

Kreisel

Betrachten Sie einen homogenen Kegel der Masse M mit der Höhe h und Radius R . Legen Sie das Koordinatensystem mit der x_3 -Achse entlang der Symmetrieachse. Der Kegel stehe auf der Spitze.

- a) Berechnen Sie alle Elemente $\{\theta_{ij}\}_{i,j=1,2,3}$ des Trägheitstensors θ

$$\theta_{ij} = \int d^3x \rho(\vec{x}) (\vec{x}^2 \delta_{ij} - x_i x_j)$$

für den Kegel bzgl. seines Schwerpunkts. Nutzen Sie Symmetrien, um möglichst wenig Integrale berechnen zu müssen.

- b) Schreiben Sie die Euler'schen Gleichungen für die Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ des Kegels bzgl. seines Schwerpunkts im körperfesten System

$$\theta \dot{\vec{\omega}} + \vec{\omega} \times \theta \vec{\omega} = 0 \tag{1}$$

in Komponenten.

- c) Lösen Sie in (1) zunächst die Gleichung für ω_3 und anschließend die Gleichungen für ω_1 und ω_2 . Beschreiben Sie die zeitliche Entwicklung von $\vec{\omega}$ für die Anfangsbedingung $\omega_2(t=0) = 0$.