

Vielteilchensystem

Betrachten Sie ein System von N paarweise wechselwirkenden Massenpunkten im dreidimensionalen Anschauungsraum \mathbb{R}^3 mit Koordinaten

$$\{\vec{x}_n\}_{n=1,\dots,N} \cong \{x_{n,i}\}_{\substack{n=1,\dots,N \\ i=1,\dots,3}}$$

und Massen

$$\{m_n\}_{n=1,\dots,N}.$$

Diese Massenpunkte üben paarweise Kräfte aufeinander aus, die durch N^2 Potentiale, die nur vom Abstandsvektor der Paare abhängen

$$\{V_{kl} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}\}_{k,l=1,\dots,N}$$

beschrieben werden können.

Wie viele der Potentiale unterscheiden sich? Welche sind physikalisch relevant?

Stellen Sie die Lagrangefunktion für das System auf.

Bestimmen Sie mithilfe der Euler-Lagrange-Gleichungen die Bewegungsgleichungen der Massenpunkte.

Stellen Sie den Gesamtimpuls für das System dar.

Zeigen Sie durch explizite Rechnung unter Verwendung der Euler-Lagrange-Gleichungen, dass der Gesamtimpuls erhalten ist.

Stellen Sie die Gesamtenergie für das System dar.

Zeigen Sie durch explizite Rechnung unter Verwendung der Euler-Lagrange-Gleichungen, dass der Gesamtenergie erhalten ist.