Julius-Maximilians-
UNIVERSITÄT
WÜRZBURG

Fakultät für Physik und Astronomie
Prof. Dr. Thorsten Ohl
Raimond Abt, Jean-Nicolas Lang, René Meyer

10. Übung zur Klassischen Mechanik
19. Dezember 2016

Elektromagnetismus / Kleine Schwingungen

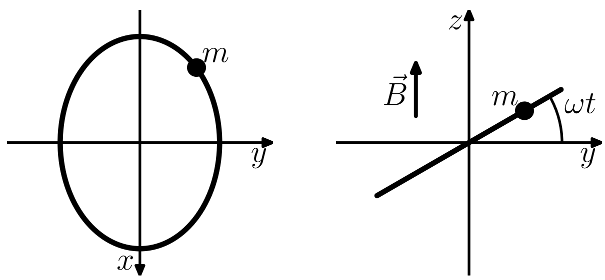
10.1 Geladenes Teilchen im elektromagnetischen Feld

Betrachten Sie ein Teilchen der Masse m und Ladung e auf dem Konfigurationsraum $\mathbf{R}^3$. Das Teilchen koppelt an ein elektrisches Potential $\phi(\vec{x}) = -\vec{x}\cdot\vec{E}$ und Vektorpotential $\vec{A}(\vec{x}) = \frac{1}{2}\vec{B}\times\vec{x}$. Die Vektoren $\vec{E}$ und $\vec{B}$ sind als parallel angenommen.

1. Stellen Sie eine Lagrangefunktion für dieses Problem in kartesischen Koordinaten auf.
2. Leiten Sie die Bewegungsgleichungen ab.
3. Lösen Sie das Anfangswertproblem, das durch die Bewegungsgleichungen und die Anfangsbedingungen $\vec{x}(0) = \vec{x}_0$ und $\dot{\vec{x}}(0) = \vec{v}_0$ gegeben ist. *Hinweis:* Es ist hilfreich die Koordinaten $\xi := \dot{x}$ und $\eta := \dot{y}$ einzuführen um die Bewegungsgleichungen zu lösen.

10.2 Geladenes Teilchen auf dem Kreis im B-Feld

Betrachten Sie einen Kreis mit Radius r



der sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit ω um die x-Achse dreht. Auf ihm bewegt sich ein Teilchen der Masse m und Ladung e. Das Teilchen koppelt an ein konstantes B-Feld $\vec{B}(\vec{x}) \equiv B\,\vec{e}_z$, welches in z-Richtung gerichtet ist.

1. Finden Sie geeignete Koordinaten um das Teilchen zu beschreiben.

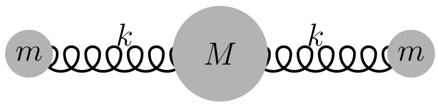
2. Finden Sie ein zu $\vec{B}$ gehöriges Vektorpotential und stellen Sie eine Lagrangefunktion in den geeigneten Koordinaten auf.

3. Leiten Sie die Bewegungsgleichung ab.

4. Finden Sie die Gleichgewichtslagen des Teilchens für $\vec{B} = 0$ und $\vec{B} \neq 0$ und studieren Sie deren Stabilität.

10.3 Kleine Schwingungen

Wir betrachten ein eindimensionales Problem in dem drei Punktmassen m, M und m durch zwei Federn mit Federkonstanten k gekoppelt sind



Ziel ist es den allgemeinen Formalismus für kleine Schwingungen, welcher in der Vorlesung behandelt wurde, auf dieses Problem anzuwenden.

1. Stellen Sie eine Lagrangefunktion auf.

2. Bringen Sie die Lagrangefunktion durch eine geeignete Koordinatentransformation $x_i \to x'_i$ auf die Standardform

$$L = \frac{1}{2}\langle \dot{x}', \dot{x}' \rangle - \frac{1}{2}\langle x', V'x' \rangle \ . \tag{1}$$

3. Diagonalisieren Sie V' und geben Sie die Eigenfrequenzen und Eigenvektoren an.

4. Skizzieren Sie die Eigenschwingungen.