

9. Übung zur Quantenmechanik

19. Juni 2019

Eindimensionale Systeme

9.1 Unendlich tiefer Potentialtopf

Betrachten Sie einen symmetrischen unendlich tiefen Potentialtopf

$$V(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \in [-a, a] \\ V_0 \rightarrow +\infty & \text{für } x \notin [-a, a] \end{cases}. \quad (1)$$

1. Finden Sie die richtigen Rand- und Anschlußbedingungen für die Wellenfunktionen.
2. Überzeugen Sie sich davon, daß sich die Anschlußbedingungen bei $x = \pm a$ als der Grenzfall $V_0 \rightarrow +\infty$ aus den Anschlußbedingungen für den in der Vorlesung behandelten endlichen Potentialtopf ergeben.
3. Finden Sie alle Eigenwerte und Eigenfunktionen des Hamiltonoperators.
4. Normieren Sie die Eigenfunktionen.
5. Zeigen Sie durch explizite Rechnung, daß die Eigenfunktionen zu verschiedenen Eigenwerten orthogonal aufeinander stehen.

9.2 Potentialtopf: Antisymmetrische Lösungen

Betrachten Sie den symmetrischen endlichen Potentialtopf

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{für } x \in [-a, a] \\ 0 & \text{für } x \notin [-a, a] \end{cases} \quad (2)$$

mit $V_0 < 0$.

1. Finden Sie eine Eigenwertgleichung für die *antisymmetrischen* Eigenfunktionen des Hamiltonoperators mit Eigenwert $E < 0$.
2. Benutzen Sie eine graphische Konstruktion, um die Anzahl der Eigenwerte und Eigenfunktionen in Abhängigkeit von E , V_0 und a zu bestimmen.
3. Bestimmen Sie die normierten Eigenfunktionen.

9.3 Potentialschwelle

Betrachten Sie die symmetrische Potentialschwelle

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & \text{für } x \in [-a, a] \\ 0 & \text{für } x \notin [-a, a] \end{cases} \quad (3)$$

mit $V_0 > 0$.

1. Finden Sie die Eigenfunktionen des Hamiltonoperators mit Eigenwert $E > 0$, die für $x > a$ einer *auslaufenden* Welle entsprechen.
2. Bestimmen Sie die Transmissions- und Reflektionskoeffizienten als Funktion von E , V_0 und a und diskutieren Sie deren Abhängigkeit von diesen Parametern. Gibt es Nullstellen, Minima, Maxima und Asymptoten?
3. Interpretieren Sie die Wellenfunktionen für $0 < E < V_0$.
4. Was ändert sich für $V_0 < 0 < E$?