird der Supraleiter normalleitend. Wird die Spule von einem starken Strom durchflossen, während sie durch Erwärmung normalleitend wird, heizt der Strom die Spule stark auf und zerstört sie. Den plötzlichen Temperaturanstieg in einem Supraleiter auf  $T > T_c$  bezeichnet man als **Quenchen**.

Ein Quench kann durch ein Leck im Kühlkreislauf verursacht werden.

Bevor die LHC-Magnete zum Einsatz kommen, werden sie am CERN allerdings unter kontrollierten Bedingungen gequencht. Dadurch kann man die Eigenschaften des Supraleiters verbessern.

Am **19. September 2008**, kurz nach der ersten Inbetriebnahme des LHC, kam es zu einem schwerwiegenden **Unfall**: Aufgrund einer fehlerhaften Verbindungsstelle zwischen einem Dipolmagneten und einem Quadrupolmagneten bildete sich ein Lichtbogen, der ein Loch in die isolierende Ummantelung der Heliumkühlung schmolz. Die sofortige Erwärmung des flüssigen Heliums führte zu dessen explosionsartiger Ausdehnung. Die Druckwelle riss mehrere der tonnenschweren Magnete aus ihren Verankerungen. 53 LHC-Magnete mussten ausgetauscht oder repariert werden.



Erst fast ein Jahr später, im August 2009, konnte der LHC den Betrieb wiederaufnehmen. Vorsichtshalber wurde der LHC bis zu seiner planmäßigen Abschaltung und Wartung im Februar 2013 mit einer reduzierten Protonenergie von 3,5 TeV betrieben.

Infolge dieses Zwischenfalls wurde am LHC ein aus 2132 Detektoren bestehendes Frühwarnsystem, das sogenannte „**Quench Protection System**“ installiert. Das System registriert kleinste Änderungen elektrischer Widerstände und soll helfen, eine Wiederholung derartiger Unfälle zu verhindern.

Für den Einsatz in den **Hohlraumresonatoren** eignet sich der Supraleiter Niob-Titan nicht, weil im Hohlraumresonator hochfrequente elektromagnetische Wechselfelder erzeugt werden. Das ständige Umpolen des Magnetfelds würde in einer Niob-Titan-Beschichtung hohe magnetische Verluste verursachen. Optimal als Beschichtungsmaterial für Hohlraumresonatoren wäre Blei als Supraleiter vom Typ I, bei dem keine magnetische Verluste auftreten würden. Die kritische Temperatur von Blei  $T_c = 0,080\text{ K}$  ist aber so niedrig, dass die Kühlung zu aufwändig wäre. Man verwendet deshalb als Beschichtung **reines Niob**. Niob ist ein Supraleiter vom Typ II, bei dem die magnetischen Verluste beim hochfrequenten Umpolen vertretbar gering ausfallen. Die kritische Temperatur von Niob ist mit  $T_c = 9,5\text{ K}$  fast gleich hoch wie die von Niob-Titan, so dass Magnetspulen und Hohlraumresonatoren des LHC auf die gleiche Weise gekühlt werden können.

## 11) Teilchendetektoren am CERN

### Detektortechnik im Überblick

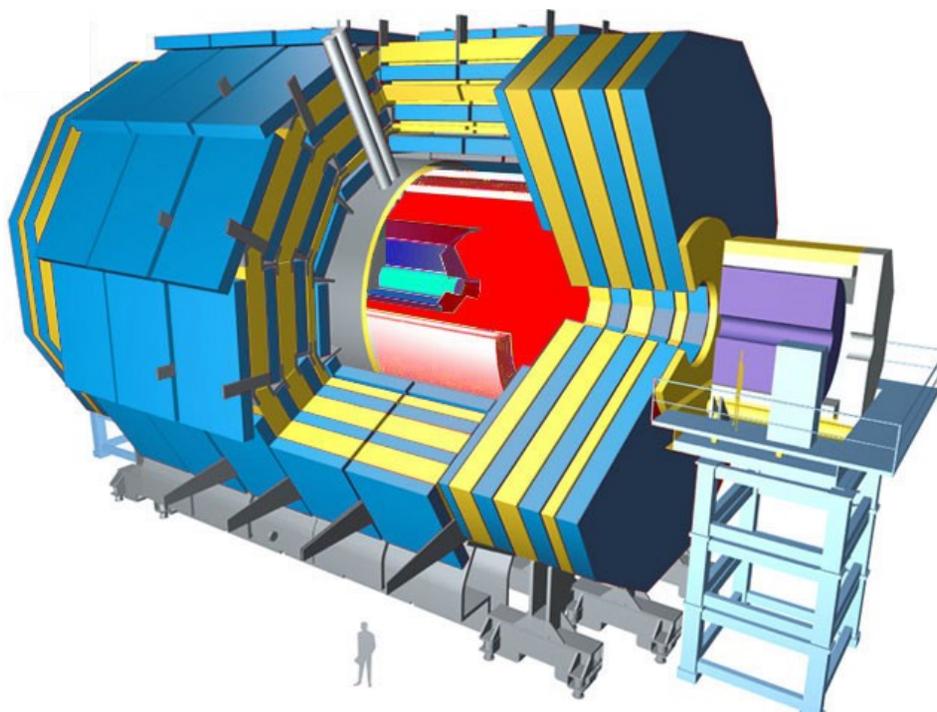
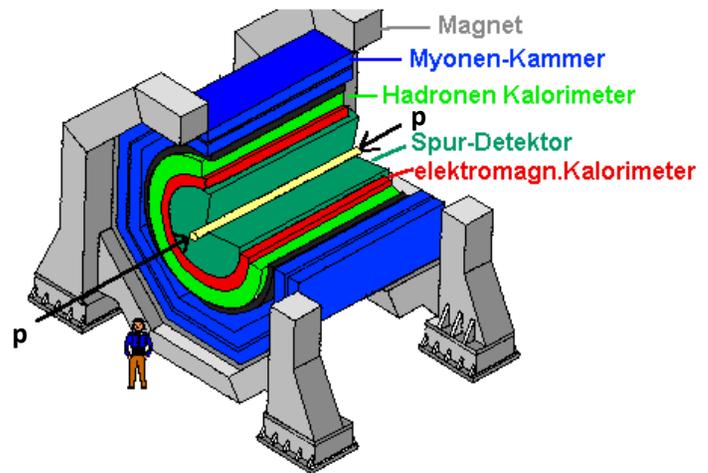
Detektoren haben die Aufgabe, **Bahn, Impuls** und **Energie** der bei Teilchenkollisionen entstandenen Teilchen und unter Umständen der Zerfallsprodukte dieser Teilchen zu **messen**. Die zweite Aufgabe eines Detektors ist die **Identifikation der Teilchen**.

Großdetektoren bestehen aus mehreren **Detektorschichten**, die unterschiedliche Eigenschaften der Teilchen zum Nachweis nutzen. Bei toroidalen Detektoren sind die einzelnen Detektorschichten zwiebelschalenartig um das Strahlrohr bzw. um den Kollisionspunkt angeordnet.

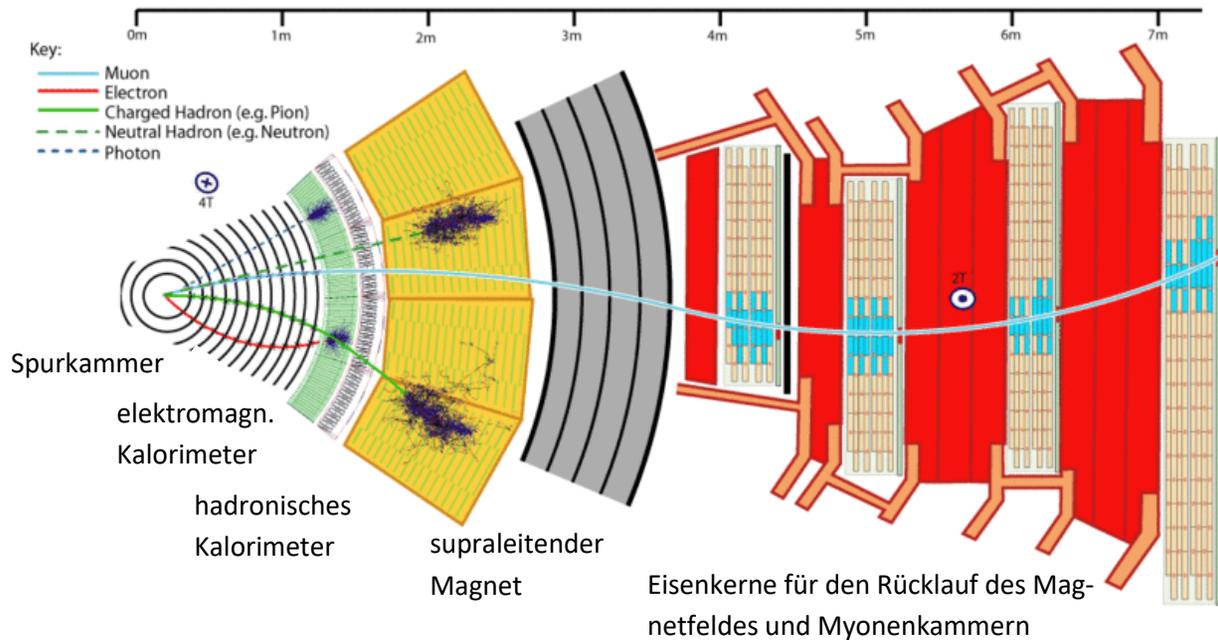
Die Materiedichte und damit die Fähigkeit, Teilchen zu absorbieren, nimmt in der Regel nach außen hin zu.

Die Detektorschichten befinden sich in einem **Magnetfeld**, in dem elektrisch geladene Teilchen abgelenkt werden. Aus der Richtung der Ablenkung gewinnt man die Ladung, aus der Bahnkrümmung im Magnetfeld den Impuls des Teilchens.

Das Bild zeigt als Beispiel den **schematischen Aufbau des CMS-Detektors**:



## Detektorkomponenten und ihre Funktionsweisen:



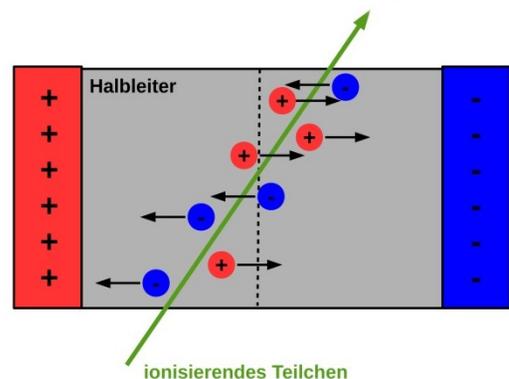
### Spurkammern:

In der **Spurkammer** wird die Bahn geladener Teilchen aufgrund ihrer **ionisierenden Wirkung** der Teilchen aufgezeichnet.

Im Spurdetektor kommen **Halbleiterdetektoren**, **Szintillationsfasern** oder **Driftkammern** zum Einsatz. Er besteht aus Materialien geringer Dichte, um die durchfliegenden Teilchen nicht zu stoppen.

### Halbleiterdetektoren:

Elektrisch geladene Teilchen erzeugen in einem Halbleiter freie Ladungsträger (Elektronen und „Löcher“). Befindet sich der Halbleiterkristall zwischen zwei Elektroden, an die man eine Spannung in Sperrrichtung legt, so trennt das elektrische Feld im Halbleiter die erzeugten Elektronen und Löcher und „saugt“ sie ab. Es fließt ein messbarer Strom.



Mit Halbleiterdetektoren kann man die Energie und den Ort eines geladenen Teilchens sehr genau messen. Wird ein ionisierendes Teilchen in mehreren Halbleiterplättchen registriert, die es durchfliegt, so lässt sich die Flugbahn des Teilchens rekonstruieren.

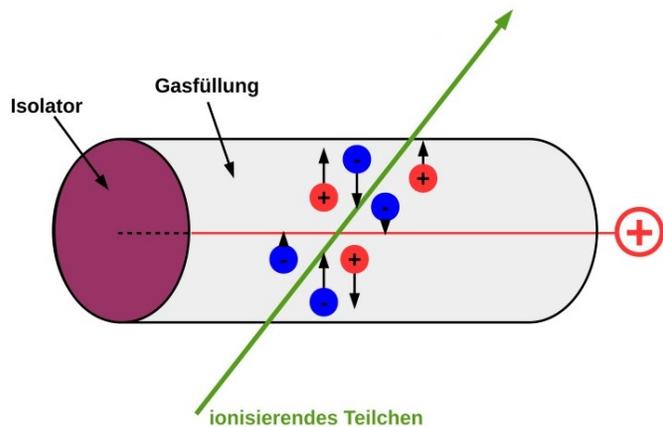
Im Bild links sind die Silizium-Streifen-Detektoren der Spurkammer des ATLAS-Detektors zu sehen.

- Bei den **CCDs einer Digitalkamera** handelt es sich ebenfalls um lichtempfindliche Halbleiter-Pixel-Dektoren!

### Driftrohre und Driftkammern:

Auch in einem **Driftrohr** werden elektrisch geladene Teilchen aufgrund ihrer ionisierenden Wirkung registriert.

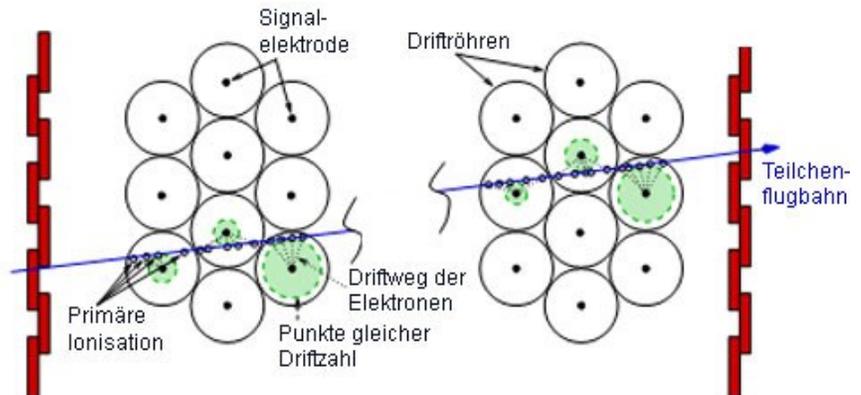
An einen in der Mitte eines mit Edelgas gefüllten Rohres gespannten Draht wird positive Hochspannung gelegt. Ein geladenes Teilchen, das nahe am Draht vorbeifliegt, ionisiert dort das Gas. Dabei werden freie Elektronen erzeugt, die zum positiv geladenen Draht hin beschleunigt werden. Es fließt ein messbarer Strom.



- Auch ein **Geiger-Müller-Zählrohr** ist ein Driftrohr.

Elektronen benötigen eine kurze Zeit, um vom Ort der Ionisation zum Draht zu wandern („driften“). Mit speziellen Driftrohren lässt sich diese Zeit messen. Bei bekannter Driftgeschwindigkeit lässt sich daraus der Abstand der Teilchenbahn vom Draht bestimmen.

Durchfliegt ein ionisierendes Teilchen mehrere Driftrohre oder eine **Driftkammer**, bei der mehrere Drähte in einem größeren Gasvolumen gespannt werden, so kann die Flugbahn des Teilchens rekonstruiert werden.



Driftrohre kommen in den Spurräumen und in den Myonendetektoren der LHC-Detektoren zum Einsatz.



Das Bild zeigt ein Driftrohrenmodul des Myonendetektors des ATLAS-Detektors.

### Szintillationsdetektoren:

Im Szintillatormaterial werden Moleküle durch energiereiche Teilchen angeregt und geben beim Rücksprung in den Grundzustand die Anregungsenergie in Form von Lichtblitzen wieder ab.

In den Spurräumen der LHC-Detektoren kommen verschiedene Szintillatormaterialien zum Einsatz. Zum Beispiel spezielle **Kunststoffe**, häufig in Faserform, oder **flüssiges Argon**.

Das Bild zeigt Szintillationsfasern des Atlas-Detektors.



## Kalorimeter:

**Kalorimeter** dienen insbesondere der Messung der Energie der erzeugten Teilchen. Sie sind **häufig schichtweise aufgebaut: Metallschichten**, in denen die Teilchen abgebremst werden wechseln sich mit Schichten eines **Szintillatormaterials** ab.

Wenn geladene Teilchen das **Kalorimeter** durchlaufen, verlieren sie schrittweise ihre Energie. In den Metallschichten werden die Teilchen abgebremst und geben **Bremsstrahlung** ab. Aus den dabei entstandenen Photonen bilden sich Teilchen-Antiteilchen-Paare, die wieder abgebremst werden usw.

Es bildet sich ein „Schauer“ von Sekundärteilchen und Photonen.

Für die durch **Bremsstrahlung** abgestrahlte Energie  $\Delta E$  gilt: 
$$\Delta E \sim \frac{\Delta E_{kin}^4}{m^4}$$

Die Energie der Bremsstrahlung nimmt also massiv zu, wenn das Teilchen stark abgebremst wird und somit viel Bewegungsenergie verliert. Leichte Teilchen geben bei gleicher Abbremsung deutlich mehr Bremsstrahlung ab, als schwerere Teilchen.

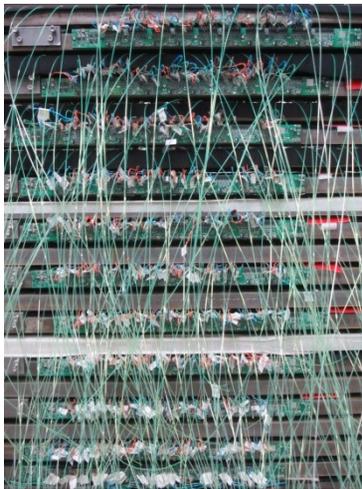
Im Szintillatormaterial erzeugen die durchlaufenden Teilchen oder Photonen schwache Lichtblitze, die mit Photomultipliern verstärkt werden. (Vgl. S. 547)

Aus der Länge des Weges, den ein Teilchen bzw. der von dem Teilchen verursachte Teilchenschauer im Kalorimeter bis zur vollständigen Absorption zurücklegt, kann man auf die ursprüngliche Energie des Teilchens schließen. Je länger die Spur des Teilchenschauers ist, den ein Teilchen im Kalorimeter verursacht, desto energiereicher war das Teilchen.

## Elektromagnetische Kalorimeter:

Dichte und Dicke der absorbierenden Schichten eines elektromagnetischen Kalorimeters werden so gewählt, dass **leichte, elektromagnetisch wechselwirkende Teilchen wie Elektronen, Positronen und Photonen** im elektromagnetischen Kalorimeter ihre gesamte Energie verlieren und **absorbiert** werden. Elektronen werden beispielsweise in dünnen Kupferschichten abgebremst.

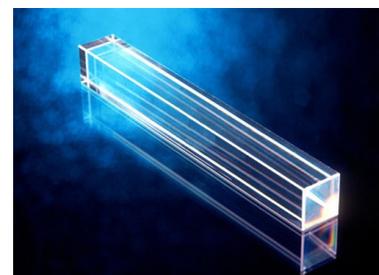
## Hadronische Kalorimeter:



Im **hadronischen Kalorimeter** sind die Absorptionsschichten im Allgemeinen dick und bestehen aus Material großer Dichte mit massiven Atomkernen (meist Eisen, Blei oder sogar Uran). **Hadronen** (z.B. **Protonen** oder **Neutronen**) geben dort ihre gesamte Energie ab und werden **absorbiert**. Die entscheidende Rolle für die Absorption im hadronischen Kalorimeter spielt die **starke Wechselwirkung**.

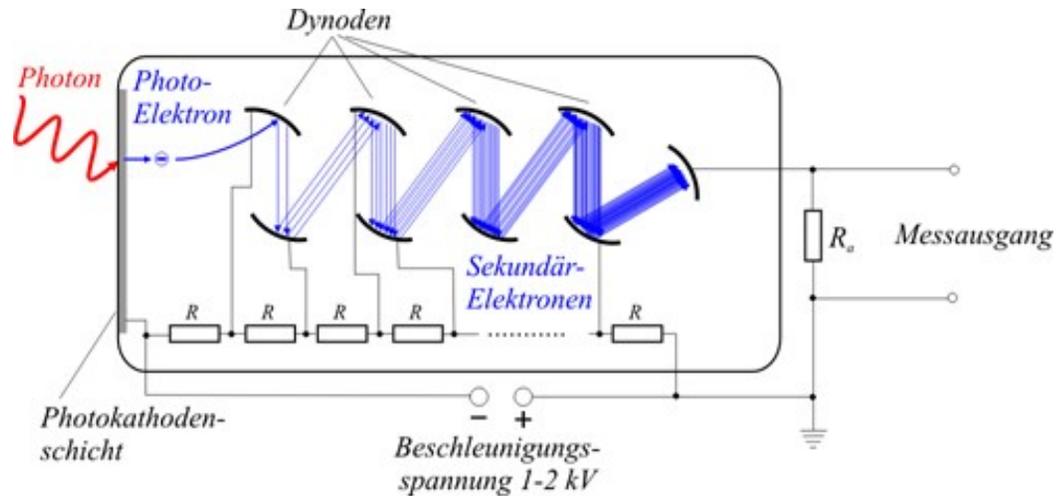
Im Bild links ist ein an der Uni Mainz für den Einsatz am CERN gebautes hadronisches Kalorimeter zu sehen. Es besteht aus 2,5 cm dicken Eisenplatten mit dazwischenliegenden Schichten aus Plastikszintillatormaterial. Über die grünen Lichtleiterkabel werden in den Szintillatoren erzeugte Lichtblitze an Photomultiplier (vgl. S. 547) weitergeleitet.

Kalorimeter sind **nicht immer schichtweise aufgebaut**. Es gibt auch Materialien wie **Bleiglas** oder **Blei-Wolframat-Kristalle**, die gleichzeitig als Absorber und als Szintillator wirken. PbWo-Kristalle (Bild rechts) sind dichter als Blei aber durchsichtig wie Glas. Sie werden insbesondere beim CMS-Detektor verwendet. Lichtblitze werden in Bleiglas und PbWo-Kristallen nicht durch die Anregung von Molekülen erzeugt, sondern in Form von Cherenkov-Strahlung, die auftritt, wenn geladene Teilchen das optisch dichte Glas mit Überlichtgeschwindigkeit durchlaufen.



### Photomultiplier:

In Szintillatoren erzeugte Lichtblitze und Cherenkov-Strahlung werden über Lichtleiter zu Photomultipliern geschickt und dort zu einem messbaren Signal verstärkt.



Ein Photomultiplier besteht aus einer **Photokathode** und einem **Elektronenvervielfacher**. Treffen Photonen mit ausreichender Energie auf die Photokathode, so lösen sie Elektronen aus deren Oberfläche (**Photoeffekt**). Die freigesetzten Elektronen werden dann in elektrischen Feldern beschleunigt und treffen dabei auf weitere Elektroden, sogenannte **Dynoden**, aus deren Oberfläche jedes auftreffende Elektron mehrere Elektronen herausschlägt.

Wenn hochenergetische Elektronen auf das Dynodenmaterial treffen, werden sie abgebremst. Dabei entsteht Bremsstrahlung. Photonen aus dieser Bremsstrahlung lösen durch Photoeffekt mehrere Elektronen aus dem Dynodenmaterial ab.

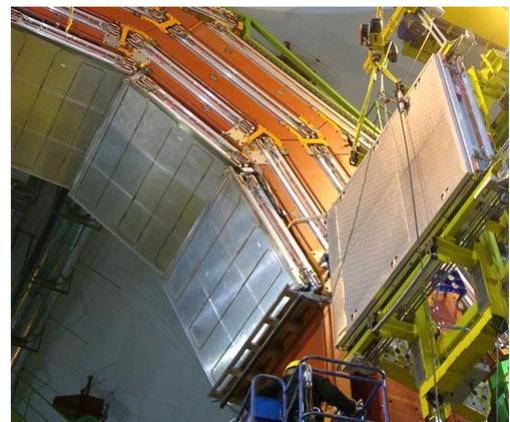
Die in der Skizze oben dargestellte Spannungsteilerschaltung sorgt für eine Zunahme der Beschleunigungsspannung von Dynode zu Dynode.

Die Anzahl der Elektronen nimmt von Dynode zu Dynode lawinenartig zu. Werden an einem Photomultiplier mit 10 Dynoden jeweils von einem auftreffenden Elektron 5 Elektronen herausschlagen, so werden an der letzten Dynode  $5^{10} \approx 10$  Millionen Elektronen freigesetzt!

### Myonenkammern:

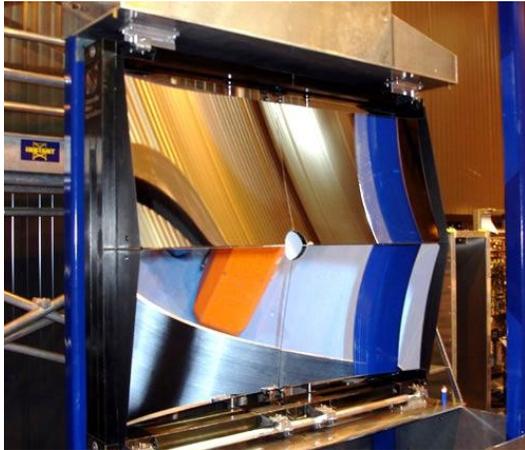
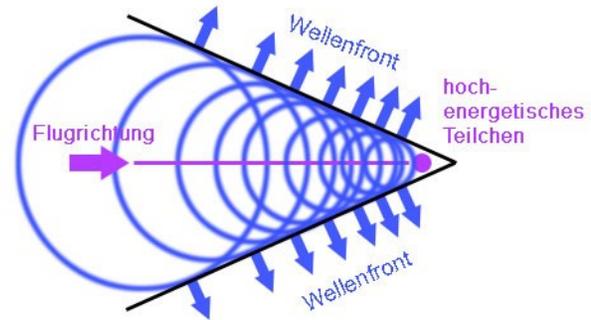
**Myonen**, sind etwa 200-mal schwerer als Elektronen. Deshalb verlieren sie in den Absorberschichten der elektromagnetischen Kalorimeter kaum Energie durch Bremsstrahlung (vgl. S. 546). Sie hinterlassen in allen bisher besprochenen Detektorkomponenten eine Ionisationsspur, durchlaufen diese aber fast ungebremst. Danach passieren sie, weil sie nicht der starken Wechselwirkung unterliegen, auch das hadronische Kalorimeter nahezu ungehindert. Außerhalb des hadronischen Kalorimeters registrieren **Myonenkammern (Driftröhren)** nur noch Myonen. Myonen sind die einzigen detektierbaren Teilchen, die es vom Wechselwirkungspunkt bis in die äußersten Bereiche der Detektoren (und noch weiter) schaffen.

Das Bild rechts zeigt Myonenkammern des CMS-Detektors.



## Cherenkov-Detektoren:

Wenn sich elektrisch geladene Teilchen mit Überlichtgeschwindigkeit durch ein Medium bewegen, wird sogenannte **Cherenkov-Strahlung** erzeugt. Aus dem Öffnungswinkel des Lichtkegels der Cherenkov-Strahlung kann man auf die Geschwindigkeit des Teilchens schließen.



Die Lichtgeschwindigkeit hängt von der optischen Dichte des Mediums ab, durch das sich ein Teilchen bewegt. Sie ist in jedem Fall kleiner als die Vakuum-Lichtgeschwindigkeit  $c$ , die nach der speziellen Relativitätstheorie die obere Grenzgeschwindigkeit für alle Körper mit Masse ist. Deshalb kann sich ein Teilchen, das sich annähernd mit Vakuum-Lichtgeschwindigkeit bewegt, in einem Detektorgas, in einem Kristall oder in Glas mit **Überlichtgeschwindigkeit** bewegen.

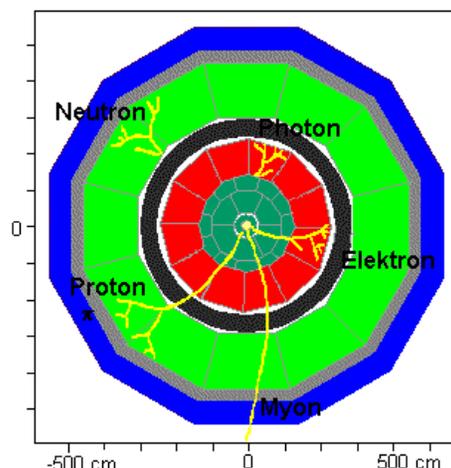
In **RICH (Ring Imaging Cherenkov)-Detektoren** wird die Cherenkov-Strahlung wie in einem Spiegelteleskop durch gewölbte Spiegel (Bild) gebündelt und mit Photomultipliern verstärkt.

## Jede Teilchenart erzeugt eine charakteristische „Signatur“ im Detektor:

- **Geladene Teilchen** wie Elektronen und Protonen werden aufgrund ihrer ionisierenden Wirkung in der Spurkammer nachgewiesen. Elektronen werden bereits im elektromagnetischen Kalorimeter absorbiert. Protonen erreichen das hadronische Kalorimeter. Bis in die Myonenkammern dringen nur die Myonen vor.
- **Ungeladene Teilchen** sind in der Spurkammer nicht nachweisbar, weil sie keine ionisierende Wirkung haben. **Photonen** werden im elektromagnetischen Kalorimeter nachgewiesen. **Neutronen** können nur im hadronischen Kalorimeter indirekt nachgewiesen werden: Durch elastische Stöße mit Neutronen beschleunigte Protonen erzeugen dort Teilchenschauer.
- **Schwach wechselwirkende Teilchen** wie Neutrinos hinterlassen keine direkten Spuren im Detektor. Sie können nur über fehlenden Impuls und fehlende Energie nachgewiesen werden.

## Detektorquerschnitt mit Teilchenspuren

- Strahlrohr
- Spur-kammer
- mag. Spule
- elektr.mag. Kalorimeter
- hadron. Kalorimeter
- magnet. Eisen
- Myonen Kammer



## 12) Das COMPASS-Experiment

**COMPASS** steht für **Common Muon and Proton (or Pion) Apparatus of Structure and Spectroscopy**.

Das Experiment befindet sich in der sogenannten „North Area“ des CERN und nutzt beschleunigte Protonen des SPS. 220 Physiker aus 13 Ländern arbeiten am COMPASS-Experiment. COMPASS läuft seit 2002.

- Das COMPASS-Experiment bietet sich in besonderem Maße für Führungen bei CERN-Besuchen an, weil man an diesem Experiment die unterschiedlichen Detektortypen sehr gut und aus der Nähe betrachten kann.



### Forschungsziele:

**Erforschung der inneren Spinstruktur von Protonen und Neutronen:**

Die Wissenschaftler am COMPASS-Experiment versuchen herauszufinden, wie der Gesamtspin des Protons mit den Spins aller im Proton enthaltenen Quarks und Gluonen zusammenhängt.

Dazu werden **spinpolarisierte Protonen** mit **spinpolarisierten Myonen** und seit 2015 mit **spin-polarisierten Pionen** beschossen.

**Suche nach exotischen Hadronen und Glueballs:**

Mit dem COMPASS-Experiment versucht man, sogenannte **exotische Hadronen** und **Glueballs** zu erzeugen und zu erforschen.

Exotische Hadronen sind Hadronen mit einem „regelwidrigen“ Aufbau aus Quarks. Glueballs bestehen ausschließlich aus Gluonen.

Bei diesen Versuchen wird das **Target mit Hadronen (Pionen, Protonen und Kaonen)** beschossen. Dabei erzeugte Hadronen werden mithilfe der Detektoren hinsichtlich Masse, Quantenzahlen und Zerfallseigenschaften analysiert.



## Erzeugung des Myonen- bzw. Hadronenstrahls:

**Protonen** mit der Energie **400 GeV** aus dem **SPS** treffen 600 m vor dem eigentlichen COMPASS-Experiment auf ein **Beryllium-Target (Primärtarget)**. Dabei werden hauptsächlich **Pionen** aber auch **Protonen** und **Kaonen** erzeugt.

**Pionen** sind Mesonen, die aus einem down-Quark und einem Anti-up-Quark bestehen ( $\pi^- (d\bar{u})$ ).

**Kaonen** sind aus einem strange-Quark und einem Antiup-Quark aufgebaute Mesonen ( $K^+ (u\bar{s})$ ).

Das Bild rechts zeigt das Strahlrohr vom Primärtarget zur Experimentierhalle von COMPASS.



Pionen, Protonen und Kaonen bilden den **Teilchenstrahl für die Hadronenexperimente** bei COMPASS.

Für den **Myonenstrahl** werden durch Ablenkmagnete und Absorber **Pionen** der Energie **200 GeV** ausgewählt.

Auf der 600 m langen Strecke vom Primärtarget bis zum eigentlichen COMPASS-Experiment **zerfällt ein Teil der Pionen in Myonen** und Myon-Neutrinos. Die nicht zerfallenen Pionen werden durch Absorber vernichtet. Auf den letzten 100 Metern wird der Myonenstrahl durch **Quadrupolmagnete** gebündelt (Vgl. Strahlbündelung im LHC, S. 535). Die Energie der Myonen wird durch **Fiberglas-Szintillatoren** überwacht.

Der **Pionzerfall** in ein Myon und ein Myon-Antineutrino ( $\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ ) liefert aufgrund der paritätsverletzenden Eigenschaft der schwachen Wechselwirkung grundsätzlich **spinpolarisierte Myonen**. Das heißt: Die Myonen im Strahl haben größtenteils einheitlich ausgerichtete Spins.

Die beiden Bilder zeigen Quadrupolmagnete und Detektoren die der Teilchenstrahl durchläuft. Man erkennt im rechten Bild insbesondere, dass der Teilchenstrahl nicht überall in einem Strahlrohr, sondern streckenweise auch durch die Luft läuft. Das COMPASS-Experiment benötigt kein evakuiertes Strahlrohr, denn der Teilchenstrahl läuft auf nur einer Beschleunigungsstrecke zum Target. In einem Speicherring wie dem LHC hingegen durchläuft der Teilchenstrahl den Beschleuniger sehr oft. Bei jedem Umlauf würden im LHC ohne evakuiertes Strahlrohr Teilchen durch Kollisionen mit Atomkernen von Luftmolekülen verlorengehen.



### Das Sekundärtarget für die Myonenexperimente:

Im Gegensatz zu den LHC-Experimenten, bei denen gegenläufige Protonen in den Detektoren kollidieren, handelt es sich bei COMPASS um ein **Fixed-Target-Experiment**: Der Myonenstrahl bzw. der Hadronenstrahl trifft von einer Seite auf ein feststehendes Target (vgl. S. 531). Dieses bestand bis 2007 aus **deutერიertem Litiumhydrid** ( ${}^6\text{LiD}$ ) und seit 2007 aus kristallinem, tiefgefrorenem **Ammoniak** ( $\text{NH}_3$ ). Das zylindrische Ammoniak-Target ist  $120\text{ cm}$  lang und hat einen Durchmesser von  $5\text{ cm}$ . Seit 2016 wird ein Target aus **flüssigem Wasserstoff** verwendet.

Die Myonen werden an den Protonen des Targets **tief-inelastisch**, das heißt an den inneren Bestandteilen der Protonen und unter großer Energieabgabe **gestreut**.

Für das COMPASS-Myonenexperiment müssen auch die Protonen im Target zu einem möglichst hohen Grad spinpolarisiert sein.

Die **Polarisierung der Protonen des Targets** erfolgt bei der **extrem niedrigen Temperatur von  $0,08\text{ K}$**  im  $2,5$  Tesla starken Feld eines **supraleitenden Magneten**. Durch das Magnetfeld werden im Target die Elektronenspins polarisiert. Mithilfe eines **Mikrowellenfeldes** mit einer Frequenz von etwa  $70\text{ GHz}$  wird die Elektronenspinpolarisation auf die Kernspins übertragen. Gekühlt wird das Target mit einem **He3/He4-Gemisch**. Diese tiefe Temperatur ist notwendig, um die Eigenbewegung der Teilchen zu reduzieren, die einer einheitlichen Ausrichtung der Spins entgegenwirkt.

Das Bild rechts zeigt einen Isolierbehälter für Flüssig-Helium.



- Beim COMPASS-Sekundärtarget handelt es sich vermutlich um den kältesten Ort mit größerer Ausdehnung auf der Erde.

Die beiden folgenden Bilder zeigen das Sekundärtarget im März 2015 und mit vor dem Target installierten Veto-Detektoren im April 2015 kurz vor dem Beginn der Experimentierphase nach dem „Shutdown“ der Teilchenbeschleuniger am CERN.



Die **Veto-Detektoren** bestehen aus Plastik-Szintillatoren. Sie erkennen sogenannte Halo-Myonen, die in der Umgebung des Myonenstrahls auftreten und im Detektorsystem von COMPASS Spuren hinterlassen, obwohl sie das Target nicht treffen. Halo-Myonen würden das Messergebnis verfälschen. Durch Signale an die Auswertelektronik, verhindern die Vetodetektoren, dass entsprechende Signale von Halo-Myonen im Detektorsystem registriert werden.

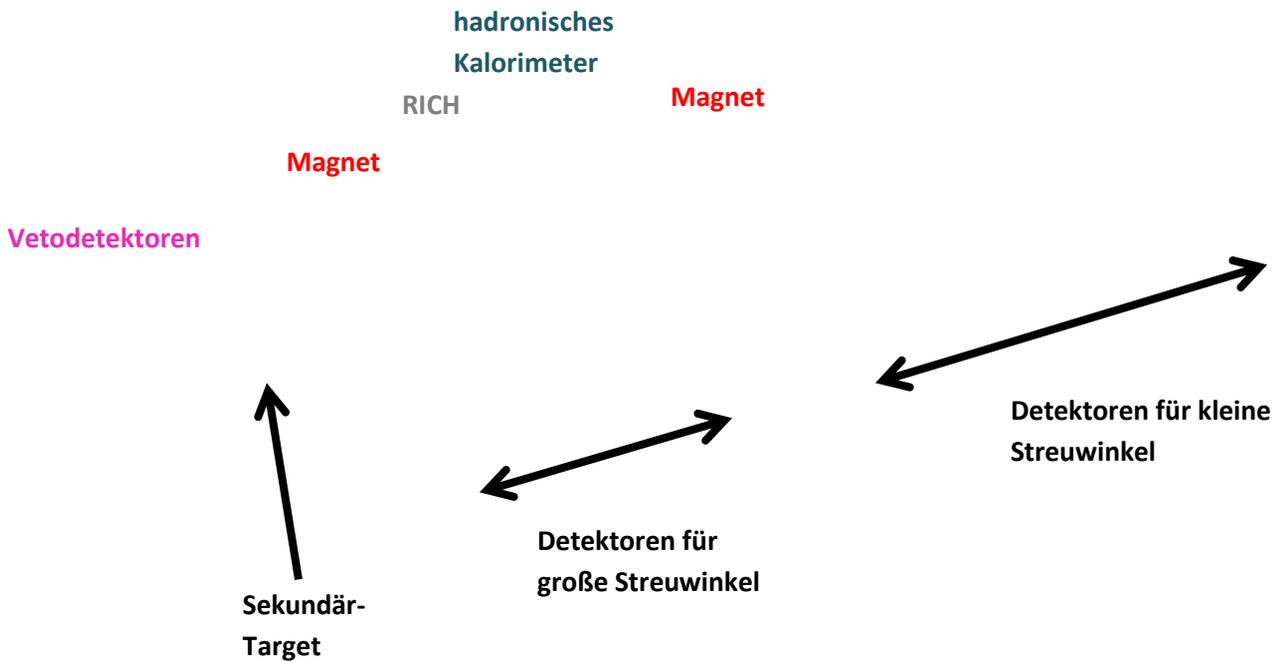
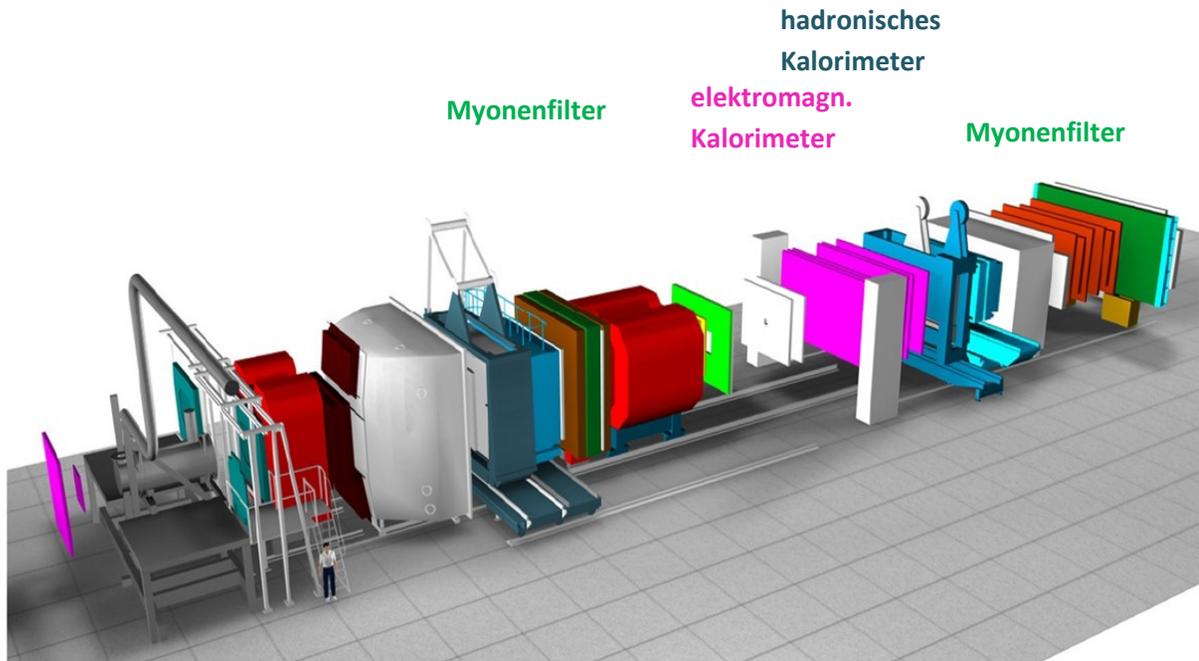
Für die **Hadronenexperimente** kommen **andere Targets** zum Einsatz. Hier werden Blei, Kupfer, Nickel, Kohlenstoff aber auch flüssiger Wasserstoff als Targetmaterialien verwendet.

## Die COMPASS-Detektoren:

Mithilfe eines umfangreichen **Detektorsystems** untersucht man die Bahnen, Energien und Impulse der Teilchen, die das Target verlassen.

Die Detektorhalle des COMPASS-Experiments ist etwa **60 Meter** lang. Die einzelnen Detektoren und Absorber sind verschiebbar, so dass die Anordnung an unterschiedliche Anforderungen angepasst werden kann.

Insgesamt ist der **Detektoraufbau zweigeteilt**: die erste Stufe ist für **große Streuwinkel** ausgelegt, die zweite Stufe für **kleine Streuwinkel**.



**Magnete:**

Zwei große Dipolmagnete lenken geladene Teilchen auf Kreisbahnen. Aus der Richtung der Bahnkrümmung in den Detektoren lässt sich die Ladung der Teilchen ablesen und aus der Stärke der Bahnkrümmung der Impuls der Teilchen bestimmen.

Rechts ist der zweite COMPASS-Magnet zu sehen.



### Spurkammern (Tracker):

Vor und hinter dem Target sowie vor und hinter dem zweiten Magneten befinden sich jeweils zwei Spurkammern.

Die Spurkammern sind **dreistufig aufgebaut**:

**VSAT (Very Small Area Tracker)** für Abstände bis zu 3 cm vom Strahl

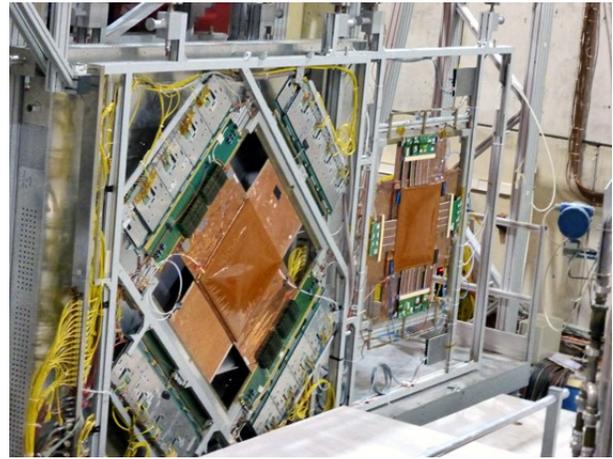
- **Plastik-Szintillator-Fasern** sind über Lichtleiter mit Photomultipliern verbunden.
- **Halbleiter-Detektoren aus Silizium**

**SAT (Small Area Tracker)** für Abstände bis zu 40 cm vom Strahl

- **Spezielle gasgefüllte und mehrfach unterteilte Ionisationskammern.** (Bild rechts)

**LAT (Large Area Tracker)** für mehr als 40 cm Abstand vom Strahl

- **Unterschiedliche Driftkammern**

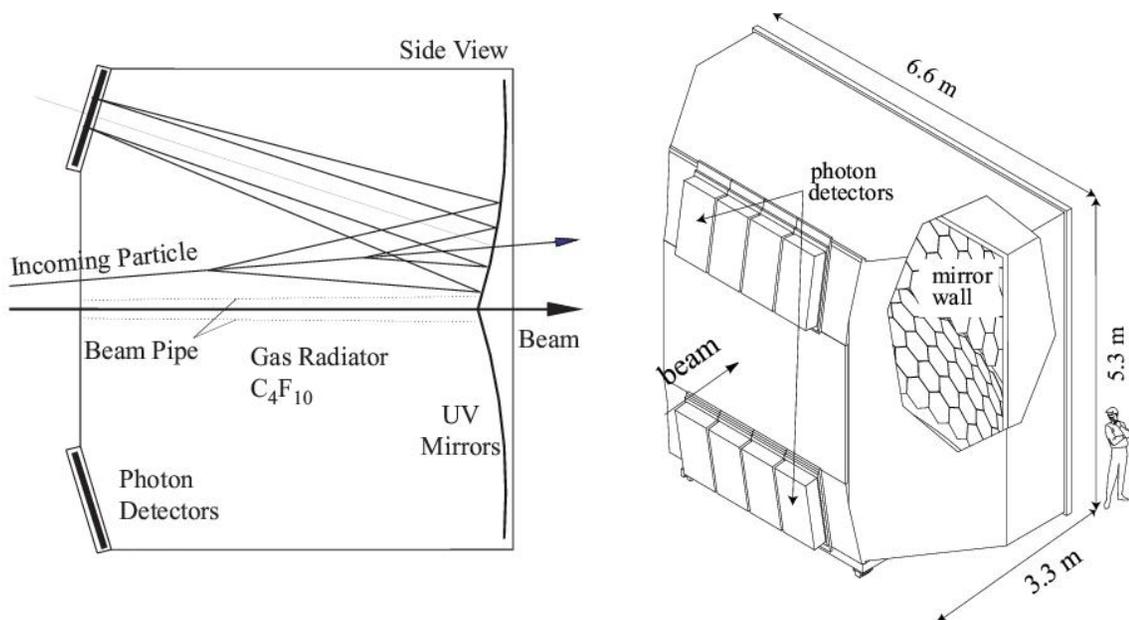
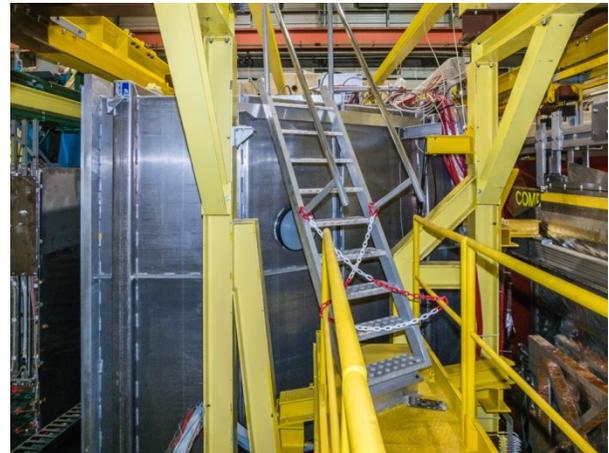


### Cherenkov-Detektor (RICH):

Der 3 Meter lange **Cherenkov-Detektor** ist mit 80 m<sup>3</sup> des Detektorgases Perfluorbutan (C<sub>4</sub>F<sub>10</sub>) gefüllt.

Beim Durchgang von Teilchen mit Überlichtgeschwindigkeit erzeugte Cherenkovstrahlung wird an einem gekrümmten **Spiegel** mit mehr als 21 m<sup>2</sup> Spiegelfläche auf Photoelektroden reflektiert. Der Spiegel ist aus 116 fünf- bzw. sechseckigen Segmenten zusammengesetzt.

Mithilfe des Cherenkov-Detektors lassen sich Protonen, Pionen und Kaonen unterscheiden.



### Hadronische Kalorimeter:

Die beiden hadronischen Kalorimeter von COMPASS sind sandwichartig aus **Eisen- bzw. Stahlplatten und Kunststoff-Szintillatorplatten** aufgebaut. Lichtblitze in den Szintillatorplatten werden mit Photomultipliern registriert.

### Elektromagnetisches Kalorimeter:

Das elektromagnetische Kalorimeter von COMPASS besteht aus **Bleiglasblöcken**, in denen Teilchenschauer Cherenkov-Strahlung erzeugen, die mit Photomultipliern verstärkt werden.

Im Bild sind links das zweite hadronische Kalorimeter und rechts ein Teil des elektromagnetischen Kalorimeters von COMPASS zu sehen.



### Myonen-Kammern:

Jeweils am Ende der beiden Detektorbereiche befinden sich dicke Absorberwände aus Beton und Eisen, in denen Hadronen absorbiert werden. Dahinter werden in Driftkammern Myonen identifiziert.

Solche Driftkammern sieht man im Bild rechts.



### Forschungsergebnisse:

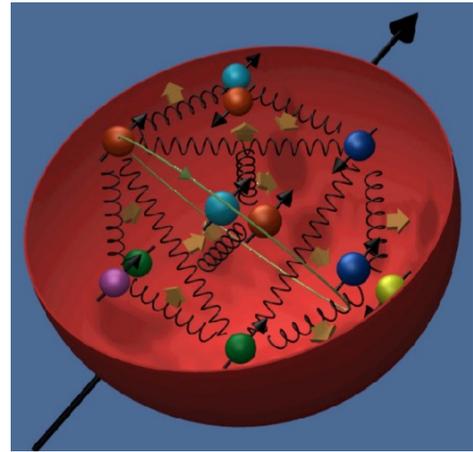
#### Innere Spinstruktur von Protonen:

Die Experimente bei COMPASS zur inneren Spinstruktur von Protonen zeigten, dass sowohl **die Spins der Quarks als auch die Spins der Gluonen im Protonen kaum etwas zum Gesamtspin des Protons beitragen**. Damit blieb die **Frage nach der Ursache des Protonenspins offen**.

Momentan konzentriert sich die Forschung bei COMPASS auf die Überlegung, ob **Bahndrehimpulse von Quarks**, die auf Bewegungen von Quarks auf Kreisbahnen im Quark zurückgeführt werden, einen wesentlichen Beitrag zum Gesamtspin des Protons leisten.

Um dies zu untersuchen, richtet man den Protonenspin senkrecht zur Richtung des einlaufenden Myonen- oder Pionenstrahls aus. Die Quarks im Proton kommen dann auf der einen Seite ihrer Kreisbewegung den Strahlteilchen entgegen, auf der anderen Seite bewegen sie sich von den Strahlteilchen weg. Dieser Effekt überträgt sich auf die Reaktionsprodukte, die im Detektorsystem beobachtet werden.

In der Abbildung sind die Valenz- und Seequarks des Protons durch farbige Kugeln dargestellt. Die Gluonen werden durch Spiralfedern zwischen den Quarks symbolisiert. Kleine schwarze und braune Pfeile stellen die Spins von Quarks und Gluonen dar. Für ein Quark wurde zusätzlich die Bahnbewegung eingezeichnet, die einen Bahndrehimpuls bewirkt. Der große schwarze Pfeil zeigt den Gesamtspin des Protons an.



Seit 2016 verfolgt man bei COMPASS auch den Ansatz, eine **Eigenrotation der Protonen** zu ihrem Gesamtspin beiträgt.

### Suche nach exotischen Hadronen und Glueballs:

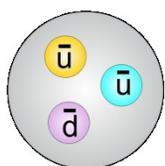
**2015** wurde bei COMPASS beim Beschuss eines Targets aus flüssigem Wasserstoff mit Pionen möglicherweise ein von der Theorie schon lange vorhergesagtes, bisher aber noch nicht beobachtetes, kurzlebiges Hadron entdeckt, das vier Valenzquarks enthält. Ein solches Hadron nennt man **Tetraquark** (von dem griechischen Wort *τέτταρα* = vier).

Es könnte allerdings auch sein, dass es sich bei der Entdeckung nicht um ein Tetraquark sondern um eine Art Molekül aus zwei Mesonen handelt. Denkbar wäre auch ein angeregter Zustand aus drei Quarks und einem Gluon, in dem das Gluon kurzzeitig die Rolle eines Quarks übernimmt.

### 13) Antimaterieforschung am CERN:

Am CERN wird seit 1996 **Antiwasserstoff** hergestellt. Der Erforschung der Eigenschaften von Antimaterie und technischen Nutzung von Antimateriestrahlen in der Medizin werden am CERN zahlreiche Experimente durchgeführt.

Die ersten Antiwasserstoffatome wurden am links abgebildeten Beschleuniger **LEAR** nachgewiesen, der heute (unter dem Namen LEIR) als LHC-Vorbeschleuniger für Blei-Ionen verwendet wird.



Ein Antiwasserstoffatom besteht aus einem Antiproton und einem Positron. Antiprotonen enthalten zwei Anti-up-Quarks und ein Anti-down-Quark. (Vgl. auch S. 477)

## Erzeugung von Antiprotonen und Positronen:

**Positronen**  $e^+$  entstehen beim  $\beta^+$ -Zerfall radioaktiver Isotope mit Neutronenmangel. Am CERN verwendet man als Positronenquelle das Natrium-Isotop  $Na22$ , das sich über den  $\beta^+$ -Zerfall



unter Aussendung eines Positrons und eines Elektron-Neutrinos in das Neonisotop  $Ne22$  umwandelt.

**Antiprotonen**  $\bar{p}$  entstehen nicht von selbst. Im **Proton Synchrotron**, einem Vorbeschleuniger des LHC (vgl. S. 529), werden Protonen beschleunigt und dann auf eine Metallplatte aus Kupfer, Iridium oder Beryllium geschossen. Wenn ein beschleunigtes Proton auf ein ruhendes Proton in der Metallplatte trifft, entsteht in der Kernreaktion  $p + p + E_{kin,p} \rightarrow p + p + p + \bar{p}$  aus der Bewegungsenergie des beschleunigten Protons in einem Paarerzeugungsprozess ein Proton-Antiproton-Paar.

Dieser Prozess wird in Kapitel VIII auf S. 424 genauer untersucht.

Diese Positronen und Antiprotonen können allerdings noch nicht zu Anti-Wasserstoffatomen zusammengesetzt werden. Sie bewegen sich noch fast mit Lichtgeschwindigkeit und weisen starke Schwingungen quer zur Bewegungsrichtung auf.

## Entschleunigung von Antiprotonen und Positronen:

Am **Antiproton Decelerator (AD)**, einem Speicherring zur **Entschleunigung** von Antiprotonen und mithilfe



anderer im Folgenden beschriebener Mechanismen werden schnelle Antiprotonen und Positronen auf niedrige Geschwindigkeiten abgebremst. Die Entschleunigung oder Abbremsung von Teilchen bezeichnet man, weil die Bewegungsenergie der Teilchen reduziert wird, auch als „**Kühlung**“.

Langsame Antiprotonen und Positronen kann man zu Antiwasserstoffatomen zusammensetzen, die stabil sind, solange sie nicht mit Materie in Berührung kommen. Antiwasserstoffatome können bis zu ihrer Verwendung in sogenannten „Penning-Fallen“ mithilfe von elektrischen Feldern und Magnetfeldern gespeichert werden.

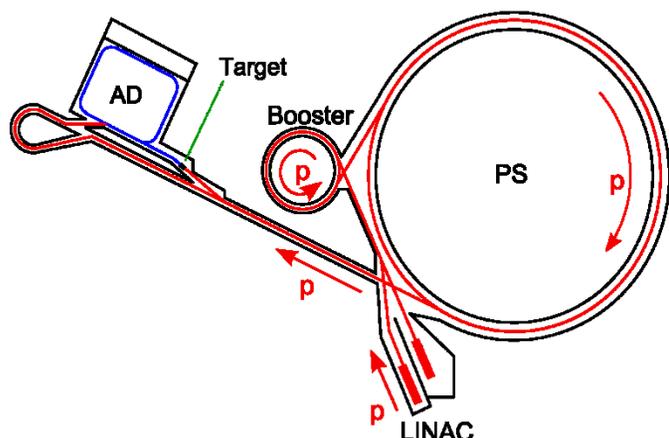
2011 gelang es, Antiwasserstoffatome 16 Minuten lang zu aufzubewahren.

## Aufbau und Funktionsweise des Antiproton Decelerators (AD):

AD ist ein an das Proton Synchrotron (PS) angeschlossener **Speicherring** mit einem Umfang von 182 Metern. Wie bei den anderen Speicherringen am CERN (PS, SPS, LHC) sind Ablenkmagnete und Hohlraumresonatoren die wesentlichen Bauteile des AD.

Im Inneren des Speicherrings befinden sich etliche Experimente aus dem Bereich der Antimaterieforschung.

AD ist seit 1999 in Betrieb.



### Entschleunigung von Antiprotonen im AD:

In den AD-Speicherring werden am Target (Metallplatte) erzeugte Antiprotonen mit einer Energie von  $3,5 \text{ GeV}$  eingespeist. Im AD werden sie auf eine Bewegungsenergie von bis zu  $5,3 \text{ MeV}$  abgebremst.

Ihre Bewegungsenergie verlieren die Antiprotonen indem sie die **Hohlraumresonatoren** des AD „verkehrtherum“ durchlaufen. Die longitudinalen elektrischen Wechselfelder der Hohlraumresonatoren werden am AD so eingestellt, dass die negativ geladenen Antiprotonen in den Kavitäten in Feldrichtung immer auf eine negative Ladung zulaufen. (Zur Funktionsweise eines Hohlraumresonators vgl. S. 527).

Die Abbremsung der Antiprotonen in den Hohlraumresonatoren führt allerdings zu einer **Aufweitung der Bandbreite der Impulse der Antiprotonen**. Die Impulsbeträge der Antiprotonen weichen immer stärker nach oben und nach unten vom mittleren Impuls ab. Das gleiche gilt damit auch für die Geschwindigkeiten der Antiprotonen. Weil zu jeder Geschwindigkeit ein fester Kreisbahnradius im Magnetfeld gehört (vgl. S. 528), wird der Antiprotonenstrahl aufgefächert und Antiprotonen gehen durch Annihilation mit Protonen in der Wand des Strahlrohrs verloren.

Diesem Effekt wirkt man durch die sogenannte **stochastische Kühlung** entgegen: Mithilfe von Quadrupolmagneten (vgl. S. 535) werden im AD-Speicherring Antiprotonen, deren Bahnen von der gewünschten Kreisbahn abweichen, auf diese zurückgelenkt. Dabei werden insbesondere zu schnelle Antiprotonen abgebremst.

Die Entschleunigung von Antiprotonen in den Hohlraumresonatoren und die stochastische Kühlung der Antiprotonen erfolgen bei AD im Wechsel.

Nachdem sie auf eine Energie von  $100 \text{ MeV}$  abgebremst wurden, werden die Antiprotonen mithilfe von Kickermagneten aus dem AD-Speicherring in die Experimente ausgelenkt. Um sich zu Antiwasserstoffatomen zu vereinigen, sind die Antiprotonen nach dem Durchlaufen des AD allerdings immer noch zu schnell. Sie müssen in den Experimenten weiter abgebremst werden.

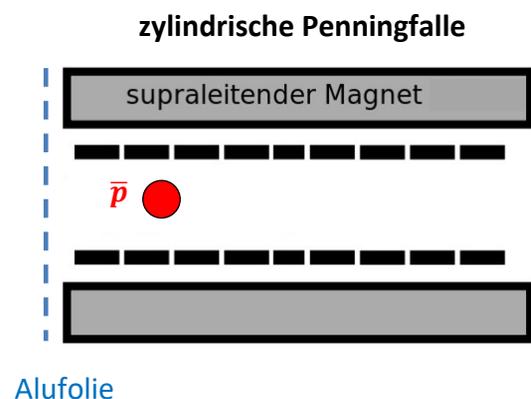
Zur **Kalibrierung des AD-Speicherrings** werden auf dem „Umweg“, der am Target vorbeiführt, Protonen aus dem PS in den AD eingespeist. Sie durchlaufen den Speicherring in entgegengesetzter Richtung wie die Antiprotonen.

### Speicherung von Antiprotonen in der Penningfalle:

Die Antiprotonen werden beim Durchfliegen einer  $130 \mu\text{m}$  dünnen Aluminiumfolie durch Wechselwirkungen mit Aluminium-Kernen weiter abgebremst. Verluste durch Annihilation treten dabei wegen der kurzen Wechselwirkungszeiten kaum auf.

Anschließend treten die Antiprotonen in eine sogenannte **Penningfalle**: Sie durchlaufen in einem starken Magnetfeld eine Reihe von ringförmigen Elektroden.

Das Magnetfeld hält die Antiprotonen durch Lorentzkräfte, die auf die negativ geladenen Antiprotonen senkrecht zu ihrer Bewegungsrichtung wirken, in der Mitte der Penningfalle und verhindert so, dass die Antiprotonen mit Protonen in der Wand der Penningfalle zusammentreffen und annihilieren.



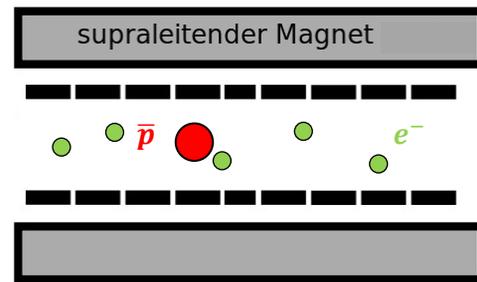
An die Ringelektrode am rechten Ende der Penningfalle wird eine negative Spannung von  $5 \text{ kV}$  gelegt. Dadurch werden die Antiprotonen, deren Bewegungsenergie nach Durchlaufen der Aluminiumfolie weniger als  $5 \text{ keV}$  beträgt, reflektiert. Bevor die Antiprotonen die Penningfalle wieder verlassen können, legt man auch am linken Ende der Penningfalle eine negative Spannung von  $5 \text{ kV}$  an.

Die Antiprotonen werden zwischen den negativ geladenen Ringelektroden an den Enden der Penningfalle hin und her reflektiert und dabei vom Magnetfeld in der Mitte der Anordnung gehalten. Sie sind in der Penningfalle gefangen.

### Elektronenkühlung:

Bevor die Antiprotonen in die Penningfalle gelangen, werden in die Falle energiearme Elektronen eingeleitet. Weil sie ebenfalls negativ geladen sind, können die Elektronen zusammen mit den Antiprotonen in der Penningfalle gespeichert werden.

Durch inelastische Stöße mit den energiearmen Elektronen geben die Antiprotonen ihre Bewegungsenergie nach und nach an Elektronen ab. Die Elektronen verlieren die gewonnene Bewegungsenergie wegen ihrer geringen Masse schnell wieder durch Synchrotronstrahlung.



### Entschleunigung der Positronen:

Auch die Positronen werden in einer Penningfalle entschleunigt. Dazu werden sie in einer mit Stickstoffgas geringen Drucks gefüllten Penningfalle gespeichert. Die Positronen regen die Stickstoffatome bei inelastischen Stößen an und verlieren dabei Energie. Wegen des geringen Drucks des Stickstoffgases treten kaum Verluste durch Annihilation auf.

### Erzeugung von Antiwasserstoffatomen:

Die in Penningfallen auf sehr niedrige Energien entschleunigten Antiprotonen und Positronen müssen sehr nahe zusammengebracht werden, damit sie sich zu Antiwasserstoffatomen vereinigen.

Dies erreicht man mithilfe einer sogenannten **Mischfalle**.

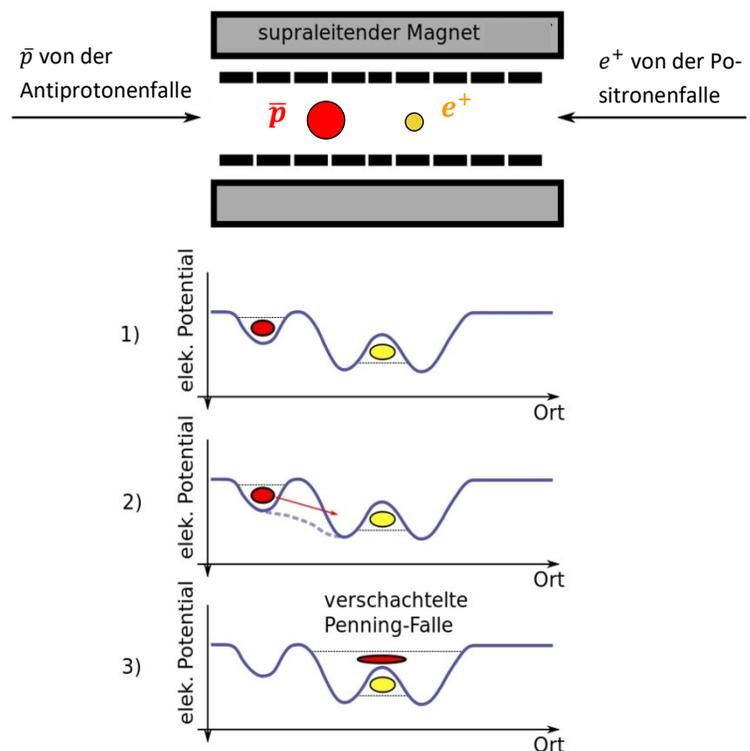
Negativ geladene Antiprotonen und positiv geladene Positronen können in der oben beschriebenen einfachen Penningfalle nicht gemeinsam gespeichert werden. Eine Mischfalle wird deshalb als **verschachtelte Penningfalle** konstruiert:

Zuerst diffundieren langsame Positronen  $e^+$  in die Penningfalle. Durch geeignete Spannungen an den Ringelectroden erzeugt man in der Penningfalle einen Potentialverlauf, der die Positronenwolke in der Mitte der Penningfalle komprimiert.

Anschließend lässt man Antiprotonen  $\bar{p}$  in die Penningfalle diffundieren. Durch geschickte Wahl der an den Ringelectroden liegenden Spannungen kann man einen Potentialverlauf in der Penningfalle erzeugen, mit dem sowohl die Antiprotonenwolke als auch die Positronen gleichzeitig in unterschiedlichen Bereichen der Penningfalle gespeichert werden (vgl. Abbildung!).

Durch Veränderung der Spannung an der Ringelectrode, die die Bereiche, in denen die Antiprotonenwolke und die Positronenwolke gespeichert werden, voneinander trennt, erreicht man, dass die Antiprotonen in den Bereich rutschen, in dem sich die Positronen aufhalten.

Nun kombinieren Antiprotonen mit Positronen zu Antiwasserstoffatomen. Die elektrisch neutralen Antiwasserstoffatome können die Penningfalle verlassen.



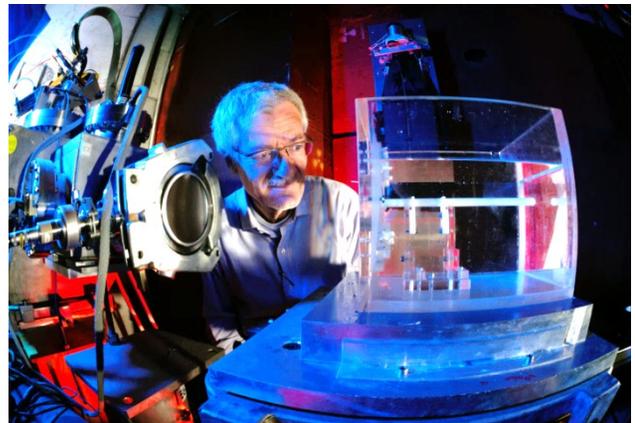
## Experimente mit Antimaterie am AD:

**ATHENA** (Bild rechts) und **ATRAP** dienen der Produktion größerer Mengen von Antiwasserstoffatomen. Das auf S. 558 beschriebene Verfahren wird bei ATHENA angewendet. In ATRAP kommt ein anderes aber weniger effizientes Verfahren zum Einsatz.



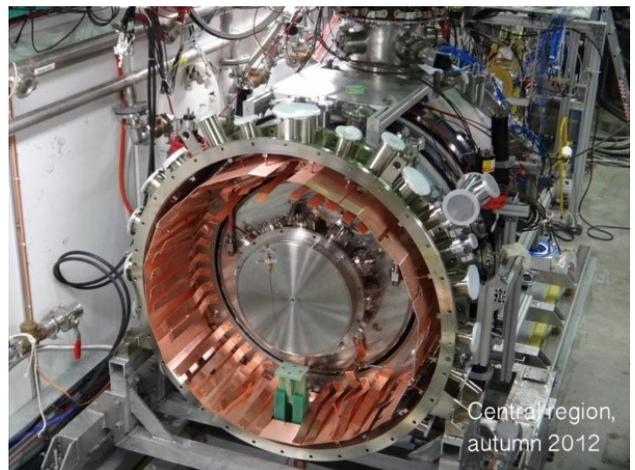
Beim **ASACUSA**-Experiment wird antiprotonisches Helium erzeugt. Es handelt sich dabei um Heliumatome, bei denen jeweils ein Hüllenelektron durch ein Antiproton ersetzt wird.

**ACE** ist ein Experiment, mit dem der Einsatz von Antiprotonenstrahlen zur der Krebsbekämpfung erforscht wird.



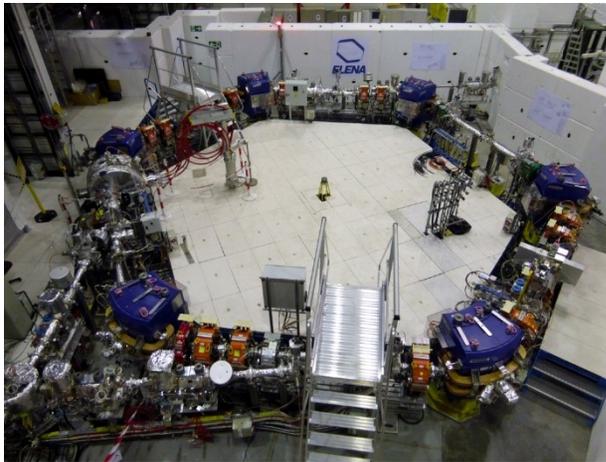
Beim **ALPHA**-Experiment werden Antiwasserstoff-Moleküle  $\bar{H}_2$  erzeugt und ihre Eigenschaften erforscht.

Am **AEGIS-Experiment** versucht man herauszufinden, ob Antiwasserstoffatome im Gravitationsfeld der Erde fallen oder steigen. Mit extrem empfindlichen Messmethoden versucht man bei AEGIS auf einer etwa 80 cm langen Strecke, die Ablenkung eines Antiwasserstoff-Strahls unter dem Einfluss der Erdanziehungskraft zu messen. (Vgl. Kap. VI, S. 323)



## ELENA – ein zusätzlicher Entschleunigerring bei AD:

Die meisten (99,9%) der im AD entschleunigten Antiprotonen gehen verloren, wenn sie mithilfe von Aluminiumfolien vor dem Eintritt in Penningfallen von einer Bewegungsenergie von minimal  $5,3 \text{ MeV}$  auf etwa  $5 \text{ keV}$  abgebremst werden. Um deutlich mehr Antiprotonen für die Experimente zur Verfügung zu haben, wurde innerhalb des AD-Rings ein zusätzlicher Entschleunigerring mit dem Namen **ELENA (Extra Low Energy Antiproton)** gebaut. Der Speicherring mit ca. 30 Metern Umfang bremst Protonen vom AD auf Bewegungsenergien von  $0,1 \text{ MeV}$  ab. Außerdem wird mit ELENA eine höhere Strahlintensität erreicht. So werden in den Penningfallen bis zu 100-mal mehr Antiprotonen eingefangen werden können. Erste Tests mit einem Antiprotonenstrahl in ELENA wurden im November 2016 durchgeführt. Während der nächsten großen Umbauphase am CERN von 2019 bis 2020 wird ELENA auch an die übrigen AD-Experimente angeschlossen werden. Das Bild zeigt ELENA bei unserem CERN-Besuch im April 2017.



Die meisten (99,9%) der im AD entschleunigten Antiprotonen gehen verloren, wenn sie mithilfe von Aluminiumfolien vor dem Eintritt in Penningfallen von einer Bewegungsenergie von minimal  $5,3 \text{ MeV}$  auf etwa  $5 \text{ keV}$  abgebremst werden. Um deutlich mehr Antiprotonen für die Experimente zur Verfügung zu haben, wurde innerhalb des AD-Rings ein zusätzlicher Entschleunigerring mit dem Namen **ELENA (Extra Low Energy Antiproton)** gebaut. Der Speicherring mit ca. 30 Metern Umfang bremst Protonen vom AD auf Bewegungsenergien von  $0,1 \text{ MeV}$  ab. Außerdem wird mit ELENA eine höhere Strahlintensität erreicht. So werden in den Penningfallen bis zu 100-mal mehr Antiprotonen eingefangen werden können. Erste Tests mit einem Antiprotonenstrahl in ELENA wurden im November 2016 durchgeführt. Während der nächsten großen Umbauphase am CERN von 2019 bis 2020 wird ELENA auch an die übrigen AD-Experimente angeschlossen werden. Das Bild zeigt ELENA bei unserem CERN-Besuch im April 2017.

Das erste Experiment, für das Antiprotonen aus ELENA verwendet werden sollen, ist das **GBAR-Experiment**. Mit diesem Experiment möchte man überprüfen, ob das **schwache Äquivalenzprinzip der Allgemeinen Relativitätstheorie** auch für Antimaterie gültig ist. (vgl. Kap. VIII, S. 434). Dazu wird auf einer  $20 \text{ cm}$  langen senkrechten Fallstrecke die Fallbeschleunigung Antiwasserstoffatomen gemessen.



## 14) Das AMS-Experiment:

### Die AMS-Mission:

**AMS** steht für **Alpha-Magnetic-Spektrometer**. Das Experiment wurde unter der Leitung des amerikanischen Physikers und Nobelpreisträgers **Samuel Ting** von 500 Physikern aus 16 Ländern entwickelt.

Mit einem **Teilchendetektor**, der den Detektoren am CERN ähnelt, identifiziert AMS **Teilchen und Antiteilchen der kosmischen Strahlung** und misst deren Energie und Impuls.

**Bis April 2015** registrierte AMS mehr als **60 Milliarden Teilchen**: Elektronen, Positronen, Protonen, Antiprotonen und schwerere Atomkerne mit Energien bis in den TeV-Bereich.

Kosmische Antiteilchen können nur außerhalb der Erdatmosphäre nachgewiesen werden, weil sie annihilieren, sobald sie in der Erdatmosphäre auf Elektronen treffen. Deshalb wurde AMS **2011** an Bord des Space shuttles Endeavour zur **Internationalen Raumstation ISS** gebracht und dort installiert.

Seit 2006 können durch Experimente auf Forschungssatelliten wie dem **Gamma-Teleskop Fermi** oder dem auf einem russischen Satelliten installierten **PAMELA-Experiment** außerhalb der Erdatmosphäre **Positronen** nachgewiesen und vermessen werden.

Die Vorzüge von AMS liegen in der wesentlich **größeren Messgenauigkeit insbesondere im Bereich hoher Teilchenenergien**.

Das wichtigste Ziel des AMS-Experiments ist es, neue Erkenntnisse über das Wesen der **Dunklen Materie** zu gewinnen. Mit der Suche nach kosmischer Antimaterie verfolgt AMS insbesondere den Lösungsansatz zum Problem der **Asymmetrie von Materie und Antimaterie**, der von isolierten Antimaterieuniversen ausgeht. (vgl. S. 476). Wenn ein **Antikohlenstoff-Kern** gefunden würde, wäre das ein Hinweis auf die Existenz von Antimateriegalaxien. Kohlenstoff und gegebenenfalls Antikohlenstoff wird durch Kernfusion in Sternen erzeugt und kann nicht in der Zeit vor der Bildung der ersten Sterne und Galaxien nach dem Urknall entstanden sein.

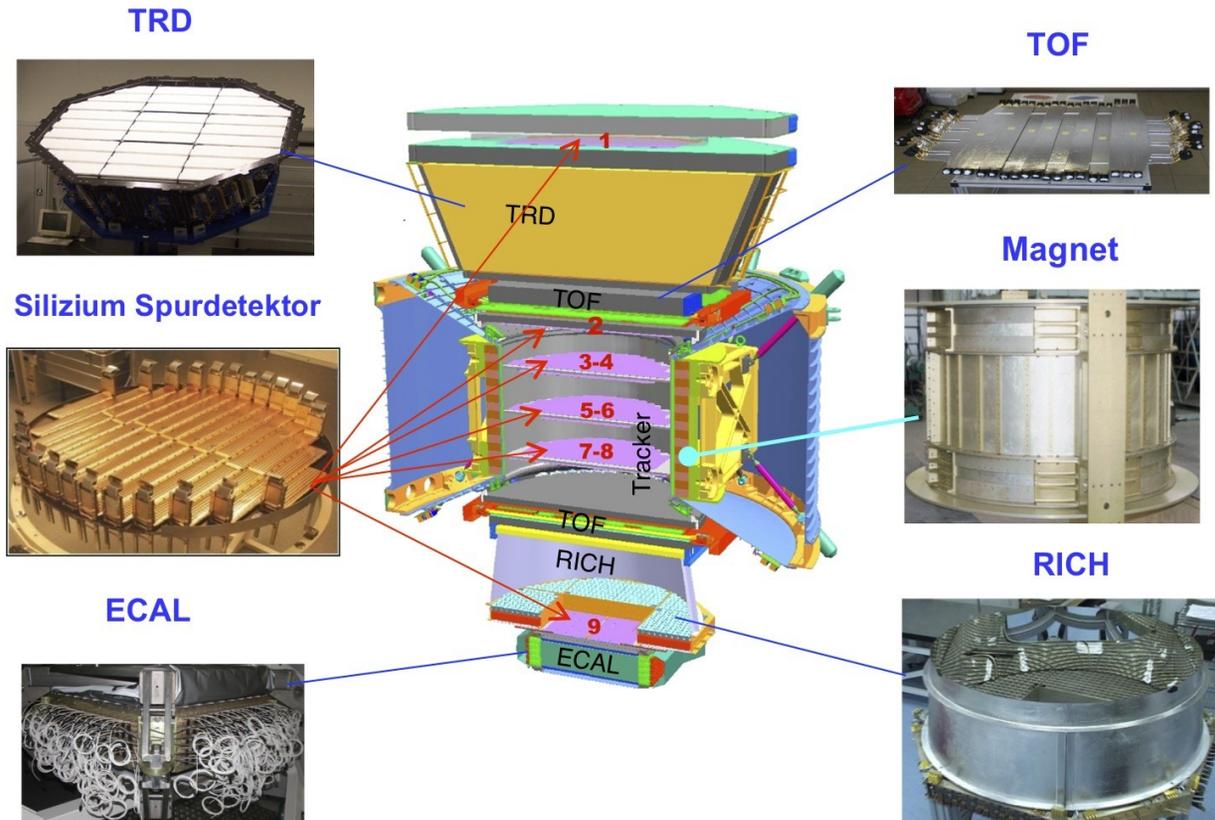


AMS wurde vor dem Start am **CERN** zusammengebaut, getestet und wird vom **AMS-Kontrollzentrum** am CERN (Bild links) überwacht. Die Mission soll bis zum Jahr **2024** dauern.

### Aufbau des AMS-Detektors:

Das Kernstück des 8,5 Tonnen schweren AMS-Experiments ist ein 1,2 Tonnen schwerer **Neodym-Permanentmagnet**. Wenn Teilchen oder Antiteilchen in das Magnetfeld gelangen, wird ihre Bahn abhängig von Ladung und Impuls gekrümmt.

Die Teilchenbahnen werden von **Silizium-Spurdetektoren (Tracker)** innerhalb des Magnetfeldes aufgezeichnet. Zur Messung von Energie, Masse und Impuls der kosmischen Teilchen und Antiteilchen enthält AMS mehrere Detektortypen, wie sie auch am CERN verwendet werden: Ein **elektromagnetisches Kalorimeter (ECAL)**, einen **Cherenkov-Detektor (RICH)**, ein **Flugzeitmassenpektrometer (TOF)** und einen **Übergangsstrahlungsdetektor (TRD)**.



### Übergangsstrahlungsdetektor:

Bei den von AMS durchgeführten Messungen spielte der **Übergangsstrahlungsdetektor** eine besonders wichtige Rolle. **Übergangsstrahlung** ist eine Strahlung im Röntgenbereich, die auftritt, wenn hochenergetische, elektrisch geladene Teilchen die Grenzfläche zweier Medien unterschiedlicher elektrischer Leitfähigkeit passieren. Weil der Effekt sehr schwach ist, sind Übergangsstrahlendetektoren aus vielen dünnen Folienschichten mit unterschiedlicher elektrischer Leitfähigkeit aufgebaut. Bei jedem Übergang von einer Folie in die nächste wird Übergangsstrahlung emittiert. Die Strahlungsintensität der Übergangsstrahlung ist direkt proportional zum Lorentzfaktor  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E}{m_0 c^2}$  (vgl. Kap. VII, S. 373). Deshalb kann man aus der

Strahlungsintensität der Übergangsstrahlung bei bekannter Teilchenenergie die Ruhemasse des Teilchens bestimmen und damit das Teilchen identifizieren.

## Forschungsergebnisse:

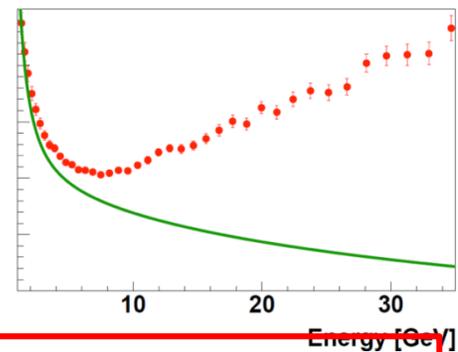
AMS misst die Energien von kosmischen Elektronen und Positronen. Paare von Elektronen und Positronen entstehen in der Regel infolge von Kollisionen hochenergetischer Teilchen aus der kosmischen Strahlung mit Atomkernen in der äußeren Erdatmosphäre. AMS misst den **Überschuss an kosmischen Positronen** bei unterschiedlichen Energien.

Bis 2014 identifizierte AMS etwa 41 Milliarden kosmischer Teilchen. Unter diesen waren etwa 10 Millionen Elektronen und Positronen in einem Energiebereich von  $0,5 \text{ GeV}$  bis  $500 \text{ GeV}$ . Bis 2015 wurden von AMS etwa 60 Milliarden Teilchen der kosmischen Strahlung registriert und vermessen.

Die Energieverteilung der registrierten kosmischen Positronen stimmt bis zu einer Energie von  $8 \text{ GeV}$  mit den Erwartungen überein. Man nimmt an, dass in der Sonne, in anderen Sternen und in Galaxien Positronen erzeugt werden, deren Energieverteilung der von AMS in diesem Bereich gemessenen Energieverteilung entspricht.

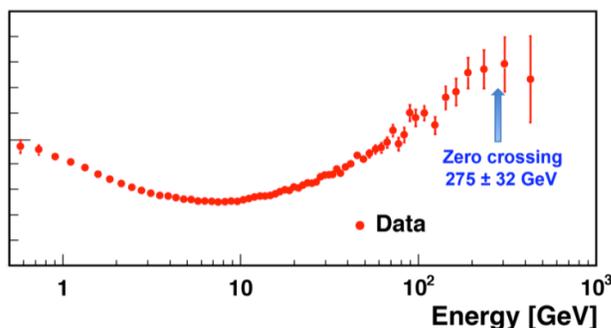
Wenn nur bekannte Quellen kosmischer Positronen berücksichtigt werden, sollte der Positronenüberschuss bei Energien oberhalb von  $8 \text{ GeV}$  abnehmen (grüne Kurve im rechten Diagramm).

AMS (rote Messwerte im Diagramm) misst aber, wie vorher auch die Experimente Fermi und PAMELA, einen **Anstieg des Positronenüberschusses bei hohen Energien, der mit Zunahme der Energie allmählich abflacht**.



**Hochenergetische Positronen könnten möglicherweise bei Kollisionen hypothetischer Dunkle-Materie-Teilchen wie Neutralinos entstehen.**

**Neutralinos** sind die hypothetischen supersymmetrischen Partnerteilchen der Neutrinos und damit WIMP-Teilchen (vgl. Kap. VI, S. 316). Falls Neutralinos Majorana-Teilchen und damit ihre eigenen Antiteilchen sind, würden sie zerstrahlen, wenn sie aufeinandertreffen. Aus der Annihilationsstrahlung könnten durch Paarerzeugungsprozesse unter anderem Positronen mit einer hohen, charakteristischen Energie (beispielsweise  $275 \text{ GeV}$ ) entstehen.



Die **2015** veröffentlichten Messdaten von AMS zeigen, dass der Positronenüberschuss **bei etwa  $275 \text{ GeV}$  ein Maximum** erreicht und dann möglicherweise abfällt.

Falls Annihilationsprozesse von Neutralinos die Ursache für den von AMS gemessenen Positronenüberschusses bei der Energie  $275 \text{ GeV}$  ist, sollte der Positronenüberschusses oberhalb der Energie  $275 \text{ GeV}$  rasch abfallen.

Stellt sich jedoch heraus, dass der Positronenüberschuss stufenweise abfällt, so könnten **Pulsare** oder **Supernova-Überreste** in bisher unbekannter Weise Quellen kosmischer Positron bilden.

Eine Aussage über den tatsächlichen Ursprung der hochenergetischen kosmischen Positronen lassen die Messergebnisse des AMS-Experiments bisher noch nicht zu. Als großer Erfolg von AMS kann aber folgende Entdeckung gewertet werden: **In der Milchstraße oder in der Umgebung der Milchstraße gibt es eine bisher unbekannt Quelle, die Positronen mit einer Grenzenergie von einigen hundert  $\text{GeV}$  erzeugt.**

## Aufgaben zu Kapitel IX Grundlagen der Teilchenphysik:

### Aufgabe 1: Das Rutherford'sche Atommodell

- 1) Wie groß wäre, wenn man von den Größenverhältnissen des Rutherford'schen Atommodells ausgeht, ein Modell des Wasserstoffatoms, in dem der Atomkern durch eine Erbse dargestellt wird?
- 2) Die Erde ist  $1,496 \cdot 10^8 \text{ km}$  von der Sonne entfernt. Diese Entfernung bezeichnet man auch als Astronomische Einheit ( $AE$ ).

Für die Planeten erhält man folgende mittlere Bahnradien:

Merkur:  $0,387 \text{ AE}$ ; Venus:  $0,723 \text{ AE}$ ; Mars:  $1,52 \text{ AE}$ ; Jupiter:  $5,20 \text{ AE}$ ;

Saturn:  $9,54 \text{ AE}$ ; Uranus:  $19,2 \text{ AE}$ ; Neptun:  $30,1 \text{ AE}$ ; Pluto (Kleinplanet):  $39,5 \text{ AE}$ .

Die Sonne hat einen Radius von  $6,96 \cdot 10^8 \text{ m}$ .

Vergleiche die Verhältnisse Bahnradius/Sonnenradius im Sonnensystem mit dem Verhältnis Atomradius/Kernradius im Rutherford'schen Atommodell!

### Lösung:

**zu 1)** Der Radius eines Atoms ( $r \approx 10^{-10} \text{ m}$ ) ist etwa 10 000-mal so groß, wie der Radius des Atomkerns ( $r \approx 10^{-14} \text{ m}$ ).

Verwendet man im Modell eine Erbse mit dem Radius  $3 \text{ mm}$  für den Atomkern, so ist der Radius des Atommodells  $30 \text{ m}$  groß.

$$\text{zu 2)} \quad \frac{r_{\text{Sonne}}}{r_{\text{Atomkern}}} = \frac{6,96 \cdot 10^8 \text{ m}}{10^{-14} \text{ m}} \approx 6,96 \cdot 10^{22}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \quad r_{\text{Atommodell}} &= r_{\text{Atom}} \cdot 6,96 \cdot 10^{22} = 10^{-10} \cdot 6,96 \cdot 10^{22} \text{ m} = 6,96 \cdot 10^{12} \text{ m} = \frac{6,96 \cdot 10^{12}}{1,496 \cdot 10^{11}} \text{ AE} \\ &\approx \mathbf{46,5 \text{ AE}} \end{aligned}$$

Wäre der Atomkern so groß wie die Sonne, dann wäre das Atom etwa so groß wie das Sonnensystem. Sogar noch etwas größer.

## **Aufgabe 2: Elektronen im Teilchenbeschleuniger**

Am SLAC in Stanford wurden Elektronen mit Energien von über 1 GeV auf Protonen geschossen.

- 1) Erläutere, wie man aus den Beobachtungen bei den Streuversuchen am SLAC auf eine innere Struktur des Protons schloss!
- 2) Zeige, dass Elektronen mit der Energie 1 GeV bereits praktisch Lichtgeschwindigkeit haben!

Wir betrachten im Folgenden Elektronen, die auf eine Energie von „nur“ 1 MeV beschleunigt wurden.

- 3) Welche Geschwindigkeit hat ein Elektron, das auf 1 MeV beschleunigt wurde? Gib diese Geschwindigkeit auch als Vielfaches der Lichtgeschwindigkeit an!
- 4) Wie groß sind die Anteile der Ruheenergie und der Bewegungsenergie des Elektrons an der Gesamtenergie, wenn ein Elektron auf eine Gesamtenergie von 1 MeV (auf 1 GeV) beschleunigt wurde? Welche Konsequenz kann man daraus bei energetischen Berechnungen ziehen?

### **Lösung:**

**zu 1)** Die meisten Elektronen durchfliegen das Proton unabgelenkt. Vereinzelt kommt es zu seitlichen Ablenkungen oder gar Rückstreuung.

⇒ Man kann auf eine innere Struktur des Protons schließen. (Quarks im Proton!)

**zu 2)**

$$E = \gamma \cdot E_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot E_0$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}} \cdot c = \sqrt{1 - \frac{(0,511 \text{ MeV})^2}{(10^3 \text{ MeV})^2}} \approx 0,99999987 \cdot c \approx c$$

**zu 3)**  $v = \sqrt{1 - \frac{E_0^2}{E^2}} \cdot c = \sqrt{1 - \frac{(0,511 \text{ MeV})^2}{(1 \text{ MeV})^2}} \approx 0,86 \cdot c$

**zu 4)**  $E_{kin} = E - E_0 \Rightarrow \frac{E_{kin}}{E} = 1 - \frac{E_0}{E}$

Bei  $E = 1 \text{ MeV}$ :  $\frac{E_0}{E} = \frac{0,511 \text{ MeV}}{1 \text{ MeV}} = 51,1\%$   $\frac{E_{kin}}{E} = 1 - \frac{E_0}{E} = 1 - 0,511 = 48,9\%$

Bei  $E = 1 \text{ GeV}$ :  $\frac{E_0}{E} = \frac{0,511 \text{ MeV}}{1 \text{ GeV}} \approx 0,051\%$   $\frac{E_{kin}}{E} = 1 - \frac{E_0}{E} = 1 - 0,051\% \approx 99,95\%$

Bei einer Gesamtenergie von 1 MeV sind die Anteile von Ruheenergie und Bewegungsenergie an der Gesamtenergie des Elektrons etwa gleich groß. Beide Energieformen müssen bei Berechnungen berücksichtigt werden. Sie können näherungsweise gleichgesetzt werden.

Bei einer Gesamtenergie von 1 GeV ist der Anteil der Ruheenergie an der Gesamtenergie im Vergleich zum Anteil der Bewegungsenergie sehr klein. Bei Berechnungen kann die Ruheenergie des Elektrons näherungsweise vernachlässigt werden.

### **Aufgabe 3: Relativistische Energie von Protonen**

- 1) Welche Energie hat ein Proton, das auf eine Geschwindigkeit von 80% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigt wurde?
- 2) Begründe, dass die Energie eines aus der Ruhe auf 80% der Lichtgeschwindigkeit beschleunigten Protons größer ist, als die zugeführte Beschleunigungsarbeit!
- 3) Welche Spannung wäre nötig, um das Proton in einem elektrischen Feld auf 80% der Lichtgeschwindigkeit zu beschleunigen?

#### **Lösung:**

zu 1)  $E = \gamma \cdot E_0 = \frac{1}{\sqrt{1-0,8^2}} \cdot 938,27 \text{ MeV} \approx \mathbf{1564 \text{ MeV}}$

zu 2)  $E = E_0 + E_{kin}$ ; Die Gesamtenergie des Protons setzt sich aus Ruheenergie und Bewegungsenergie zusammen. Die Beschleunigungsarbeit entspricht der Bewegungsenergie.

zu 3)  $W_{Beschl.} = e \cdot U = E_{kin} = E - E_0$

$$\Rightarrow U = \frac{E - E_0}{e} \approx \frac{1564 \text{ MeV} - 938 \text{ MeV}}{e} \approx \mathbf{626 \text{ MV}}$$

### **Aufgabe 4: Aufbau eines Neutrons aus Quarks**

- 1) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es, ein Neutron aus Quarks aufzubauen, wenn man die Farbladung der Quarks in die Überlegung mit einbezieht?
  - 2) Vergleiche die Ruhemasse eines Neutrons ( $m_n = 939,57 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ ) mit der Masse der im Neutron enthaltenen Quarks! Was fällt auf?
  - 3) Der Massenunterschied zwischen dem Neutron und den im Neutron enthaltenen Quarks lässt sich nach  $E = \Delta m \cdot c^2$  als Bindungsenergie interpretieren, die die Quarks im Neutron zusammenhält. Berechne die in einem Neutron enthaltene Bindungsenergie! Wie viele Prozent der Ruheenergie eines Neutrons entfallen auf die Bindungsenergie?
- Gehe dabei von folgenden Ruhemassen aus: up-Quark:  $2,3 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ , down-Quark:  $4,8 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ .

#### **Lösung:**

zu 1) 3 Möglichkeiten für Neutron n(ddd):  $\left( \begin{smallmatrix} d & d & u \\ \text{rot} & \text{grün} & \text{blau} \end{smallmatrix} \right), \left( \begin{smallmatrix} d & d & u \\ \text{blau} & \text{rot} & \text{grün} \end{smallmatrix} \right), \left( \begin{smallmatrix} d & d & u \\ \text{blau} & \text{grün} & \text{rot} \end{smallmatrix} \right)$

zu 2)

$$m_{\text{Quarks}} = 2 \cdot m_u + m_d = 2 \cdot 2,3 \frac{\text{MeV}}{c^2} + 4,8 \frac{\text{MeV}}{c^2} = 9,4 \frac{\text{MeV}}{c^2} \Rightarrow \frac{m_n}{m_{\text{Quarks}}} = \frac{939,57}{9,4} \approx \mathbf{100}$$

Die Quarks im Neutron wiegen zusammen also deutlich weniger als das Neutron!

zu 3)

$$\Delta m = m_n - m_{\text{Quarks}} = 930 \frac{\text{MeV}}{c^2}$$

$$\Rightarrow E_{\text{Bind}} = \Delta m \cdot c^2 = 930 \frac{\text{MeV}}{c^2} \cdot c^2 = \mathbf{930 \text{ MeV}}$$

$$\frac{E_{\text{Bind}}}{E_n} = \frac{930 \text{ MeV}}{939,57 \text{ MeV}} \approx \mathbf{98,98 \%}$$

### Aufgabe 5: Der Betazerfall

Beim Betazerfall des Goldisotops  ${}^{198}_{79}\text{Au}$  in das Quecksilberisotop  ${}^{198}_{80}\text{Hg}$  wandelt sich im Kern des Ausgangsatoms ein Neutron in ein Proton um.

Die Kernmassen der beiden Isotope werden in einer Formelsammlung zu  $m_K(\text{Au } 198) = 197,968242 u$  und  $m_K(\text{Hg } 198) = 197,966769 u$  angegeben.

Für die atomare Masseneinheit  $u$  gilt:  $uc^2 = 931,49 \text{ MeV}$

- 1) Gib die vollständige Reaktionsgleichung des Betazerfalls von  ${}^{198}_{79}\text{Au}$  an!
- 2) Zeichne ein Feynman-Diagramm zu diesem Betazerfall!
- 3) Warum muss beim  $\beta^-$ -Zerfall zusätzlich zu einem Elektron noch ein Elektron-Antineutrino  $\bar{\nu}_e$  entstehen?
- 4) Berechne die bei diesem Betazerfall freiwerdende Reaktionsenergie!  
Was passiert mit dieser Energie?

Für ein bei einem Betazerfall von  ${}^{198}_{79}\text{Au}$  emittiertes Elektron wird die Geschwindigkeit zu 75% der Lichtgeschwindigkeit gemessen.

- 5) Berechne unter der Annahme, dass der Goldkern vor dem Betazerfall und der beim Betazerfall entstandene Quecksilberkern in Ruhe sind, Energie und Impuls des beim diesem Betazerfall entstanden Elektron-Antineutrinos!

#### Lösung:

zu 1)  ${}^{198}_{79}\text{Au} \rightarrow {}^{198}_{80}\text{Hg} + {}^0_{-1}e^- + {}^0_0\bar{\nu}_e$

zu 2) siehe rechts!

zu 3) Ohne das Elektron-Antineutrino wäre die schwache Ladung  $I$  nicht erhalten:

$$I_d = -\frac{1}{2} \neq I_u + I_{e^-} = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) = 0$$

$$I_d = -\frac{1}{2} = I_u + I_{e^-} + I_{\bar{\nu}_e} = \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right)$$

zu 4)  $\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = (m_K(\text{Au } 198) - m_K(\text{Hg } 198)) \cdot c^2 = (197,968242 - 197,966769) uc^2$

$$= 1,473 \cdot 10^{-3} \cdot 931,49 \text{ MeV} = \mathbf{1,372 \text{ MeV}}$$

Die Reaktionsenergie verteilt sich als Bewegungsenergie auf den Hg-Kern, das Elektron und das Elektron-Antineutrino.

zu 5)

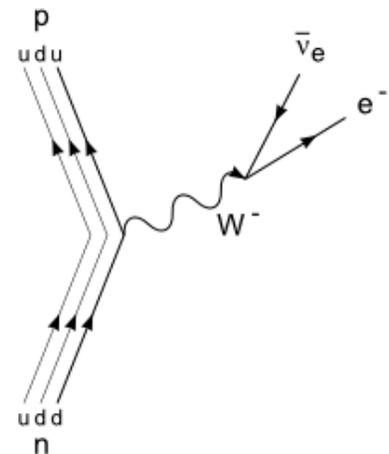
Energieerhaltung:  $E_0(\text{Au}) = E_0(\text{Hg}) + E_e + E_{\bar{\nu}_e}$

$$\Rightarrow E_{\bar{\nu}_e} = E_0(\text{Au}) - E_0(\text{Hg}) - E_e = \Delta E - \gamma \cdot E_{0,e} = 1,372 \text{ MeV} - \frac{1}{\sqrt{1 - 0,75^2}} \cdot 0,511 \text{ MeV} \approx \mathbf{0,60 \text{ MeV}}$$

Impulserhaltung:  $\vec{p}(\text{Au}) = \vec{p}(\text{Hg}) + \vec{p}_e + \vec{p}_{\bar{\nu}_e}$

$$\vec{p}(\text{Au}) = \vec{p}(\text{Hg}) = \vec{0} \Rightarrow \vec{p}_e = -\vec{p}_{\bar{\nu}_e} \Rightarrow p_e = p_{\bar{\nu}_e}$$

$$\Rightarrow p_{\bar{\nu}_e} = p_e = \frac{\sqrt{E_e^2 - E_{0,e}^2}}{c} = \frac{\sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot E_{0,e}}{c} = \frac{\sqrt{1 - 0,75^2} - 1 \cdot 0,511 \text{ MeV}}{c} = \mathbf{0,579 \frac{\text{MeV}}{c}}$$



### **Aufgabe 6: Ruhemasse des top-Quarks**

In der Formelsammlung findet man für die Atommasse des Goldatoms  $196,966543 u$ .

Für die atomare Masseneinheit  $u$  gilt:  $uc^2 = 931,49 \text{ MeV}$

- 1) Warum darf man die Masse eines Goldkerns näherungsweise mit der Atommasse von Gold gleichsetzen?
- 2) Gib die Masse eines Goldkerns in  $\text{kg}$ ,  $\frac{\text{MeV}}{c^2}$  und als Vielfaches einer Elektronenmasse an!
- 3) Vergleiche die Masse eines top-Quarks mit der Masse des Goldkerns!

### **Lösung:**

zu 1) Die Masse eines Atoms ist im Atomkern konzentriert.

Die Masse eines einzigen Kernbausteins (Proton, Neutron) ist mit etwa  $939 \frac{\text{MeV}}{c^2}$  fast 2000-mal so groß wie die Masse eines Elektrons  $m_e = 0,511 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ . Ein Goldkern enthält 197 Nukleonen!

zu 2)  $m_{\text{Gold}} = 196,966543 u = 196,966543 \cdot 931,49 \frac{\text{MeV}}{c^2} \approx 1,83 \cdot 10^5 \frac{\text{MeV}}{c^2}$

Ein Elektron hat die Ruhemasse  $m_e = 0,511 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ .

$$\Rightarrow m_{\text{Gold}} = \frac{1,83 \cdot 10^5}{0,511} \cdot m_e \approx 3,6 \cdot 10^5 \cdot m_e$$

zu 3) Die Ruhemasse des top-Quarks liegt nach aktuellem Kenntnisstand bei  $173210 \pm 510 \frac{\text{MeV}}{c^2}$ .

Somit ist die Masse eines top-Quarks etwa so groß wie die Masse eines Goldkerns.

### **Aufgabe 7: Paarerzeugung**

- 1) In der Nähe eines Atomkerns, auf den Impuls übertragen werden kann, kann durch Paarerzeugung aus einem Photon ein Teilchen-Antiteilchen-Paar entstehen.

Die Energie eines Photons ist nach  $E_\gamma = \frac{hc}{\lambda}$  durch die Wellenlänge  $\lambda$  festgelegt.

Welche Wellenlängen darf ein solches Photon höchstens haben, damit aus dem Photon ein Elektron-Positron-Paar entstehen kann?

- 2) Der Wellenlängenbereich des sichtbaren Lichts wird durch das Intervall  $[400 \text{ nm} ; 800 \text{ nm}]$  festgelegt. Entscheide, ob das Photon aus 1) ein Photon mit einer Wellenlänge aus dem Bereich des sichtbaren Lichts sein kann!  
Wenn nicht, welchem Spektralbereich gehört es an?
- 3) Photonen haben keine Ruhemasse.  
Begründe mithilfe der Speziellen Relativitätstheorie, dass masselose Photonen sich immer mit Lichtgeschwindigkeit bewegen!
- 4) Leite aus der Formel für die Photonen-Energie die Formel  $p_\gamma = \frac{h}{\lambda}$  für den Impuls des Photons ab!

**Lösung:**

zu 1) Energieerhaltung:  $E_{\gamma, \min} = 2 \cdot E_{0,e} = 1,022 \text{ MeV}$

Die Rückstoßenergie des Atomkerns, auf den Impuls übertragen wird, ist vernachlässigbar klein.

(Impulserhaltung im Schwerpunktsystem des Elektron-Positron-Paares:  $p_{\gamma} = \frac{E_{\gamma, \min}}{c} = p_{\text{Kern}}$ )

$$\Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{hc}{E_{\gamma, \min}} = \frac{4,1357 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s} \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,022 \cdot 10^6 \text{ eV}} \approx 1,2 \cdot 10^{-12} \text{ m} = \mathbf{1,2 \text{ pm}}$$

zu 2) Das Photon ist ein Gammaphoton.

zu 3) Relativistische Energie-Impuls-Beziehung:  $E^2 = E_0^2 + c^2 p^2 = m_0^2 c^4 + c^2 p^2$

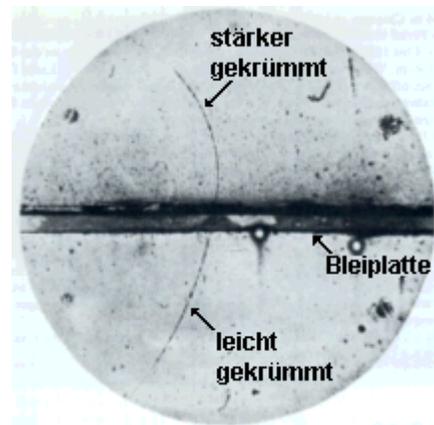
Für masselose Photonen folgt:  $E = cp$

Mit  $E = \gamma \cdot E_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot m_0 c^2$  und  $p = \gamma \cdot m_0 \cdot v$  folgt für Photonen:  $c^2 = v \cdot c \Rightarrow v = c$

zu 4)  $E_{\gamma} = p_{\gamma} c = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow p_{\gamma} = \frac{h}{\lambda}$

**Aufgabe 8: Antiteilchen in der Nebelkammer**

- 1) Informiere Dich, wie eine Nebelkammeraufnahme, wie sie rechts dargestellt ist, entsteht!
- 2) Wie ist das Magnetfeld ausgerichtet, in dem sich die Nebelkammer befand, mit der die Aufnahme gemacht wurde?  
Begründe, warum die Spur des Positrons im oberen Teil der Aufnahme stärker gekrümmt ist!



**Lösung:**

zu 1) In einer gesättigten Alkohol-Wasserdampf-Lösung bilden hindurchfliegende Teilchen im Unterdruck Kondensationskeime. Alkohol- bzw. Wassertröpfchen lagern sich an die Keime an und werden, ähnlich wie der Kondensstreifen eines Düsenflugzeugs, als Nebelspuren sichtbar.

zu 2) Die Richtung des Magnetfeldes finden wir mit der Drei-Finger-Regel der rechten Hand, da es sich bei dem Positron um ein positiv geladenes Teilchen handelt:

Daumen zeigt in Bewegungsrichtung des Teilchens:  $\uparrow$   
Mittelfinger zeigt in Richtung der Lorentzkraft:  $\leftarrow$

$\Rightarrow$  Zeigefinger zeigt in die Blattebene hinein. Dies ist die Richtung des Magnetfeldes.

Krümmungsradius  $r$  der Bahn des Positrons im Magnetfeld:

Die Lorentzkraft übernimmt bei der Kreisbewegung des Positrons die Rolle der Zentripetalkraft.

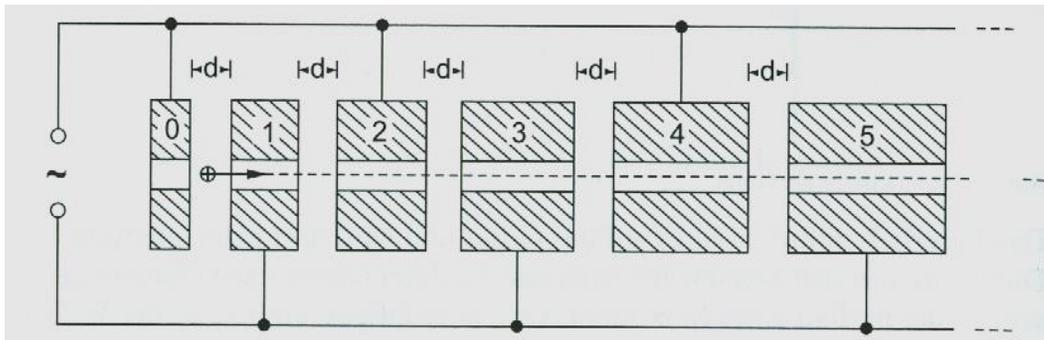
$$F_z = F_m \Rightarrow \gamma \cdot m_0 \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \Rightarrow r = \frac{\gamma \cdot m_0 \cdot v}{e \cdot B} \Rightarrow r \sim v$$

Die Größe  $B$  in der Formel  $e \cdot v \cdot B$  für die Lorentzkraft ist die „magnetische Flussdichte“. Sie gibt an, wie stark das Magnetfeld ist.

Das Positron wurde in der Bleiplatte abgebremst. Dabei hat sich die Geschwindigkeit  $v$  verringert. Folglich wurde der Krümmungsradius  $r$  kleiner.

### Aufgabe 9: Linearbeschleuniger (nach einer Abituraufgabe aus dem Jahr 2012)

Mit einem Linearbeschleuniger, dessen Aufbau die nachfolgende Abbildung schematisch zeigt, können Protonen geradlinig beschleunigt werden.



Betrachtet wird ein Proton, das am Ende der 0-ten Röhre mit vernachlässigbarer Anfangsgeschwindigkeit in den Beschleuniger eingebracht wird. Zwischen je zwei aufeinanderfolgenden Röhren wird das Proton in einem schmalen Spalt der Breite  $d = 2 \text{ cm}$  wie in einem Plattenkondensator mit Plattenabstand  $d$  und der anliegenden Spannung  $U = 6,0 \cdot 10^5 \text{ V}$  beschleunigt. Dies wird durch eine an den Röhren anliegende Wechselspannung der Frequenz  $f = 20 \text{ MHz}$  und des Scheitelwerts  $U_0 = 6,0 \cdot 10^5 \text{ V}$  erreicht. Die Aufenthaltsgeschwindigkeit des Protons in den Spalten soll vernachlässigt werden. Im Inneren der Röhren liegt kein elektrisches Feld vor.

- 1) Berechne den Betrag der elektrischen Kraft auf das Proton und seine Beschleunigung im Spalt zwischen den Röhren!  
Bestimme die Zunahme  $\Delta E_{kin}$  der kinetischen Energie in jedem der Spalte!
- 2) Erläutere, wie sich das Proton im Inneren der Röhren bewegt, und berechne sowohl die kinetische Energie als auch die Geschwindigkeit  $v_7$  des Protons am Ende des 7. Spalts!  
Begründe, warum eine nichtrelativistische Berechnung gerechtfertigt ist!
- 3) Erläutere, weshalb die Röhren in Bewegungsrichtung des Protons eine immer größere Länge haben müssen!  
Berechne die Länge  $s_7$  der 7. Röhre!

#### Lösung:

zu 1)

$$F_{el} = e \cdot E = e \cdot \frac{U}{d} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot \frac{6,0 \cdot 10^5 \text{ V}}{2,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 4,8 \cdot 10^{-12} \text{ N}$$

$$a = \frac{F_{el}}{m_p} = \frac{4,8 \cdot 10^{-12} \text{ N}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 2,9 \cdot 10^{15} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\Delta E_{kin} = U \cdot e = 6,0 \cdot 10^5 \text{ V} \cdot e = 6,0 \cdot 10^5 \text{ eV}$$

zu 2) Das Röhreninnere ist feldfrei. Damit wirkt im Inneren der Röhre keine Kraft auf die Protonen und sie fliegen geradlinig und mit konstanter Geschwindigkeit in Richtung zum nächsten Spalt.

$$E_7 = 7 \cdot \Delta E_{kin} = 7 \cdot 6,0 \cdot 10^5 \text{ eV} = 4,2 \cdot 10^6 \text{ eV} = 4,2 \text{ MeV}$$

$$E_7 = \frac{1}{2} m_p v_7^2 \Rightarrow v_7 = \sqrt{\frac{2 \cdot E_7}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 4,2 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} \approx 2,84 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Die nichtrelativistische Berechnung ist gerechtfertigt, weil die Geschwindigkeit  $v_7 < 0,1 \cdot c$  ist.

**zu 3)** Die Frequenz der Wechselspannung  $f = 20 \text{ MHz}$  ist konstant, die Flugzeit zwischen zwei Spalten also immer gleich  $\frac{T}{2} = \frac{1}{2 \cdot f} = \frac{1}{2 \cdot 20 \cdot 10^6 \frac{1}{s}} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ s}$ . Da die Protonen von Spalt zu Spalt schneller werden, muss die feldfreie Flugstrecke in den Röhren zwischen den Spalten entsprechend größer werden, damit die Protonen „im Takt“ bleiben.

$$s_7 = v_7 \cdot \frac{T}{2} = 2,84 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ s} \approx 71 \text{ cm}$$

### **Aufgabe 10: Der LHC (nach einer Abituraufgabe aus dem Jahr 2016)**

Vorbeschleunigte Protonen treten mit der Anfangsenergie  $E_{min} = 0,450 \text{ TeV}$  in den ringförmigen Beschleuniger LHC ein. Im LHC werden die Protonen durch hochfrequente elektrische Felder in der Zeit  $\Delta t = 20,0 \text{ min}$  weiter auf die Endenergie  $E_{max} = 4,00 \text{ TeV}$  beschleunigt. Hierbei wird vereinfachend angenommen, dass die Teilchen durch ein homogenes Magnetfeld stets auf der gleichen Kreisbahn mit dem Radius  $r = 4,24 \text{ km}$  gehalten werden.

- 1)** Zeige, dass für ein Proton mit der Anfangsenergie  $E_{min}$  der Lorentzfaktor  $\gamma = 480$  beträgt, und weise rechnerisch nach, dass sich ein Proton bereits beim Eintritt in den LHC näherungsweise mit Lichtgeschwindigkeit  $c$  bewegt!

Vereinfachend wird im Folgenden für die Geschwindigkeit der Protonen während der gesamten Zeit  $\Delta t$  die Näherung  $v = c$  verwendet.

- 2)** Die Flussdichte  $B$  des Magnetfeldes steigt in der Zeit  $\Delta t$  vom Wert  $B_{min}$  kontinuierlich auf den Wert  $B_{max}$  an.  
Zeige, dass für die Energie  $E$  eines Protons näherungsweise  $E = r \cdot e \cdot c \cdot B$  gilt, und berechne  $B_{max}$ !
- 3)** Berechne die Anzahl der Umläufe bis zum Erreichen von  $E_{max}$  und die Energie, die einem Proton pro Umlauf durchschnittlich zugeführt wird!  
Gehe dabei von der vereinfachenden Annahme aus, dass ein Proton Energie, die ihm einmal zugeführt wurde, nicht wieder abgibt!

Tatsächlich gibt ein kreisendes Proton elektromagnetische Strahlung ab. Für die Energie  $E_s$  der sogenannten Synchrotronstrahlung, die ein geladenes Teilchen (Ladung  $q$ , Ruheenergie  $E_0$ ) mit als konstant angenommener Energie  $E$  während eines Umlaufs abstrahlt, gilt die Beziehung  $E_s = \frac{q^2}{3\epsilon_0 r} \cdot \left(\frac{E}{E_0}\right)^4$ .

- 4)** Berechne die Energie, die einem Proton mit der Endenergie  $E_{max}$  pro Umlauf zugeführt werden muss, um die Energieabgabe durch Synchrotronstrahlung auszugleichen!  
Begründe, ob die in Teilaufgabe **3)** getroffene vereinfachende Annahme gerechtfertigt war!

Der Ringtunnel des LHC wurde ursprünglich für einen anderen Beschleuniger, den „Large Electron Positron Collider“ (LEP), gebaut. Im LEP wurden Elektronen und Positronen bei hohen Energien zur Kollision gebracht.

- 5)** Vergleiche quantitativ die beiden Beschleuniger im Hinblick auf die Energieabgabe durch Synchrotronstrahlung!  
Gehe davon aus, dass die Protonen die gleiche Energie  $E$  wie die Elektronen bzw. Positronen haben!

### Lösung:

zu 1)

$$E_{min} = \gamma \cdot E_{0,p} \Rightarrow \gamma = \frac{E_{min}}{E_{0,p}} = \frac{0,450 \cdot 10^{12} \text{ eV}}{938,27 \cdot 10^6 \text{ eV}} \approx 480$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_{min}^2}{c^2}}} \Rightarrow v_{min} = \sqrt{\frac{\gamma^2 - 1}{\gamma^2}} \cdot c \approx 0,9999978 \cdot c \approx c$$

zu 2) Die auf die Protonen im Magnetfeld wirkende Lorentzkraft  $F_L$  ist die Zentripetalkraft  $F_Z$ :

$$F_L = F_Z \Rightarrow m \cdot \frac{v^2}{r} = e \cdot v \cdot B \Rightarrow E = m \cdot c^2 = \frac{e \cdot v \cdot B \cdot r}{v^2} \cdot c^2 = r \cdot e \cdot c \cdot B \text{ für } v = c$$

$$B_{max} = \frac{E_{max}}{r \cdot e \cdot c} = \frac{4,00 \cdot 10^{12} \cdot e \cdot V}{4,24 \cdot 10^3 \text{ m} \cdot e \cdot 3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \approx 3,15 \text{ T}$$

zu 3)

$$N = \frac{c \cdot \Delta t}{2\pi r} = \frac{3,0 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 20 \cdot 60 \text{ s}}{2\pi \cdot 4,24 \cdot 10^3 \text{ m}} \approx 13,5 \cdot 10^6$$

$$\Delta E = \frac{E_{max} - E_{min}}{N} = \frac{4,00 \text{ TeV} - 0,450 \text{ TeV}}{13,5 \cdot 10^6} \approx 263 \text{ keV}$$

zu 4)

$$E_{s,max} = \frac{e^2}{3\epsilon_0 r} \cdot \left(\frac{E_{max}}{E_0}\right)^4 = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{3 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}}{\text{Vm}} \cdot 4,24 \cdot 10^3 \text{ m}} \cdot \left(\frac{4,00 \cdot 10^{12} \text{ eV}}{938,27 \cdot 10^6 \text{ eV}}\right)^4 \approx 0,470 \text{ keV}$$

Diese durch Synchrotronstrahlung abgegebene Energie ist sehr viel kleiner als die in **3)** berechnete Energie, weshalb die vereinfachende Annahme gerechtfertigt war.

zu 5) Die Ruheenergie eines Protons beträgt das 1800-fache der Ruheenergie eines Elektrons bzw. Positrons. Somit war die abgestrahlte Energie  $E_s$  beim LEP im Vergleich zum LHC etwa um den Faktor  $1800^4 \approx 10^{13}$  größer.

## Quellen und weiterführende Literatur:

Paul A. Tipler: Moderne Physik, 2. Auflage, Oldenbourg-Verlag, 2010  
Martinus Veltmann, Facts and Mysteries in Elementary Particle Physics, World Scientific Publishing, 2003  
Karl Jakobs: Die Entdeckung des Higgs-Teilchens am CERN, in „Quanten 3“, Hirzel-Verlag, 2015  
Johannes Blümer: Werner Heisenberg und die kosmische Strahlung, in „Quanten 5“, Hirzel-Verlag, 2017  
Netzwerk Teilchenwelt: Unterrichtsmaterial zur Teilchenphysik  
Particle Data Group: Particle Physics Booklet July 2014  
Rolf Landua: Am Rande der Dimensionen. Gespräche über die Physik am CERN, Edition Unsel, 2008  
  
AMS Collaboration: Press Release from 18 September 2014  
AMS Collaboration: Press Release from 15 April 2015  
COMPASS Collaboration: The COMPASS Experiment at CERN, 17 January 2007  
Konrad Kleinknecht: Der CP-Verletzung auf der Spur (Physik Journal 7 (2008) Nr. 8/9)  
Martinus Veltmann: Das Higgs-Boson, Spektrum der Wissenschaft Januar 1987  
Der Spiegel 28/2012: Die Gegenwelt (Antimaterie) (S. 112 bis 123)  
A. Kellerbauer: Das Antimaterierätsel in Physik unserer Zeit 4/2012

## Astronomie und Raumfahrt, Erhard Friedrich Verlag:

### Elementarteilchen und Wechselwirkungen:

Heft 1/2013: Aufbruch zu neuen Horizonten - Kosmoteilchenphysik (S. 47 bis 50)  
Heft 4/2002: Antimaterie - die Materie aus Antiteilchen (S. 36 bis 40)  
Heft 4/2002: Die Sklaverei der Quarks (S. 33 bis 35)  
Heft 5/2007: Quantenelektrodynamik (S. 33 bis 37)  
Heft 5/2007: Die Schwache Wechselwirkung (S. 29 bis 32)  
Heft 5/2007: Quantenchromodynamik (S. 38 bis 41)

### Kosmische Strahlung:

Heft 1/2011: Die Erforschung der kosmischen Strahlung (S. 32 bis 35)  
Heft 1/2011: Die Suche nach ultrahochenergetischen Photonen (S. 45 bis 47)  
Heft 2/2012: 100 Jahre Kosmische Strahlung (Teil 1) (S. 9 bis 13)  
Heft 3/2012: 100 Jahre Kosmische Strahlung (Teil2) (S. 29 bis 32)

## Kosmos Himmelsjahr

Kosmos Himmelsjahr 2014: Das Higgs-Boson und die Entstehung des Universums (S. 246 bis 251)

## Bild der Wissenschaft:

Heft 10/2015: Die Jagd geht weiter (LHC) (S. 32 bis 36)  
Heft 8/2013: Der Zerbrochene Spiegel (LHCb) (S. 44 bis 49)  
Heft 2/2009: Als der Weltraum flüssig war (ALICE) (S. 49 bis 53)  
Heft 10/2015: Fünf auf einen Streich (Pentaquarks) (S. 37)  
Heft 8/2013: Antimaterie aus dem All (AMS) (S. 38 bis 43)  
Heft 10/2015: Das Yin-Yang-Universum (Bedeutung des Higgs-Teilchens für die Kosmol.) (S. 38 bis S. 45)  
Heft 2/2015: Auf Neutrinofang im ewigen Eis (ICECube) (S. 28 bis 31)  
Heft 2/2015: Direkter Blick ins Sonnenfeuer (Neutrinos) (S. 32 bis 34)  
Heft 2/2015: Geisterjagd im fernen Osten (Neutrinos) (S. 35 bis 39)  
Heft 2/2015: Botschaften aus dem Erdinneren (Neutrinos) (S. 40 bis 45)

### **Spektrum der Wissenschaft:**

Juli 2013: Große Geheimnisse um kleine Teilchen (Neutrinos) (S. 46 bis 66)

### **Praxis der Naturwissenschaften Physik:**

Heft 6/52, 2003: R. Müller: Die Masse der Neutrinos (S. 30 bis 32)

### **Filme:**

MPI-Film „Urknall im Tunnel“ (LHC und LHC-Detektoren, insb. LHCb)

CERN - Eine 50-jährige Reise ins Herz der Materie (CERN)

LHC - Die supraleitenden Magneten (CERN)

Abenteuer Wissen - Die Antimaterie

### **Themen für Seminararbeiten und Referate:**

- **Antimaterie in der Kosmologie und am CERN**

→ Der Antiprotonendecelerator AD

- **Die kosmische Strahlung**

→ Das Pierre-Auger-Observatorium in Argentinien

- **Die LHC-Experimente am CERN**

→ Das CMS-Experiment

- **Supraleitung**

→ Der Einsatz supraleitender Materialien beim LHC

- **COMPASS - Die Erforschung der innersten Spinstruktur des Protons**

→ Der Elektronenspin

- **Der Higgs-Mechanismus und das Higgsteilchen**

→ Die Entdeckung des Higgs-Teilchens am ATLAS-Detektor

- **Das AMS-Experiment auf der Internationalen Raumstation ISS**

→ Die Suche nach Dunkle-Materie-Teilchen mit AMS

- **Eine Exkursion mit dem W-Seminar ans CERN (Erfahrungsbericht und Leitfaden für Exkursionen ans CERN)**

→ Ein Überblick über CERN - das Europäische Forschungszentrum für Teilchenphysik

## Bildquellen:

### I. Orientierung am Nachthimmel

- Seite 1: <http://www.weltraumport.de/events/kurse/geschichte/lich-geschichte.html>
- Seite 2: <https://de.wikipedia.org/wiki/Aristoteles>  
Astronomie und Raumfahrt, Heft 2/1994, S. 15
- Seite 3: [https://de.wikipedia.org/wiki/Claudius\\_Ptolemäus](https://de.wikipedia.org/wiki/Claudius_Ptolemäus)  
Astronomie und Raumfahrt, Heft 2/1994, S. 15  
[https://www.oebv.at/system/files/celum/378407\\_39-02marsbahn.jpg](https://www.oebv.at/system/files/celum/378407_39-02marsbahn.jpg)  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Geozentrisches\\_Weltbild](https://de.wikipedia.org/wiki/Geozentrisches_Weltbild)
- Seite 4: Astronomie und Raumfahrt, Heft 2/1994, S. 9
- Seite 6: <http://www.wissen.de/lexikon/kopernikus-nikolaus>
- Seite 7: Astronomie und Raumfahrt, Heft 2/1994, S. 16  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Galileo\\_Galilei](https://de.wikipedia.org/wiki/Galileo_Galilei)
- Seite 9: [https://de.wikipedia.org/wiki/Johannes\\_Kepler#/media/File:Johannes\\_Kepler\\_1610.jpg](https://de.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler#/media/File:Johannes_Kepler_1610.jpg)  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Isaac\\_Newton](https://en.wikipedia.org/wiki/Isaac_Newton)
- Seite 12: <https://www.av.ph.tum.de/Bios/Foucault.php>  
<https://www.haw-hamburg.de/ti-mp/pendel.html>
- Seite 13: [http://www.uni-kassel.de/fb14/geohydraulik/Lehre/Ing\\_geophysik/Ing\\_Geophysik\\_Sum14.html](http://www.uni-kassel.de/fb14/geohydraulik/Lehre/Ing_geophysik/Ing_Geophysik_Sum14.html)
- Seite 20: <https://astrogarten-shop.de/de/zubehoer/literatur/drehbare-kosmos-sternkarte.html>
- Seite 25: <http://www.gatti.de/LEXIKON/inhalte/erdumlaufbahn.html>  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Ekliptik>

### II. Licht, Spektroskopie und Teleskope

- Seite 33: Hammer, Knauth, Kühnel: Physik 12, Oldenbourg-Verlag, 1997 (bearbeitet)
- Seite 34: <http://micro.magnet.fsu.edu/optics/timeline/people/fraunhofer.html>  
Hammer, Knauth, Kühnel: Physik 12, Oldenbourg-Verlag, 1997
- Seite 38: [http://bass2000.obspm.fr/solar\\_spect.php](http://bass2000.obspm.fr/solar_spect.php)
- Seite 39: <http://www.rapp-instruments.de/foto/spectrum/spectrum.htm>  
Beckmann, Epperlein: Astronomie Grundkurs, Manz-Verlag, 1989
- Seite 43: <https://de.wikipedia.org/wiki/Fraunhoferlinie>
- Seite 44: [http://bass2000.obspm.fr/solar\\_spect.php](http://bass2000.obspm.fr/solar_spect.php)  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Cassegrain-Teleskop>  
<http://spiegelteleskop.blogspot.de/2010/04/ideen-und-rechherchen.html>
- Seite 45: <http://inspirehep.net/record/1249834/plots>
- Seite 46: <https://seti.berkeley.edu/keck>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/K%C3%BCnstlicher\\_Leitstern](https://de.wikipedia.org/wiki/K%C3%BCnstlicher_Leitstern)  
[http://www.hexagonmetrology.de/ESO-Very-Large-Telescope-VLT-Paranal\\_203.htm](http://www.hexagonmetrology.de/ESO-Very-Large-Telescope-VLT-Paranal_203.htm)  
<https://seti.berkeley.edu/keck>
- Seite 47: <http://www.eso.org/public/germany/news/eso1238/>
- Seite 48: [https://de.wikipedia.org/wiki/Allg%C3%A4uer\\_Volkssternwarte\\_Ottobeuren](https://de.wikipedia.org/wiki/Allg%C3%A4uer_Volkssternwarte_Ottobeuren)  
[http://www.sternwarte-oberallgaeu.de/httpwww-sternwarte-oberallgaeu-defa\\_gallerygalerie](http://www.sternwarte-oberallgaeu.de/httpwww-sternwarte-oberallgaeu-defa_gallerygalerie)  
<http://www.usm.uni-muenchen.de/Geschichte.php>
- Seite 49: <http://www.world-of-volcanoes.de/thread.php?threadid=291&sid=ec6c32596821ae654afd804f4073bfd1>  
<http://www.wendelstein-observatorium.de/>
- Seite 50: <https://de.wikipedia.org/wiki/Hubble-Weltraumteleskop>  
<http://www.americaspace.com/?p=59021>
- Seite 51: [http://sluggerotoole.com/2012/09/26/we-stared-at-this-patch-of-sky-for-about-22-days/hubble\\_xdf\\_data/](http://sluggerotoole.com/2012/09/26/we-stared-at-this-patch-of-sky-for-about-22-days/hubble_xdf_data/)
- Seite 52: <http://hubblesite.org/gallery/printshop/ps10/>  
<http://www.bild.de/news/ausland/weltall/die-gefahr-aus-dem-all-sonnenstuerme-asteroiden-28115956.bild.html>  
<http://heritage.stsci.edu/2005/02/supplemental.html>  
<http://apod.nasa.gov/apod/ap141109.html>

- Seite 53: <http://theconversation.com/where-are-the-missing-gravitational-waves-47940>  
<http://www.jb.man.ac.uk/distance/frontiersfacts.html>
- Seite 54: <https://www.amazon.de/Solides-Gyroskop-Balanciert-Farblsch-Sortiert/dp/B000X4FSH8>  
<http://www.spaceflightinsider.com/missions/space-observatories/james-webb-space-telescope-will-take-hubbles-legacy-farther/>
- Seite 55: [http://www.freenet.de/archiv/nasa-widerspricht-2012mythos\\_3137718\\_4765490.html](http://www.freenet.de/archiv/nasa-widerspricht-2012mythos_3137718_4765490.html)  
<http://www.physikblog.eu/2009/05/09/bild-des-zentrums-der-milchstrasse/>  
<http://www.sternzeit-online.de/archiv-suche/2-2012/2012-2-zentrum-milchstrasse/>
- Seite 56: <http://footage.framepool.com/de/shot/366051460-adlernebel-kosmologie-evolution-sternengeburt>
- Seite 57: <http://www.mpia.de/news/wissenschaft/2012-11-dunkelwolke>
- Seite 58: [http://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10212/332\\_read-6460/year-all/](http://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10212/332_read-6460/year-all/)  
<http://www.raumfahrer.net/news/raumfahrt/26092005001423.shtml>
- Seite 59: <http://herschel.cf.ac.uk/results/interstellar-cloud-ic5246>  
<http://scienceblogs.de/astrodicticum-simplex/2015/12/14/wie-ist-das-sonnensystem-innerhalb-der-milchstrasse-ausgerichtet-und-wie-bewegt-es-sich-durch-die-galaxis/>  
<http://lifeng.lamost.org/courses/astrotoday/CHAISSON/AT326/HTML/AT32606.HTM>
- Seite 60: [http://aether.lbl.gov/www/projects/cobe/COBE\\_Home/DMR\\_Images.html](http://aether.lbl.gov/www/projects/cobe/COBE_Home/DMR_Images.html)  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Planck-Weltraumteleskop>
- Seite 61: [http://www.esa.int/Our\\_Activities/Space\\_Science/Planck](http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/Planck)  
[https://sv.wikipedia.org/wiki/Cosmic\\_Background\\_Explorer](https://sv.wikipedia.org/wiki/Cosmic_Background_Explorer)
- Seite 62: [https://de.wikipedia.org/wiki/Radioteleskop\\_Effelsberg](https://de.wikipedia.org/wiki/Radioteleskop_Effelsberg)  
<http://www.ita.uni-heidelberg.de/~vgaibler/einfuehrung.html>
- Seite 63: <http://www.kosmos-bote.de/februar2009.html>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Atacama\\_Large\\_Millimeter/submillimeter\\_Array](https://de.wikipedia.org/wiki/Atacama_Large_Millimeter/submillimeter_Array)
- Seite 64: [http://www.astropage.eu/index\\_news.php?id=1012](http://www.astropage.eu/index_news.php?id=1012)  
<http://www.romtd.com/die-details-der-centaurus-a-durch-die-radioteleskop-alma-erfasst/>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Chandra\\_X-ray\\_Observatory](https://en.wikipedia.org/wiki/Chandra_X-ray_Observatory)
- Seite 65: <http://www.astrofreunde-franken.de/m81.html>  
<http://www.astrode.de/m81extr.htm>
- Seite 66: [http://www.nasa.gov/mission\\_pages/chandra/multimedia/distant-quasar-RXJ1131.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/chandra/multimedia/distant-quasar-RXJ1131.html)  
[http://www.esa.int/Our\\_Activities/Space\\_Science/XMM-Newton\\_overview](http://www.esa.int/Our_Activities/Space_Science/XMM-Newton_overview)
- Seite 67: <http://www.jpl.nasa.gov/spaceimages>  
<http://chandra.harvard.edu/photo/2006/m31/>  
<http://www.mpifr-bonn.mpg.de/pressemeldungen/2016/13>  
[http://www2011.mpe.mpg.de/gamma/science/lines/26Al/26Al\\_german.html](http://www2011.mpe.mpg.de/gamma/science/lines/26Al/26Al_german.html)
- Seite 68: [http://www.astrocappella.com/background/swift\\_background.shtml](http://www.astrocappella.com/background/swift_background.shtml)
- Seite 69: [http://www.nasa.gov/mission\\_pages/GLAST/news/gamma-ray-census.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/GLAST/news/gamma-ray-census.html)  
[http://chandra.harvard.edu/xray\\_sources/grb.html](http://chandra.harvard.edu/xray_sources/grb.html)  
[https://de.wikipedia.org/wiki/High\\_Energy\\_Stereoscopic\\_System](https://de.wikipedia.org/wiki/High_Energy_Stereoscopic_System)  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Gammaastronomie>
- Seite 70: [http://www.etap.physik.uni-mainz.de/686\\_ENG\\_HTML.php](http://www.etap.physik.uni-mainz.de/686_ENG_HTML.php)
- Seite 71: <https://de.wikipedia.org/wiki/Homestake-Experiment>  
<http://www-sk.icrr.u-tokyo.ac.jp/sk/gallery/index-e.html>  
<https://www.ph.tum.de/latest/news/162/>
- Seite 72: <http://www.livescience.com/9164-world-largest-neutrino-observatory-built-south-pole.html>  
<http://science.sciencemag.org/content/342/6161/1242856.full>

### III. Das Sonnensystem

- Seite 84: <https://de.wikipedia.org/wiki/Mond>
- Seite 85: <https://de.wikipedia.org/wiki/Mond>
- Seite 97: <https://www.welt.de/kultur/history/article13361649/Wernher-von-Braun-soll-V2-nicht-gebaut-haben.html>
- Seite 98: [https://en.wikipedia.org/wiki/Sergei\\_Korolev](https://en.wikipedia.org/wiki/Sergei_Korolev)
- Seite 99: <https://www.hdg.de/lemo/biografie/john-f-kennedy.html>  
[https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/image\\_feature\\_359a.html](https://www.nasa.gov/multimedia/imagegallery/image_feature_359a.html)

Seite 100: [https://de.wikipedia.org/wiki/Saturn\\_\(Rakete\)#Saturn\\_V\\_2](https://de.wikipedia.org/wiki/Saturn_(Rakete)#Saturn_V_2)  
<http://www.spiegel.de/fotostrecke/raumfahrt-fotostrecke-108887-14.html>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Apollo\\_\(Raumschiff\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Apollo_(Raumschiff))

Seite 101: [https://de.wikipedia.org/wiki/Apollo\\_11](https://de.wikipedia.org/wiki/Apollo_11)

Seite 102: [https://de.wikipedia.org/wiki/Apollo\\_11](https://de.wikipedia.org/wiki/Apollo_11)

Seite 103: <https://www.astrotom-traunreut.de/raumfahrt-apollo-misionen-quellen-wikipedia/>

Seite 105: <http://allgemeinwissen.com/2016/05/11/unser-sonnensystem/>

Seite 106: [https://de.wikipedia.org/wiki/Merkur\\_\(Planet\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Merkur_(Planet))

Seite 107: [https://de.wikipedia.org/wiki/Venus\\_\(Planet\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Venus_(Planet))  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Erde>

Seite 108: [https://de.wikipedia.org/wiki/Mars\\_\(Planet\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Mars_(Planet))

Seite 109: [https://de.wikipedia.org/wiki/Jupiter\\_\(Planet\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Jupiter_(Planet))

Seite 110: [https://de.wikipedia.org/wiki/Saturn\\_\(Planet\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Saturn_(Planet))  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Uranus\\_\(Planet\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Uranus_(Planet))

Seite 111: [https://de.wikipedia.org/wiki/Neptun\\_\(Planet\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Neptun_(Planet))

Seite 112: <http://www.br-online.de/wissen-bildung/spacenight/sterngucker/planeten/planeten-umlaufbahnen-gr.html>

Seite 124: <https://www.physikerboard.de/topic,43876,-hohmann-bahn.html>

Seite 125: <https://de.wikipedia.org/wiki/Cassini-Huygens>

Seite 126: <https://www.welt.de/wissenschaft/article13013836/Ariane-5-startet-aus-mysterioesem-Urwald-Kosmodrom.html>

Seite 127: <https://de.wikipedia.org/wiki/Marskanäle>

Seite 128: <https://solarsystem.nasa.gov/galleries/mariner-9s-olympus-mons>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Mariner\\_9](https://en.wikipedia.org/wiki/Mariner_9)  
<http://www.americaspace.com/2016/07/19/viking-remembered-celebrating-the-40th-anniversary-of-the-first-sarch-for-life-on-mars/>

Seite 129: [https://de.wikipedia.org/wiki/Mars\\_Pathfinder](https://de.wikipedia.org/wiki/Mars_Pathfinder)  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Mars\\_Science\\_Laboratory](https://de.wikipedia.org/wiki/Mars_Science_Laboratory)  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Mars\\_Global\\_Surveyor](https://en.wikipedia.org/wiki/Mars_Global_Surveyor)  
<https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/marsurv.html>

Seite 130: <http://www.mex10.dlr.de/>

Seite 131: <http://solarsystem.dlr.de/Missions/express/second/15.07.2005.shtml>  
<https://www.marspages.eu/index.php?page=124>  
<https://www.marspages.eu/index.php?page=121>

Seite 132: <https://www.raumfahrer.net/news/raumfahrt/24012014155444.shtml>

Seite 133: <https://www.de.wikipedia.org/wiki/Alphapartikel-Röntgenspektrometer>

Seite 134: <https://www.raumfahrer.net/news/raumfahrt/15102010231644.shtml>

Seite 135: [https://de.wikipedia.org/wiki/\(433\)\\_Eros](https://de.wikipedia.org/wiki/(433)_Eros)  
<http://www.astronomie-tagebuch.de/sonnensystem.php>

Seite 136: <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:AchtTNOs.png>

Seite 137: [https://de.wikipedia.org/wiki/Dawn\\_\(Raumsonde\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Dawn_(Raumsonde))  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Pluto>

Seite 138: [http://www.t-online.de/nachrichten/wissen/id\\_73655840/nasa-sonde-new-horizons-rast-im-juli-an-pluto-vorbei.html](http://www.t-online.de/nachrichten/wissen/id_73655840/nasa-sonde-new-horizons-rast-im-juli-an-pluto-vorbei.html)  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Pluto>

Seite 139: [https://de.wikipedia.org/wiki/C/1995\\_O1\\_\(Hale-Bopp\)](https://de.wikipedia.org/wiki/C/1995_O1_(Hale-Bopp))

Seite 141: <https://www.mps.mpg.de/4470143/aktuelles20160314-giotto30>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Deep\\_Impact\\_\(spacecraft\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Deep_Impact_(spacecraft))

Seite 142: [http://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10394/663\\_read-876/#/gallery/1866](http://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10394/663_read-876/#/gallery/1866)

Seite 143: [https://de.wikipedia.org/wiki/Rosetta\\_\(Sonde\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Rosetta_(Sonde))  
[http://www.esa.int/ger/ESA\\_in\\_your\\_country/Germany/Kometenmission\\_Rosetta\\_Auf\\_der\\_Suche\\_nach\\_der\\_Urmaterie\\_Special](http://www.esa.int/ger/ESA_in_your_country/Germany/Kometenmission_Rosetta_Auf_der_Suche_nach_der_Urmaterie_Special)

Seite 146: Abitur 2015 – Prüfungsaufgaben und Lösungen, Physik Gymnasium Bayern, Stark-Verlag

#### IV. Die Sonne

- Seite 166: <http://static.panoramio.com/photos/large/118262646.jpg>  
<https://www.csg-in.de/christoph-scheiner>
- Seite 169: [https://de.wikipedia.org/wiki/Korona\\_\(Sonne\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Korona_(Sonne))  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Sonne>
- Seite 170: <http://astrosolar.com/de/informationen/tipps-tricks-zur-sonnenbeobachtung/basiswissen-sonne/die-photosphare-der-sonne/>
- Seite 171: <http://www.physics.csbsju.edu/368/lectures/9-4/9-6/>
- Seite 172: <https://de.wikipedia.org/wiki/Sonnenfleck>
- Seite 173: <http://solarviews.com/cap/sun/trace9.htm>  
<http://astrosolar.com/de/informationen/tipps-tricks-zur-sonnenbeobachtung/basiswissen-sonne/die-chromosphere-der-sonne/>  
<http://atlantisforschung.de/index.php?title=Bild:Protuberanz.jpg>
- Seite 174: <http://florianer-physik.pbworks.com/w/page/12809505/Erdmagnetfeld>  
<https://de.wiktionary.org/wiki/Polarlicht>
- Seite 175: <https://de.wikipedia.org/wiki/Skylab>  
<http://www.spacefacts.de/mission/german/skylab-4.htm>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Ulysses\\_\(Sonde\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Ulysses_(Sonde))
- Seite 176: <https://de.wikipedia.org/wiki/Lagrange-Punkte>  
<https://sohowww.nasa.com.nasa.gov/gallery/>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Transition\\_Region\\_And\\_Coronal\\_Explorer](https://de.wikipedia.org/wiki/Transition_Region_And_Coronal_Explorer)  
<https://www.welt.de/wissenschaft/article830704/Das-Wetter-im-All-und-die-Sonne-in-3D.html>
- Seite 177: <https://www.leifiphysik.de/astronomie/sonne/versuche>
- Seite 185: [https://de.wikipedia.org/wiki/Josef\\_Stefan](https://de.wikipedia.org/wiki/Josef_Stefan)  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Ludwig\\_Boltzmann](https://de.wikipedia.org/wiki/Ludwig_Boltzmann)
- Seite 186: [https://de.wikisource.org/wiki/Wilhelm\\_Wien](https://de.wikisource.org/wiki/Wilhelm_Wien)

#### V. Die Sterne

- Seite 201: Reinhard Lermer, *Astronomie Grundkurs*, bsv, 1993
- Seite 202: <http://www.deutschlandfunk.de/astronomie-europas-gaia-mission-soll-die-milchstrasse.676.de.html>
- Seite 209: <http://www.garten-astronomie.de/galerie/planetarische-nebel/index.html>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Messier\\_82](https://en.wikipedia.org/wiki/Messier_82)
- Seite 210: [https://de.wikipedia.org/wiki/H%C3%B6hle\\_von\\_Lascaux](https://de.wikipedia.org/wiki/H%C3%B6hle_von_Lascaux)
- Seite 212: <http://www.zum.de/Faecher/A/Sa/LB5/A12G52.HTM>
- Seite 215: <http://www.physikgrundlagen.de/redshift.html>
- Seite 218: <http://www.skyandtelescope.com/observing/mizar-a-fresh-look-at-an-old-friend03252015/>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Alpha\\_Centauri](https://en.wikipedia.org/wiki/Alpha_Centauri)
- Seite 219: [https://de.wikipedia.org/wiki/Epsilon\\_Lyrae](https://de.wikipedia.org/wiki/Epsilon_Lyrae)  
Beckmann, Epperlein: *Astronomie Grundkurs*, S. 130  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Sirius>
- Seite 220: Lermer: *bsv Grundkurs Astronomie*. S. 158
- Seite 226: Beckmann, Epperlein: *Astronomie Grundkurs*, Manz-Verlag, 1989
- Seite 221: Lermer: *bsv Grundkurs Astronomie*. S. 158
- Seite 224: <http://slideplayer.org/slide/215094/>
- Seite 231: <https://de.wikipedia.org/wiki/Antares>
- Seite 233: [http://www.andromedagalaxie.de/html/sterne\\_hrd.htm](http://www.andromedagalaxie.de/html/sterne_hrd.htm)
- Seite 234: [https://en.wikipedia.org/wiki/Messier\\_82](https://en.wikipedia.org/wiki/Messier_82)  
<http://de.forwallpaper.com/wallpaper/the-eagle-nebula-eagle-nebula-space-stars-universe-164875.html>  
<http://www.spektrum.de/news/ein-junger-protostern-im-sternebild-schwan/1206764>
- Seite 235: [http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/lexdt\\_h06.html](http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/lexdt_h06.html)
- Seite 236: <http://web.utamet.at/pasche19/orion.htm>
- Seite 237: <http://www.physik.wissenstexte.de/sterne.htm>
- Seite 238: <http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/kernreaktionen>

Seite 239: <http://www.starobserver.org/ap130605.html>  
<http://www.scilogs.de/himmelslichter/ein-weisser-zwerg-teleskop-sirius/>

Seite 240: <http://fqxi.org/community/forum/topic/1971>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Crab\\_Pulsar](https://en.wikipedia.org/wiki/Crab_Pulsar)

Seite 241: <https://photoshd.wordpress.com/tag/crab-nebula/>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/SN\\_1987A](https://de.wikipedia.org/wiki/SN_1987A)  
[https://en.wikipedia.org/wiki/SN\\_1572](https://en.wikipedia.org/wiki/SN_1572)

Seite 242: <http://scienceblogs.com/startswithabang/2012/02/17/eta-carinaes-21-year-outburst/>

Seite 244: <http://blog.planet-br.com/?p=1656>

Seite 246: <https://www.mpg.de/558440/pressemitteilung20081209>  
 Beckmann, Epperlein: Astronomie Grundkurs, Manz-Verlag, 1989

Seite 247: [https://de.wikipedia.org/wiki/Cygnus\\_X-1](https://de.wikipedia.org/wiki/Cygnus_X-1)  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Schwarzes\\_Loch](https://de.wikipedia.org/wiki/Schwarzes_Loch)

Seite 249: <http://www.leifiphysik.de/astronomie/fixsterne>  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Plejaden>

Seite 250: <https://www.leifiphysik.de/astronomie/fixsterne/ausblick/kugelsternhaufen>  
<http://www.hs.uni-hamburg.de/DE/Ins/Per/Wolter/Tour/CLU.html>

Seite 250: <http://www.hs.uni-hamburg.de/DE/Ins/Per/Wolter/Tour/CLU.html>

Seite 253: <https://en.wikipedia.org/wiki/2M1207b>  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Exoplanet>

Seite 254: <https://scilogs.spektrum.de/clear-skies/kosmologs-wunsch-exoplaneten-welten-um-fremde-sonnen-ii/>

Seite 255: <http://blog.exoplaneten-observatorium.de/beobachtung-von-exoplaneten/>

Seite 257: <https://www.st-andrews.ac.uk/news/archive/2008/title,22781,en.php>  
[http://www.astris.de/raumfahrt/kepler\\_weltraumteleskop.html](http://www.astris.de/raumfahrt/kepler_weltraumteleskop.html)

Seite 258: <https://de.wikipedia.org/wiki/Exoplanet>

Seite 259: [https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Phasendiagramm\\_MitAnomalie.svg](https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Phasendiagramm_MitAnomalie.svg)

Seite 261: <http://newatlas.com/extremely-large-telescope-construction-begins/49747/>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Thirty\\_Meter\\_Telescope](https://de.wikipedia.org/wiki/Thirty_Meter_Telescope)

## VI. Der Aufbau des Universums

Seite 292: <http://www.redorbit.com/news/space/1113130176/>  
<http://www.spitzer.caltech.edu/images/1278-ssc2004-15a1-Composite-View-of-Kepler-s-Supernova-Remnant-SN-1604>  
[http://www.astro.washington.edu/courses/astro211/Lectures/stellar\\_evolution.html](http://www.astro.washington.edu/courses/astro211/Lectures/stellar_evolution.html)

Seite 293: <http://www.auladeastronomia.es/web/index.php/cuaderno/supernovas/>

Seite 294: <http://www.perrypedia.proc.org/wiki/Milchstra%C3%9Fe>  
 Beckmann, Epperlein: Astronomie Grundkurs, Manz-Verlag, 1989

Seite 295: [https://de.wikipedia.org/wiki/Sagittarius\\_A\\*](https://de.wikipedia.org/wiki/Sagittarius_A*)  
[http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/astro\\_slgc.html](http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/astro_slgc.html)  
<http://astro-fotografie.blogspot.de/2009/09/milchstrasse.html>

Seite 296: <http://www.hschulte.de/Daten/Kosmos/Dateien/galaxien.html>  
[http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/lexdt\\_m04.html](http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/lexdt_m04.html)  
<http://www.spektrum.de/lexikon/astronomie/milchstrasse/301>

Seite 298: [https://de.wikipedia.org/wiki/Hubble\\_Ultra\\_Deep\\_Field](https://de.wikipedia.org/wiki/Hubble_Ultra_Deep_Field)

Seite 299: <http://bilder.4ever.eu/natur/weltall/spiralgalaxie-186939>  
[http://www.wikiwand.com/de/Elliptische\\_Galaxie](http://www.wikiwand.com/de/Elliptische_Galaxie)  
<http://www.br-online.de/wissen-bildung/spacenight/sterngucker/deepsky/sombrerogalaxie-gr.html>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Wechselwirkende\\_Galaxien](https://de.wikipedia.org/wiki/Wechselwirkende_Galaxien)  
<http://www.mpg.de/556619/pressemitteilung20080528>  
[http://www.focus.de/fotos/auch-das-spitzer-teleskop-nahm-die-kleine-magellansche-wolke-ins\\_mid\\_587300.html](http://www.focus.de/fotos/auch-das-spitzer-teleskop-nahm-die-kleine-magellansche-wolke-ins_mid_587300.html)  
<http://hdwpics.com/andromeda-galaxy-hdw306520>

Seite 300: [https://en.wikipedia.org/wiki/NGC\\_2207\\_and\\_IC\\_2163](https://en.wikipedia.org/wiki/NGC_2207_and_IC_2163)  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Messier51.jpg>

Seite 301: [https://de.wikipedia.org/wiki/3C\\_273](https://de.wikipedia.org/wiki/3C_273)  
<http://quasar.square7.ch/fqm/1226+023.html>  
<http://www.astronews.com/news/artikel/2008/06/0806-030.shtml>  
[http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/astro\\_agn.html](http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/astro_agn.html)

Seite 302: <http://chandra.harvard.edu/photo/2014/archives/>

Seite 303: <http://www.starobserver.org/ap100824.html>

Seite 304: <http://wwwmpa.mpa-garching.mpg.de/millennium/>  
<http://www.sdss.org/instruments/>  
[http://www.mpe.mpg.de/854463/News\\_20120808](http://www.mpe.mpg.de/854463/News_20120808)  
<http://www.sdss.org/science/>

Seite 305: <http://www.scinexx.de/wissen-aktuell-20396-2016-07-15.html>

Seite 306: <http://www.spiegel.de/einestages/forscher-georges-lemaitre-a-947555.html>  
[https://en.wikipedia.org/wiki/Edwin\\_Hubble](https://en.wikipedia.org/wiki/Edwin_Hubble)  
<http://www.scilogs.de/einsteins-kosmos/die-12-gr-ten-durchbr-che-in-der-astronomie/>

Seite 313: <https://en.wikipedia.org/wiki/GN-z11>

Seite 314: <https://web-docs.gsi.de/~wolle/URKNALL/>

Seite 315: [http://articles.beltoforion.de/article.php?a=rendern\\_von\\_spiralgalaxien&hl=de](http://articles.beltoforion.de/article.php?a=rendern_von_spiralgalaxien&hl=de)  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Abell\\_370](https://de.wikipedia.org/wiki/Abell_370)

Seite 316: <http://astro.kizix.org/decouverte-du-17-mars-2014-sur-le-big-bang-decryptage/>

Seite 317: <http://www.scinexx.de/dossier-detail-719-9.html>

Seite 318: <http://www.h-its.org/tap-bilder/visualisierungen-der-millennium-simulation/>  
<http://cast.web.cern.ch/CAST/>

Seite 319: <https://users.physics.ox.ac.uk/~kraus/research/CRESST.htm>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/High\\_Energy\\_Stereoscopic\\_System](https://de.wikipedia.org/wiki/High_Energy_Stereoscopic_System)  
<http://www.astronews.com/news/artikel/2016/04/1604-022.shtml>

Seite 320: <https://de.wikipedia.org/wiki/Arecibo-Observatorium>  
<http://home.web.cern.ch/about/updates/2014/09/new-results-ams-experiment-space>

Seite 322: [http://www.dlr.de/rd/desktopdefault.aspx/tabid-2448/3635\\_read-24151/](http://www.dlr.de/rd/desktopdefault.aspx/tabid-2448/3635_read-24151/)  
<https://nedodjija.wordpress.com/2014/07/05/dragan-hajdukovic-nova-teorija-gravitacije/>

Seite 323: <http://home.web.cern.ch/about/updates/2013/04/alpha-novel-investigation-gravity-and-antimatter>

## VII. Ursprung und Entwicklung des Universums

Seite 333: <http://www.physicsmasterclasses.org/exercises/bonn2/de/inhalt-b-Torus.html>

Seite 334: <http://www.scilogs.de/einsteins-kosmos/planck-mission-der-esa-neue-karte-der-hintergrundstrahlung/>  
<http://www.allmystery.de/themen/gw57669-1>  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Urknall>

Seite 335: Astronomie und Raumfahrt, Heft 6/2015, S. 30

Seite 338: <http://docplayer.org/45283288-Primordiale-nukleosynthese.html>

Seite 339: <http://astro.kizix.org/decouverte-du-17-mars-2014-sur-le-big-bang-decryptage/>

Seite 340: [https://www.mpg.de/7042307/kartierung\\_planck](https://www.mpg.de/7042307/kartierung_planck)

Seite 341: <http://pauli.uni-muenster.de/tp/menu/studieren/archiv/teilchen-und-felder-seminar/teilchen0809.html>

Seite 344: <https://astronomynow.com/2015/11/21/hubble-survey-reveals-early-galaxies-were-more-efficient-at-making-stars/>

Seite 346: <https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Messier51.jpg>

Seite 347: [https://de.wikipedia.org/wiki/Messier\\_87](https://de.wikipedia.org/wiki/Messier_87)

Seite 350: [https://de.wikipedia.org/wiki/Alexander\\_Alexandrowitsch\\_Friedmann](https://de.wikipedia.org/wiki/Alexander_Alexandrowitsch_Friedmann)  
<https://ericfdiaz.wordpress.com/georges-lemaitre-and-albert-einstein-the-strange-tale-of-the-cosmological-constant/>  
<http://www.ngawhetu.com/Resources/Cosmology/index07.html>

## VII. Die Relativitätstheorie von Einstein

- Seite 364: [https://de.wikipedia.org/wiki/Albert\\_Einstein](https://de.wikipedia.org/wiki/Albert_Einstein)
- Seite 368: <http://novicemathandscience.blogspot.de/2012/03/michelson-morley-experiment.html>  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Michelson-Morley-Experiment>
- Seite 370: <http://www.webquests.ch/bertozzi.html?page=144085>
- Seite 371: <http://www.forphys.de/Website/student/relativ.html>
- Seite 372: <https://de.wikipedia.org/wiki/Zeitdilatation>
- Seite 376: <http://www.physicsmasterclasses.org/exercises/bonn1/de/strahlung.htm>  
Aufnahme Tobias Guggenmos
- Seite 404: <http://www.themuslimtimes.org/2011/08/science/did-einstein-discover-e-mc2>  
Paul A. Tipler, Moderne Physik, Oldenbourg-Verlag, S. 84
- Seite 408: <http://www.leifiphysik.de/themenbereiche/radioaktivitaet-einfuehrung>
- Seite 409: <http://www.chemiephysikskripte.de/relativitaet/relativfr.htm>
- Seite 417: <https://lp.uni-goettingen.de/get/text/1557>  
<http://slideplayer.org/slide/638206/>
- Seite 434: [http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/lexdt\\_a02.html](http://www.wissenschaft-online.de/astrowissen/lexdt_a02.html)
- Seite 435: <http://scienceblogs.de/astrodicticum-simplex/2010/01/12/schwarze-locher-sind-keine-staubsauger/>
- Seite 436: <http://slideplayer.org/slide/1331900/>  
<http://sebastian.stapelberg.de/artikel.php?id=20140928>
- Seite 437: <https://de.wikipedia.org/wiki/Apsidendrehung>
- Seite 438: <http://uv-schutz-verordnung.de/uv-strahlung/physikalische-grundlagen/>  
[http://www.relativity.li/en/epstein2/read/i0\\_en/i9\\_en/](http://www.relativity.li/en/epstein2/read/i0_en/i9_en/)
- Seite 438: [http://www.relativity.li/en/epstein2/read/i0\\_en/i9\\_en/](http://www.relativity.li/en/epstein2/read/i0_en/i9_en/)  
<http://www.scinexx.de/wissen-aktuell-17708-2014-06-26.html>  
<http://www.scinexx.de/wissen-aktuell-19839-2016-02-12.html>
- Seite 440: <https://stephenwhitt.wordpress.com/2014/03/>
- Seite 441: <http://www.space.com/31895-gravitational-wave-announcement-watch-live.html>  
<http://www.heise.de/newsticker/meldung/Geruechte-ueber-direkten-Nachweis-von-Gravitationswellen-3099404.html>  
Astronomie und Raumfahrt 2/2016, S. 18
- Seite 442: [https://www.ligo.caltech.edu/system/avm\\_image\\_sqls/binaries/45/jpg\\_original/ligo20160211a.jpg?1455158181](https://www.ligo.caltech.edu/system/avm_image_sqls/binaries/45/jpg_original/ligo20160211a.jpg?1455158181)
- Seite 443: <https://www.mpg.de/dossier/gravitationswellen-entdeckt>  
<http://ligo.org/detections/GW150914.php>
- Seite 444: [https://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational\\_wave](https://en.wikipedia.org/wiki/Gravitational_wave)
- Seite 445: <http://www.der-kosmos.de/relativitaetstheorie.htm>
- Seite 446: A. Tipler, Moderne Physik, Oldenbourg-Verlag, S. 124  
<http://astro.if.ufrgs.br/univ/sobral.htm>
- Seite 447: <http://abenteuer-universum.de/galaxien/blazar.html>  
<http://www.galaxyzooforum.org/index.php?topic=275811.0>  
<https://prezi.com/utmk8id2-3sc/gravitation/>
- Seite 448: <http://scitechdaily.com/tag/hubble-space-telescope/page/10/>  
<http://www.starobserver.org/ap111221.html>  
<http://nydus.org/photo/news/178846.jpeg>
- Seite 450: Andreas Müller: Schwarze Löcher, Spektrum Akademischer Verlag, 2010  
[http://space.skyrocket.de/doc\\_sdat/gp-a.htm](http://space.skyrocket.de/doc_sdat/gp-a.htm)
- Seite 451: <http://www.kowoma.de/gps/Satelliten.htm>  
<https://scilogs.spektrum.de/quantenwelt/gravitation-was-kruemmt-den-raum/>
- Seite 454: [https://de.wikipedia.org/wiki/Karl\\_Schwarzschild](https://de.wikipedia.org/wiki/Karl_Schwarzschild)
- Seite 455: <http://scienceworld.wolfram.com/biography/KerrRoy.html>  
[http://www.focus.de/fotos/sowohl-der-geodaetische-effekt-als-auch-der-lense-thirring-effekt\\_mid\\_876991.html](http://www.focus.de/fotos/sowohl-der-geodaetische-effekt-als-auch-der-lense-thirring-effekt_mid_876991.html)  
<http://www.spektrum.de/lexikon/astronomie/schwarzschild-loesung/431>
- Seite 465: Paul A. Tipler, Moderne Physik, S. 123

## VII. Grundlagen der Teilchenphysik

- Seite 468: <http://slideplayer.org/slide/891533/>
- Seite 469: <http://research.fit.edu/hep/>  
[http://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10337/1339\\_read-10494/#/gallery/9066](http://www.dlr.de/dlr/desktopdefault.aspx/tabid-10337/1339_read-10494/#/gallery/9066)
- Seite 470: <http://www.physicsmasterclasses.org/exercises/bonn1/de/strahlung.htm>
- Seite 476: [https://en.wikipedia.org/wiki/Cloud\\_chamber](https://en.wikipedia.org/wiki/Cloud_chamber)
- Seite 477: <http://www.ams02.org/2013/04/first-results-from-the-alpha-magnetic-spectrometer-ams-experiment/>  
<http://www.weltmaschine.de/experimente/lhcb/>
- Seite 478: <http://www.spektrum.de/alias/teilchenphysik/bringen-neutrinos-das-standardmodell-zu-fall/1054279>
- Seite 479: [https://de.wikibooks.org/wiki/Teilchenphysik:\\_Die\\_Elementarteilchen](https://de.wikibooks.org/wiki/Teilchenphysik:_Die_Elementarteilchen)  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Wolfgang\\_Pauli](https://de.wikipedia.org/wiki/Wolfgang_Pauli)
- Seite 480: <http://www.chemie.de/news/154901/verleihung-des-physik-nobelpreises-an-takaaki-kajita-und-arthur-b-mcdonald.html>
- Seite 484: <https://de.wikipedia.org/wiki/Stern-Gerlach-Versuch>  
<http://www.mta-r.de/blog/stichwortsonntag-atomaufbau/>
- Seite 487: Unterrichtsmaterial Netzwerk Teilchenwelt
- Seite 489: Unterrichtsmaterial Netzwerk Teilchenwelt
- Seite 491: [http://www.solstice.de/grundl\\_d\\_tph/sm\\_et/sm\\_et\\_qua5.html](http://www.solstice.de/grundl_d_tph/sm_et/sm_et_qua5.html)
- Seite 496: <https://de.wikipedia.org/wiki/Wu-Experiment>
- Seite 505: Unterrichtsmaterial Netzwerk Teilchenwelt
- Seite 506: <http://mti.edu.eg/ectp/lhc-alice/>  
<https://www.tum.de/die-tum/aktuelles/pressemitteilungen/kurz/article/32586/>
- Seite 510: <http://www.desy.de/f/reports/unification/>
- Seite 511: [http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1965/feynman-bio.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1965/feynman-bio.html)  
[http://erlangen.physicsmasterclasses.org/sm\\_ww/sm\\_ww\\_elm4.html](http://erlangen.physicsmasterclasses.org/sm_ww/sm_ww_elm4.html)  
[http://erlangen.physicsmasterclasses.org/sm\\_ww/sm\\_ww\\_elm3.html](http://erlangen.physicsmasterclasses.org/sm_ww/sm_ww_elm3.html)
- Seite 515: <http://www.fsp104-cms.de/>
- Seite 516: <https://www.perlentaucher.de/link-des-tages/elefantenherden-im-kreis-trabend.html>  
<http://www.hep.ucl.ac.uk/~djm/higgsa.html>
- Seite 517: [http://opal.web.cern.ch/Opal/pix/Higgs/high\\_res.html](http://opal.web.cern.ch/Opal/pix/Higgs/high_res.html)
- Seite 518: <http://astrobites.org/2011/12/19/the-search-continues-for-the-elusive-higgs-boson/>
- Seite 519: <http://cms.web.cern.ch/news/observation-new-particle-mass-125-gev>
- Seite 520: <http://www.oastories.org/2011/09/ukworldwide-researcher-professor-tony-doyle-cern-atlas/>  
<http://blog.sciencemuseum.org.uk/insight/tag/lhc/page/2/>
- Seite 521: Karl Jakobs: Die Entdeckung des Higgs-Teilchens am CERN, in Quanten 3, Hirzel-Verlag, 2015
- Seite 522: Karl Jakobs: Die Entdeckung des Higgs-Teilchens am CERN, in Quanten 3, Hirzel-Verlag, 2015
- Seite 524: <http://fineartamerica.com/featured/aerial-photograph-of-slac-california-david-parker.html>  
<https://www.wired.de/collection/latest/schwarze-locher-sollen-die-existenz-von-parallelwelten-beweisen>
- Seite 525: [http://www.weltmaschine.de/sites/site\\_weltmaschine/content/e5/e87611/e104712/e104715/](http://www.weltmaschine.de/sites/site_weltmaschine/content/e5/e87611/e104712/e104715/)
- Seite 526: <https://de.wikipedia.org/wiki/CERN>
- Seite 527: <http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=linac>  
<https://home.cern/about/accelerators/proton-synchrotron-booster>  
<http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=kavitaet>  
<http://slideplayer.org/slide/880115/>
- Seite 528: Hammer, Knauth, Kühnel: Physik 12, Oldenbourg-Verlag, 1997
- Seite 529: <https://home.cern/about/accelerators/proton-synchrotron>  
<http://home.web.cern.ch/about/accelerators/super-proton-synchrotron>
- Seite 530: <https://www.bmbf.de/de/large-hadron-collider-lhc-am-cern-1694.html>
- Seite 534: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Storage\\_ring\\_de.svg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Storage_ring_de.svg)  
<http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=kavitaet>

Seite 535: weltmaschine.de  
<http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=quadrupol>

Seite 536: A. Tipler, Moderne Physik, Oldenbourg-Verlag, 2010

Seite 537: A. Tipler, Moderne Physik, Oldenbourg-Verlag, 2010  
<https://de.wikipedia.org/wiki/Mei%C3%9Fner-Ochsenfeld-Effekt>

Seite 538: [http://ruby.chemie.uni-freiburg.de/Vorlesung/la\\_afp\\_sl.html](http://ruby.chemie.uni-freiburg.de/Vorlesung/la_afp_sl.html)  
 A. Tipler, Moderne Physik, Oldenbourg-Verlag, 2010

Seite 539: [http://people.na.infn.it/~perroni/research\\_new/research.htm](http://people.na.infn.it/~perroni/research_new/research.htm)

Seite 540: <http://www.physik.wissenstexte.de/niveau.html>

Seite 541: Foto: Tobias Kern  
<http://www.lugra.ch/wordpress/?p=141>

Seite 543: <http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=cms>

Seite 544: <http://www.physikblog.eu/page/63/>  
 Zeichnung: Tobias Kern  
[https://www.atlas.mpp.mpg.de/~sct/welcomeaux/Jobs\\_en.html](https://www.atlas.mpp.mpg.de/~sct/welcomeaux/Jobs_en.html)

Seite 545: Zeichnung: Tobias Kern  
<http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=driftrohr>  
<http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=driftrohr>

Seite 546: <https://www.uni-mainz.de/presse/65281.php>  
<http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=szintillator>

Seite 547: [https://www-zeuthen.desy.de/exps/physik\\_begreifen/chris/Photomultiplier.html](https://www-zeuthen.desy.de/exps/physik_begreifen/chris/Photomultiplier.html)  
<http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=cms>

Seite 548: <http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=rich>  
<http://www.lhc-facts.ch/index.php?page=lhcb>  
<http://www.physicsmasterclasses.org/exercises/unischule/exp/Experimente7.htm>

Seite 549: <https://www.sciencenews.org/blog/science-ticker/new-particle-may-be-made-four-quarks>

Seite 552: <http://physics.mff.cuni.cz/kfnt/cern/?page=about&lang=en>

Seite 554: Foto von Tobias Kern

Seite 555: <http://www.weltderphysik.de/thema/bmbf/physik-der-kleinsten-teilchen/compass/>  
<http://home.web.cern.ch/about/accelerators/low-energy-ion-ring>

Seite 556: <http://home.web.cern.ch/about/updates/2013/01/antimatter-experiments-present-progress>  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Antiproton\\_Decelerator](https://de.wikipedia.org/wiki/Antiproton_Decelerator)  
[https://de.wikipedia.org/wiki/Antiproton\\_Decelerator](https://de.wikipedia.org/wiki/Antiproton_Decelerator)

Seite 559: <https://www.mpi-hd.mpg.de/kellerbauer/en/projects/antimatter.htm>  
<https://home.cern/about/experiments/ace>  
<http://crowdcrafting.org/project/antimatter/>

Seite 560: <https://home.cern/about/updates/2017/03/raising-gbar-antimatter-exploration>

Seite 561: <http://home.web.cern.ch/about/updates/2014/09/new-results-ams-experiment-space>

Seite 562: <http://www1b.physik.rwth-aachen.de/~schael/AMS.html>

Seite 563: <http://www.nbcnews.com/science/space/ams-space-experiment-sees-hints-dark-matter-particles-n206411>  
<http://www.interactions.org/cms/?pid=1034119>

