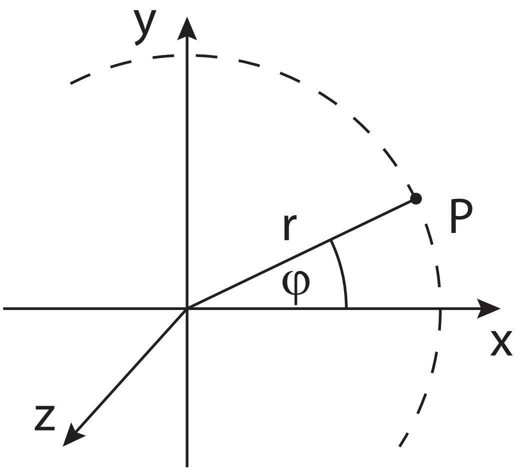
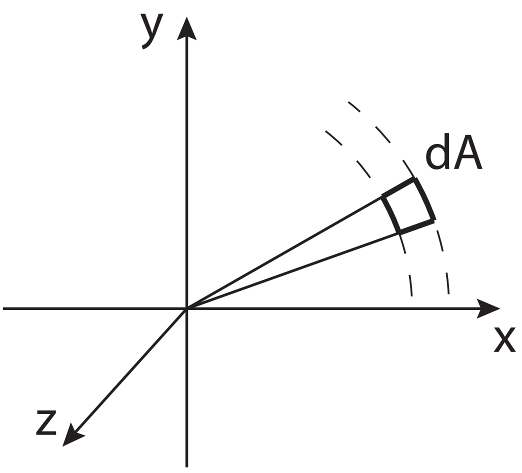
Koordinatensysteme

Bestimmen Sie mit Hilfe der Skizze den Zusammenhang zwischen Polar- und kartesischen Koordinaten und das Flächenelement in Polarkoordinaten.

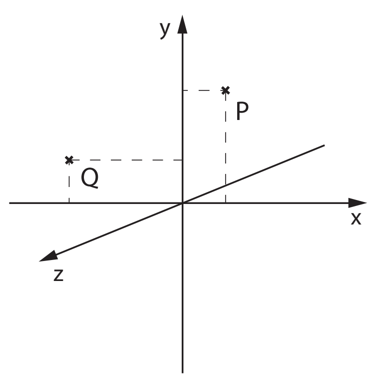




Welche Eigenschaften haben Einheitsvektoren? Bestimmen Sie mit Hilfe ihrer Antwort die Richtung der Einheitsvektoren $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\varphi$ und zeichnen Sie sie in die Skizze ein. Berechnen Sie danach die Einheitsvektoren mit Hilfe der Formel $\vec{e}_i = \frac{1}{\left|\frac{d\vec{r}}{di}\right|}\frac{d\vec{r}}{di}$.

Bestimmen Sie das Volumenelement in Zylinderkoordinaten mit Hilfe des Flächenelements in Polarkoordinaten, berechenen Sie die Einheitsvektoren $\vec{e}_r$, $\vec{e}_\varphi$, $\vec{e}_z$.

Zeichnen Sie die Einheitsvektoren $\vec{e_x}, \vec{e_y}, \vec{e_z}$ und $\vec{e_r}, \vec{e_\varphi}, \vec{e_z}$ für die Punkte P und Q in das rechts dargestellte Koordinatensystem ein. Welche Eigenschaften haben die Einheitsvektoren? Was fällt Ihnen beim Vergleich auf?



Berechnen Sie nun $\vec{r}$, $\vec{v}$ und $\vec{a}$ allgemein in Zylinderkoordinaten. Stellen Sie dann die Bewegungsgleichung für einen Massepunkt in Zylinderkoordinaten auf, der sich kräftefrei bewegt.

In kartesischen Koordinaten lautet die Lösung der Bewegungsgleichung $\vec{x}(t) = \vec{v} \cdot t + \vec{x}_0$ mit beliebigen Parametern $\vec{v}$ und $\vec{x}_0$. Stellen Sie die Lösung in Zylinderkoordinaten dar, indem Sie $\vec{x}(t)$ durch $r(t)$, $\varphi(t)$ und $z(t)$ darstellen und nach $r(t)$, $\varphi(t)$ und $z(t)$ auflösen.

Zeigen Sie durch explizite Rechnung, dass die Lösung in Zylinderkoordinaten die Bewegungsgleichung in Zylinderkoordinaten löst.