Julius-Maximilians-Universität Würzburg Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik Fakultät Physik und Astronomie

Schriftliche Hausarbeit im Rahmen der ersten Staatsprüfung für das Lehramt an Gymnasien

# Supraleitung

Grundzüge, Anwendungen und Einsatzmöglichkeiten für den Physikunterricht am Gymnasium

> Eingereicht von Jakob Springer

im September 2021

Betreuer: Dr. Stephan Lück Prüfer: Prof. Dr. Thomas Trefzger Dr. Stephan Lück

"Der Spaß fängt erst dann an, wenn man die Regeln kennt. Im Universum aber sind wir momentan noch dabei, die Spielanleitung zu lesen."

- Richard P. Feynman, 1918 - 1988

# Inhaltsverzeichnis

1	Einl	Einleitung										
	1.1	Motiv	ation	9								
	1.2	.2 Zielsetzung und Handhabung dieser Arbeit										
2	Physikalische Grundlagen der Supraleitung											
	2.1	.1 Historischer Überblick										
	2.2	Supra	leitende Materialien									
	2.3	3 Phänomenologie										
		2.3.1	Verschwinden des elektrischen Widerstandes $\ . \ . \ . \ . \ . \ .$	19								
		2.3.2	Meißner-Ochsenfeld-Effekt und idealer Diamagnetismus	21								
		2.3.3	Isotopeneffekt	24								
		2.3.4	Grenzen der supraleitenden Phase	25								
	2.4	Therm	nodynamik der Supraleitung	29								
		2.4.1	Freie Enthalpie	30								
		2.4.2	Entropie	31								
		2.4.3	Spezifische Wärme	31								
	2.5	Die m	akroskopische London-Theorie	33								
		2.5.1	London-Gleichungen	33								
		2.5.2	London'sche Eindringtiefe	34								
		2.5.3	Grenzen und Weiterentwicklungen der London-Theorie	36								
	2.6	Klassi	fikation der konventionellen Supraleitung	37								
		2.6.1	Supraleiter I. Art	37								
		2.6.2	Supraleiter II. Art	37								
		2.6.3	Supraleiter III. Art/Harte Supraleiter	40								
	2.7	Die mikroskopische BCS-Theorie										
		2.7.1	Cooper-Paare	41								
		2.7.2	Quantenmechanische Betrachtung	43								
		2.7.3	Energielücke	45								
		2.7.4	Weitere Vorhersagen der BCS-Theorie	46								

	2.8	Joseph	son-Effekt	47							
		2.8.1	DC-Josephson-Effekt	48							
		2.8.2	AC-Josephson-Effekt	49							
	2.9	Hochte	emperatursupraleiter	50							
		2.9.1	Allgemeines	50							
		2.9.2	Beispiel: Yttrium-Barium-Kupfer-Oxid	51							
		2.9.3	Symmetrie der Wellenfunktion	54							
	2.10	Aktuel	lle Forschung und Ausblick	55							
3	Anw	endung	gsgebiete der Supraleitung	57							
	3.1	Supraleitende Magnetspulen									
		3.1.1	$Kernspin resonanz (NMR)  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  \dots  $	58							
		3.1.2	$Teilchenbeschleuniger \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ $	59							
		3.1.3	Magnetschwebebahn  .  .  .  .  .  .  .  .  .	59							
		3.1.4	Kernfusion	61							
		3.1.5	Motoren und Generatoren $\ldots$	61							
	3.2	Supral	eitende Stromkabel	62							
	3.3	SQUII	Ds	64							
4	Eins	atzmög	glichkeiten der Supraleitung im Physikunterricht	67							
	4.1	Didakt	tische Legitimation für den Einsatz in der Schule	67							
		111									
		4.1.1	Didaktische Analyse nach W. Klafki	67							
		4.1.1	Didaktische Analyse nach W. Klafki	67 69							
	4.2	4.1.1 4.1.2 Anknü	Didaktische Analyse nach W. Klafki	67 69 70							
	4.2	4.1.1 4.1.2 Anknü 4.2.1	Didaktische Analyse nach W. Klafki	67 69 70 70							
	4.2	4.1.1 4.1.2 Anknü 4.2.1 4.2.2	Didaktische Analyse nach W. Klafki	<ul> <li>67</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>70</li> <li>73</li> </ul>							
	4.2	4.1.1 4.1.2 Anknü 4.2.1 4.2.2 4.2.3	Didaktische Analyse nach W. Klafki	<ul> <li>67</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>70</li> <li>73</li> <li>74</li> </ul>							
	4.2	4.1.1 4.1.2 Anknü 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4	Didaktische Analyse nach W. Klafki	<ul> <li>67</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>70</li> <li>73</li> <li>74</li> <li>75</li> </ul>							
	4.2	<ul> <li>4.1.1</li> <li>4.1.2</li> <li>Anknü</li> <li>4.2.1</li> <li>4.2.2</li> <li>4.2.3</li> <li>4.2.4</li> <li>Möglic</li> </ul>	Didaktische Analyse nach W. Klafki          Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS       .         apfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen Gymnasiums          Unter- und Mittelstufe (LehrplanPLUS)          Oberstufe (G8-Lehrplan)          W- und P-Seminare          Fächerübergreifender Unterricht          experimente und Projektarbeiten	<ul> <li>67</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>70</li> <li>73</li> <li>74</li> <li>75</li> <li>76</li> </ul>							
	<ul><li>4.2</li><li>4.3</li></ul>	<ul> <li>4.1.1</li> <li>4.1.2</li> <li>Anknü</li> <li>4.2.1</li> <li>4.2.2</li> <li>4.2.3</li> <li>4.2.4</li> <li>Möglic</li> <li>4.3.1</li> </ul>	Didaktische Analyse nach W. Klafki          Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS       .         apfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen Gymnasiums          Unter- und Mittelstufe (LehrplanPLUS)          Oberstufe (G8-Lehrplan)          W- und P-Seminare          Fächerübergreifender Unterricht          ehe Experimente und Projektarbeiten          Herstellung eines YBaCuO-Hochtemperatursupraleiters	<ul> <li>67</li> <li>69</li> <li>70</li> <li>70</li> <li>73</li> <li>74</li> <li>75</li> <li>76</li> <li>76</li> </ul>							
	4.2	<ul> <li>4.1.1</li> <li>4.1.2</li> <li>Anknü</li> <li>4.2.1</li> <li>4.2.2</li> <li>4.2.3</li> <li>4.2.4</li> <li>Möglic</li> <li>4.3.1</li> <li>4.3.2</li> </ul>	Didaktische Analyse nach W. Klafki          Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS          apfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen Gymnasiums          Unter- und Mittelstufe (LehrplanPLUS)          Oberstufe (G8-Lehrplan)          W- und P-Seminare          Fächerübergreifender Unterricht          ehe Experimente und Projektarbeiten          Bestimmung der Sprungtemperatur	67 69 70 73 74 75 76 76 87							
	4.2	<ul> <li>4.1.1</li> <li>4.1.2</li> <li>Anknü</li> <li>4.2.1</li> <li>4.2.2</li> <li>4.2.3</li> <li>4.2.4</li> <li>Möglic</li> <li>4.3.1</li> <li>4.3.2</li> <li>4.3.3</li> </ul>	Didaktische Analyse nach W. KlafkiÜbergreifende Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS.upfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen GymnasiumsUnter- und Mittelstufe (LehrplanPLUS)Oberstufe (G8-Lehrplan)W- und P-SeminareFächerübergreifender Unterrichtehe Experimente und ProjektarbeitenHerstellung eines YBaCuO-HochtemperatursupraleitersMeißner-Ochsenfeld-Effekt	67 69 70 73 74 75 76 76 87 89							
	4.2	<ul> <li>4.1.1</li> <li>4.1.2</li> <li>Anknü</li> <li>4.2.1</li> <li>4.2.2</li> <li>4.2.3</li> <li>4.2.4</li> <li>Möglic</li> <li>4.3.1</li> <li>4.3.2</li> <li>4.3.3</li> <li>4.3.4</li> </ul>	Didaktische Analyse nach W. Klafki          Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS          apfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen Gymnasiums          Unter- und Mittelstufe (LehrplanPLUS)          Oberstufe (G8-Lehrplan)          W- und P-Seminare          Fächerübergreifender Unterricht          Herstellung eines YBaCuO-Hochtemperatursupraleiters          Meißner-Ochsenfeld-Effekt          Flux-Pinning	67 69 70 73 74 75 76 76 87 89 92							
	4.2	4.1.1 4.1.2 Anknü 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 Möglic 4.3.1 4.3.2 4.3.3 4.3.4 4.3.5	Didaktische Analyse nach W. Klafki          Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS          apfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen Gymnasiums          Unter- und Mittelstufe (LehrplanPLUS)          Oberstufe (G8-Lehrplan)          W- und P-Seminare          Fächerübergreifender Unterricht          Herstellung eines YBaCuO-Hochtemperatursupraleiters          Meißner-Ochsenfeld-Effekt          Supraleitendes Fallrohr	67 69 70 73 74 75 76 76 87 89 92 95							
	4.2	4.1.1 4.1.2 Anknü 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 Möglic 4.3.1 4.3.2 4.3.3 4.3.4 4.3.5 4.3.6	Didaktische Analyse nach W. Klafki          Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS          apfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen Gymnasiums          Unter- und Mittelstufe (LehrplanPLUS)          Oberstufe (G8-Lehrplan)          W- und P-Seminare          Fächerübergreifender Unterricht          ehe Experimente und Projektarbeiten          Bestimmung der Sprungtemperatur          Flux-Pinning          Supraleitendes Fallrohr	67 69 70 73 74 75 76 76 87 89 92 95 97							
	4.2	4.1.1 4.1.2 Anknü 4.2.1 4.2.2 4.2.3 4.2.4 Möglic 4.3.1 4.3.2 4.3.3 4.3.4 4.3.5 4.3.6 4.3.7	Didaktische Analyse nach W. Klafki	67 69 70 73 74 75 76 76 76 87 89 92 95 97 101							

# 5 Schlussbemerkung

# Literaturverzeichnis 105 A Anhang 113 A.1 Inhalt der beiliegenden DVD 113 A.2 Vorlage der Pellet-Pressform 114 A.3 Sicherheitshinweise für den Umgang mit flüssigem Stickstoff 116

# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Die Supraleitung ist kein neuer Effekt, sondern ist den Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern schon seit 110 Jahren bekannt. Spektrum der Wissenschaft definiert Supraleitung dabei als ein "Phänomen, bei dem einige Metalle (Supraleiter) bei einer sog. Sprungtemperatur  $T_C$  sprunghaft ihren elektrischen Widerstand verlieren und der Meißner-Ochsenfeld-Effekt auftritt" [80]. In den Anfangsjahren nach der Entdeckung hielten sich die praktischen Umsetzungen derselben und damit das Interesse der breiten Bevölkerung noch in Grenzen. Dies änderte sich schlagartig, als in den 1980er Jahren die Klasse der Hochtemperatursupraleiter gefunden wurde. Spätestens nach der als "Woodstock der Physik" bekannt gewordenen Jahrestagung der Amerikanischen Physikalischen Gesellschaft am 18. März 1987 erfuhr ein größeres Publikum durch begeisterte Presseberichte (vgl. Abbildung 1.1) von den möglichen technischen Anwendungen und futuristischen Visionen auf dem Gebiet der Hochtemperatursupraleitung [54] [55].



Abbildung 1.1: a) Amerikanische Zeitungsartikel nach dem "Woodstock der Physik".b) Cover des Time Magazines vom 11.05.1987. Entnommen aus [55].

Auch wenn die umfassende technologische Revolution, die man in den 1980er Jahren noch für möglich gehalten hatte, bislang ausblieb, so gehört das Thema der Supraleitung für

mich persönlich zu den spannendsten Themengebieten der modernen Physik, was nicht zuletzt an der beeindruckenden Phänomenologie (vgl. Abb. 2.8 "Schwebender Magnet"), dem Einsatz dieser Materialien in Großforschungseinrichtungen wie dem LHC oder dem ITER (vgl. Kap. 3.1) sowie der Aussicht auf einen verlustfreien Stromtransport bei Raumtemperatur und der damit verbundenen hochmodernen Forschung (vgl. Kap 2.10) liegt. Meiner Meinung nach bietet das Themenfeld der Supraleitung damit eine beispiellose Gelegenheit, ein aktuelles Forschungsfeld und eine mutmaßliche Schlüsseltechnologie des 21. Jahrhunderts in den schulischen Physikunterricht zu integrieren und die Schülerinnen und Schüler (Abkürzung: SuS) durch die Faszination, die diese Thematik ausstrahlt, nachhaltig für das Fach Physik zu begeistern.

## 1.2 Zielsetzung und Handhabung dieser Arbeit

Obwohl oder gerade weil dieses Thema nicht explizit im bayerischen Lehrplan aufgeführt wird, ist es Grundgedanke dieser Zulassungsarbeit, Möglichkeiten und Umsetzungen aufzuzeigen, wie die Supraleitung in den Physikunterricht des bayerischen Gymnasiums integriert werden kann [82] [83]. Die folgende Arbeit erfüllt dabei den Zweck einer Handreichung und richtet sich an engagierte Physiklehrkräfte sowie an alle Physikinteressierten. Im ersten Teil dieser Arbeit (Kapitel 2) werden zunächst umfassende fachliche Grundlagen vermittelt, die für ein fundiertes Verständnis und ein kompetentes Lehren der Supraleitung nötig sind. Für einen groben Überblick reicht es dabei aus, sich auf die Kapitel 2.1-2.3, 2.6, 2.7 und 2.9 zu beschränken, während für ein tieferes Verständnis alle Unterkapitel relevant sind. In Kapitel 3 werden anschließend einige technische Anwendungen der (Hochtemperatur) supraleitung beispielhaft vorgestellt. Zum einen hat Kapitel 3 damit das Ziel, die Relevanz der Supraleitung für die alltägliche Lebenswelt zu verdeutlichen, zum anderen eignen sich die Inhalte dieses Kapitels (z. B. supraleitende Stromkabel) hervorragend für den Einstieg in eine Unterrichtssequenz zum Thema. Kapitel 4 beginnt mit der didaktischen Legitimation des Themas für die Einbindung in den Schulunterricht. Daraufhin werden einige mögliche Anknüpfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen Gymnasiums vorgestellt, wobei der Fokus auf dem Einsatz in der gymnasialen Oberstufe liegt. Das Kapitel wird durch die Vorstellung einer Projektarbeit zur Herstellung eines eigenen Hochtemperatursupraleiters (vgl. Kap. 4.3.1) sowie verschiedenster Experimente, die im Rahmen des Physikunterrichts durchgeführt werden können, abgerundet.

An dieser Stelle sei angemerkt, dass sowohl Kapitel 2 als auch Kapitel 3 und 4 alleine ganze Abschlussarbeiten füllen könnten, da das Themenfeld der Supraleitung äußerst umfangreich ist. Ich erhebe daher in keinster Weise den Anspruch auf Vollständigkeit der einzelnen Kapitel und verweise bei tieferem Interesse auf die verwendete Literatur.

# 2 Physikalische Grundlagen der Supraleitung

# 2.1 Historischer Überblick

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts war das physikalische Verständnis der elektrischen Leitfähigkeit von Metallen noch recht bruchstückhaft. Man hatte zwar schon herausgefunden, dass Elektronen Träger des elektrischen Stroms sind und dass der elektrische Widerstand temperaturabhängig ist, jedoch hatte man keine experimentellen Befunde darüber, wie sich der Widerstand bei Temperaturen um den absoluten Nullpunkt (T = 0 K) verhält. Zur damaligen Zeit gab es drei Hypothesen, die das Verhalten des elektrischen Widerstandes für  $T \to 0 K$  voraussehen wollten (vgl. Abb. 2.1) [5]:

- Dewar (1904): Der Widerstand strebt mit sinkender Temperatur stetig gegen null (vgl. Abb. 2.1, Kurve 1).
- 2. Matthiesen (1884): Der Widerstand nähert sich mit sinkender Temperatur einem Grenzwert, dem sogenannten Restwiderstand  $\rho_0$  (vgl. Abb. 2.1, Kurve 2).
- 3. Kelvin (1902): Der Widerstand steigt, nach Durchlaufen eines Minimums, mit sinkender Temperatur ins Unendliche an (vgl. Abb. 2.1, Kurve 3).



**Abbildung 2.1:** Hypothesen zur Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes bei tiefen Temperaturen. Entnommen aus [5].

Von diesen Überlegungen angespornt, gelang es als erstem dem niederländischen Physiker Heike Kamerlingh Onnes Helium bei einer Temperatur von 4, 2K und unter Atmosphärendruck zu verflüssigen. Mithilfe einer Kühlung aus flüssigem Helium konnten nun erstmals Experimente nahe des absoluten Temperaturnullpunkts durchgeführt werden, was essentiell für die Entdeckung der Supraleitung und anderer Tieftemperaturphänomene sein sollte [5].

Im Jahr 1911 untersuchte Heike Kamerlingh Onnes den elektrischen Widerstand von Quecksilber bei tiefen Temperaturen, da er sich erhoffte, Rückschlüsse auf den Restwiderstand ziehen zu können. Bei seinen Messungen beobachtete er zunächst eine lineare Abnahme des Widerstands mit fallender Temperatur, wie es für Metalle üblich ist (vgl. Kap. 2.3.1). Als er die Hg-Probe weiter abkühlte, machte er jedoch eine Entdeckung, die mit keiner zu dieser Zeit bestehenden Theorie in Einklang zu bringen war: Der Widerstand von Quecksilber fiel unterhalb von 4, 2K schlagartig<sup>1</sup> auf einen unmessbaren kleinen Wert ab (vgl. Abb. 2.2) [5].



Abbildung 2.2: Der elektrische Widerstand (Ordinate) von Quecksilber in Abhängigkeit der Temperatur (Abszisse). Klar zu erkennen ist der Sprung des Widerstands bei circa T = 4, 2 K. Entnommen aus [39].

Kamerling Onnes schrieb dazu in einer seiner Veröffentlichungen [40]:

"Mercury has passed into a new state, which on account of its extraordinary electrical properties may be called the superconductive state."

Das neuartige physikalische Phänomen wurde also aufgrund seiner besonderen elektrischen Eigenschaften auf den Namen *Supraleitung* getauft. Wie sich in den nachfolgenden 100 Jahren zeigen sollte, weist die supraleitende Phase eine ganze Reihe weiterer faszinierender Eigenschaften auf, die sowohl elektrischer, magnetischer, thermodynamischer als

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>In einem Temperaturintervall von wenigen Millikelvin.

auch quantenmechanischer Natur sind. Die Temperatur, bei der ein Material in die supraleitende Phase übergeht, wird derweil als kritische Temperatur oder Sprungtemperatur  $T_C$  bezeichnet und ist die wichtigste materialspezifische Kenngröße von Supraleitern [5]. Die weitreichenden Folgen der Entdeckung der Supraleitung zeigten sich nicht zuletzt an der Verleihung des Physik-Nobelpreises an Heike Kamerlingh Onnes im Jahr 1913. Es sollten vier weiter Nobelpreise auf dem Gebiet der Supraleitung folgen:

Jahr	Person(en)	Begründung der Vergabe						
1913	Heike Kamerling Onnes	"aus Anlass seiner Untersuchungen über die Eigen- schaften von Körpern bei niedrigen Temperaturen, die unter anderem zu Darstellung von flüssigem Heli- um führten."						
	John Bardeen							
1972	Leon Neil Cooper	"für ihre gemeinsam entwickelte Theorie der Supraleitung, auch BCS-Theorie genannt"						
	John Robert Schrieffer	Supreserving, auch Deb Theorie genannt.						
	Leo Esaki	"für ihre experimentelle Entdeckung betreffend das Tunnel-Phänomen in Halb- bzw. Supraleitern."						
1973	Ivar Giaever							
	Brian David Josephson	"für seine theoretische Vorhersage von Eigenschaften eines Suprastromes durch eine Tunnel-Barriere, insbe- sondere jene Phänomene, die allgemein als Josephson- Effekt bekannt sind."						
1087	Georg Bednorz	"für ihre bahnbrechende Entdeckung von Supraleitung in keramischen Materialien."						
1907	Karl Alexander Müller							
	Alexei Abrikossow	"für bahnbrechende Arbeiten in der Theorie über Supraleiter und Supraflüssigkeiten."						
2003	Witali Ginsburg							
	Anthony James Leggett							

**Tabelle 2.1:** Nobelpreise der Physik auf dem Gebiet der Supraleitung (Stand: 2021).Eigene Darstellung nach [88].

Im Jahr 1933 entdeckten die beiden deutschen Physiker Walther Meißner und Robert Ochsenfeld eine weitere fundamentale Eigenschaft von Supraleitern: Supraleiter verhalten sich in einem äußeren Magnetfeld wie ideale Diamagneten, d. h. sie verdrängen ein externes Magnetfeld gänzlich aus ihrem Inneren. Dieser Effekt wird nach den beiden Begründern als "Meißner-Ochsenfeld-Effekt" bezeichnet und ist Thema von Kapitel 2.3.2 [25].

Angetrieben von den Entdeckungen von Meißner und Ochsenfeld formulierten Fritz und Heinz London um 1935 eine phänomenologische Theorie, die sämtliche bis dato bekannten Phänomene der Supraleitung erklären konnte. Die beiden Brüder konnten unter anderem zeigen, dass das magnetische Feld beim Meißner-Ochsenfeld-Effekt nicht komplett aus dem Inneren des Supraleiters verdrängt wird, sondern in die Oberfläche des Materials eindringt und dort exponentiell abklingt [25]. Mehr zu dieser Thematik in Kapitel 2.5. In den darauffolgenden Jahren wurde die London-Theorie zunächst zur London-Pippard-Theorie erweitert und anschließend wurden komplett neue Theorien wie z. B. die Ginzburg-Landau-Theorie entwickelt [25]. Details dazu finden sich in Kapitel 2.5.3.

Nach den phänomenologischen bzw. makroskopischen Theorien, die zwar die Erscheinungen der Supraleitung erklären und vorhersagen, nicht aber die zugrundeliegenden Mechanismen klären konnten, war in der Mitte des vergangenen Jahrhunderts die Suche nach einer mikroskopischen Theorie groß. Der Durchbruch gelang schließlich 1957, als die Physiker John Bardeen, Leon Neil Cooper und John Robert Schrieffer eine Theorie der Supraleitung vorstellten, die erstmals allen physikalischen Anforderungen Genüge tragen sollte. Die sogenannte BCS-Theorie, benannt nach den Initialien ihrer Begründer, war die erste atomistische Erklärung des supraleitenden Zustandes. Nach der BCS-Theorie schließen sich zwei Leitungselektronen beim Übergang in den supraleitenden Zustand unter Austausch von virtuellen Phononen zu sogenannten Cooper-Paaren zusammen. Sämtliche Cooper-Paare bilden zusammen eine kohärente Wellenfunktion, die nicht mehr in Wechselwirkung mit dem Atomgitter treten kann, wodurch sich z. B. ein verschwindender elektrischer Widerstand einstellt [1] [25]. In Kapitel 2.7 wird dies genauer behandelt.

Von der BCS-Theorie angespornt, gab es in den darauffolgenden Jahren zahlreiche weitere Entdeckungen auf dem Gebiet der Supraleitung. Ivar Giaever wies z. B. 1960/1961 die von der BCS-Theorie postulierte Energielücke mithilfe von Tunnelexperimenten nach, während Brian David Josephson 1962 den Tunnelstrom zwischen zwei Supraleitern theoretisch beschrieb. Der darauf basierende Josephson-Effekt ist die Grundlage äußerst präziser Magnetfeldsensoren (SQUIDs) und wird in Kapitel 2.8 näher beleuchet [5].

In den anschließenden 1970ern und frühen 1980ern wurde es zunächst ruhig um die Supraleitung, da das Forschungsfeld als gut verstanden und beinahe abgeschlossen galt [30]. Als Georg Bednorz und Karl Alexander Müller 1986 überraschend die Klasse der Hochtemperatursupraleiter (Abkürzung: HTSL) an einer (keramischen) BaLaCuO-Verbindung entdeckten, erlebte das Forschungsgebiet einen neuen Aufschwung. Die Sprungtemperatur dieser Verbindung lag bei (einstmals) bahnbrechenden 35 K, was erste technische Anwendungen der Supraleitung in Aussicht stellen sollte. Die Euphorie um diese Entdeckung war so groß, dass die beiden Physiker lediglich 1,5 Jahren nach ihrer Entdeckung mit dem Nobelpreis für Physik ausgezeichnet wurden (vgl. Tab. 2.1). In den nachfolgenden Jahren begann ein regelrechtes Wettrennen um die Erforschung neuartiger HTSL mit immer höheren Sprungtemperaturen. Den nächsten Meilenstein brachte die Entdeckung von YBaCuO im Jahr 1987. Mit einer kritischen Temperatur von  $T_C = 92 K$  lag diese nun erstmalig über der Siedetemperatur von flüssigem Stickstoff (Abkürzung: LN2), die bei 77 K liegt, wodurch es nun möglich war, die supraleitende Phase mit der weitverbreitenden und kostengünstigen Flüssigstickstoff-Kühlung zu erreichen [25].

YBaCuO spielt in dieser Arbeit eine übergeordnete Rolle, da es sich aufgrund der hohen Sprungtemperatur und der einfachen Handhabung sehr gut für den Einsatz in der schulischen und universitären Lehre eignet. In Kapitel 2.9.2 wird daher auf die physikalischen und chemischen Grundlagen von YBaCuO eingegangen, während sich Kapitel 4.3.1 mit der Herstellung eines eigenen YBaCuO-Pellets befasst.



Abbildung 2.3: Entwicklung der Sprungtemperatur von Supraleitern seit ihrer Entdeckung im Jahr 1911. Entnommen aus [68].

Nach der Entdeckung von YBaCuO wurden einige weitere keramische Hochtemperatursupraleiter, vor allem auf Kupferoxidbasis (sogenannte "Kuprate") gefunden (vgl. Abb. 2.3). Zu dieser Klasse zählt auch HgBaCaCuO, das unter einem Druck von 30 *GPa* bereits bei ca.  $T_C = 160 K$  supraleitend wird [25]. Der Nachteil von Kupraten gegenüber metallischen oder eisenhaltigen Supraleitern ist, dass diese sich aufgrund ihrer Sprödigkeit nur schwer verarbeiten lassen. Die 2008 gefundene Klasse der Eisenpniktide ist in dieser Hinsicht schon deutlich vielversprechender. Die Verbindungen aus Eisen, Lanthan, Phosphor und Sauerstoff weisen aktuell jedoch erst Sprungtemperaturen von maximal  $T_C = 55 K$ auf, weshalb das Forschungsinteresse auf diesem Gebiet entsprechend groß ist [25]. Den Weltrekord für die höchste Sprungtemperatur hält derzeit ein Material aus Wasserstoff, Schwefel und Kohlenstoff. Unter einem Druck von  $267 \pm 10 GPa$  wird die Verbindung bei einer Sprungtemperatur von  $T_C = 287, 7 \pm 1, 2 K$  (ca.  $15^{\circ} C$ ) supraleitend [74]. Weitere Aspekte zur aktuellen Forschung werden in Kapitel 2.9 behandelt.

# 2.2 Supraleitende Materialien

Im vorangegangenen Kapitel wurden bereits einige sehr unterschiedliche supraleitende Materialien angesprochen. Angefangen von der Entdeckung der Supraleitung an elementarem Quecksilber (Metall), über hochtemperatursupraleitende Kuprate bis hin zu Schwefelwasserstoff-Verbindungen und Lanthan-Hydriden, die nach aktuellem Forschungsstand mit die höchsten Sprungtemperaturen besitzen [16] [17].

Nun stellt sich berechtigterweise die Frage, welche Materialien eigentlich supraleitend sind bzw. wodurch die Supraleitung überhaupt hervorgerufen wird. Ersteres soll in diesem Kapitel geklärt werden, während Letzteres in Kapitel 2.7 und 2.9 erläutert wird.

Der folgende Abschnitt orientiert sich weitgehend an der Gliederung des Kapitels 13.1.2 aus dem Lehrbuch von Rudolf Gross und Achim Marx zur Festkörperphysik [25].

1H	supraleitend bei p = 1 bar									²He							
<sup>3</sup> Li 20	<sup>4</sup> Be 0.03			supraleitend bei p >> 1 bar pichtsupraleitend								<sup>10</sup> Ne					
<sup>11</sup> Na	<sup>12</sup> Mg			magnetisch ordnend 13AI 14Si 15P 16S 17CI 18A 1.19 8.5 18 17							<sup>18</sup> Ar						
<sup>19</sup> K	<sup>20</sup> Ca 15	<sup>21</sup> Sc 0.35	<sup>22</sup> Ti 0.4	<sup>23</sup> ∨ 5.3	<sup>24</sup> Cr	<sup>25</sup> Mn	<sup>26</sup> Fe 2.0	<sup>27</sup> Co	<sup>28</sup> Ni	<sup>29</sup> Cu	<sup>30</sup> Zn 0.9	<sup>31</sup> Ga 1.09	<sup>32</sup> Ge 5.4	<sup>33</sup> As 2.7	<sup>34</sup> Se 5.6	<sup>35</sup> Br 1.4	<sup>36</sup> Kr
<sup>37</sup> Rb	<sup>38</sup> Sr 4.0	<sup>39</sup> γ 2.7	<sup>40</sup> Zr 0.55	<sup>41</sup> Nb 9.2	<sup>42</sup> Mo 0.923	<sup>43</sup> Tc 7.8	<sup>44</sup> Ru 0.5	<sup>45</sup> Rh 320 μK	<sup>46</sup> Pd	47Ag	<sup>48</sup> Cd 0.55	<sup>49</sup> In 3.4	<sup>50</sup> Sn 3.7	<sup>51</sup> Sb 5.6	<sup>52</sup> Te 7.4	<sup>53</sup>   1.1	<sup>54</sup> Xe
55 <b>Cs</b>	<sup>56</sup> Ba 5.1	<sup>57</sup> La 5.9	<sup>72</sup> Hf 0.16	<sup>73</sup> Ta 4.4	<sup>74</sup> W 0.01	<sup>75</sup> Re 1.7	<sup>76</sup> Os 0.65	<sup>77</sup> lr 0.14	<sup>78</sup> Pt	<sup>79</sup> Au	<sup>80</sup> Hg 4.15	<sup>81</sup> TI 2.4	<sup>82</sup> Pb 7.2	<sup>83</sup> Bi 8.7	<sup>84</sup> Po	<sup>85</sup> At	<sup>86</sup> Pn
<sup>87</sup> Fr	<sup>88</sup> Ra	<sup>89</sup> Ac	``````````````````````````````````````	<sup>58</sup> Ce 1.7	<sup>59</sup> Pr	<sup>60</sup> Nd	<sup>61</sup> Pm	<sup>62</sup> Sm	<sup>63</sup> Eu	<sup>64</sup> Gd	<sup>65</sup> Tb	<sup>66</sup> Dy	<sup>67</sup> Ho	<sup>68</sup> Er	<sup>69</sup> Tm	<sup>70</sup> Yb	<sup>71</sup> Lu 0.1
			````	<sup>90</sup> Th 1.37	<sup>91</sup> Pa 1.3	<sup>92</sup> U 0.2	<sup>93</sup> Np	<sup>94</sup> Pu	<sup>95</sup> Am 0.8	<sup>96</sup> Cm	<sup>97</sup> Bk	98Cf	<sup>99</sup> Es	<sup>100</sup> Fm	<sup>101</sup> Md	<sup>102</sup> No	<sup>103</sup> Lw

Abbildung 2.4: Supraleitende Elemente im Periodensystem. Die jeweiligen Sprungtemperaturen sind in Kelvin angegeben und stehen unter den Elementsymbolen. Entnommen aus [25].

#### Supraleitende Elemente

Abbildung 2.4 zeigt sämtliche Elemente des Periodensystems, die unter Normaldruck<sup>2</sup> (in Abb. 2.4 blau dargestellt) oder erhöhtem Druck (in Abb. 2.4 hellgrün dargestellt) supraleitend werden. Es fällt direkt auf, dass ein großer Teil der Übergangsmetalle bereits bei

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Normaldruck entspricht einem Luftdruck von 1013,  $25 hPa = 1 atm \approx 1 bar$  [78].

Normaldruck supraleitend ist, wohingegen sämtliche Halbmetalle und einige Nichtmetalle erst unter erhöhtem Druck diese Phase erreichen. Die höchste Sprungtemperatur aller Elemente weist derweil Niob (Nb) mit einem Wert von  $T_C = 9, 2 K$  auf.

Bis heute ist noch nicht endgültig geklärt, ob alle Metalle supraleitend werden, wenn man sie nur beliebig tief ( $T < 10^{-2} K$ ) herunterkühlt. Der begrenzende Faktor ist aktuell noch die Reinheit dieser Metalle, da der supraleitende Zustand bereits durch kleinste paramagnetische Verunreinigungen (z. B. durch winzige Mangan- oder Cobalt-Konzentrationen) unterdrückt wird [5] [25].

Elemente mit einer magnetischen Ordnung wie Eisen, Cobalt oder Nickel (in Abb. 2.4 rot dargestellt) sind höchstwahrscheinlich nicht supraleitend. Eine Ausnahme bildet hier in gewisser Weise Eisen, da in einer unmagnetischen Hochdruckphase von Eisen bereits supraleitende Eigenschaften bei  $T_C = 2 K$  gefunden wurden [25] [73].

#### Legierungen und Verbindungen

Nach aktuellem Forschungsstand sind weit über 1000 supraleitende Legierungen und Verbindungen bekannt, von denen die wichtigsten nachfolgend aufgeführt werden [25]. Besonders erstaunlich ist die Tatsache, dass supraleitende Verbindungen wie z. B. CuS  $(T_C = 1, 6 K)$  existieren, deren Einzelkomponenten unter Normalbedingungen nicht supraleitend sind [25].

- Verbindungen der  $\beta$ -Wolframstruktur (A15-Struktur) sind besonders interessant für technische Anwendungen, da sie über hohe Sprungtemperaturen und hohe kritische Magnetfelder (mehr dazu in Kapitel 2.3.4) verfügen. Beispiele für A15-Strukturen mit hohen Sprungtemperaturen sind die beiden niobhaltigen Verbindungen  $Nb_3Ge$  $(T_C = 23, 2K)$  und  $Nb_3Sn$   $(T_C = 18, 0K)$  sowie das vanadiumhaltige  $V_3Si$   $(T_C = 17, 1K)$  [5] [25].
- Bei den sogenannten Chevrel-Phasen handelt es sich um chemische Verbindungen des Molybdäns mit der generalisierten Struktur  $MMo_6X_8$ . M meint in diesem Fall ein beliebiges Metall (z. B. Sr, Pb oder Ba) oder Lanthanoid und X Schwefel oder Selen. Ein bekannter Vertreter der Chevrel-Phasen ist  $PbMo_6S_8$  mit einer kritischen Temperatur von  $T_C = 15 K$  und einem kritischen Magnetfeld von  $B_C = 60 T$  [5] [25].
- Borkarbiden sind chemische Verbindungen der Struktur  $RM_2B_2C$ , wobei R für ein Lanthanoid-Atom (z. B. Ho oder Tm) und M für Nickel oder Palladium steht. Relevante Vertreter sind  $YPd_2B_2C$  ( $T_C = 23 K$ ) und  $LuNi_2B_2C$  ( $T_C = 16, 6 K$ ) [25].

Sowohl in Borkarbiden als auch in einigen Chevrel-Phasen kann es zur Koexistenz von Antiferromagnetismus und Supraleitung kommen [5] [25].

#### Schwere-Fermionen-Supraleiter

Bei dieser Klasse von unkonventionellen Supraleitern handelt es sich um metallische Leiter, deren Elektronen (Fermionen) eine effektive Masse haben, die hundert bis tausend Mal größer ist als die Masse freier Elektronen. Supraleitung dieser Art wurde erstmals 1979 an der Verbindung  $CeCu_2Si_2$  bei einer Temperatur von  $T_C \approx 0, 5 K$  beobachtet [25] [85].

#### **Organische Supraleiter**

Im Jahr 1964 sagte W. H. Little die Existenz organischer Supraleiter mit sehr hohen Sprungtemperaturen voraus, deren Cooper-Elektronen nicht über Phononen (vgl. BCS-Theorie), sondern über elektronische Anregungen innerhalb der Moleküle ("Exzitonen") wechselwirken [25]. Bis heute konnte diese Vermutung zwar nicht bestätigt werden, dennoch fand man 1980 bei einem Druck von  $12 \, kbar$  und einer Temperatur von  $T_C =$  $0, 9 \, K$  supraleitende Eigenschaften in der organischen Verbindung Tetramethyl-tetraselenafulvalen (TMTSF). In den darauffolgenden Jahren wurden einige weitere Supraleiter auf organischer Basis mit Sprungtemperaturen von bis zu  $T_C = 12 \, K$  gefunden [5] [25].

#### Supraleitende Oxide

Der Großteil der Oxide (Sauerstoffverbindungen) sind Isolatoren, weshalb es umso verblüffender war, als 1986 die Hochtemperatursupraleitung an der oxidischen Verbindung BaLaCuO gefunden wurde. Inzwischen ist eine ganze Reihe supraleitender Oxide, vor allem im Bereich der Kupferoxide (Kuprate), Wismutoxide und Ruthenoxide bekannt, die über Sprungtemperaturen jenseits der 100 K verfügen [25].

In Kapitel 2.9.2 wird am Beispiel von Yttrium-Barium-Kupfer-Oxid noch etwas detaillierter auf die Struktur und die physikalischen Eigenschaften der Kuprate eingegangen.

#### Eisenpniktide

Diese Gruppe von Supraleitern wurde bereits im vorigen Kapitel angesprochen. Erstmals entdeckt wurden sie 2008 von einer Forschergruppe rund um H. Hosono an der Verbindung  $La[O_{1-x}F_x]FeAs$  ( $T_C = 26 K$ ). Bis zur Entdeckung der Eisenpniktide hielt man Supraleitung in eisenhaltigen Verbindungen für unmöglich, da die internen Magnetfelder des Eisens eigentlich zum Zusammenbruch der supraleitenden Phase führen sollten. Durch Untersuchungen und Forschung im Bereich der Eisenpniktide erhofft man sich aktuell ein besseres Verständnis der Supraleitung zu schaffen [5] [25].

# 2.3 Phänomenologie

#### 2.3.1 Verschwinden des elektrischen Widerstandes

Kühlt man einen Supraleiter auf eine Temperatur  $T \leq T_C$  ab, so fällt sein elektrischer Widerstand analog zu Abbildung 2.2 auf null [5].

Diese Aussage ist zwar physikalisch richtig, jedoch ist es mithilfe konventioneller Widerstandsmessungen (Spannungsabfall an stromdurchflossener Probe) nicht möglich, einen Widerstand von  $R = 0 \Omega$  zu messen. Aufgrund des Eingangswiderstandes des Messgeräts ist die Messgenauigkeit der Spannung auf ein Intervall  $\Delta U$  begrenzt, wodurch sich nach dem Ohm'schen Gesetz eine Unsicherheit von  $\Delta R = \Delta U/I$  (*I* ist der Probenstrom) für den Widerstand ergeben würde. Die dadurch erreichte Messgenauigkeit ist nicht präzise genug, um von einem Verschwinden des elektrischen Widerstandes zu sprechen [25].

Eine wesentlich elegantere Methode zur Messung des Widerstandes ist die sogenannte Dauerstrommethode. Dabei wird ein supraleitender Ring der Induktivität L zunächst in einem homogenen Magnetfeld unter  $T_C$  abgekühlt, bevor das Magnetfeld abgeschaltet wird (vgl. Abb 2.5). Der dadurch induzierte Ringstrom klingt nach folgender Gleichung (Abkürzung: Gl.) mit der Zeit t ab:

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L} \cdot t\right) \tag{2.1}$$

 $I_0$  bezeichnet hierbei die Stromstärke zum Zeitpunkt des Abschaltens des Magnetfeldes. Durch zeitliche Beobachtung des Abklingverhaltens lassen sich Rückschlüsse auf den Widerstand der Probe ziehen. Die Stromstärke wird dabei indirekt über eine Magnetnadel gemessen, die sich im Magnetfeld des Ringstroms ausrichtet [5].

#### zuerst abkühlen - dann Magnet wegnehmen



Abbildung 2.5: Prinzip der Dauerstrommethode in einem supraleitenden Ring. Entnommen aus [20].

Für einen Ring mit Induktivitä<br/>t $L = 1 \, nH$ , dessen Ringstromstärke in einem Jahr z. B. um 10 % abfällt, würde sich nach obiger Gleichung ein Widerstand von ca. 10<sup>-17</sup>  $\Omega$ ergeben.

In so einem Fall könnte man ohne Bedenken von einem Verschwinden des Widerstandes sprechen. Beträgt der Widerstand des Rings indessen exakt  $R = 0 \Omega$ , so würde - vorausgesetzt die Probe bleibt in der supraleitenden Phase - der Ringstrom in der Theorie gar nicht abklingen. Man spricht in so einem Fall von einem Dauerstrom. In der Realität kommt es jedoch unweigerlich zu Wechselwirkungen zwischen Ringstrom und der Messapparatur, weshalb der Strom immer nach einer endlichen Zeitdauer abklingt [5] [20] [25].

#### Exkurs: Der spezifische Widerstand von Metallen

An dieser Stelle sollen die Überlegungen zum Temperaturverlauf des spezifischen Widerstandes von Metallen aus Kap. 2.1 bzw. Abb. 2.1 wieder aufgegriffen werden. Durch nachfolgenden Exkurs soll zudem der Unterschied zwischen dem Widerstandsverhalten eines "normalen" Metalls und eines Supraleiters bei tiefen Temperaturen deutlich werden. Inzwischen sind sich Physiker einig, dass die Theorie von Matthiesen (Abb. 2.1, Kurve 2) korrekt ist und der spezifische Widerstand  $\rho$  eines Metalls bei sehr tiefen Temperaturen gegen einen konstanten Wert  $\rho_0$  strebt. Die mikroskopische Ursache dieses Verhaltens ist dabei auf die Elektronen im Festkörper zurückzuführen. Die Leitungselektronen, die im Metall für den Stromtransport verantwortlich sind, können sich nämlich nicht ungehindert durch das Atomgitter bewegen, sondern werden ständig in Streuprozesse verwickelt, die sie an ihrer Fortbewegung hindern. Grundsätzlich gibt es drei unabhängige Streumechanismen [33] [66] : ( $\Theta_D$  ist die Debye-Temperatur)

- Die Streuung an Phononen ist stark temperaturabhängig. Für große Temperaturen  $(T > \Theta_D)$  ist  $\rho_{ph} \propto T$ . Für kleine Temperaturen  $(T <<\Theta_D)$  ist  $\rho_{ph} \propto T^5$ .
- Die Streuung an Gitterdefekten ist unabhängig von T und hängt nur von der Anzahl der Defekte und damit der Kristallqualität ab. Es gilt:  $\rho_{imp} \propto n_{imp} = konst.$
- Die Elektron-Elektronen-Streuung ist relativ schwach ausgeprägt und hat eine  $\rho_{ee} \propto T^2$  Abhängigkeit.

Die durch die Streuung verursachten spezifischen Widerstände addieren sich nach der Matthies'schen Regel, was zu folgender Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes eines Metalls führt [67]:

$$\rho(T) = \rho_{imp} + \rho_{ee}(T) + \rho_{ph}(T) = \rho_0 + AT^2 + BT^5$$
(2.2)

 $\rho_0$  ist dabei der Restwiderstand und A und B beliebige Konstanten. Anhand von Gleichung 2.2 kann man deutlich erkennen, dass für  $T \approx 0 K$  der spezifische Widerstand gegen  $\rho(T) = \rho_0$  strebt, was ebenfalls in Abbildung 2.1, Kurve 2 zu sehen ist.

#### 2.3.2 Meißner-Ochsenfeld-Effekt und idealer Diamagnetismus

Meißner und Ochsenfeld untersuchten im Jahr 1933 das Verhalten von Supraleitern in Anwesenheit von externen Magnetfeldern. Sie fanden dabei heraus, dass Supraleiter unterhalb von  $T_C$  ein externes Magnetfeld stets aus ihrem Inneren verdrängen. Dieser Effekt wird nach den beiden Entdeckern als Meißner-Ochsenfeld-Effekt bezeichnet [5].

Supraleiter verhalten sich somit unterhalb von  $T_C$  nicht nur wie ideale Leiter (vgl. voriger Abschnitt), sondern auch wie ideale Diamagnete (vgl. dieser Abschnitt).

Um den Unterschied zwischen einem realen Leiter, der unterhalb von  $T_C$  zu einem idealen Leiter wird, und einem Supraleiter besser verständlich zu machen, soll folgendes Gedankenexperiment dienen (vgl. Abb. 2.6):



Abbildung 2.6: Verhalten eines idealen Leiters und eines Supraleites im Magnetfeld. a) Beide Proben werden zunächst auf eine Temperatur  $T < T_C$  abgekühlt, bevor ein äußeres Magnetfeld angelegt wird. b) Beide Proben werden erst von einem äußeren Magnetfeld durchsetzt, bevor sie auf eine Temperatur  $T < T_C$  abgekühlt werden. Entnommen aus [32].

Abbildung 2.6, a) zeigt einen idealen Leiter und einen Supraleiter, die zunächst unterhalb von  $T_C$  abgekühlt werden. Dadurch verlieren beide Proben ihren elektrischen Widerstand. Anschließend wird ein externes Magnetfeld an beide Proben angelegt. Es wird beobachtet, dass das Innere beider Proben magnetfeldfrei<sup>3</sup> bleibt. Beim Abschalten des Magnetfeldes wird der Ausgangszustand beider Proben wiederhergestellt. Supraleiter und idealer Leiter verhalten sich in einem externen Magnetfeld also identisch, wenn sie erst unter  $T_C$ abgekühlt werden und anschließend ein externe Magnetfeld angelegt wird [5][32].

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Wie sich im Kapitel zur London-Theorie zeigen wird, dringt das externe Magnetfeld etwas in den Supraleiter ein. Die typische Größenordnung dieser Eindringtiefe liegt im Bereich von 30 nm (vgl. Tab. 2.2) und ist daher für makroskopische Proben zu vernachlässigen [44].

Dieses Verhalten ist mithilfe der elektromagnetischen Induktion zu erklären. Beim Einschalten des externen Magnetfeldes ändert sich der magnetische Fluss  $\Phi$  durch die Proben, wodurch an den Probenoberflächen Abschirmströme induziert werden, deren Magnetfelder dem externen Magnetfeld genau entgegengerichtet sind (Lenz'sche Regel). Im Inneren der Proben überlagern sich dadurch beide Magnetfelder und heben sich gegenseitig auf. Aufgrund des fehlenden elektrischen Widerstandes beider Proben klingen die Abschirmströme nach Gleichung 2.1 nicht ab und der feldfreie Zustand bleibt dauerhaft erhalten. Beim Abschalten des Magnetfeldes werden wiederum Abschirmströme induziert, die entgegengerichtet zu den bisherigen Strömen fließen. Der Nettofluss beider Ströme addiert sich zu null und das Innere der Proben bleibt dauerhaft magnetfeldfrei [5][32].

Abbildung 2.6, b) zeigt einen idealen Leiter und einen Supraleiter, die bei einer Temperatur  $T > T_C$  einem externen Magnetfeld ausgesetzt werden. Auch in diesem Fall werden in beiden Proben Abschirmströme induziert. Diese Ströme klingen jedoch aufgrund des endlichen Widerstandes beider Proben recht schnell ab (vgl. Gl. 2.1), weshalb beide Materialien nach kurzer Zeit komplett von homogenen Magnetfeldlinien durchsetzt werden. Kühlt man anschließend beide Proben unter  $T_C$  ab, so verhalten sich idealer Leiter und Supraleiter komplett unterschiedlich: Der ideale Leiter wird weiterhin von Magnetfeldlinien durchsetzt, da sich der magnetische Fluss durch seine Oberfläche zeitlich nicht ändert und somit auch keine Ströme induziert werden können. Beim Abschalten des Magnetfeldes kommt es schließlich zu einer magnetischen Flussänderung, weshalb Ströme induziert werden, die versuchen, den vorherigen, magnetfelddurchsetzten Zustand aufrechtzuerhalten. Der Verlauf der entsprechenden Magnetfeldlinien ist in Abb. 2.6, b) dargestellt. Der Supraleiter hingegen verdrängt unterhalb von  $T_C$  das Magnetfeld aus seinem Inneren, was aus Sicht der klassischen Physik nicht erklärbar ist. Wird das Magnetfeld abgeschaltet, so stellt sich der Ausgangszustand des Supraleiters wieder ein (vgl. Abb. 2.6, b) [5][32].

Der Endzustand des idealen Leiters ist somit abhängig von der Versuchsreihenfolge, wohingegen der Endzustand des Supraleiters immer identisch ist. Dieser Sachverhalt wird besonders in Abbildung 2.7 deutlich. Abbildung 2.7 zeigt zwei verschiedene Wege für einen Supraleiter, um vom normalleitenden Zustand A in den magnetfeldfreien Zustand B zu gelangen. Auf dem Weg 1/2 wird die Probe zunächst auf eine Temperatur unterhalb der Sprungtemperatur abgekühlt und anschließend das Magnetfeld eingeschaltet. Auf dem Weg 3/4 wird erst das externe Magnetfeld eingeschaltet und dann die Probe abgekühlt. Beide Wege führen zum magnetfeldfreien Zustand B, wobei Weg 3/4 einen perfekten Diamagnetismus des Supraleiters voraussetzt. Der supraleitende Zustand ist somit wegunabhängig bzw. aus thermodynamischer Sicht reversibel. Der Endzustand des idealen Leiters aus dem Gedankenexperiment ist dagegen wegabhängig. Meißner und Ochsenfeld lieferten mit diesen Überlegungen einen ersten Hinweis darauf, dass es sich beim Übergang vom normal- in den supraleitenden Zustand um einen thermodynamischen Phasenübergang handeln könnte [25].



Abbildung 2.7: Magnetfeld-Temperatur-Phasendiagramm eines Typ-I-Supraleiters. Entnommen aus [25].

Zusammenfassend ist die magnetische Flussdichte  $\vec{B}_i$  ("das Magnetfeld") im Inneren eines Supraleiters - unabhängig von seiner Vorgeschichte - immer null. Bei Anlegen eines äußeren Magnetfeldes  $\vec{B}_{ext} = \mu_0 \vec{H}_{ext}$  wird durch Abschirmströme eine Magnetisierung  $\vec{M}$  im Supraleiter erzeugt, die dem äußeren Magnetfeld entgegengerichtet ist [25]. Es gilt:

$$\vec{B}_i = \mu_0(\vec{H}_{ext} + \vec{M}) = \mu_0(\vec{H}_{ext} + \chi \vec{H}_{ext}) = \mu_0 \vec{H}_{ext}(1+\chi) \stackrel{!}{=} 0$$
(2.3)

Aus Gleichung 2.3 folgt, dass die magnetische Suszeptibilität eines Supraleiters  $\chi = -1$  sein muss, was sie zu idealen diamagnetischen Materialen<sup>4</sup> macht.



Abbildung 2.8: Ein Magnet schwebt in Folge des Meißner-Ochsenfeld-Effekts über einem mit  $LN_2$  gekühlten Supraleiter. Entnommen aus [95].

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Diamagnetische Materialien werden durch eine magnetische Suszeptibilität  $\chi < 0$  gekennzeichnet [14].

Platziert man einen Permanentmagneten auf einem Supraleiter der Temperatur  $T < T_C$ , so beginnt der Magnet über dem Supraleiter zu schweben (s. Abb. 2.8). Diese Levitation ist Folge des idealen Diamagnetismus des Supraleiters und dient als Nachweis des Meißner-Ochsenfeld-Effekts. Anschaulich kann das so erklärt werden, dass der Magnet durch das von den Abschirmströmen im Supraleiter erzeugte Magnetfeld abgestoßen wird und dann die Position annimmt, in der sich abstoßende Kraft und Gewichtskraft ausgleichen. Ein umgedrehter Versuchsaufbau (Supraleiter schwebt über Magnet) ist ebenso möglich [13].

#### 2.3.3 Isotopeneffekt

1950 konnte man erstmals beobachten, dass die Sprungtemperatur  $T_C$  eines supraleitenden Metalls abhängig von der charakteristischen Isotopenmasse M der Kristallatome ist. Am Beispiel von Zinn-Isotopen (vgl. Abb. 2.9) wird dieser Zusammenhang besonders schön deutlich. Durch eine Auftragung von  $\log(T_C)$  gegen  $\log(M)$  erhält man einen abfallenden linearen Zusammenhang. Es gilt nach [5] und [20]

$$M^{\alpha}T_C = konst., \tag{2.4}$$

wobei  $\alpha$  die Steigung der Geraden ist. Umgeformt ergibt sich folgende Proportionalität:

$$T_C \propto M^{-\alpha} \tag{2.5}$$

Für das Zinnbeispiel beträgt  $\alpha \approx 0, 5, d. h.$  für  $T_C$  gilt:  $T_C \propto \sqrt{1/M}$  [20].

Da die Debeye-Frequenz  $\omega_D = \sqrt{C/M}$  ebenfalls invers proportional zur Wurzel der Isotopenmasse ist, liefert das einen ersten Hinweis darauf, dass der supraleitende Zustand eng mit der Elektron-Gitter-Wechselwirkung verknüpft sein könnte. Wie sich mit der Entwicklung der BCS-Theorie zeigen wird, ist diese Annahme vollkommen richtig [5].

![](_page_23_Figure_9.jpeg)

Abbildung 2.9: Logarithmische Auftragung der Sprungtemperatur  $T_C$  gegen die Isotopenmasse M von Zinn-Isotopen. Entnommen aus [33].

#### 2.3.4 Grenzen der supraleitenden Phase

#### Kritische Temperatur

Wie schon in Kapitel 2.1 angesprochen, ist die kritische Temperatur  $T_C$  ein begrenzender Faktor der Supraleitung. Unterhalb von  $T_C$  geht ein Supraleiter in den supraleitenden Zustand über, während er für  $T > T_C$  in den normalleitenden Zustand zurückkehrt [5].

#### Kritisches Magnetfeld

Ein Supraleiter kann nicht einem beliebig großen externen Magnetfeld  $B_{ext}$  ausgesetzt werden. Ab einer materialspezifischen kritischen Magnetfeldstärke  $B_C$  bricht die supraleitende Phase zusammen und das Material geht in die normalleitende Phase über. Das Magnetfeld  $B_i$  im Inneren des Supraleiters wächst dann proportional zum äußeren Magnetfeld  $B_{ext}$  an (vgl. Abb. 2.10, a)), während die Magnetisierung M des Supraleiters (in guter Näherung) komplett verschwindet (vgl. Abb. 2.10, b)) [25].

![](_page_24_Figure_6.jpeg)

Abbildung 2.10: a) Magnetfeld  $B_i$  im Inneren des Supraleiters als Funktion des externen Magnetfelds  $B_{ext} = \mu_0 H_{ext}$ . b) Magnetisierung des Supraleiters als Funktion des externen Magnetfelds. Entnommen aus [25].

Qualitativ kann dieses Verhalten so interpretiert werden, dass die Magnetfeld-Verdrängung im supraleitenden Zustand den Supraleiter "Energie kostet". Entsprechend destabilisiert ein steigendes externes Magnetfeld die supraleitende Phase bis diese kollabiert und in den energieärmeren normalleitenden Zustand übergeht [25].

An dieser Stelle sei zu erwähnen, dass das eben beschriebenen Verhalten nur für sogenannte Typ-I-Supraleiter gilt. Typ-II-Supraleiter verhalten sich in einem externen Magnetfeld ähnlich, jedoch werden diese durch zwei kritische Magnetfelder  $B_{C1}$  und  $B_{C2}$  charakterisiert. Genaueres zum Verhalten von Typ-II-Supraleitern im externen Magnetfeld und zum Unterschied von Typ-I-SL und Typ-II-SL wird in Kapitel 2.6 angesprochen [25]. In experimentellen Untersuchungen konnte gezeigt werden, dass die kritische Magnetfeldstärke  $B_C$  von der Umgebungstemperatur T und der kritischen Temperatur  $T_C$  des Supraleiters abhängt. Es konnte folgender empirischer Zusammenhang gefunden werden, der auch in Abbildung 2.11 für verschiedene Typ-I-Supraleiter aufgetragen ist [25]:

![](_page_25_Figure_2.jpeg)

Abbildung 2.11: Temperaturabhängigkeit der kritischen Magnetfeldstärke  $B_C$  für einige Typ-I-Supraleiter. Entnommen aus [25].

Anhand von Gleichung 2.6 und Abbildung 2.11 ist ersichtlich, dass die kritische Magnetfeldstärke  $B_C$  für T = 0 maximal  $(B_{C,max} = B_C(T = 0))$  wird. Ebenso hängt eine hohe kritische Temperatur  $T_C$  über Gleichung 2.6 direkt mit einer hohen kritischen Magnetfeldstärke  $B_C$  zusammen (vgl. Abbildung 2.11:  $T_C(Pb) = 7, 2K > T_C(Hg) = 4, 2K$ ).

#### Kritische Stromdichte

Neben der kritischen Temperatur  $T_C$  und dem kritischen Magnetfeld  $B_C$  wird der supraleitende Zustand durch eine kritische Stromdichte  $j_C$  begrenzt. Dies ist qualitativ gut nachvollziehbar, da laut der 4. Maxwellgleichung ( $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ ) Ladungsströme ein magnetisches Feld erzeugen und Magnetfelder die supraleitende Phase destabilisieren. Da das Innere eines Supraleiters stets magnetfeldfrei ist - eine Temperatur  $T < T_C$  und ein Magnetfeld  $B < B_C$  vorausgesetzt - darf im Inneren des Supraleiters auch kein Strom fließen. Die Transportströme durch einen Supraleiter fließen deshalb analog zu den Abschirmströmen auf einer dünnen Oberflächenschicht der Dicke  $\lambda_L$  [5].

Um die kritische Stromdichte herzuleiten, bietet sich das geometrisch einfache Beispiel eines stromdurchflossenen Drahtes mit Radius R an. Für das Magnetfeld außerhalb des Drahtes ergibt sich mithilfe des Ampere'schen Gesetzes

$$B(r) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{r},$$
(2.7)

wobei r ein beliebiger Radius  $r \ge R$  ist. Für das Magnetfeld auf der Oberfläche des Drahtes folgt damit [5]:

$$B(r = R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{R}$$
(2.8)

Übersteigt das Magnetfeld an der Oberfläche des Supraleiters, welches durch Ströme<sup>5</sup> im Supraleiter hervorgerufen wird, nun den Wert des kritischen Magnetfeldes  $B_C$ , so bricht der supraleitende Zustand zusammen. Die entsprechende Stromstärke, die dieses Magnetfeld hervorruft, wird als kritische Stromstärke  $I_C$  bezeichnet [5]. Aus Gl. 2.8 folgt:

$$B(R) = B_C(T) = \frac{\mu_0 I_C(T)}{2\pi} \frac{1}{R}$$
(2.9)

Aufgrund der direkten Proportionalität von  $B_C(T)$  und  $I_C(T)$  folgt, dass  $I_C(T)$  die gleiche T-Abhängigkeit wie das kritische Magnetfeld besitzt. Dieser Sachverhalt wird auch deutlich, wenn man den Temperaturverlauf der kritischen Stromstärke (Abb. 2.12) mit dem Temperaturverlauf der kritischen Magnetfeldstärke (Abb. 2.11) vergleicht [5].

![](_page_26_Figure_6.jpeg)

Abbildung 2.12: Kritische Stromstärke  $I_C$  als Funktion der Temperatur für einen Zinn-Draht mit Durchmesser 1 mm. Entnommen aus [5].

In der klassischen Physik ist die Stromstärke I definiert als die über einen Leiterquerschnitt  $\vec{A}$  integrierte Stromdichte  $\vec{j}$ . Für die kritische Stromstärke ergibt sich analog [14]:

$$I_C = \int_A \vec{j}_C \, d\vec{A} \tag{2.10}$$

Unter Annahme einer räumlich konstanten Stromdichte und eines senkrechten Durchflusses vereinfacht sich Gleichung 2.10 zu:

$$I_C = j_C \cdot A \tag{2.11}$$

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Es spielt dabei keine Rolle, ob es sich um Abschirm- oder Transportströme handelt [5].

Da Ströme im Supraleiter nur auf einer dünnen Oberflächenschicht der Dicke  $\lambda_L$  fließen, reduziert sich die durchflossene Querschnittsfläche. Es gilt:

$$I_C = j_C \cdot A$$
  
=  $j_C \cdot (\pi R^2 - \pi (R - \lambda_L)^2)$   
=  $j_C \cdot (\pi R^2 - \pi R^2 + 2\pi R \lambda_L - \frac{\pi \lambda_L^2}{\approx 0})$   
=  $j_C \cdot 2\pi R \lambda_L$  (2.12)

Aus Gleichung 2.12 folgt schließlich für die kritische Stromdichte:

$$j_C(T) = \frac{I_C(T)}{2\pi R \cdot \lambda_L(T)} \stackrel{=}{=} \frac{B_C(T)}{\mu_0 \cdot \lambda_L(T)}$$
(2.13)

#### Zusammenfassung und kritisches Phasendiagramm

Wie in diesem Kapitel dargestellt, wird die supraleitende Phase durch drei kritische Parameter begrenzt, die sich gegenseitig beeinflussen:

- Die kritische Temperatur  $T_C$
- Das kritische Magnetfeld  $B_C(T_C) = \mu_0 H_C$
- Die kritische Stromdichte  $j_C(B_C)$

Die drei Größen Temperatur, Magnetfeld und Stromdichte können als Achsen eines 3D-Koordinatensystems aufgefasst werden, wobei deren kritische Werte eine Fläche aufspannen, die als *kritische Oberfläche* bezeichnet wird (vgl. Abb. 2.13). Die kritische Oberfläche (engl. critical surface) ist ergo abhängig vom betrachteten Supraleiter und dessen kritischen Parametern. Sie trennt den supraleitenden Zustand (alles unterhalb der Fläche) vom normalleitenden Zustand (alles oberhalb der Fläche) [7].

![](_page_27_Figure_11.jpeg)

Abbildung 2.13: Schematische Darstellung der kritischen Fläche, die durch  $T_C$ ,  $j_C$  und  $B_C = \mu_0 H_C$  aufgespannt wird. Entnommen aus [7].

## 2.4 Thermodynamik der Supraleitung

Durch den Meißner-Ochsenfeld-Effekt konnte man 1933 erstmals nachweisen, dass es sich bei der Supraleitung um *eine* thermodynamische Phase handelt. Unabhängig von der Versuchsdurchführung wird im supraleitenden Zustand ein äußeres Magnetfeld aus dem Inneren eines Supraleiters I. Art verdrängt [5].

Um weitere grundlegende thermodynamische Eigenschaften von Supraleiter zu verstehen, reicht es aus, sich auf Supraleiter I. Art zu beschränken. Zur Beschreibung der Supraleitung werden die unabhängigen Variablen Temperatur T, Druck p und magnetische Flussdichte  $\vec{B}$  verwendet, da besonders das Verhalten von Supraleitern im externen Magnetfeld von Interesse ist. Das zu diesen Variablen gehörende thermodynamische Potential ist die freie Enthalpie G (auch: "Gibbs-Energie").Wie alle thermodynamischen Potentiale hat auch die freie Enthalpie die Dimension einer Energie [5]. Es gilt:

$$G(T, p, \vec{B}) = U - TS + pV - \vec{m} \cdot \vec{B}, \qquad (2.14)$$

wobei U die innere Energie, S die Entropie, V das Volumen und  $\vec{m}$  das magnetische Moment des Supraleiters meint. Da  $\vec{m} \| \vec{B}$  ist, kann die vektorielle Betrachtung beider Größen vernachlässigt werden. Mithilfe des Differentials der inneren Energie dU = TdS - pdV + Bdm und unter Voraussetzung eines konstanten Drucks (dp = 0) erhält man für die Änderung der freien Enthalpie [5]:

$$dG(T,B) = dU - TdS - SdT + pdV - mdB - Bdm$$
  
= -SdT - mdB (2.15)

Dieser Ausdruck lässt sich mithilfe der allgemeinen Definition des magnetischen Momentes  $m = M \cdot V = \frac{\chi \cdot B}{\mu_0} \cdot V$  und unter Berücksichtigung des idealen Diamagnetismus eines Supraleiters ( $\chi = -1$ ) weiter umformen zu [5]:

$$dG(T,B) = -SdT + \frac{V}{\mu_0}BdB$$
(2.16)

Das Differential dG(T, B) enthält nun sämtliche nötigen Informationen über den supraleitenden Zustand im thermischen Gleichgewicht. Zwei Phasen (z. B. normalleitend und supraleitend) sind genau dann im thermischen Gleichgewicht, wenn ihre thermodynamischen Potentiale (hier: Gibbs-Energien) einen identischen Wert annehmen [5] [25]. Mithilfe der Gibbs-Energie lassen sich nun ein Vielzahl thermodynamischer Variablen sehr

leicht bestimmen. Das wird im weiteren Verlauf des Kapitels z. B. zur Bestimmung der Entropie S genutzt [5].

#### 2.4.1 Freie Enthalpie

Ohne äußeres Magnetfeld und für  $T < T_C$  ist der supraleitende Zustand (Index s) stabiler bzw. energieärmer als der normalleitende Zustand (Indes n), d. h. es gilt [32]:

$$G_n(B = 0, T < T_C) > G_s(B = 0, T < T_C)$$
(2.17)

Der Supraleiter "gewinnt" somit Energie beim Übergang in die supraleitende Phase. Um nun die freie Enthalpie eines Supraleiters bei variablem äußeren Magnetfeld zu berechnen, muss Gleichung 2.16 integriert werden. Man erhält nach [20]:

$$G_s(B,T) = -ST + \int_0^B \frac{V}{\mu_0} B' dB' = G_s(B=0,T) + \frac{VB^2}{2\mu_0}$$
(2.18)

Offensichtlich erhöht sich durch Anlegen eines äußeren Magnetfeldes die freie Enthalpie des Supraleiters gegenüber dem magnetfeldfreien Zustand  $G_s(B = 0, T)$ .  $G_s(B, T)$  steigt gemäß Gl. 2.18 quadratisch mit dem externen Feld an, wobei der supraleitende Zustand dabei immer instabiler wird. An der Phasengrenze, also bei  $B = B_C$ , haben die freien Enthalpien der supraleitenden und der normalleitenden Phase den selben Wert. Es gilt:

$$G_n(B_C, T) = G_s(B_C, T)$$
 (2.19)

Oberhalb der kritischen Magnetfeldstärke  $B_C$  ist die freie Enthalpie des supraleitenden Zustandes größer - also energetisch ungünstiger - als die des normalleitenden Zustandes (vgl. Abb. 2.14, a). Entsprechend geht oberhalb von  $B_C$  der Supraleiter in die normalleitende Phase über. Die Energie, die durch den Übergang in die supraleitende Phase gewonnen wurde, wurde dann vollständig für die Verdrängung des Magnetfelds im Inneren des Supraleiters aufgebraucht [32]. Abbildung 2.14, a) zeigt die unterschiedlichen Verläufe der freien Enthalpie für einen Supraleiter und einen unmagnetischen Normalleiter.

![](_page_29_Figure_9.jpeg)

Abbildung 2.14: a) Schematische Darstellung der freien Enthalpie in Abhängigkeit der Temperatur für einen Normalleiter und einen Supraleiter. b) Analoge Darstellung der Entropie. Entnommen aus [32].

Die kritische Feldstärke  $B_C(T)$  eines Supraleiters wird indes über die Differenz der freien Enthalpie zwischen normal- und supraleitender Phase festgelegt. Es gilt nach [20]:

$$\Delta G = G_n(0,T) - G_s(0,T) = \frac{VB_C^2(T)}{2\mu_0}$$
(2.20)

#### 2.4.2 Entropie

Die Entropie eines thermodynamischen Systems lässt sich mithilfe von

$$S = -\left(\frac{\partial G}{\partial T}\right)_{B,p} \tag{2.21}$$

berechnen. Da die Differenz der freien Enthalpie bekannt ist (Gl. 2.20), folgt für die Differenz der Entropie mittels einfacher Differentiation [20]:

$$\Delta S(T) = S_n(T) - S_s(T) = \frac{VB_C(T)}{\mu_0} \frac{dB_C(T)}{dT}$$
(2.22)

Die entsprechenden Temperaturverläufe von  $S_n(T)$  und  $S_s(T)$  sind in Abb. 2.14, b) dargestellt. Eine genauere Betrachtung von Gleichung 2.22 für verschiedenen Temperaturen lieferte interessante Erkenntnisse (vgl. dazu Abb. 2.14, b)) [20]:

- $T \to T_C$ : Nach Gl. 2.6 verschwindet das kritische Magnetfeld  $B_C$ , ebenso wie der Entropieunterschied  $\Delta S$  (Gl. 2.22). Da die Entropie beider Phasen in diesem Fall identisch ist, tritt keine latente Wärme  $\Delta Q = T_C(S_n - S_s)$  auf [20]. Nach der Ehrenfest-Klassifikation muss es sich beim *temperaturbedingten* Übergang in den supraleitenden Zustand also um einen Phasenübergang 2. Ordnung handeln [21].
- $T \to 0$ : Am absoluten Temperaturnullpunkt verschwindet der Term  $dB_C(0)/dT$  in Gleichung 2.22, weshalb auch hier die Entropiedifferenz  $\Delta S = 0$  ist [20].
- $0 < T < T_C$ : In diesem Fall ist  $dB_C(T)/dT < 0$  und damit  $\Delta S < 0$ . Die supraleitende Phase besitzt somit eine geringere Entropie als die normalleitende Phase, sie ist "geordneter". Beim magnetfeldbedingten Übergang tritt folglich latente Wärme auf, weshalb man hier von einem Phasenübergang 1. Ordnung spricht [20] [21] [32].

#### 2.4.3 Spezifische Wärme

Abbildung 2.15 zeigt die spezifischen Wärmen  $C_n(T)$  und  $C_s(T)$  für den normal- sowie supraleitenden Zustand von Aluminium. Die spezifische Wärme wächst in beiden Zuständen mit der Temperatur an, wobei  $C_s(T)$  deutlich steiler ansteigt als  $C_n(T)$ . Auffällig ist der Sprung der spezifischen Wärme beim Übergang vom supraleitenden in den normalleitenden Zustand. Diese Unstetigkeit ist typisch für einen Phasenübergang 2. Ordnung [5]. In einem normalleitenden Festkörper setzt sich die spezifische Wärme aus einem Beitrag der Leitungselektronen  $C_{n,e}$  sowie einem Beitrag der Gitterschwingungen  $C_{n,g}$  zusammen. Es gilt unter Verwendung der Konstanten  $\alpha$  und  $\gamma$  sowie der Debeye-Temperatur  $\Theta_D$  [5]:

$$C_n(T) = C_{n,e} + C_{n,g} = \gamma \cdot T + \alpha \left(\frac{T}{\Theta_D}\right)^3$$
(2.23)

Für sehr niedrige Temperaturen dominiert der Beitrag der Leitungselektronen deutlich, wodurch man mithilfe von Gleichung 2.23 einen linearen Zusammenhang zwischen der spezifischen Wärme und der Temperatur erhält (vgl. Graph  $C_n$  in Abb. 2.15).

 $C_s(T)$  folgt dagegen in guter Näherung einer  $T^3$ -Abhängigkeit, was bedeutet, dass der Gitteranteil der spezifischen Wärme im supraleitenden Zustand dominiert (vgl. Gl. 2.23). Das liegt daran, dass sich ein Teil der Leitungselektronen im supraleitenden Zustand zu Cooper-Paaren zusammenschließt (vgl. Kap. 2.7) und diese keine Wärme aufnehmen können. Entsprechend minimiert sich der Anteil der Elektronen, die sich oberhalb der Energielücke befinden und einen Beitrag zur spezifischen Wärme leisten können. Um die spezifische Wärme zu erhöhen, ist es möglich, die Cooper-Paare durch Energiezufuhr aufzubrechen und über die Energielücke zu heben. Diese Anregung erfolgt dabei mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit der Form  $\exp(\frac{-\Delta}{k_BT})$  ( $\Delta$  = Größe der Energielücke). Der Beitrag der Elektronen aus Gleichung 2.23 muss folglich durch diese abnehmende Exponentialfunktion ersetzt werden. Die BCS-Theorie liefert schließlich folgende Gleichung für die spezifische Wärme eines Typ-I-Supraleiters bei  $T \to 0$  [5]:

$$C_s(T) = 9,17\gamma \cdot T_C \cdot \exp\left(\frac{-1,5T_C}{T}\right)$$
(2.24)

![](_page_31_Figure_6.jpeg)

Abbildung 2.15: Spezifische Wärme von Aluminium im normal- und supraleitenden Zustand in Abhängigkeit der Temperatur. Entnommen aus [32].

### 2.5 Die makroskopische London-Theorie

Die nachfolgend vorgestellte London-Theorie ist makroskopischer Natur, d. h. sie basiert auf phänomenologischen Beobachtungen (Kap. 2.3) und versucht einen Zusammenhang zwischen diesen herzustellen. Die Begründer Fritz und Heinz London wollten vor allem die elektromagnetischen Eigenschaften von Supraleitern verstehen und modifizierten die Maxwell-Gleichungen derart, dass sie das Verhalten von elektrischen und magnetischen Feldern in Supraleitern erklären konnten. Zusammen mit den Maxwell-Gleichungen beschreiben die London-Gleichungen die gesamte Elektrodynamik der Supraleiter [20] [25].

#### 2.5.1 London-Gleichungen

Ausgangspunkt der London-Theorie ist das Drude-Modell, das den Ladungstransport in Metallen durch Anlegen eines elektrischen Feldes  $\vec{E}$  beschreibt. Das Verhalten der Leitungselektronen wird im Drude-Modell durch folgende Bewegungsgleichung definiert:

$$\underbrace{m\frac{d\vec{v}}{dt}}_{\text{Kraftansatz}} = \underbrace{q\vec{E}}_{\text{el.Kraft}} \underbrace{-m\frac{\vec{v}_d}{\tau}}_{\text{Reibungsterm}}$$
(2.25)

m meint in diesem Zusammenhang die Elektronenmasse,  $\vec{v}$  die Elektronengeschwindigkeit, q die Ladung der Elektronen,  $\vec{v}_d$  die Driftgeschwindigkeit (Elektronengeschwindigkeit abzüglich der thermischen Geschwindigkeit) und  $\tau$  die Stoßzeit der Elektronen [25]. Gleichung 2.25 kann nun auf den supraleitenden Ladungstransport übertragen werden, wobei allgemein von supraleitenden Ladungsträgern<sup>6</sup> (Index s) anstatt von Elektronen gesprochen wird. Durch Vernachlässigung des Reibungsterms wird zudem die ideale Leitfähigkeit im supraleitenden Zustand ( $\tau$  wäre in diesem Fall  $\infty$ ) berücksichtigt. Es gilt:

$$m_s \frac{d\vec{v}}{dt} = q_s \vec{E} \tag{2.26}$$

Eingesetzt in die Definition der supraleitenden Stromdichte  $\vec{j} = q_s n_s \vec{v}$  ergibt das:

$$rac{dec{j}_s}{dt} = rac{n_s q_s^2}{m_s} ec{E}$$
 1. London'sche Gleichung

 $n_s$  bezeichnet in diesem Fall die Ladungsträgerdichte der supraleitenden Ladungsträger. Im supraleitenden Zustand ist somit die elektrische Feldstärke proportional zur zeitlichen Ableitung der Stromdichte und nicht wie im Ohm'schen Gesetz ( $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ ) direkt proportional zur Stromdichte [20] [25] [32].

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Zur Zeit der Veröffentlichung der London-Theorie war es noch umstritten, wer oder was Träger des supraleitenden Stroms ist, weshalb hier allgemein von supraleitenden Ladungsträgern gesprochen wird. Wie sich durch die BCS-Theorie herausstellte, sind Cooper-Paare Träger des Suprastroms [32].

Die 1. London-Gleichung kann weiterhin nach  $\vec{E}$  umgeformt und in das maxwellsche Induktionsgesetz ( $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ ) eingesetzt werden:

$$\nabla \times \left(\frac{d\vec{j}_s}{dt} \frac{m_s}{n_s q_s^2}\right) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$
  
$$\rightleftharpoons \frac{\partial}{\partial t} \underbrace{\left(\nabla \times \vec{j}_s \frac{m_s}{n_s q_s^2} + \vec{B}\right)}_{\stackrel{!}{=} 0} = 0$$
(2.27)

Gleichung 2.27 besagt nun, dass der magnetische Fluss innerhalb einer idealleitenden Probe zeitlich konstant ist. Laut dem Meißner-Ochsenfeld-Effekt muss im Inneren eines Supraleiters aber das Magnetfeld an sich und nicht dessen zeitliche Ableitung verschwinden. Aus dieser Forderung folgt, dass auch der Klammerausdruck in Gleichung 2.27 verschwinden muss [20] [32]. Damit erhält man die 2. London'sche Gleichung

$$abla imes \vec{j}_s = -rac{n_s q_s^2}{m_s} \vec{B},$$
 2. London'sche Gleichung

die die supraleitende Stromdichte mit dem Magnetfeld im Supraleiter in Relation setzt.

#### 2.5.2 London'sche Eindringtiefe

In Kapitel 2.3.2 wurde gezeigt, dass ein externes Magnetfeld vollständig aus dem Inneren eines Supraleiters verdrängt wird. Diese Annahme würde unendlich große Abschirmströme an der Probenoberfläche zur Folge haben, was freilich nicht realistisch ist. In der Realität dringt das Magnetfeld einige Nanometer in den Supraleiter ein. Diese Strecke wird als London'sche Eindringtiefe  $\lambda_L$  bezeichnet und soll im Folgenden hergeleitet werden:

Für die Herleitung wird die in Abb. 2.16 dargestellte Geometrie betrachtet. Im Bereich x < 0 befindet sich ein Vakuum, im Bereich x > 0 ein Supraleiter. Das äußere Magnetfeld  $B_z$  wird in z-Richtung angelegt und hat im Vakuum eine konstante Stärke von  $B_z(x) = B_0$ . Ausgangspunkt der Herleitung ist nun das Ampere'sche Gesetz  $\nabla \times \vec{B}_z = \mu_0 \vec{j}_s$  im Inneren des Supraleiters. Durch Erweiterung beider Seiten mit dem Rotations-Operator ( $\nabla \times$ ) und unter Verwendung der Identität  $\nabla \times (\nabla \times \vec{B}) = \nabla (\nabla \cdot \vec{B}) - \Delta \vec{B}$ , des Gauß'schen Gesetzes ( $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ ) sowie der 2. London'schen Gleichung folgt [20] [32]:

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{B}_z) = \mu_0 (\nabla \times \vec{j}_s)$$
$$\nabla (\nabla \cdot \vec{B}_z) - \Delta \vec{B}_z = \mu_0 (\nabla \times \vec{j}_s)$$
$$-\Delta \vec{B}_z = \mu_0 (\nabla \times \vec{j}_s)$$
$$-\Delta \vec{B}_z = \mu_0 \left( -\frac{n_s q_s^2}{m_s} \vec{B}_z \right)$$
(2.28)

Da das äußere Magnetfeld lediglich von der x-Koordinate abhängt, kann der vektorielle Charakter in Gleichung 2.28 auf eine Dimension heruntergebrochen werden, was zu folgender Differentialgleichung führt:

$$\frac{d^2 B_z(x)}{dx^2} - \frac{\mu_0 n_s q_s^2}{m_s} B_z(x) = 0$$
(2.29)

![](_page_34_Figure_3.jpeg)

Abbildung 2.16: Exponentieller Abfall eines äußeren Magnetfelds  $B_0$  am Rand eines Supraleiters (x > 0). Entnommen aus [32].

Die Lösung dieser Differentialgleichung lautet:

$$B_z(x) = B_0 \cdot exp\left(-x/\sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s q_s^2}}\right) = B_0 \cdot exp\left(-x/\lambda_L\right)$$
(2.30)

Das Magnetfeld klingt somit exponentiell im Supraleiter ab (vgl. Abb. 2.16). Nach einer charakteristischen Länge, der London'schen Eindringtiefe

$$\lambda_L = \sqrt{\frac{m_s}{\mu_0 n_s q_s^2}}, \qquad [\lambda_L] = 1 m \qquad (2.31)$$

ist das Magnetfeld auf 1/e-tel seiner Ursprungsstärke  $B_0$  abgefallen. Da die temperaturabhängige Dichte der supraleitenden Teilchen  $n_s(T)$  in Gleichung 2.31 eingeht, ist  $\lambda_L$  abhängig von der Temperatur. Gorter und Casimir fanden im Rahmen ihrer Zwei-Flüssigkeitentheorie hierfür folgenden empirischen Zusammenhang [20]:

$$\lambda_L(T) = \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{1 - (T/T_C)^4}} \tag{2.32}$$

Für  $T = T_C$  divergiert  $\lambda_L$  gegen  $\infty$ , während  $n_s(T)$  null wird.

Durch Einsetzten von Gleichung 2.30 in das Ampere'sche Gesetz $\nabla\times\vec{B_z}=\mu_0\vec{j_s}$ erhält

man einen Ausdruck für die Stromdichte im Supraleiter, die in y-Richtung also senkrecht zum Magnetfeld fließt und ebenfalls exponentiell mit  $\lambda_L$  abklingt [20] [32]:

$$j_y(x) = \frac{B_0}{\mu_0 \lambda_L} \cdot e^{-x/\lambda_L} = j_0 \cdot e^{-x/\lambda_L}$$
(2.33)

Supraleiter	Eindringtiefe $\lambda_L$ in $nm$							
Zinn (Sn)	34							
Aluminium (Al)	16							
Blei (Pb)	37							
Cadmium (Cd)	110							
Niob (Nb)	39							

Tabelle 2.2 zeigt abschließend die Höhe der London'schen Eindringtiefe für einige Metalle.

**Tabelle 2.2:**  $\lambda_L$  einiger supraleitender Metalle. Eigene Darstellung nach [44].

#### 2.5.3 Grenzen und Weiterentwicklungen der London-Theorie

Mithilfe der London-Theorie lassen sich die ideale Leitfähigkeit und der ideale Diamagnetismus eines Supraleiters sehr gut beschreiben, jedoch weist die Theorie einige Vereinfachungen auf, die z. B. in Hochfrequenzexperimenten zu falschen Vorhersagen führen [20]. Der Brite Brian Pippard erweiterte aus diesem Grund die London-Theorie zur heute bekannten *London-Pippard-Theorie*. Er erkannte, dass sich supraleitende Eigenschaften nicht auf winzigen Längenskalen abrupt ändern können. Anstelle einer lokalen Beschreibung der Messgrößen (Stromdichte, Magnetfeld etc.) nutzte er deshalb eine nicht-lokale Beschreibung, indem er z. B. zur Berechnung der Stromdichte nicht die lokale Magnetfeldstärke, sondern einen gemittelten Wert des Magnetfelds heranzog [20] [30] [32].

Eine wesentliche Erweiterung der London-Theorie stellten auch die Arbeiten von Ginsburg und Landau dar. Ausgangspunkt ihrer Ginsburg-Landau-Theorie (GLT) ist die Landau-Theorie für Phasenübergänge 2. Ordnung. Darauf aufbauend berechneten die beiden Physiker die freie Energie F eines Supraleiters nahe des Phasenübergangs. Durch Minimierung der freien Energie leiteten sie zwei Gleichungen her, die analog zu den London-Gleichungen zur Beschreibung des supraleitenden Zustandes genutzt werden können. Die GLT lieferte zudem erstmalig eine konkrete Beschreibung der Kohärenzlänge  $\xi$ , die die minimale Distanz im Supraleiter definiert, über die sich die supraleitenden Eigenschaften bedeutend ändern können [31]. Auf Basis der GLT sagte Abrikossow 1957 erstmals die Existenz von Supraleitern II. Art und des Zwischenzustandes voraus, während Lew Gorkov 1959 als Erster Parallelen zwischen der GLT und der 1956 veröffentlichten BCS-Theorie herstellte. Die Erkenntnisse der vier Physiker wurden in einer einzigen Theorie vereint, die nach den Nachnamen ihrer Begründer als *GLAG-Theorie* bezeichnet wird [32].
# 2.6 Klassifikation der konventionellen Supraleitung

Supraleiter werden nach ihrem Verhalten in einem äußeren Magnetfeld in drei Klassen eingeteilt, die in folgendem Abschnitt vorgestellt werden.

# 2.6.1 Supraleiter I. Art

Supraleiter I. Art (auch: Typ-I-Supraleiter) verhalten sich in einem externen Magnetfeld wie ideale Diamagnete, was bedeutet, dass sie ein resultierendes Magnetfeld bis auf eine dünne Oberflächenschicht komplett aus ihrem Inneren verdrängen. Typ-I-Supraleiter sind dementsprechend im supraleitenden Zustand an einem ausgeprägten Meißner-Ochsenfeld-Effekt zu erkennen. Wird die kritische Feldstärke  $B_C$  überschritten, so geht das Material in den normalleitenden Zustand über. Die Eigenmagnetisierung fällt dementsprechend sprunghaft auf null und es bildet sich ein resultierende inneres Magnetfeld  $B_i$ , das proportional mit dem äußeren Magnetfeld ansteigt (vgl. Kap. 2.3.4 und Abb. 2.17). Der Großteil der Elementsupraleiter wie z. B. Quecksilber oder Blei sind Supraleiter I. Art [5].

# 2.6.2 Supraleiter II. Art

Supraleiter II. Art (auch: Typ-II-Supraleiter) werden durch zwei kritische Magnetfeldstärken  $B_{c1}$  und  $B_{c2}$  charakterisiert. Unterhalb von  $B_{c1}$  ("unteres kritisches Magnetfeld") verhalten sie sich analog zu Typ-I- Supraleitern, weshalb dieser Abschnitt im Phasendigramm von Typ-II-Supraleitern auch als "Meißner-Phase" bezeichnet wird (vgl. Abb. 2.19) [32].



Abbildung 2.17: a) Vergleich des Magnetfelds B<sub>i</sub> im Inneren eines Typ-I- und Typ-II-Supraleiters als Funktion des äußeren Magnetfelds B<sub>ext</sub> = μ<sub>0</sub>H<sub>ext</sub>.
b) Vergleich der Magnetisierungskurven für Typ-I- und Typ-II-Supraleiter. Entnommen aus [25].

Für  $B_{c1} < B_{ext} < B_{c2}$  befindet sich der Supraleiter in einer Zwischenphase, auch "Shubnikov-Phase" genannt, in der das äußere Magnetfeld teilweise in den Supraleiter eindringt. Das äußere Magnetfeld muss dadurch nur noch teilweise abgeschirmt werden (vgl. Abb. 2.17, a). Die Eigenmagnetisierung fällt dagegen mit ansteigendem äußeren Magnetfeld langsam auf null, bis sie bei  $B_{c2}$  ("oberes kritisches Magnetfeld") komplett verschwindet (vgl. Abb. 2.17, b). Oberhalb von  $B_{c2}$  bricht die supraleitende Phase zusammen und das äußere Magnetfeld durchdringt den Supraleiter vollständig (vgl. Abb. 2.19) [5] [25]. In der Shubnikov-Phase dringen die magnetischen Feldlinien in Form von dünnen Röhrchen, die auch als Flussschläuche bezeichnet werden, in den Supraleiter ein (vgl. Abb. 2.18). Die Flussschläuche werden dabei von Abschirmströmen gebündelt, die konzentrisch um die Röhrchen fließen. Da die Flussschläuche in einem idealen Typ-II-Supraleiter frei beweglich sind und zwischen den Flussschläuchen eine abstoßende Wechselwirkung existiert, ordnen sie sich in der Form eines Dreiecksgitters an, wobei der Bereich zwischen den Flussschläuchen supraleitend und das Innere der Flussschläuche normalleitend ist [5].



Abbildung 2.18: Schematische Darstellung der Shubnikov-Phase eines Supraleiters II. Art. Jeder Flussschlauch besteht aus einem System von abschirmenden Ringströmen und gebündelten Magnetfeldlinien. Mit ansteigendem äußeren Magnetfeld werden die Abstände zwischen den Flussschläuchen kleiner. Entnommen aus [5].

Supraleiter II. Art zeichnen sich durch große kritische Magnetfeldstärken  $B_{c1}/B_{c2}$  aus, weshalb sie grundsätzlich für technische Anwendungen geeignet sind, bei denen besonders große Magnetfelder benötigt werden (vgl. Kap. 3.1). Zu den Typ-II-Supraleitern gehören die in Kapitel 2.9 vorgestellten Hochtemperatursupraleiter (Kuprate und Eisnenpniktide) sowie einige supraleitende Legierungen wie z. B. NbTi (vgl. Kap. 2.2) [5].

Aufgrund der Existenz eines äußeren Magnetfeldes und der Anwesenheit von Ringströmen werden die Flussschläuche der Shubnikov-Phase von einem magnetischen Fluss  $\Phi$  durchsetzt. Dieser Magnetfluss hat für alle Flussschläuche einen identischen Wert von

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e} = 2,068 \cdot 10^{-15} \, Tm^2. \tag{2.34}$$

Diese Tatsache ist die Konsequenz der *Flussquantisierung*, die 1961 von Robert Doll und Martin Näbauer in München sowie gleichzeitig von Bascom Deaver und William Fairbank in Stanford experimentell gefunden wurde. Laut diesem Effekt kann der Magnetfluss durch einen supraleitenden Ring nur ganzzahlige Werte des Flussquants (Gl. 2.34) annehmen. Die Flussquantisierung ist dabei eine direkte Folge des Meißner-Ochsenfeld-Effekts [5].



Abbildung 2.19: Magnetfeld-Temperatur-Phasendiagramm eines Typ-II-Supraleiters. An der Ordinate sind die kritischen Magnetfeldstärken aufgetragen, wobei allgemein gilt:  $H_c = B_c/\mu_0$ . Für das entsprechende Diagramm eines Typ-I-Supraleiters siehe Abbildung 2.7. Entnommen aus [59].

Es konnte experimentell beobachtet werden, dass in einem Supraleiter, der sich in der Shubnikov-Phase befindet, Transportströme über die gesamte Querschnittsfläche verteilt fließen und nicht auf eine dünne Oberflächenschicht begrenzt sind. Das hat zur Folge, dass Ladungsträger auch durch Flussschläuche "hindurchfließen". Da im Inneren eines Flussschlauchs ein Magnetfeld senkrecht zur Flussrichtung der Ladungsträger herrscht, wirkt auf die Ladungsträger eine Lorentzkraft vom Betrag  $F_L = q \cdot v \cdot B = I \cdot \Delta t \cdot \frac{L}{\Delta t} \cdot B = I \cdot L \cdot B$ , die senkrecht zum Magnetfeld und zur Stromflussrichtung orientiert ist (L: Probenlänge). Da die Ladungsträger durch die Geometrie der Probe begrenzt und damit in der Probe festgehalten werden, muss aufgrund des 3. Newton'schen Axioms (actio = reactio) eine Kraft auf die Flussschläuche senkrecht zu ihrer Symmetrieachse wirken. Die Flussschläuche werden dadurch zu einer Bewegung (Flussschlauchwandern) innerhalb des Supraleiters gezwungen, die aber nicht reibungsfrei verläuft und somit zu Energieverlusten führt. Es tritt somit ein ohmscher Widerstand auf, der den verlustfreien Stromtransport unterbindet und die *idealen* Typ-II-Supraleiter für technische Anwendungen unbrauchbar macht. Um dieses Problem zu umgehen, müsste man das Flussschlauchwandern unterbinden, indem man die Flussschläuche an ihren Positionen verankert (Flux-Pinning). Genau das geschieht in sogenannten Typ-III-Supraleitern bzw. harten Supraleitern [5] [67] [76].

# 2.6.3 Supraleiter III. Art/Harte Supraleiter

Ein Typ-III-Supraleiter ist ein Supraleiter II. Art, der über Haftstellen (*Pinning-Zentren*) verfügt, an denen die Flussschläuche der Shubnikov-Phase fixiert werden können (vgl. Abbildung 2.20) [67].

Im vorherigen Unterkapitel wurde noch von einem idealen und homogenen Typ-II-Supraleiter ausgegangen, in dem sich die Flussschläuche ungehindert bewegen können. Ein realer Typ-II-Supraleiter ist aber nicht homogen aufgebaut, sondern verfügt über Verunreinigungen, Defekte und andere Fehler des Kristallgitters, die als Haftzentren fungieren können. Genau genommen zeigt somit jeder reale Typ-II-Supraleiter einen Flux-Pinning-Effekt, der aber je nach Material unterschiedlich stark ausgeprägt ist. Supraleiter mit besonders starkem Flux-Pinning werden als *harte Supraleiter* bezeichnet und finden vielfach Anwendung in der Technik (siehe Kapitel 3) [5].



Abbildung 2.20: Die Flussschläuche eines Typ-III-Supraleiters werden in den Pinning-Zentren verankert, was unter anderem zu einer Krümmung der Flussschläuche führen kann. Entnommen aus [5].

Hintergrund des Flux-Pinnings ist der Fakt, dass das Erzeugen von Flussschläuchen Energie kostet, die benötigt wird, um die Ringströme zu induzieren. Je länger der erzeugte Flussschlauch ist, desto mehr Energie wird benötigt. Da es sich bei den Haftzentren allgemein um nicht-supraleitende Bereiche handelt, müssen in diesen Bereichen auch keine Ringströme erzeugt werden, wodurch es für den Supraleiter energetisch günstiger ist, wenn die Flussschläuche diese Gebiete durchqueren. Die effektive Länge der Flussschläuche wird dadurch aus energetischer Sicht verkürzt. Um nun einen Flussschlauch aus seiner Position zu entfernen, muss gerade die Energie aufgebracht werden, die bei seiner Bildung eingespart wurde. Die Flussschläuche sind durch diesen Mechanismus bis zu einer bestimmten von außen zugeführten Energie im Gitter verankert, was es möglich macht, einen Typ-III-Supraleiter in einem äußeren Magnetfeld "einzufrieren" (vgl. Abbildung 2.21) [5].



Abbildung 2.21: Flux-Pinning eines Typ-III-Supraleiters. Entnommen aus [75].

# 2.7 Die mikroskopische BCS-Theorie

Im Folgenden werden die Grundzüge der BCS-Theorie vorgestellt, einer Theorie, die das Phänomen der Supraleitung mithilfe der Gesetze der Quantenmechanik beschreibt. Da dieses Themengebiet alleine ganze Abschlussarbeiten füllen könnte, werde ich mich auf die grundlegendsten, zumeist qualitativen Konzepte beschränken, die ausreichen, um den Kern dieses Denkansatzes zu verstehen.

Die im Jahr 1957 vorgestellte Theorie erklärt dabei die Supraleitung in Typ-I-Supraleitern. Die zugrundeliegenden Mechanismen der Typ-II-Supraleitung bzw. der Hochtemperatursupraleitung können mit der BCS-Theorie nur teilweise verstanden werden und sind daher Gegenstand aktueller Forschung [25].

# 2.7.1 Cooper-Paare

Grundkonzept der BCS-Theorie ist eine attraktive Wechselwirkung zwischen zwei Leitungselektronen, die zusammen ein sogenanntes *Cooper-Paar* bilden. Im ersten Moment scheint eine anziehende Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen absurd, da sie sich nach den Gesetzen der klassischen Physik eigentlich abstoßen müssten. Um das Zustandekommen dieser attraktiven Wechselwirkung dennoch klassisch verständlich zu machen, kann man sich zweier Analogiemodelle bedienen [25]:

## Statisches Modell

Im statischen Modell deformiert ein negativ geladenes Elektron seine positiv geladene Kristallumgebung aufgrund der gegenseitigen Coulomb-Wechselwirkung. Die positiven Rumpfionen werden folglich zum Elektron hingezogen und sammeln sich um das Elementarteilchen. Diese Ansammlung von positiven Ladungsträgern hat eine attraktive Wechselwirkung eines zweiten, außenstehenden Elektrons zur Folge. Das positive Kristallgitter kompensiert somit die Coulomb-Abstoßung der beiden Elektronen, wodurch es im Endeffekt so scheint, als würden sich beide Elektronen anziehen [25].

Das statische Modell der Cooper-Paarung ist leicht verständlich und eignet sich daher als Analogieversuch in der schulischen und universitären Lehre. An dieser Stelle sei aber angemerkt, dass das Modell zu Fehlvorstellungen führen könnte, da es suggeriert, dass die Cooper-Paarung im Ortsraum erfolgt und eine unendlich lange Lebensdauer hat. In Wirklichkeit erfolgt die Paarung im Impulsraum und die mittlere Lebensdauer eines Cooper-Paars ist im Allgemeinen von sehr kurzer Dauer [25].

#### Dynamisches Modell und Kohärenzlänge

Im dynamischen Modell verzerrt ein Elektron bei seiner *Bewegung* durch das Gitter die Kristallumgebung. Auch hier werden die positiven Rumpfionen zum Elektron hingezogen, jedoch reagieren diese aufgrund ihrer großen Masse  $(M_{Atom} \gg m_e)$  deutlich träger. Während der Reaktionszeit der Gitteratome hat sich das erste Elektron bereits mit der Fermi-Geschwindigkeit  $v_F$  weiterbewegt, wodurch das zweite Elektron erst verzögert eine Anziehung spürt. Diesen Mechanismus könnte man mit einer Welle aus positiven Ladungen vergleichen, die vom ersten Elektron während seiner Bewegung durch das Kristallgitter erzeugt wird und auf der sich das zweite Elektron mitbewegt (vgl. Abb. 2.22) [25].



Abbildung 2.22: Schematische Darstellung der dynamischen Theorie der Cooper-Paarung: Elektron 1 deformiert das Kristallgitter, wodurch Elektron 2 angezogen wird. Entnommen aus [2].

Mit den Annahmen des dynamischen Modells kann nun auf die "Ausdehnung" eines Cooper-Paars bzw. auf die sogenannte Kohärenzlänge  $\xi$  (vgl. Kap. 2.5.3) geschlossen werden. Die Gitteratome reagieren typischerweise mit einer Frequenz von  $\omega_D \approx 10^{13} Hz$  auf die Anziehung des ersten Elektrons. Bis das zweite Elektron eine Anziehung spürt, hat sich das erste Elektron bereits mit einer Geschwindigkeit von  $v_F \approx 10^6 \frac{m}{s}$  weiterbewegt, sodass zwischen den beiden Elektronen eine Strecke von  $\xi = v_F \cdot \frac{2\pi}{\omega_D} \approx 10^3 nm$  liegt. Im Vergleich zum typischen Elektron-Elektron-Abstand im Metall (ca. 0, 1 nm) sind die beiden Cooper-Elektronen also weit voneinander entfernt. Die gegenseitige Coulombabstoßung  $(F_C \propto \frac{1}{r^2})$  ist dadurch sehr schwach ausgeprägt, wodurch bereits bei kleinster Elektron-Elektron-Wechselwirkung eine Netto-Anziehung der beiden Elektronen erfolgt [67].

## 2.7.2 Quantenmechanische Betrachtung

Quantenmechanisch kann die Wechselwirkung beider Elektronen als ein Austausch von virtuellen<sup>7</sup> Phononen interpretiert werden, die ständig von beiden Cooper-Elektronen absorbiert und emittiert werden. Man spricht von einer sogenannten Elektron-Phonon-Wechselwirkung (vgl. Abb. 2.23) [25].



Abbildung 2.23: Feynman-Diagramm der Cooper-Paar-Bindung durch den Austausch eines virtuellen Phonons (Wellenvektor q). Entnommen aus [94].

Für eine genauere Betrachtung der Cooper-Paarung müssen einige Annahmen weiter präzisiert werden: Bei den Elektronen soll es sich um ein nicht wechselwirkendes Fermi-Gas handeln. Die Temperatur des Fermi-Gases soll T = 0 K betragen, wodurch alle Energiezustände bis zur Fermi-Kante  $E_F^0(T = 0 K) = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m_e}$  mit Elektronen besetzt und alle Zustände mit  $E > E_F$  unbesetzt sind. Diesem System werden nun zwei Elektronen mit den Wellenvektoren  $\vec{k}_1$  bzw.  $\vec{k}_2$  und entsprechenden Energien  $E_1(\vec{k}_1)$  bzw.  $E_2(\vec{k}_1)$  oberhalb der Fermi-Kante hinzugefügt. Es gilt somit:  $\vec{k}_1, \vec{k}_2 > k_F$ . Die beiden Elektronen sollen nun durch den Austauch eines virtuellen Phonons zu einem Cooper-Paar korrelieren. Bei dieser Wechselwirkung muss der Impuls erhalten bleiben, weshalb folgender Erhaltungssatz für die Wellenvektoren vor  $(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$  und nach  $(\vec{k}_1', \vec{k}_2')$  dem Austausch gilt [20]:

$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_1' + \vec{k}_2' = \vec{K}$$
(2.35)

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Virtuelle Teilchen sind laut Leitenstorfer Teilchen, die "aus dem Nichts auftauchen und sofort wieder verschwinden" [47]. Ein virtuelles Phonon existiert demnach nur während der Elektron-Phonon-Wechselwirkung.

Nach dem Austausch müssen die beiden Elektronen einen zuvor freien Zustand einnehmen. Solche freien Zustände gibt es für T = 0 K nur oberhalb der Fermikante. Da die Energie des virtuellen Phonons  $E_q = \hbar \omega_D$  (~ meV) durch die Debye-Frequenz bestimmt und im Vergleich zur Fermi-Energie  $E_F$  (~ eV) sehr klein ist, können Streuungen nur in einem sehr schmalen Energiebereich zwischen  $E_F$  und  $E_F + \hbar \omega_D$  stattfinden (vgl. Abb. 2.24).



Abbildung 2.24: Schematische Darstellung der Impulserhaltung der Elektron-Phonon-Wechselwirkung im 2D reziproken Raum. Entnommen aus [25].

Die beiden dunkelblauen Schnittflächen in Abb. 2.24 markieren den Bereich des reziproken Raums, in dem Gl. 2.35 erfüllt ist. Für den Fall  $\vec{K} = 0$  bzw.  $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$  werden diese Schnittflächen maximal und die Wahrscheinlichkeit für einen Phononenaustausch ist am größten. In der Nähe der Fermi-Kante finden sich folglich immer dann Elektronen zu Cooper-Paaren zusammen, wenn ihre Impulse gleich groß und entgegengerichtet sind [20]. Für die quantenmechanische Beschreibung eines Cooper-Paars ist eine Zweiteilchen-Wellenfunktion nötig, die folgende stationäre Schrödingergleichung löst [33]:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}(\Delta_1 + \Delta_2) + V(\vec{r_1}, \vec{r_2})\right]\psi(\vec{r_1}, \vec{r_2}) = E\,\psi(\vec{r_1}, \vec{r_2}) \tag{2.36}$$

$$= (\varepsilon + 2E_F^0) \,\psi(\vec{r_1}, \vec{r_2}) \tag{2.37}$$

Das Potential  $V(\vec{r_1}, \vec{r_2})$  setzt sich hier zusammen aus der attraktiven Wechselwirkung der beiden Elektronen (vgl. Kap. 2.7.1) sowie deren gegenseitigen Coulomb-Abstoßung. In Gl. 2.37 bezeichnet E die Energie eines Cooper-Paars während der Wechselwirkung und  $\varepsilon$  die Energie des Cooper-Paars im wechselwirkungsfreien Zustand (für  $V(\vec{r_1}, \vec{r_2}) = 0$ ). Durch Lösen von Gleichung 2.37 erhält man nach umfangreicher Rechnung (nachzulesen z. B. in [33]) folgenden Zusammenhang ( $D(E_F)$  ist die Zustandsdichte an der Fermi-Kante):

$$\varepsilon \approx -2\hbar\omega_D \cdot e^{-4/[V_0 \cdot D(E_F)]} \tag{2.38}$$

Die Gesamtenergie eines Cooper-Paars ist somit um den Faktor  $\varepsilon$  kleiner als die Fermienergien der Elektronen. Das kommt daher, dass beim Kopplungsprozess ein Teil der Elektronenenergien in die Bindungsenergie des Cooper-Paars umgewandelt wird, sodass letztlich das Cooper-Paar ein tieferes Energieniveau (den Grundzustand der supraleitenden Phase) besetzt als die einzelnen Elektronen [28]. Da es sich bei den beiden Elektronen um ununterscheidbare Fermionen handelt, muss die Gesamtwellenfunktion eines Cooper-Paares zudem antisymmetrisch gegenüber Vertauschung sein. Da der Ortsteil des Lösungsansatzes (siehe z. B. [33]) bereits symmetrisch ist, muss der Spinanteil antisymmetrisch sein. Die Spins der beiden Elektronen müssen also in entgegengesetzte Richtung zeigen, was durch folgende Schreibweise ausgedrückt wird:  $(\vec{k} \uparrow, -\vec{k} \downarrow)$ . Der Gesamtspin S eines Cooper-Paares ist demnach gleich null, man spricht auch von einem Singulett-Zustand [20].

Mehrelektronensysteme mit einem ganzzahligen Gesamtspin (hier: S = 0) sind als Bosonen zu betrachten und unterliegen nicht dem Pauli-Verbot. Diese Tatsache macht es möglich, dass sich mehrere Cooper-Paare zur gleichen Zeit im selben Zustand aufhalten und durch eine einzige makroskopische Wellenfunktion beschrieben werden können. Sämtliche Cooper-Paare, die denselben Zustand besetzen, besitzen dieselbe Energie und denselben Impuls. Diese Zustandsgrößen lassen sich nur durch ein Aufbrechen der Cooper-Paare ändern, was im nächsten Unterabschnitt thematisiert werden soll [5] [86].

#### 2.7.3 Energielücke

Da alle Elektronen in der Nähe der Fermi-Kante sich zu Cooper-Paaren zusammenschließen und energetisch abgesenkt werden, entsteht ein Energiebereich symmetrisch um die Fermi-Energie, der nicht von Elektronen bevölkert ist. Diese *Energielücke* hat eine Breite von  $2\Delta$  und ist abhängig von der Temperatur des Supraleiters. Es gilt nach [86]:

$$\Delta(T) = \Delta(0) \cdot \sqrt{1 - \frac{T}{T_C}} = 1,76 \, k_B T_C \cdot \sqrt{1 - \frac{T}{T_C}}$$
(2.39)

Für T = 0 K ist die Energielücke maximal und für  $T = T_C$  verschwindet sie zusammen mit der supraleitenden Phase. Abbildung 2.25 (rechts) zeigt die Zustandsdichte des supraleitenden Zustandes. An den Rändern der Energielücke wird die Zustandsdichte maximal. Um die supraleitende Phase aufzubrechen, muss den Cooper-Elektronen genügend Energie zugeführt werden, dass diese die Energielücke überwinden und einen normalleitenden Zustand besetzen können. Die Energie kann den Cooper-Elektronen grundsätzlich in Form von Wärme, kinetischer Energie oder durch Streuprozesse zugeführt werden. Da die Energielücke allerdings deutlich größer ist als sämtliche Energien, die durch Streuprozesse im Supraleiter vermittelt werden, finden erst gar keine Streuprozesse statt und die Cooper-Elektronen können sich widerstandsfrei im Material bewegen [28].



Abbildung 2.25: Schematische Darstellung der Elektronen-Zustandsdichte als Funktion der Energie  $\mathcal{E}$  (nicht zu verwechseln mit  $\varepsilon$  in Gl. 2.38) bei T = 0 K. Linke Seite: Standardmäßige Fermi-Dirac-Verteilung. Rechte Seite: Zustandsdichte eines Typ-I-Supraleiters. Entnommen aus [86].

Die Energielücke ist andererseits ca. 1000 mal kleiner als die Fermi-Energie, weshalb je nach Material schon einige wenige Kelvin ausreichen, um dem Supraleiter genügend thermische Energie zuzuführen und die supraleitende Phase aufzubrechen. Das ist der Grund, wieso Typ-I-Supraleitung nur bei sehr niedrigen Temperaturen auftritt [5]. Die in Kapitel 2.3.4 beschriebenen kritischen Parameter kommen dadurch zustande, dass bei diesen Werten dem Supraleiter so viel Energie zugeführt wird, dass gleichzeitig alle Cooper-Paare aufbrechen und das Material vom supraleitenden in den normalleitenden Zustand übergeht [67] [86].

## 2.7.4 Weitere Vorhersagen der BCS-Theorie

 Die Sprungtemperatur eines Typ-I-Supraleiters kann mithilfe der Debeye-Temperatur Θ<sub>D</sub>, der Elektron-Phonon-Wechselwirkung V und der Zustandsdichte an der Fermi-Kante D(E<sub>F</sub>) abgeschätzt werden:

$$T_C = 1,14\,\Theta_D \cdot \exp\left(\frac{-2}{D(E_F)V}\right) = 1,14\,\frac{\hbar\cdot\omega_D}{k_B}\cdot\exp\left(\frac{-2}{D(E_F)V}\right) \tag{2.40}$$

Die direkte Proportionalität zwischen Sprungtemperatur und Debeye-Frequenz  $\omega_D$  wurde bereits durch den Isotopeneffekt (vgl. Kap. 2.3.3) vorausgesagt und wird durch diese Gleichung bestätigt [67].

• Der Anteil der Leitungselektronen, die sich zu Cooper-Paaren zusammenschließen, kann über  $\Delta(T)/E_F$  abgeschätzt werden. Knapp unterhalb der Sprungtemperaturen schließen sich folglich nur sehr wenige (ca. 0, 01%) Elektronen zu Cooper-Paaren zusammen, während bei T = 0 K alle Elektronen *um die Fermikante* in den supraleitenden Zustand kondensieren [20].

- Aufgrund der Energielücke ergibt sich ein exponentieller Abfall der spezifischen Wärme bei niedrigen Temperaturen (vgl. Gl. 2.24) [86].
- Die BCS-Theorie sagt den Meißner-Ochsenfeld-Effekt, die London'schen Eindringtiefe und ein temperaturabhängiges kritisches Magnetfeld voraus [86].

# 2.8 Josephson-Effekt

Im vorherigen Kapitel wurde bereits angedeutet, dass sich sämtliche Cooper-Paare, die sich in einem gemeinsamen Quantenzustand befinden, durch eine makroskopische Wellenfunktion der Form

$$\Psi = \Psi_0 \cdot e^{i\varphi(\vec{r})} \tag{2.41}$$

beschreiben lassen. Das ist möglich, weil die Cooper-Paare über weite Strecken kohärent sind, also eine feste Phasenbeziehung zueinander haben. Auf dieser Eigenschaft der Cooper-Paare beruht auch der Josephson-Effekt, der 1962 erstmals von Brian D. Josephson theoretisch vorhergesagt wurde. Da der Josephson-Effekt die Grundlage für die in Kapitel 3.3 vorgestellten SQUIDs ist und diese aktuell eine der wichtigsten Anwendungsgebiete der Supraleitung darstellen, soll der Josephson-Effekt nachfolgend vorgestellt werden [20].

Der Josephson-Effekt beschreibt ganz allgemein das Auftreten eines Tunnelstroms zwischen zwei Supraleitern, die durch eine sehr dünne Isolierschicht (< 2 nm) voneinander getrennt sind. Abbildung 2.26, a) zeigt den Schaltplan eines solchen "Sandwich"-Kontakts, der zum Nachweis des Tunnelstroms dienen kann [32].



Abbildung 2.26: a) Schaltbild eines Josephson-Kontakts mit externer Strom- und Spannungsquelle  $U_{ext}$ . b) Strom-Spannungs-Kennlinie eines Josephson-Kontakts (Pb/PbO/Pb) bei T = 1, 2 K. Entnommen aus [32].

Die beiden Supraleiter werden in Abbildung 2.26, a) mit SL1 und SL2 bezeichnet. Aufgrund der geringen Dicke der isolierenden Schicht reicht die Wellenfunktion von SL1 in den Bereich von SL2, wodurch die beiden Wellenfunktionen miteinander koppeln. Mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit ermöglicht das ein widerstandsfreies Tunneln der Cooper-Paare durch die Isolierschicht [20].

Durch das Aufstellen der beiden zeitabhängigen Schrödingergleichungen kommt man unter Annahme einer homogenen Cooper-Paar-Dichte  $n_1 = n_2 = n$  in den beiden Supraleitern zu folgenden Zusammenhängen [32]:

$$\dot{n_1} = \frac{2K}{\hbar} n \cdot \sin(\varphi_2 - \varphi_1) = -\dot{n_2} \tag{2.42}$$

$$\frac{d}{dt}(\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \hbar = -(E_2 - E_1) \tag{2.43}$$

K ist hierbei ein Maß für die Kopplungsstärke der beiden Wellenfunktionen,  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  bezeichnen die Phasen dieser und  $E_1$  sowie  $E_2$  deren Energieeigenwerte. Mithilfe der Volumina  $V_1$  und  $V_2$  der Supraleiter kann der durch die Isolierschicht fließende Strom als  $I_1 = -I_2 = \dot{n}_1 V_1 \cdot 2e \equiv I_J$  ausgedrückt werden. Damit erhält man mit Gleichung 2.42 [5]:

$$I_{J} = \underbrace{\frac{4KeV_{1}n}{\hbar}}_{I_{max}} \cdot \sin\left(\varphi_{2} - \varphi_{1}\right) = I_{max} \cdot \sin\left(\Delta\varphi\right) \qquad \textbf{1. Josephson-Gleichung}$$

Der Tunnelstrom  $I_J$  hängt somit entscheidend von der Phasendifferenz der beiden Wellenfunktionen ab.

Da die am Josephson-Kontakt abfallende Spannung  $U = -\frac{(E_2 - E_1)}{2e}$  über die Energieeigenwerte der beiden Wellenfunktionen ausgedrückt werden kann, erhält man durch Einsetzen dieser Relation in Formel 2.43 die 2. Josephson-Gleichung. Diese Gleichung beschreibt den Zusammenhang zwischen der zeitlichen Änderung der Phasendifferenz und der abfallenden Spannung am Josephson-Kontakt [5].

$$\frac{d}{dt}\Delta\varphi = \frac{2e}{\hbar}U$$
 2. Josephson-Gleichung

#### 2.8.1 DC-Josephson-Effekt

Liegt am Josephson-Kontakt keine externe Spannung an (die Funktion der Stromquelle ist weiterhin gegeben), so fällt unter Vernachlässigung des Vorwiderstandes R auch keine Spannung U über der Isolierschicht ab. Gemäß der 2. Josephson-Gleichung ist somit die Phasendifferenz  $\Delta \varphi$  der beiden Wellenfunktionen konstant, was wiederum laut der 1. Josephson-Gleichung zu einem konstanten Tunnelstrom zwischen den beiden Supraleitern führt. Der Tunnelstrom  $I_J$  und die Phasendifferenz  $\Delta \varphi$  beeinflussen sich gegenseitig, sodass für  $I_J < I_{max}$  der Tunnelstrom sowie die Phasendifferenz primär vom Nachschub der Elektronen aus der Stromquelle bestimmt werden. Bei  $U = 0 \, mV$  erreicht der Tunnelstrom sein Maximum von  $I_J = I_{max}$  (vgl. Abb. 2.26, b) [20].

Als DC-Josephson-Effekt bezeichnet man folglich den Effekt, dass über eine dünne Isolierschicht zwischen zwei Supraleitern ein konstanter Gleichstrom ( $DC = Direct \ Current$ ) fließt, ohne dass am Josephson-Kontakt eine externe Spannung angelegt wird.

# 2.8.2 AC-Josephson-Effekt

Legt man an den Tunnelkontakt eine externe Gleichspannung  $U_{ext}$  an, so steigt der Tunnelstrom  $I_J$  zunächst bis zum einem Maximalwert von  $I_{max}$  an. Wird  $U_{ext}$  weiter erhöht, fällt der Tunnelstrom stark ab, was mit dem Auftreten einer messbaren Spannung U am Tunnelkontakt verbunden ist (vgl. Abb. 2.26, b) [32]. Ursache dieses Abfalls ist die Tatsache, dass die Cooper-Paare beim Passieren der Tunnelbarriere eine Energie von 2eUaufnehmen, was zum Aufbrechen der Cooper-Paare in "normale" Elektronen führt. Der Tunnelstrom des AC-Josephson-Effekts wird entsprechend von einzelnen Elektronen und nicht von Cooper-Paaren getragen. Wie in Abbildung 2.26, b) zu sehen ist, entspricht die restliche U-I-Kennlinie der eines regulären Tunnelkontakts [42].

Da nun die abfallende Spannung über der Isolierschicht  $U \neq 0$  ist, ändert sich nach der 2. Josephson-Gleichung die Phasendifferenz der beiden Wellenfunktionen mit der Zeit. Durch Integration der 2. Josephson-Gleichung erhält man folgenden Zusammenhang [32]:

$$\Delta \varphi = \frac{2eU}{\hbar}t + \varphi_0 = \omega_J t + \varphi_0, \qquad (2.44)$$

wobei

$$\omega_J = \frac{2e}{\hbar} \cdot U = 3,04 \cdot 10^{15} \frac{Hz}{V} \cdot U \tag{2.45}$$

als Josephson-Kreisfrequenz bezeichnet wird. Gleichung 2.44 eingesetzt in die 1. Josephson-Gleichung ergibt folgenden Ausdruck für den Tunnelstrom:

$$I_J = I_{max} \cdot \sin(\omega_J t + \varphi_0) \tag{2.46}$$

Durch Anlegen einer Gleichspannung an einen Josephson-Kontakt fließt somit ein hochfrequenter Wechselstrom (AC = Alternating Current) der Kreisfrequenz  $\omega_J$  durch die Isolierschicht. Dieses Phänomen wird als AC-Josephson-Effekt bezeichnet [20].

Der AC-Josephson-Effekt wird seit 1990 als Spannungsnormal verwendet, da die Kreisfrequenz des Stroms und die über der Isolierschicht abfallende Spannung lediglich über die beiden Naturkonstanten e und  $\hbar$  miteinander verknüpft sind (vgl. Gl. 2.45). Durch eine Frequenzmessung kann so die Größe der Spannung sehr präzise bestimmt werden [5] [32].

# 2.9 Hochtemperatursupraleiter

## 2.9.1 Allgemeines

Gemäß der BCS-Theorie kann der supraleitende Zustand nur bei hinreichend kleinen Temperaturen von unter 30 K existieren. Ansonsten sollte - laut den Vorhersagen der BCS-Theorie - die thermische Energie  $k_BT$  des Kristallgitters so groß werden, dass das Gitter Schwingungsenergie auf die Cooper-Paare überträgt, wodurch diese über die Energielücke gehoben werden (vgl. Kap. 2.7.3) und in den normalleitenden Zustand übergehen. Man spricht auch vom "Aufbrechen der Cooper-Paare" [15].

Die Überraschung war entsprechend riesig, als eine Forschungsgruppe um G. Bednorz und K. A. Müller 1986 erstmals einen Supraleiter mit einer Sprungtemperatur von  $T_C = 35 K$  fand (vgl. Kap. 2.1). Innerhalb kürzester Zeit wurden einige weitere Hochtemperatursupraleiter<sup>8</sup> mit Sprungtemperaturen jenseits der 30 K entdeckt. Die hohen Sprungtemperaturen waren ein erster Hinweis darauf, dass die Leitungsmechanismen der Hochtemperatursupraleiter nicht vollständig mit der herkömmlichen BCS-Theorie zu erklären sind. Man ist sich zwar inzwischen sicher, dass in Hochtemperatursupraleitern auch Cooper-Paare Träger des Suprastroms sind, jedoch werden die Cooper-Paare - nicht wie bei der konventionellen Supraleitung - durch eine Elektronen-Phonon-Wechselwirkung zusammengehalten, sondern v. a. durch eine d-Wellen-Paarung, auf die in Unterabschnitt 2.9.3 eingegangen wird. Die Ursache dieses Kopplungsmechanismus ist bis heute unklar und stellt eine der Forschungsinteressen im Bereich der Supraleiterforschung dar [71].

Den Großteil der heute bekannten Hochtemperatursupraleiter macht die Gruppe der Kuprate aus, zu denen auch das in Kapitel 2.9.2 vorgestellte Yttrium-Barium-Kupfer-Oxid gehört. Da die Kuprat-Verbindungen allesamt sehr ähnlich aufgebaut sind, reicht es aus, sich auf diese eine Verbindung zu beschränken. Die zweite große Gruppe der HTSL bilden die in Abschnitt 2.2 vorgestellte und 2008 entdeckte Gruppe der Eisenpniktide [32]. Weitere typische Eigenschaften von Hochtemperatursupraleitern sind [32]:

- Hochtemperatursupraleiter sind Typ-II-Supraleiter.
- Starke Anisotropie von  $B_{c1}$ ,  $B_{c2}$ ,  $\lambda_L$ ,  $\xi$  und des elektrischen Widerstandes zwischen der a/b-Ebene und der c-Richtung des Kristallgitters (Ursache s. Kap. 2.9.3).
- Sehr kurze Kohärenzlängen (typische Werte:  $\xi_{ab} = 1, 6 nm; \xi_c = 0, 24 nm$ ).
- Große London'sche Eindringtiefen (typische Werte:  $\lambda_{ab} = 135 nm$ ;  $\lambda_c = 890 nm$ ). Gemäß Gl. 2.31 ist damit die Dichte der Cooper-Paare  $n_S$  in HTSL sehr gering.
- Hohe kritische Magnetfelder (typische Werte:  $B_{c2,c} = 5 110 T$ ;  $B_{c2,ab} = \dots 400 T$ ).

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>Die bis dahin geläufigen konventionellen Supraleiter werden seitdem auch als Tieftemperatursupraleiter (Abkürzung: TTSL) bezeichnet.

#### 2.9.2 Beispiel: Yttrium-Barium-Kupfer-Oxid

Yttrium-Barium-Kupfer-Oxid (häufig auch als YBaCuO, YBCO oder Y123<sup>9</sup> abgekürzt) spielt in der Forschungshistorie der Supraleitung sowie in dieser Arbeit eine wesentliche Rolle, weshalb es in folgendem Unterkapitel näher beleuchtet werden soll.

YBCO gehört zur Gruppe der keramischen Hochtemperatursupraleiter bzw. genauer zur Gruppe der Oxocuprate, die sich durch eine perowskitartige Kristallstruktur  $(ABX_3)$  sowie das Ausbilden von zweidimensionalen  $CuO_2$ -Leitungsschichten kennzeichnen. Diese  $CuO_2$ -Schichten (in Abb. 2.27 durch rote und orange Kugeln in der a/b-Ebene dargestellt) sind nachweislich verantwortlich für die supraleitenden Eigenschaften der Oxocuprate [27]. Laut Buckel [5] ist v. a. der Abstand der  $CuO_2$ -Schichten relevant für die Höhe der Übergangstemperatur. Im Fall von Y123 liegen die Leistungsschichten mit einem Abstand von ca. 0, 3 nm sehr nahe beieinander, was die hohe Sprungtemperatur ( $T_C = 93 K$ ) von YBCO erklärt.

#### Allgemeine Struktur

YBCO besteht aus den Elementen Yttrium, Barium, Kupfer und Sauerstoff und gehorcht allgemein der chemischen Verhältnisformel  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ <sup>10</sup>. Die Variable x ( $0 \le x \le 1$ ) ist ein Maß für den Sauerstoffgehalt des Oxocuprats und maßgeblich verantwortlich für die supraleitenden Eigenschaften von YBCO. Die unterschiedlichen Sauerstoffmodifikationen von YBCO werden im Abschnitt *Modifikationen* näher behandelt. Um nun den grundlegenden Aufbau von YBCO zu verstehen, reicht es aus, sich zunächst auf den Fall x = 0, also  $YBa_2Cu_3O_7$ , zu beschränken (vgl. Abb 2.27) [71].



Abbildung 2.27: Kristallstruktur des supraleitenden  $YBa_2Cu_3O_7$ . Entnommen aus [97].

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>Die Zahlen 1, 2 und 3 geben dabei das stöchiometrische Verhältnis der Y-, Ba- und Cu-Atome wieder. <sup>10</sup>In der Literatur sind ebenfalls die Schreibweisen  $7 - \delta, 6 + \delta, 6 + x$  und x und verbreitet.

Im Kristallgitter von  $YBa_2Cu_3O_7$  ist jedes Kupfer-Ion der  $CuO_2$ -Schichten von vier Sauerstoffionen umgeben, die zusammen die Grundfläche eines Tetraeders (in Abb. 2.27 türkis dargestellt) bilden. Die Spitze des Tetraeders wird von einem weiteren Sauerstoffion - dem sogenannten Apex-Sauerstoff - eingenommen, das sich senkrecht (in c-Richtung) über dem Kupferion befindet. Zwischen den beiden eng benachbarten  $CuO_2$ -Schichten (werden auch als  $CuO_2$ -Doppelschicht bezeichnet) befindet sich eine isolierende Yttriumschicht. Oberhalb (in c-Richtung) der  $CuO_2$ -Doppelschicht befindet sich eine isolierende Bariumoxidschicht, gefolgt von einer ebenfalls isolierenden Kupferoxidschicht, die aus in b-Richtung ausgebildeten CuO-Ketten besteht [5].

#### Modifikationen

Die physikalischen und chemischen Eigenschaften von  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  sind stark abhängig von dessen Sauerstoffgehalt x, weshalb nachfolgend die grundlegendsten Sauerstoffmodifikationen von YBCO behandelt werden.

Für x = 1 bzw.  $YBa_2Cu_3O_6$  bildet sich die nicht-supraleitende, antiferromagnetische und tetragonale Modifikation von YBCO aus (vgl. Abb. 2.28 und 2.29). Die Sauerstoffpositionen der CuO-Ketten sind in dieser Modifikation komplett unbesetzt, was in Abb. 2.28 durch gestrichelte Kreise verdeutlicht werden soll [5] [71].



Abbildung 2.28: Elementarzelle von  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ . Für x = 1 bildet sich die hier dargestellte tetragonale Struktur. Für x = 0 werden sämtliche gestrichelten Sauerstoffpositionen besetzt, wodurch sich das Kristallsystem und die Gitterkonstanten von YBCO ändern. Die Gitterkonstanten für  $YBa_2Cu_3O_6$  stehen neben den Raumrichtungs-Pfeilen, die für  $YBa_2Cu_3O_7$  sind in Klammern dargestellt. Entnommen aus [6].

Mit steigendem Sauerstoffgehalt werden immer mehr Sauerstoffpositionen "aufgefüllt", wodurch sich das Kristallgitter leicht verbiegt und bei ca. x > 0, 5 in das orthorhombische

Kristallsystem übergeht. Ab diesem Punkt befindet sich die YBCO-Probe in der supraleitenden Tieftemperatur-Modifikation, deren Sprungtemperatur aber weiterhin abhängig vom Sauerstoffgehalt ist (vgl. Abb. 2.29). Für x = 0 sind sämtliche Sauerstoffpositionen besetzt und das Material ist maximal leitfähig. Um in der Praxis die supraleitfähige Modifikation  $YBa_2Cu_3O_7$  zu erhalten, genügt es,  $YBa_2Cu_3O_6$  (unter Sauerstoffzufuhr) bei ca.  $600 \,^{\circ}C$  zu tempern. Nach mehreren Stunden entsteht so durch Oxidation die supraleitende orthorhombische Modifikation, was in Kapitel 4.3.1 demonstriert werden soll [71].



**Abbildung 2.29:** Phasendiagramm für  $YBa_2Cu_3O_x$  in Abhängigkeit des Sauerstoffgehalts. Vorsicht: Hier wird die Schreibweise x statt wie bisher 7 - x verwendet. Entnommen aus [64].

Die Leitfähigkeit von  $YBa_2Cu_3O_7$  kann dadurch erklärt werden, dass die eingebauten O-Atome jeweils zwei Elektronen an sich binden, die zum Teil aus den  $CuO_2$ -Ebenen stammen. Die fehlenden Elektronen erzeugen dadurch Löcher in den  $CuO_2$ -Ebenen, die sich unterhalb der kritischen Temperatur zu Cooper-Paaren zusammenschließen. In HTSL findet der Ladungstransport folglich zum Großteil über Löcherleitung statt. Der Aufbau von YBCO aus abwechselnden quasi-zweidimensionalen Isolier- und Leitungsschichten hat zur Folge, dass die elektrische Leitfähigkeit von YBCO stark anisotrop ist. Parallel zu den  $CuO_2$ -Schichten ist diese deutlich höher als senkrecht dazu [5].

In Tabelle 2.3 sind derweil weitere physikalische Eigenschaften von YBCO aufgeführt.

Molare Masse	666, 19g/mol
Aussehen	schwarzer Feststoff
Dichte	$6, 3  g/cm^3$
Schmelzpunkt	$> 1000 ^{\circ}C$
Löslichkeit in Wasser	unlöslich

**Tabelle 2.3:** Einige Eigenschaften von  $YBa_2Cu_3O_7$ . Eigene Darstellung nach [24].

# 2.9.3 Symmetrie der Wellenfunktion

Im Kapitel zur BCS-Theorie wurde bereits dargelegt, dass man Cooper-Paare mit einer makroskopischen Wellenfunktion beschreiben kann. Im Fall von konventionellen Supraleitern hat diese Wellenfunktion i. Allg. einen Gesamtspin von S = 0 (Singulett) und einen Gesamtbahndrehimpuls von L = 0. Die Wellenfunktion der konventionellen Supraleiter hat somit die Symmetrie eines s-Zustandes und ist damit richtungsunabhängig bzw. isotrop (vgl. Abbildung 2.30, a) [32].

Die Anisotropie einiger zentraler Messgrößen der Hochtemperatursupraleitung - wie z. B. der Energielücke - lässt schon vermuten, dass die Wellenfunktion für Hochtemperatursupraleiter nicht s-symmetrisch sein kann. Aktuelle Forschungsarbeiten und Experimente, z. B. auf Grundlage der SQUID-Interferometrie oder der Josephsonkontakt-Modulation, legen die Vermutung nahe, dass die Wellenfunktion der Hochtemperatursupraleiter mit großer Wahrscheinlichkeit über eine  $d_{x^2-y^2}$ -Symmetrie verfügt (vgl. Abb. 2.30, b). Das  $d_{x^2-y^2}$ -Orbital ist eines von fünf möglichen Orbitalen ( $d_{yz}$ ,  $d_{xy}$ ,  $d_{xz}$ ,  $d_{z^2}$  und  $d_{x^2-y^2}$ ), das sich in einem Mehrteilchensystem mit einem Gesamtbahndrehimpuls von L = 2 ausbilden kann. Aufgrund der quasi-zweidimensionalen Struktur der  $CuO_2$ -Schichten der Kuprate ist jedoch nur das  $d_{x^2-y^2}$ -Orbital ausgeprägt [20].

Die Winkelabhängigkeit der Wellenfunktion vom Polarwinkel (Winkel zwischen der  $k_x$ -Achse und dem  $\vec{k}$ -Vektor) ist in Abbildung 2.30, b) gut zu erkennen. Bei einem Umlauf um  $2\pi$  wird die Amplitude der Wellenfunktion viermal maximal (positiv wie negativ) und viermal null. Entsprechend verschwindet auch die Energielücke des Hochtemperatursupraleiters bei jedem Nulldurchgang, was große Auswirkungen auf die supraleitenden Eigenschaften ebenjener Materialien hat [30].



Abbildung 2.30: a) Schematische Darstellung der Cooper-Paar-Wellenfunktion mit s-Wellen-Symmetrie im  $\vec{k}$ -Raum. b) Schematische Darstellung derselben mit  $d_{x^2-y^2}$ -Symmetrie. Die Form der Wellenfunktion kann als Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Partner-Elektrons eines Cooper-Elektrons interpretiert werden. Entnommen aus [58].

# 2.10 Aktuelle Forschung und Ausblick

Oberstes Ziel der Forscherinnen und Forscher auf dem Gebiet der Supraleitung ist es, ein Material zu finden und herzustellen, das bereits bei Raumtemperatur und unter einem Standarddruck von 1013, 25 hPa den supraleitenden Zustand erreicht. In den 1980er Jahren galten noch die keramischen Kuprate als Hoffnungsträger, um dieses Ziel umzusetzen. Jedoch sind diese Verbindungen sehr komplex aufgebaut und deren unkonventionelle quantenmechanischen Kopplungsmechanismen bis heute nicht endgültig geklärt [23].

Die Klasse der wasserstoffhaltigen Metallhydride ist in dieser Hinsicht schon deutlich vielversprechender, da sie aus nur zwei bis drei Atomsorten bestehen, durch extrem starke chemische Bindungen zusammengehalten werden und über hochfrequente Phononen verfügen [16] [23]. Eine Gruppe um Mikhail Eremets vom Max-Planck-Institut für Chemie in Mainz leistete auf dem Gebiet der Metallhydride Pionierarbeit, als sie im Jahr 2015 konventionelle Supraleitung  $(T_C = 203 K)$  in der Verbindung  $H_2S$  fanden. Das Team presste dazu  $H_2S$  in einer Diamantstempelzelle mit einem Druck von ca. 150 GPa zusammen, wodurch sich das Atomgitter derart verformte, dass sich der Stoff in das metallische  $H_3S$ umwandelte und sich die Elektronen mühelos zu Cooper-Paaren zusammenschließen konnten [23] [56]. Diese Entdeckung stieß das inzwischen weitverbreitete Forschungsfeld der Hochdruck-Supraleitung an, das von einem ständigen Wechselspiel zwischen theoretischen Vorhersagen und empirischen Überprüfungen geprägt ist [23]. Ebenfalls zu den wasserstoffhaltigen Metallhydriden gehört die Verbindung aus Schwefel, Wasserstoff und Kohlenstoff. die im Jahr 2020 von einem Team um Ranga Dias an der University of Rochester gefunden wurde und unter einem Druck von  $267 \pm 10 GPa$  die aktuell höchste Sprungtemperatur  $(T_C = 287, 7 \pm 1, 2K)$  aller supraleitenden Materialien aufweist. Die Verbindung gehört zu den Drei-Element-Hybridverbindungen, einer Gruppe von Stoffen, die bis jetzt wenig erforscht ist, aber auf hohe Sprungtemperaturen hoffen lässt. Grundsätzlich bietet das Periodensystem 1770 mögliche Drei-Element-Hybridverbindungen, die nun nach und nach von Theoretikern auf supraleitende Eigenschaften bei Raumtemperatur untersucht werden [23] [52]. Aktuell haben die Metallhydride jedoch noch einen entscheidenden Nachteil: Die Materialien sind nur dann supraleitend, wenn der hohe Druck aufrechterhalten wird. was sie zur Zeit für technische Anwendungen unbrauchbar macht. Ranga Dias ist dennoch zuversichtlich, dass man sich durch chemisches Tuning dieser Verbindungen allmählich der Raumtemperatur und einem deutlich niedrigeren Druck annähern könne [52] [91].

Die BCS-Theorie liefert keinen Hinweis darauf, dass es eine Höchstgrenze für die Sprungtemperatur konventioneller Supraleiter gibt, weshalb es nur eine Frage der Zeit zu sein scheint, bis die ersten bei Raumtemperatur technisch nutzbaren Supraleiter gefunden werden [16]. Wann der Durchbruch letztlich kommen wird, ist jedoch nicht abzusehen, weshalb es sich durchaus lohnen könnte, die gegenwärtige Forschung im Auge zu behalten.

# 3 Anwendungsgebiete der Supraleitung

# 3.1 Supraleitende Magnetspulen

Supraleitende Magnetspulen sind inzwischen fester Bestandteil einiger Forschungs- und Anwendungsbereiche, in denen besonders große und homogene Magnetfelder benötigt werden. Der entscheidende Vorteil dieser Spulen gegenüber konventionellen Spulen (z. B. aus Kupfer) ist, dass in den supraleitenden Spulen aufgrund ihrer idealen Leitfähigkeit keine Energie in Form von Wärme "verloren geht" [5].

Für den Bau von supraleitenden Spulen werden leicht verarbeitbare supraleitende Materialien mit großen kritischen Magnetfeldern sowie Stromdichten (>  $10^4 A/cm^2$ ) benötigt. Diese Kriterien erfüllen aktuell vor allem Niob-Legierungen, die zur Klasse der Tieftemperatursupraleiter zählen. Besonders NbTi hat sich mit einem kritischen Magnetfeld von ca. 13*T* als Standardmaterial für den Spulenbau etabliert und ermöglicht Magnetfelder von bis zu 10*T*. Größere Magnetfelder (> 20T) können mit supraleitenden Spulen auf *Nb*<sub>3</sub>*Sn*-Basis erzielt werden. Kuprate und Eisenpniktide, die zur Klasse der HTSL gehören, haben noch höhere kritische Magnetfelder als die konventionellen Supraleiter und versprechen deshalb die Erzeugung noch größerer Magnetfelder bei Verwendung der günstigen Flüssigstickstoffkühlung. Derzeit ist die Anfertigung von Magnetspulen aus diesen Materialien aber noch sehr aufwendig<sup>1</sup> und daher nicht wirklich rentabel [5].

Die Kabel, die in supraleitenden Spulen zum Einsatz kommen (vgl. Abb. 3.1), sind typischerweise aus einer Vielzahl von parallel geschalteten supraleitenden Filamenten aufgebaut, die in eine Matrix, bestehend aus einem niederohmigen Normalleiter (z. B. aus Kupfer oder Aluminium), eingebettet sind. Diese Matrix schützt die supraleitenden Bereiche vor einer, durch äußere Einflüsse (z. B. Temperaturschwankungen oder Erschütterungen) hervorgerufenen, spontanen Erwärmung, die zum Aufbrechen der supraleitenden Phase und damit ggf. zur Beschädigung der supraleitenden Leitermaterialen führen kann [5]. Wird ein kleiner Teil der supraleitenden Bereiche dennoch für kurze Zeit normalleitend, wird in der Matrix ein Kurzschluss erzeugt, der die weitere Erwärmung der Filamente deutlich verlangsamt. Man spricht auch von einem *stabilisierten Supraleiter* [5].

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Typische Fertigungsverfahren sind *RABiTS* (Rolling Assisted Biaxially Textured Substrate) und *IBAD* (Ion Beam Assisted Deposition) [5].



Abbildung 3.1: Kabel einer supraleitenden Magnetspule mit NbTi-Filamenten, die in eine Cu-Matrix eingebettet sind. Entnommen aus [63].

# 3.1.1 Kernspinresonanz (NMR)

Technische Geräte, die auf dem physikalischen Effekt der Kernspinresonanz (engl. nuclear magnetic resonance; Abkürzung: NMR) basieren, finden aktuell vielfach Anwendung in der Medizintechnik (Magnetresonanztomographie, Abkürzung: MRT) und der Analytik (Kernspinresonanzspektroskopie, Abkürzung: NMR-Spektroskopie). Gleichzeitig sind diese Geräte mit einem jährlichen Umsatz von 2-3 Mrd. Euro der bei weitem größte Absatzmarkt für supraleitende Magnetspulen [31].

Das liegt vor allem daran, dass die spektrale Auflösung dieser Geräte von der Magnetfeldstärke der verwendeten Magnetspulen abhängig ist und für die Bildgebung besonders homogene Magnetfelder benötigt werden. Beiden Anforderungen genügen supraleitende Spulen besonders gut, weswegen in den allermeisten dieser Geräte inzwischen supraleitende NbTi-Spulen zum Einsatz kommen, die Magnetfelder von bis zu 9T (MRT) bzw. bis zu 24T (NMR-Spektroskopie; vgl. Abb. 3.2) erzeugen [5].



Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau eines mit flüssigem Helium gekühlten NMR-Spektrometers mit supraleitenden Magnetspulen. Entnommen aus [12].

# 3.1.2 Teilchenbeschleuniger

In modernen Teilchenbeschleunigern, wie dem Large Hadron Collider (LHC) am CERN oder der Hadron-Elektron-Ring-Anlage (HERA) am DESY, werden supraleitende Magnetspulen dazu genutzt, geladene Teilchen auf Energien bis in den Teraelektronenvolt-Bereich ( $1 TeV = 10^{12} eV$ ) zu beschleunigen und diese hochenergetischen Partikel anschließend auf ihrer Bahn zu halten. Je größer die dabei verwendeten Magnetfelder sind, desto größere Teilchenenergien können erreicht werden [5].

Der Beschleunigungsring des weltweit leistungsstärksten Teilchenbeschleunigers, dem LHC, besteht aus 1232 NbTi-Dipolmagneten (vgl. Abb. 3.3), die bei einem Strom von 11850 A betrieben werden und dadurch ein äußerst homogenes Magnetfeld mit einer Stärke von 8, 3T erzeugen [4] [5]. Weitere 392 supraleitende Quadrupolmagnete werden für die Fokussierung des Teilchenstrahls verwendet [93]. Die Betriebstemperatur der Magnetspulen liegt bei 1,9 K, weswegen suprafluides Helium zum Einsatz kommt [5].



Abbildung 3.3: Supraleitende Dipolmagnete im LHC-Ringtunnel. Entnommen aus [4].

# 3.1.3 Magnetschwebebahn

Magnetschwebebahnen bzw. Maglevs (engl. magnetic levitation) nutzen in der Regel Magnetspulen, um sich schwebend entlang einer Führungsschiene fortzubewegen. Grundsätzlich gibt es zwei Technologien, die genutzt werden, um die Züge dabei in der Schwebe zu halten: Beim Elektromagnetischen Schweben (EMS) umschließt der Zug beidseitig die Führungsschienen und wird durch Elektromagneten in den "Greifarmen" von unten an die Schiene herangezogen. Diese Technologie nutzt beispielsweise der in Deutschland entwickelte Transrapid. Beim Elektrodynamischen Schweben (EDS) stoßen sich die Magnetfelder der Magnetspulen, die sich in der Fahrbahn und im Rumpf des Zuges befinden, gegenseitig ab, wodurch der Zug zum Schweben gebracht wird [89]. Da nur bei letztgenannter Schwebetechnologie supraleitende Spulen gängig sind, wird sich nachfolgend auf selbige am Beispiel des japanischen JR-Maglevs (vgl. Abb. 3.4) beschränkt [5].

Abbildung 3.4, a) zeigt schematisch die Spulenanordnung des JR-Maglevs. Im Rumpf des Zuges befinden sich supraleitende NbTi-Magnetspulen, die ein Magnetfeld von ca. 5T erzeugen und mit flüssigem Helium gekühlt werden [61]. In den Seiten der trogförmigen Fahrbahnrinne befinden sich darüber hinaus normalleitende Spulen, die unter der Fahrbahn miteinander verschaltet sind. Befindet sich der Zug in Ruhe, treten keine abstoßenden Kräfte zwischen der Fahrbahn und dem JR-Maglev auf, sodass der Zug auf Hilfsrädern stehen muss. Um die Bahn zum Schweben zu bringen, wird der Zug auf den Rädern auf eine Geschwindigkeit von  $150 \, km/h$  beschleunigt. Bei dieser Geschwindigkeit sind die abstoßenden Kräfte zwischen den Magnetfeldern der supraleitenden Spulen und den Magnetfeldern der normalleitenden Spulen, die infolge der elektromagnetischen Induktion durch die Relativbewegung der beiden Spulentypen erzeugt worden sind, groß genug, um den Zug um ca. 10 mm von der Fahrbahn anzuheben [38]. Neben der Levitation dienen die normalleitenden Spulen auch der horizontalen Spurführung des JR-Maglevs. Bei perfekter Mittellage des Zuges heben sich die induzierten Spannungen der miteinander verschalteten Spulen gerade auf, während bei seitlicher Auslenkung des Zuges eine rückstellende Kraft auf selbigen wirkt [8]. Für die Fortbewegung nutzt der JR-Maglev das Prinzip des synchronen Langstator-Linearmotors, wobei die dafür nötigen Spulen hinter den Levitationsspulen in der Seite der Fahrbahnrinne montiert sind (vgl. Abb. 3.4, a) [61].

Die verschiedenen Ausführungen des JR-Maglevs fahren aktuell auf einer rund  $43 \, km$ langen Teststrecke in der japanischen Präfektur Yamanashi, die in den nächsten Jahren ausgebaut werden soll, um die Städte Osaka, Nagoya und Tokio miteinander zu verbinden [61]. Auf dieser Verbindung sollen die Züge mit Geschwindigkeiten von über 500 km/hfahren, was aufgrund der geringen Reibungsverluste der Schwebebahn problemlos möglich ist. So hält die Baureihe Shinkansen L0 des JR-Maglevs derzeit mit einer Geschwindigkeit von  $603 \, km/h$  (21.04.2015) den Geschwindigkeitsrekord für Einschienen-Fahrzeuge [8].



Abbildung 3.4: a) Spulenanordnung des JR-Maglevs. Entnommen aus [61].b) JR-Maglev vom Typ MLX01. Entnommen aus [69].

# 3.1.4 Kernfusion

In Kernfusionsreaktoren, die auf dem Prinzip des magnetischen Einschlusses basieren (z. B. *Tokamak* und *Stellarator*), werden supraleitende Magnetspulen dazu genutzt, das superheiße Plasma ( $T \ge 10 \text{ Mio. }^{\circ}C$ ), bestehend aus geladenen Wasserstoffkernen sowie Elektronen, im Reaktorraum einzuschließen und aufrechtzuerhalten. Da dieser Prozess besonders hohe Magnetfeldstärken erfordert, ist er nur mit supraleitenden Magnetspulen wirtschaftlich rentabel [5].

Der sich im Bau befindliche Forschungsreaktor ITER (International Thermonuclear Experimental Reactor) besteht aus einer ganzen Reihe unterschiedlicher supraleitender Spulen (Torodialfeld-Spulen, Zentraler Solenoid, Poloidalfeld- und Korrekturspulen) und wird nach der Fertigstellung die größte supraleitende Magnetspulenkonstruktion weltweit sein. Die  $17 m \times 9 m$  großen supraleitenden  $Nb_3Sn$ -Toroidalfeld-Spulen (vgl. Abb. 3.5) erzeugen beispielsweise ein Magnetfeld von 13 T an den Spulen und ein Magnetfeld von 5, 3 T in der Mitte des Plasmas und haben die Aufgabe, das Plasma im Inneren des vakuumierten Reaktorraums einzuschließen. Die Spulen werden dabei mit flüssigem Helium gekühlt, das im Inneren der Kabelstränge verläuft und die Spulen auf ca. 4 K abkühlt [36].



Abbildung 3.5: Illustration der Torodialfeld-Spulen des ITERs. Entnommen aus [96].

# 3.1.5 Motoren und Generatoren

Supraleitende Motoren und Generatoren sind analog zu ihren konventionellen Gegenspielern aufgebaut. Anstatt Magnetspulen mit Eisenkernen werden in supraleitenden Maschinen allerdings supraleitende Spulen ohne Eisenkern verwendet (vgl. Abb. 3.6), wodurch bedeutend größere Magnetfelder erzeugt werden können. Bei gleicher Leistung sind supraleitende Motoren und Generatoren dadurch deutlich leichter und kompakter [5]. Des Weiteren treten in supraleitenden Maschinen kaum Hysterese- und Wirbelstromverluste auf, wodurch die Nettoverluste (inkl. Kühlverluste) im Vergleich zu herkömmlichen Motoren und Generatoren halbiert werden können [31]. Sämtliche Vorteile dieser Geräte müssen allerdings mit den höheren Betriebs- und Wartungskosten abgewogen werden, weswegen supraleitende Motoren und Generatoren aktuell nur in Nischenbereichen wie z. B. dem Schiffsbau, in Windkraftanlagen oder in Wasserkraftwerken zum Einsatz kommen [5]. Die Firma American Superconductor hat im Jahr 2007 einen Synchromotor mit supraleitenden BiSrCaCuO-Rotorspulen für die US Navy gefertigt. Der Motor liefert eine Leistung von 36, 5 MW und die supraleitenden Elemente werden mit Helium-Kaltgas auf ca. 30 Kgekühlt [5]. Ein konventioneller Motor mit vergleichbarer Leistung wäre um den Faktor drei größer und schwerer, was die Geschwindigkeit und Wendigkeit des Schiffs mit supraleitendem Antrieb entsprechend vergrößert [31]. Weitere kleinere Schiffsmotoren mit Leistungen von bis zu 10 MW wurden bereits erfolgreich gefertigt bzw. getestet [5]. Die vergleichsweise geringen Massen und die Kompaktheit supraleitender Generatoren zeichnen sich vor allem in Windkraftanlagen aus, da dadurch die Turmkopfmassen und damit auch die Baukosten selbiger erheblich verringert werden können. Im Rahmen des EU-Projekts EcoSwing wurde zwischen 2018 und 2019 der erste kommerzielle supraleitende Generator in eine Windkraftanlage vor der Küste Dänemarks eingebaut und erfolgreich unter Realbedingungen getestet [22]. Die supraleitenden Spulen dieses Generators bestehen aus einem  $3,5\,\mu m$  dicken HTSL-Film aus einer Legierung aus Gadolinium, Barium und Kupferoxid und werden mit einem Trockenkühlsystem auf ca. 30 K gekühlt [92].



Abbildung 3.6: Schematischer Aufbau eines Motors mit hochtemperatursupraleitenden Rotorspulen und Kupfer-Statorspulen. Entnommen aus [31].

# 3.2 Supraleitende Stromkabel

Gleich vorweg ist zu sagen, dass supraleitende Kabel mit großer Wahrscheinlichkeit nicht die konventionellen Stromleitungen ersetzen werden, was v. a. an den höheren Anschaffungsund Betriebskosten sowie dem größeren Wartungsaufwand der supraleitenden Kabel und ihrer Kryotechnik liegt [5]. Dennoch bieten HTSL-Kabel gegenüber normalleitenden Kabeln den Vorteil, dass sie bei gleichem Leiterquerschnitt etwa hundertfach größere Stromdichten transportieren können, wodurch sie das bestehende Stromnetz in bestimmten Gebieten gewinnbringend ergänzen können [35] [53]. Gerade in Ballungszentren, in denen der Strombedarf stetig steigt und in denen viel Leistung über kurze Strecken transportiert werden muss, bieten sich HTSL-Kabel an, wenn z. B. die bestehenden normalleitenden Kabeltrassen an ihre Grenzen kommen. Durch das Ersetzen der normalleitenden Kabel durch supraleitende Verbindungen kann so die Leistungsübertragung der bereits bestehenden Trassen um das Zwei- bis Fünffache gesteigert werden [53]. Bei gleicher Spannung halbieren sich ferner die Übertragungsverluste im Vergleich zu den normalleitenden Leitungen [35]. Supraleitende Kabel erzeugen zudem keine überschüssige Wärme sowie keine magnetischen Streufelder, sodass die Stromleitungen problemlos in der Nähe von Datenleitungen oder anderen empfindlichen Regionen verlegt werden können [35].

In unterschiedlichsten Pilotprojekten auf der ganzen Welt (z. B. in dem USA, in Russland, China, Japan und Spanien) wurden bisher supraleitende Kabel, durchweg mit Erfolg, auf ihre Praxistauglichkeit getestet [35] [53]. Das mit ca. 1 km weltweit längste supraleitende Kabel liegt derzeit unterhalb der Essener Innenstadt [35]. Unter dem Projektnamen AmpaCity wurde hier im Jahr 2014 ein 110 kV-Hochspannungskabel zwischen zwei Umspannwerken durch ein supraleitendes 10 kV-Kabel mit einer Übertragungsleistung von 40 MW ersetzt, das damit etwa fünfmal so viel Leistung transportiert wie ein vergleichbares Kupferkabel [41]. Das Kabel ist konzentrisch aus drei supraleitenden Bi-2223-Bandleitern aufgebaut, die jeweils eine Phase des Wechselstroms führen und durch ein Dielektrikum voneinander getrennt sind (vgl. Abb. 3.7). Vor- und Rücklauf für den flüssigen Stickstoff, der als Kühlmittel dient, sind ebenfalls in das Kabel integriert [60]. Die verhältnismäßig niedrige Betriebsspannung von 10 kV hat darüber hinaus den Vorteil, dass die angeschlossenen Umspannwerke deutlich zurückgebaut werden konnten, da die Umspannung zwischen Hoch- und Mittelspannung, die für das Vorgängerkabel nötig war, wegfällt. Damit wurden zugleich begehrte Flächen in der Essener Innenstadt geschaffen [60].



Abbildung 3.7: Stromkabel des *AmpaCity*-Projekts. Entnommen aus [70].

Mit dem Projekt SuperLink wurde im vergangenen Jahr das zukünftig längste supraleitende Kabel der Welt vom Bundeswirtschaftsministerium bewilligt. Das 12 km lange Kabel soll in München für ein halbes Jahr getestet und bei einer Spannung von 110 kVbetrieben werden. Aktuell befindet sich das Kabel allerdings noch in der Entwicklung [46].

# 3.3 SQUIDs

Bei einem SQUID (engl. superconducting quantum interference device) handelt es sich um ein präzises Instrument zur Messung winziger Magnetfeldänderungen, dessen Auflösung Bereiche von  $10^{-15} T$  erreicht und ist nur durch quantenmechanische Effekte (Heisenberg'sche Unschärferelation) beschränkt ist. Das Grundprinzip eines SQUIDs basiert auf dem Josephson-Effekt (vgl. Kap. 2.8) sowie der Flussquantisierung (vgl. Kap. 2.6.2) [9]. Aufgebaut ist ein SQUID aus einem supraleitenden Ring, der im Fall eines RF-SQUIDs (RF = radio frequency) durch einen und im Fall eines DC-SQUIDs (DC = direct current; vgl. Abb. 3.8, a) durch zwei identische Josephson-Kontakte unterbrochen wird. Da die Messgenauigkeit und damit auch die Absatzzahlen der DC-SQUIDs deutlich größer sind, wird sich im Folgenden auf die Funktionsweise der DC-SQUIDs beschränkt [9].

Für eine Messung wird an den DC-SQUID zunächst ein konstanter Strom (genannt "Vorstrom") angelegt. Ohne äußeres Magnetfeld teilt sich dieser Vorstrom gleichmäßig auf beide Seiten des supraleitenden Rings auf, wodurch die Cooper-Paar-Wellenfunktion an beiden Josephson-Kontakte kohärent zueinander ist. Wird das SQUID nun einem externen Magnetfeld ausgesetzt, wird die Querschnittsfläche der Anordnung von einem magnetischen Fluss durchsetzt. Nach der Flussquantisierung kann dieser Magnetfluss nur einem ganzzahligen Vielfachen des Flussquants  $\Phi_0$  entsprechen, weswegen - falls diese Voraussetzung nicht erfüllt ist - im SQUID ein zirkulierender Kompensationsstrom induziert wird, dessen Magnetfeld den magnetischen Fluss auf das nächstgelegene Vielfache von  $\Phi_0$  erhöht oder erniedrigt. Durch den Kompensationsstrom ändert sich darüber hinaus die Phasenlage der Wellenfunktionen an beiden Tunnelkontakten, wodurch diese nun abwechselnd konstruktiv und destruktiv miteinander interferieren. Wird infolgedessen die maximale Stromstärke des SQUIDs an einem der beiden Tunnelkontakte überschritten, fällt gemäß des AC-Josephson-Effekts eine Spannung über dem SQUID ab, die in Abhängigkeit des Kompensationsstroms (und damit des magnetischen Flusses) periodisch oszilliert. Abbil-



Abbildung 3.8: a) Aufbau eines DC-SQUIDs mit zwei Josephson-Tunnelkontakten. b) Spannungs-Fluss-Kennlinie eines DC-SQUIDs. Entnommen aus [9].

dung 3.8, b) zeigt die dazugehörige Fluss-Spannungs-Kennlinie, deren Periode exakt dem Wert des magnetischen Flussquants  $\Phi_0$  entspricht. Die Spannung wird minimal, wenn der Magnetfluss durch das SQUID einem ganzzahligen Vielfachen von  $\Phi_0$  entspricht und maximal, wenn der Fluss einem ungeraden Vielfachen von  $\Phi_0/2$  entspricht. Durch eine Messung der Spannungsänderung am DC-SQUID kann damit - bereits in dieser Messananordnung - die verantwortliche Flussänderung äußerst präzise bestimmt werden, solange die Flussänderung nicht größer als  $\Phi_0$  ist<sup>2</sup> [9]. Diese Grenze limitiert folglich auch die Größenordnung der gerade noch messbaren magnetischen Flussdichte  $B = \Phi_0/A$ , die neben dem magnetischen Flussquant  $\Phi_0$  nur von der vom Magnetfluss durchsetzten Fläche A abhängt. Um die Messgenauigkeit des SQUIDs weiter um bis zu zwei Größenordnungen zu steigern, wird daher in der Praxis in aller Regel ein Magnetometer (vgl. Abb. 3.9) verwendet. Das Herzstück des Magnetometers bildet ein Flusstransformator, der analog zu einem klassischen Transformator funktioniert. Durch die große Fläche und die kleine Windungszahl der Pickup-Spule wird der magnetische Fluss an der Input-Spule entsprechend heruntertransformiert und kann anschließend vom SQUID registriert werden [9] [90].



Abbildung 3.9: Aufbau eines SQUID-Magnetometers. Entnommen aus [9].

Die Anwendungsgebiete der SQUIDs sind äußerst vielfältig. In der Medizin werden SQUIDs beispielsweise eingesetzt, um Gehirn- (Magnetoenzephalographie) und Herzströme (Magnetokardiographie) zu messen. Durch eine Kombination von mehreren SQUIDs können die dabei registrierten Signale, ähnlich wie bei einem MRT, zudem ortsaufgelöst werden [79]. In der Geophysik werden SQUIDs dazu genutzt, winzige Änderungen des Erdmagnetfeldes, die Hinweise auf unterirdische Strukturen wie Lagerstätten oder geothermale Quellen geben, nachzuweisen. Darüber hinaus finden SQUIDs noch in der zerstörungsfreien Materialprüfung sowie bei der Detektion von Gravitationswellen Anwendung [9]. Für die Herstellung von SQUIDs werden gleichermaßen Tieftemperatur- wie Hochtemperatur-Supraleiter verwendet, wobei die HTSL-SQUIDs aufgrund ihrer Flüssigstickstoffkühlung kompakte und mobile Geräte, z. B. für den Einsatz im Gelände, erlauben, während die SQUIDs auf TTSL-Basis eine bessere Messgenauigkeit besitzen, weswegen sie z. B. in äußerst empfindlichen Gravitationswellen-Detektoren zum Einsatz kommen [9].

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Die Ursache für dieses Limit ist die Periodizität der Spannungs-Fluss-Kennlinie [9].

# 4 Einsatzmöglichkeiten der Supraleitung im Physikunterricht

# 4.1 Didaktische Legitimation für den Einsatz in der Schule

Im nachfolgenden Kapitel soll die Thematisierung der Supraleitung im Schulunterricht aus didaktischer Sicht begründet werden. Es soll insbesondere aufgezeigt werden, welchen Mehrwert die Behandlung dieses Themas den Schülerinnen und Schülern bietet. Im ersten Teil des Kapitels wird sich für diese Legitimation der didaktischen Analyse nach Wolfgang Klafki bedient, während sich der zweite Teil des Kapitels auf die übergreifenden Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS [84] bezieht.

## 4.1.1 Didaktische Analyse nach W. Klafki

Grundlage des folgenden Abschnitts bildet Kirchers Interpretation [43] der didaktischen Analyse nach Wolfgang Klafki. Ebenso wird sich Kirchers Fragenkatalog zur didaktischen Analyse bedient, der auf den Arbeiten von Häußler und Lauterbach [29] basiert.

Die didaktische Analyse nach Wolfgang Klafki unterscheidet vier Zieldimensionen, nach denen bewertet wird, ob ein Lerngegenstand relevant für den Schulunterricht ist. Zu diesen Zieldimensionen zählen der Bildungsgehalt des Themas, die Gegenwartsbedeutung des Inhalts für die Lernenden, die Zukunftsbedeutung des Inhalts für die Lernenden sowie die innere Struktur des Inhalts [45].

#### Bildungsgehalt des Themas

Das Themenfeld der Supraleitung eignet sich hervorragend, um den Schülerinnen und Schülern einen typischen naturwissenschaftlichen Erkenntnisweg zu präsentieren. Ausgehend von den Beobachtungen von Kammerlingh Onnes wurden in den vergangenen 110 Jahren immer exaktere Modelle zur Beschreibung der Supraleitung entworfen, Theorien weiterentwickelt und Wissenslücken geschlossen. Auch gab es nach der Entdeckung der Hochtemperatursupraleitung im Jahr 1986 eine regelrechte Rekordjagd nach immer höheren Sprungtemperaturen, die gewissermaßen noch bis heute anhält.

Die Thematisierung der Supraleitung kann den Schülerinnen und Schülern des Weiteren aufzeigen, dass das aktuelle physikalische Weltbild noch nicht vollständig ist und dass es einige Bereiche der Wissenschaft gibt, die noch nicht verstanden sind, wie beispielsweise die exakte Funktionsweise der unkonventionellen Supraleitung.

#### Gegenwartsbedeutung

Durch das Aufgreifen der Supraleitung im Schulunterricht lernen die Schülerinnen und Schüler erstmals Materialien kennen, die unter bestimmten Voraussetzungen nicht den Gesetzmäßigkeiten der klassischen Physik (jeder Stromleiter hat einen endlichen elektrischen Widerstand) folgen. Das liefert den Schülerinnen und Schülern eine beispiellose Gelegenheit über den Tellerrand der Schulphysik hinauszublicken und dient dem ein oder anderen sicherlich als Denkanstoß, das in der Schule Gelernte kritisch zu hinterfragen sowie die Grenzen der Lerninhalte differenziert zu prüfen.

Gegenüber den klassischen Themen der Schulphysik wie der Mechanik, der Elektrodynamik oder der geometrischen Optik bietet das Thema der (Hochtemperatur)Supraleitung zudem eine hervorragende Möglichkeit, ein aktuelles Forschungsfeld in den Schulunterricht zu integrieren. Im Rahmen von Schülerexperimenten kommen die Jugendlichen direkt mit einem Gegenstand der zeitgenössischen Wissenschaft in Berührung und haben darüber hinaus die Möglichkeit "mal einen Supraleiter in der Hand gehabt zu haben".

Beeindruckende Versuche wie der "Meißner-Ochsenfeld-Effekt" und das "Flux-Pinning" sind des Weiteren dazu geeignet, die Begeisterung der Schülerinnen und Schüler am entdeckenden Lernen zu fördern sowie den Spaß am Experimentieren anzuregen.

## Zukunftsbedeutung

Die technischen Anwendungen der Supraleitung werden in Zukunft mit großer Wahrscheinlichkeit an Bedeutung gewinnen, weshalb es durchaus sinnvoll ist, die aktuelle Schülergeneration bereits jetzt mit dieser Thematik zu konfrontieren. Die Schülerinnen und Schüler sind dadurch schon früh in der Lage, sich eine eigene Meinung zu diesem Thema zu bilden sowie Potentiale in bestimmten Wirtschaftsbranchen (z. B. Energiesektor und Verkehrswesen) abzuschätzen.

Es besteht darüber hinaus die Möglichkeit, dass sich einzelne Schülerinnen oder Schüler von dem Thema derart faszinieren lassen, dass sie infolge der Behandlung der Supraleitung im Schulunterricht z. B. Physik oder Werkstoffwissenschaften studieren wollen, was einen großen Einfluss auf ihr zukünftiges Leben haben kann.

#### Innere Struktur des Inhalts

Die Supraleitung kann aus unterschiedlichsten physikalischen Teildisziplinen, wie zum Beispiel der Elektrodynamik, der Thermodynamik oder der Quantenmechanik betrachtet werden, wobei für die Schulphysik sicherlich die Elektrik und die Elektrodynamik im Vordergrund stehen. Bei der Behandlung der Supraleitung werden dadurch unterschiedliche physikalische Disziplinen miteinander verknüpft und vertieft.

Das Themenfeld der Supraleitung ist ferner dazu geeignet, die wechselseitige Verflechtung zwischen der Grundlagenforschung, der Technik und der alltäglichen Lebenswelt zu verdeutlichen. Durch neue Erkenntnisse in der Forschung können neuartige Produkte gefertigt werden, die wiederum Anwendung in der Technik finden und so Einzug in die Lebenswelt der Schülerinnen und Schüler erhalten.

# 4.1.2 Übergreifende Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS

Der LehrplanPLUS definiert vierzehn schulart- und fächerübergreifende Bildungs- und Erziehungsziele, durch deren Umsetzung die Schülerinnen und Schüler eine gebildete und alltagskompetente Persönlichkeit ausbilden sollen. Zu diesen Bildungs- und Erziehungszielen gehören unter anderem die Bildung für nachhaltige Entwicklung (Umweltbildung, Globales Lernen), die politische Bildung, die sprachliche Bildung, die technische Bildung sowie die Verkehrserziehung [84].

Die Thematisierung der Supraleitung im Schulunterricht liefert insbesondere Beiträge zur Bildung für nachhaltige Entwicklung und zur technischen Bildung, weshalb sich nachfolgend auf diese beiden Zieldimensionen beschränkt wird, um die Behandlung der Supraleitung in der Schule zu legitimieren.

#### Bildung für nachhaltige Entwicklung

Laut dem LehrplanPLUS ist die Intention der Bildung für nachhaltige Entwicklung, dass die Schülerinnen und Schüler "Kompetenzen [entwickeln], die sie befähigen, nachhaltige Entwicklungen als solche zu erkennen und aktiv mitzugestalten" [84].

Mit dem Wissen über die technischen Einsatzgebiete der Supraleitung im Energiesektor werden die Schülerinnen und Schüler in der Lage sein, nachhaltige und ressourcenschonende Wege des Stromtransports und der Energieumwandlung zu benennen und zu beurteilen. Sie können darüber hinaus die Potentiale dieser Applikationen abschätzen und kennen den Einfluss derselben auf die alltägliche Lebenswelt.

#### **Technische Bildung**

Das Wissen über die Supraleitung und deren technische Anwendungen trägt freilich auch zur technischen Bildung bei. So können die Schülerinnen und Schüler das grundlegende Funktionsprinzip einiger aktueller technischer Apparaturen (z. B. der supraleitenden Magnetschwebebahn) erläutern sowie die Chancen und möglichen Gefahren derselben für Gesellschaft und Umwelt abschätzen. Darüber hinaus lernen die Schülerinnen und Schüler z. B. an der Entwicklung der supraleitenden Motoren den langwierigen Evolutionsprozess einer technischen Apparatur - von der Grundidee bis zum fertigen Produkt - kennen.

# 4.2 Anknüpfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen Gymnasiums

Das Themengebiet der Supraleitung wird im bayerischen Gymnasiallehrplan nicht explizit erwähnt, obwohl es aufgrund seiner Aktualität, seiner Praxisnähe und seiner Faszination durchaus relevant für die schulische Ausbildung ist (vgl. Kapitel 4.1). In diesem Kapitel werden aus diesem Grund mögliche Anknüpfungspunkte der Supraleitung an den schulischen Physikunterricht vorgestellt.

Die Behandlung des Themas ist prinzipiell an allen weiterführenden Schularten möglich, jedoch bieten sich - vor allem aufgrund der fachlichen Tiefe des Stoffs - die meisten Anknüpfungspunkte in der 10. Klasse sowie der Oberstufe, weswegen sich in diesem Kapitel auf die Anwendung am Gymnasium beschränkt wird. Da zum Zeitpunkt der Erstellung dieser Zulassungsarbeit der LehrplanPLUS für die gymnasiale Oberstufe noch überarbeitet wird, bezieht sich Kapitel 4.2.2 auf den "alten" G8-Lehrplan des Landes Bayern [82], während sich Kapitel 4.2.1 bereits auf den neuen LehrplanPLUS [83] des neunjährigen Gymnasiums beruft.

Es sei an dieser Stelle angemerkt, dass die nachfolgenden Anknüpfungspunkte Beispiele sind und die Einbindung des Themas auch an anderen Stellen des Physikunterrichts sowie in anderen Fächern (vgl. Kapitel 4.2.4) erfolgen kann.

# 4.2.1 Unter- und Mittelstufe (LehrplanPLUS)

#### 7. Jahrgangsstufe

In der 7. Jahrgangsstufe ist das Fach Physik noch in den Natur- und Technik-Unterricht integriert. Gleich zu Beginn des Schuljahres wird in der Lehrplan-Einheit NT7 1.1 Ein erster Blick in die physikalischen Spielregeln der Natur das Thema Magnetismus aufgegriffen und der Modellbegriff des Elementarmagneten geprägt. Grundsätzlich wäre hier

eine Einbindung des Meißer-Ochsenfeld-Effekts sowie des Flux-Pinning-Effekts als Showversuch denkbar, um den Schülerinnen und Schülern das eindrucksvolle magnetische Verhalten von Supraleitern näherzubringen und sie für das Thema und das Fach Physik zu begeistern. Eine fachlich tiefgreifende Behandlung des Stoffs wäre an dieser Stelle nicht erfolgversprechend und ist auch nicht das Ziel des Natur- und Technik-Unterrichts der 7. Jahrgangsstufe. Stattdessen sollen "die Schülerinnen und Schüler die Physik in Natur und Technik entdecken" [83] und qualitative Grundkonzepte der Physik kennenlernen.

#### 8. Jahrgangsstufe

Im Lernbereich 1: Elektrischer Strom lernen die Heranwachsenden den Begriff des elektrischen Widerstandes, des Leiters und des Isolators kennen. An dieser Stelle wäre es sicherlich gewinnbringend, das Thema der Supraleitung aufzugreifen. Nach einer allgemeinen lehrerzentrierten Einführung in die Thematik, bei der vor allem die ideale Leitfähigkeit eines Supraleiters im Vordergrund stehen sollte, könnte man einen Klassendiskurs anstoßen, welche Vorteile ein widerstandsfreier Stromtransport im Alltagsleben haben könnte, um damit auf einige technische Anwendungen der Supraleitung überzuleiten.

Falls eine hinreichend große Anzahl an Experimentiersets vorhanden ist, wäre es ebenso denkbar, dass die Schülerinnen und Schüler im Rahmen des Schülerexperiments *Messen elektrischer Größen und Erstellen der Kennlinien für einen Ohm'schen und einen nicht-Ohm'schen Widerstand* die Sprungtemperatur eines Supraleiters ausmessen (vgl. Kap. 4.3.2). Hierbei sollte darauf geachtet werden, dass den Schülerinnen und Schülern der Unterschied zwischen einer U-I-Kennlinie und einer R-T-Kennlinie bewusst wird.

## 9. Jahrgangsstufe

Im Profilbereich des NTG-Zweiges sollen die Gymnasiasten laut LehrplanPLUS "ihre prozessbezogenen Kompetenzen in den Bereichen Erkenntnisse gewinnen, Kommunizieren und Bewerten" [83] vertiefen. Der *Lernbereich 4.1 Klima* ist dabei obligatorisch, während der *Lernbereich 4.2 Vertiefung prozessbezogener Kompetenzen anhand ausgewählter weiterer Inhalte* einige inhaltliche Vorschläge macht, die aber nicht verpflichtend behandelt werden müssen. Stattdessen können "auch andere Themen (insb. aus der Technik), die sich an die Ph9-Lernbereiche 1 bis 3 anlehnen, [...] Gegenstand des Unterrichts sein" [83].<sup>1</sup> Auf der Vorschlagsliste des Lernbereichs 4.2 finden sich die Themen Energieeinsparung (bei Gebäuden), Energieversorgung sowie Energiebedarf und Energiemix Deutschlands und der Welt, bei deren Behandlung man durchaus an die Supraleitung und vor allem deren technische Anwendungen im Energiesektor anknüpfen könnte.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Die Lernbereiche 1-3 umfassen die Themen *Energie als Erhaltungsgröße, Atome* und *Wärmelehre* und sind im regulären Unterrichtsgang eher untypische Anknüpfungspunkte für das Thema Supraleitung.

Um die prozessbezogene Kompetenz der Erkenntnisgewinnung zu stärken, könnte man den Schülerinnen und Schülern einen adressatengerechten Textabschnitt zu aktuellen Anwendungsgebieten der Supraleitung (z. B. aus [53]) zur Verfügung stellen. Diesen Quellentext könnten die Heranwachsenden nach vorgegebenen oder eigens ausgewählten Fragestellungen analysieren. Durch ein anschließendes Kurzreferat oder einen Klassendiskurs zum aktuellen Stand der technischen Entwicklung können die Schülerinnen und Schüler zudem die Kompetenzbereiche Kommunizieren und Bewerten weiter vertieften.

Eine Durchführung des Schülerexperiments zur Bestimmung der Sprungtemperatur (vgl. Kap. 4.3.2) wäre an dieser Stelle ebenso denkbar.

#### 10. Jahrgangsstufe

Das Leitmotiv des Physik-Curriculums der 10. Jahrgangsstufe lautet "Physikalische Erkenntnisse und Arbeitsweisen für technische Entwicklungen nutzen" [83]. Entsprechend ist der LehrplanPLUS der 10. Klasse gefüllt mit Themengebieten, die "unmittelbar mit der Entwicklung neuer Technologien und damit auch mit deren Einflüssen auf die Gesellschaft verbunden" [83] sind. Da die Supraleitung sowohl eine breite Palette an technischen Anwendungen bereithält, als auch eine gewisse gesellschaftliche Relevanz aufweist, eignet sich das Thema grundsätzlich hervorragend für die 10. Jahrgangsstufe.

Das Themengebiet der Supraleitung lässt sich besonders gut an den 1. Lernbereich: Elektromagnetismus anschließen, da hier das Thema Induktion und die damit verbundenen Phänomene (Wirbelströme und Lenz'sche Regel) behandelt werden. Für dieses Themenfeld sind vor allem der verschwindende elektrische Widerstand sowie die damit verbundenen nicht abklingenden Induktionsströme von Supraleitern (vgl. Gl. 2.1) relevant. Es empfiehlt sich deshalb die Klasse zunächst mit den Grundlagen der Supraleitung vertraut zu machen, bevor supraleitende Materialien in Schulversuchen verwendet werden.

Ein Standardversuch zum Nachweis der Lenz'schen Regel ist das in Kapitel 4.3.6 beschriebene Experiment, bei dem ein Permanentmagnet durch einen aufgehängten Metallring geführt wird. Je nach Versuchsanordnung (geschlitzter Aluminiumring, regulärer Aluminiumring, mit *LN*2 gekühlter Aluminiumring sowie supraleitender Ring) erfährt der Ring eine unterschiedlich starke (bzw. gar keine) Auslenkung, die abhängig vom spezifischen Widerstand des entsprechenden Materials ist. Die Lenz'sche Regel und die durch den Induktionsvorgang angeworfenen Wirbelströme können auch mit dem in Kapitel 4.3.5 vorgestellten Fallrohrversuch nachgewiesen werden. Aufgrund der idealen Leitfähigkeit des supraleitenden Rohrs wird der Magnet - im Gegensatz zu Fallrohren aus "normalen" Metallen - im supraleitenden Rohr komplett zum Stillstand gebracht. Grundsätzlich wäre es auch möglich, den Thomson'sche Ringversuch mit einem supraleitenden Ring durchzuführen, wenn es entsprechend große Ringe im freien Handel zu kaufen gäbe. Da dies
zum aktuellen Zeitpunkt nicht der Fall ist, wird in Kapitel 4.3.7 ein Gedankenexperiment zur Weiterführung des Thomson'schen Ringversuchs vorgestellt, das ohne größere Vorbereitung in den Physikunterricht der 10. Klasse integriert werden oder an die Durchführung des regulären Thomson'schen Ringversuchs angeknüpft werden könnte.

Auch in der 10. Jahrgangsstufe kann das Themengebiet der Supraleitung im Profilbereich des NTG-Zweiges aufgegriffen werden, denn auf der Vorschlagsliste des *Lernbereichs* 5.2 Vertiefung prozessbezogener Kompetenzen anhand ausgewählter weiterer Inhalte findet sich zum ersten Mal ein Punkt, der in direktem Zusammenhang mit der Supraleitung steht: Die Magnetschwebebahn. Nach einer allgemeinen Einführung in das Themengebiet der Supraleitung könnte man die Schülerinnen und Schüler die Funktionsweise einer supraleitenden (JR-Maglev; vgl. Kap. 3.1.3) und einer nicht-supraleitenden Magnetschwebebahn (z. B. Transrapid) recherchieren und in einer Präsentation gegenüberstellen lassen, um die Prozesskompetenz der Kommunikation zu stärken. Durch diese Thematisierung würde man zudem das Thema der Induktion, das für das Verständnis der Magnetschwebebahn zwingend nötig ist, wiederholen und vertiefen.

# 4.2.2 Oberstufe (G8-Lehrplan)

#### 11. Jahrgangsstufe

In der 11. Klasse des G8-Lehrplans wird ebenso wie in der 10. Klasse des LehrplanPLUS das Thema Induktion behandelt. Mit 14 empfohlenen Unterrichtsstunden - im Vergleich zu 20 Unterrichtsstunden für den kompletten Elektromagnetismus in der 10. Klasse - weist der *Lernbereich 11.4 Elektromagnetische Induktion* der 11. Klasse jedoch deutlich mehr Spielraum für die Einbindung der in Kapitel 4.3.5, 4.3.6 und 4.3.7 vorgestellten Versuche auf. Es bietet sich daher an, die Versuche, die meist ohnehin schon Teil des regulären Physikunterrichts sind, auf das Themengebiet der Supraleitung zu erweitern.

Mit dem Wissen über den magnetischen Feldbegriff (Lernbereich 11.2), die elektromagnetische Induktion, den magnetischen Fluss sowie die Lenz'sche Regel sind die Schülerinnen und Schüler in der Lage, den Meißner-Ochsenfeld-Effekt sowie den Unterschied zwischen einem realen Leiter und einem Supraleiter (vgl. Kap. 2.3.2) zu deuten. Es wäre daher sicherlich gewinnbringend, das Wissen aus den Lernbereichen 11.2 und 11.4 miteinander zu verknüpfen und auf den Meißner-Ochsenfeld-Effekt anzuwenden. Die anschließende Demonstration des Effekts sollte ebenfalls Teil des Unterrichts sein.

Im Rahmen des Lernbereichs 11.3 Bewegung geladener Teilchen in Feldern und Einblick in die spezielle Relativitätstheorie lernen die Schülerinnen und Schüler das Funktionsprinzip eines Teilchenbeschleunigers kennen. Da supraleitende Magnetspulen eine der Hauptkomponenten von modernen Teilchenbeschleunigern (z. B. des LHC oder der HERA) sind, ist es durchaus sinnvoll, dass die Schülerinnen und Schüler die grundlegende Funktionsweise dieser Anlagen begreifen. An dieser Stelle würde sich eine knappe, allgemeine Einführung in das Themenfeld der Supraleitung anbieten, bei der vor allem die ideale Leitfähigkeit sowie die Grenzen des supraleitenden Zustandes im Vordergrund stehen. Ausgehend davon könnte man die Problematik ansprechen, dass für einen Teilchenbeschleuniger sehr hohe Magnetfelder benötigt werden, die aber wiederum den supraleitenden Zustand zerstören.

### 12. Jahrgangsstufe

In der 12. Klasse finden sich kaum sinnvolle Anknüpfungspunkte an die Supraleitung. Lediglich im *Lernbereich 12.5 Radioaktivität und Kernreaktionen* wäre es naheliegend, bei der Behandlung des Kernfusionsreaktors auf die darin verbauten supraleitenden Spulen einzugehen. Eine Einführung in die Thematik könnte dann analog zur 11. Klasse erfolgen.

# 4.2.3 W- und P-Seminare

Die Supraleitung kann zweifelsohne auch im Rahmen von W- und P-Seminaren behandelt werden, gerade weil dort auch die nötige Zeit vorhanden ist, um sich tiefer mit der Materie auseinanderzusetzen. Die mir vorliegenden Seminararbeit "Herstellung und Charakterisierung eines Hochtemperatursupraleiters" [19], die im Jahr 2006 von Fabian Ebert verfasst und von Dr. Stephan Lück betreut wurde, zeigt hier exemplarisch die Souveränität, mit der sich ein Schüler der Oberstufe mit dem Thema der Supraleitung befassen kann. Aufgrund der Breite des Themas ist es durchaus denkbar, Seminararbeiten zu vergeben, die den Fokus auf unterschiedliche Aspekte der Supraleitung legen. Einige selbst überlegte Beispiele sind nachfolgend aufgelistet:

- Die Phänomenologie der Supraleitung (theoretisch)
- Eine qualitative Betrachtung der BCS-Theorie (theoretisch)
- Die Anwendungsgebiete der Supraleitung (theoretisch)
- Herstellung eines eigenen Hochtemperatursupraleiters (praktisch)
- Bau einer supraleitenden Magnetschwebebahn (praktisch)

Ein W-Seminar, das sich ausschließlich mit der Supraleitung und deren unterschiedlichen Gesichtspunkten befasst, ist schwer zu realisieren, da das Thema auf schulischem Niveau nicht vielfältig genug ist, um 10-15 unterschiedliche Themen hervorzubringen. Aus diesem Grund wird das Thema in aller Regel in W-Seminare mit etwas weiter gegriffenen Rahmenthemen integriert. Einige Beispiele hierfür wären:

• W-Seminar *Quantenphysik* - Melanchthon-Gymnasium Nürnberg [57]

- W-Seminar Von Röntgen bis Peebles. Der Physiknobelpreis -Gymnasium Donauwörth [26]
- W-Seminar Phänomene der Festkörperphysik eigener Vorschlag
- W-Seminar Schlüsseltechnologien des 21. Jahrhunderts eigener Vorschlag

Das Themenfeld der Supraleitung lässt sich darüber hinaus auch in ein Projektseminar integrieren. In einem P-Seminar Herstellung von Showversuchen für den Tag der offenen Tür könnte sich ein Teil des Seminars (3 - 4 Schülerinnen und Schüler) mit dem Bau einer supraleitenden Magnetschwebebahn beschäftigen, während sich der Rest des Kurses mit anderweitigen Demonstrationsversuchen befasst. Neben einer praktischen Projekttätigkeit ist auch die allgemeine Studien- und Berufsorientierung Teil des P-Seminars. Die Seminarteilnehmer sollen laut dem Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus "Kenntnisse, Einstellungen und Kompetenzen erwerben, die sie befähigen, ihre Studienund Berufswahl verantwortlich zu treffen" [81]. Der Erwerb dieser Berufswahlkompetenz wird unter anderem durch den Besuch von außerschulischen Partnern wie Hochschulen, Messen oder Unternehmen vermittelt. Auch hier bieten sich Anknüpfungspunkte an die Supraleitung, da supraleitende Spulen und Kabel mittlerweile vielfach Anwendung in der Industrie<sup>2</sup> finden und das Forschungsfeld der Supraleitung an einigen Universitäten und Hochschulen vertreten ist. Eine Betriebserkundung in einem Unternehmen, das supraleitenden Materialien herstellt oder verarbeitet, wäre also ebenso denkbar wie der Besuch einer Forschungseinrichtung, die sich mit diesem Thema befasst.

## 4.2.4 Fächerübergreifender Unterricht

Auch fächerübergreifend bieten sich Möglichkeiten, die Supraleitung aufzugreifen:

In einem interdisziplinären Projekt der Fächer Chemie und Physik könnten die Schülerinnen und Schüler beispielsweise einen eigenen Hochtemperatursupraleiter herstellen (vgl. Kap. 4.3.1). Der Fokus im Fach Chemie könnte dabei auf der Synthese des Supraleiters liegen, während sich die Jugendlichen im Fach Physik mit den zugrundeliegenden Gesetzmäßigkeiten und der Phänomenologie des Supraleiters befassen.

Auch das Fach Geographie bietet Anknüpfungspunkte in der 12. Jahrgangsstufe des vorläufigen LehrplanPLUS. Im Rahmen des *Lernbereichs 3: Ressourcen und nachhaltige Entwicklung* wird das Thema nachhaltiges Ressourcenmanagement im Heimatraum vorgeschrieben [83]. Hier könnte auf die Supraleitung als nachhaltige Technologie im Energiesektor eingegangen bzw. das Thema noch auf weitere physikalischen Zukunftstechnologien wie die Kernfusion oder die Brennstoffzelle ausgeweitet werden.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>z. B. Fa. Bilfinger Noell GmbH in 97080 Würzburg oder Fa. Oswald Elektromotoren GmbH in 63897 Miltenberg [3] [62].

# 4.3 Mögliche Experimente und Projektarbeiten

# 4.3.1 Herstellung eines YBaCuO-Hochtemperatursupraleiters

Wie bereits in Kapitel 2.1 erwähnt, eignet sich YBaCuO hervorragend für den Einsatz in der Schule. Dennoch ist zu betonen, dass der nachfolgende Versuch aufgrund seines Umfangs und der benötigten Geräte kaum für den herkömmlichen Physikunterricht geeignet ist. Vielmehr bietet es sich an, den Versuch als Projektarbeit z. B. im Rahmen eines W-Seminars oder einer AG mit einer/einem oder mehreren Schülern durchzuführen. Für die Durchführung werden einige sehr spezielle Geräte benötigt, weshalb eine Kooperation mit einem außerschulischen Partner - in der Regel einer Hochschule - zwingend notwendig ist. Ich selbst habe den Versuch am *Lehrstuhl für Funktionswerkstoffe der Medizin und der Zahnheilkunde (FMZ)* der Universität Würzburg durchgeführt, wobei meine Ansprechpartnerin während der gesamten Zeit die Chemielaborantin Isabell Biermann war. In Absprache mit ihr ist es möglich, dass auch eine Schülerin/ein Schüler bzw. eine kleinere Gruppe von Schülern diese Arbeit am FMZ durchführt. Entsprechende Kontaktdaten finden sich auf der Homepage des Lehrstuhls.<sup>3</sup>

### Benötigte Materialien

a) Chemikalien

- ca. 1, 0 g Yttriumoxid ( $Y_2 0_3$ )
- ca. 3, 6g Kupfer(II)-oxid (CuO)
- ca. 2, 1 g Bariumcarbonat ( $BaCO_3$ )



Abbildung 4.1: Verwendete Chemikalien [Eigene Aufnahme].

Die hier aufgeführten Mengen werden für die Herstellung eines supraleitenden Pellets benötigt. Das exakte Mischungsverhältnis der Chemikalien wird im Unterpunkt *Versuchsdurchführung* beschrieben.

Ich selbst habe die Chemikalien über die Chemikalien ausgabe der Fakultät für Chemie und Pharmazie der Universität Würzburg bezogen. Mein Ansprechpartner für die Bestellung war Dr. Daniel Bellinger. Weitere Informationen zur Bestellung der Chemikalien gibt es auf der Homepage der Chemikalien ausgabe.<sup>4</sup>

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>https://www.fmz.uni-wuerzburg.de/.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>https://www.chemie.uni-wuerzburg.de/services/zentrale-dienste/chemikalienausgabe/.

#### b) Geräte für den Herstellungsprozess

- Laborwaage mit mindestens 1 mg Genauigkeit (Verwendetes Gerät: Ohaus Explorer Series mit einer Genauigkeit von 0, 1 mg; vgl. Abbildung 4.2, a)
- Laborofen mit Temperatursteuerung (Verwendetes Gerät: Arnold Schröder ASM 30/H Spezial mit Temperatursteuerung TC 5050; vgl. Abbildung 4.3)
- Hydraulische Presse (Verwendetes Gerät: *Paul-Otto Weber GmbH* PW Series; vgl. Abbildung 4.6, b)
- Optional: Kugelmühle (Verwendetes Gerät: Retsch PM 400)

#### c) Sonstiges

- Hitzebeständige Sinterschalen (z. B. aus  $Al_2O_3$ )
- Presswerkzeug (eigene Anfertigung; siehe Anhang Kap. A.2)
- Kontaktspray (z. B. WD-40)
- Spatel und Löffel
- Mörser, Pistill und Sieb
- diverse verschließbare Behälter
- Optional: Isopropanol  $(C_3H_8O)$

#### Versuchsdurchführung

#### a) Herstellung des Ausgangspulvers

Die im Abschnitt *Benötigte Materialien* aufgeführten Chemikalien reagieren über folgende Reaktionsgleichung zum gewünschten Hochtemperatursupraleiter  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  [65]:

$$Y_2O_3 + 4 \cdot BaCO_3 + 6 \cdot CuO + O_2 \longrightarrow 2 \cdot YBa_2Cu_3O_{7-x} + 4 \cdot CO_2$$

Für eine gelungene Reaktion müssen folglich die Atome von Yttrium, Barium und Kupfer in einem stöchiometrischen Verhältnis von 2:4:6 bzw. 1:2:3 vorliegen. 1 mol  $Y_2O_3$ , 4 mol  $BaCO_3$  und 6 mol CuO reagieren dann unter Sauerstoffzufuhr zu 2 mol  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ und 4 mol  $CO_2$ . Die entsprechenden Ausgangsmassen können über die Beziehung

$$m = n \cdot M \tag{4.1}$$

berechnet werden, wobei n die Stoffmenge und M die Molmasse der einzelnen Stoffe ist. Die Molmassen der drei Chemikalien lassen sich mithilfe von [11] bestimmen:

- $M_{Y_2O_3} = 2 \cdot M_Y + 3 \cdot M_0 = 2 \cdot 88,906 \frac{g}{mol} + 3 \cdot 15,999 \frac{g}{mol} = 225,809 \frac{g}{mol}$
- $M_{BaCO_3} = M_{Ba} + M_C + 3 \cdot M_O = 137,327 \frac{g}{mol} + 12,011 \frac{g}{mol} + 3.15,999 \frac{g}{mol} = 197,335 \frac{g}{mol}$

• 
$$M_{CuO} = M_{Cu} + M_O = 63,546 \frac{g}{mol} + 15,999 \frac{g}{mol} = 79,545 \frac{g}{mol}$$

Um 2 mol bzw. 1332, 382  $g Y Ba_2 Cu_3 O_{7-x}$  ( $M_{YBCO} = 666, 191 g/mol$ ) herzustellen, benötigt man demnach folgende Mengen der Ausgangsstoffe (vgl. Gl. 4.1):

- $m_{Y_2O_3} = 1 \, mol \cdot 225,809 \, \frac{g}{mol} = 225,809 \, g$
- $m_{BaCO_3} = 4 \, mol \cdot 197,335 \, \frac{g}{mol} = 789,340 \, g$

• 
$$m_{CuO} = 6 \, mol \cdot 79,545 \, \frac{g}{mol} = 477,270 \, g$$

Für ein Pellet mit einem Durchmesser von  $20 \, mm$  und einer Dicke von  $3 \, mm$  werden ca. 6,  $0 \, g$  des fertigen YBCO-Pulvers benötigt. Umgerechnet auf die Massen der Ausgangsstoffe ergibt das folgende Mengen pro Pellet:

•  $m_{Y_2O_3} = \frac{6.0}{1332.382} \cdot 225,809 \, g = 1,017 \, g$ 

• 
$$m_{BaCO_3} = \frac{6.0}{1332.382} \cdot 789,340 \, g = 3,555 \, g$$

• 
$$m_{CuO} = \frac{6.0}{1332,382} \cdot 477,270 \, g = 2,149 \, g$$

Sollen mehrere Pellets gefertigt werden, was dringend zu empfehlen ist, müssen diese Mengen entsprechend vervielfacht werden. Ich selbst habe pro Charge immer zwischen vier und zehn Pellets hergestellt.

Die einzelnen Chemikalien werden nun mit einer Laborwaage abgewogen (vgl. Abb. 4.2, a) und in verschiedene Behälter abgefüllt. Die drei Substanzen müssen anschließend zu einem homogenen Pulver vermengt werden [37]. Dieser Arbeitsschritt kann grundsätzlich mit einem Mörser durchgeführt werden oder wie in meinem Fall mit einer Kugelmühle vom Typ *Retsch* PM 400. Die drei Substanzen werden dazu zusammen mit einem Schuss Isopropanol und fünf Mahlkugeln in einen Mahlbecher gegeben, der in der Kugelmühle befestigt wird. Als Ausgleichsgewicht wird der gegenüberliegende Mahlbecher mit Wasser der gleicher Masse befüllt. Die Kugelmühle wird anschließend für 30 Minuten bei 200 *rpm* betrieben. Das anthrazitfarbene Pulver kann nach Ablauf dieser Zeit mit einem Spatel aus dem Mahlbecher entfernt werden und ist nun bereit für den Sinterprozess.



Abbildung 4.2: a) Abwiegeprozess mithilfe der Laborwaage. b) Die  $Al_2O_3$ -Sinterschalen werden in der Brennkammer des Ofens platziert [Eigene Aufnahmen].

### b) Sintern des Ausgangspulvers

Das Ausgangspulver wird zunächst gleichmäßig auf den Sinterschalen verteilt und in die Brennkammer des Ofens gestellt (vgl. Abb. 4.2, b). Anschließend wird der Ofen (vgl. Abb. 4.3, a) mithilfe des Temperaturreglers (vgl. Abb. 4.3, b) auf den in Abbildung 4.4 zu sehenden Temperaturverlauf programmiert. An dieser Stelle sei zu erwähnen, dass es in der Literatur (z. B. [10], [51] und [37]) unzählige Temperaturverläufe gibt und die von mir genutzte Variante nur eine von vielen Möglichkeiten darstellt, das gewünschte Ergebnis zu erreichen. Letztendlich habe ich mich am Programm von Leybold Didactic [51] orientiert und dieses minimal abgeändert (930 °C Maximaltemperatur anstatt von 950 °C).



Abbildung 4.3: a) Verwendeter Sinterofen vom Typ Arnold Schröder ASM 30/H.b) Temperatursteuerung vom Typ TC 5050 [Eigene Aufnahmen].

Ist das Ofenprogramm eingestellt, wird das Pulver nach der Aufheizphase zunächst für 12 Stunden bei einer Temperatur von  $930 \,^{\circ}C$  gesintert. Das hat den Zweck, dass die drei Ausgangsstoffe miteinander zu  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  reagieren. Anschließend wird das Gerät mit einer Rate von  $100 \,^{\circ}C/h$  auf  $600 \,^{\circ}C$  abgekühlt und die Temperatur für weitere 14 Stunden konstant gehalten. In diesem Temperaturbereich werden bevorzugt Sauerstoff-Atome aus der Ofenluft in die Kristallstruktur des YBCO-Pulvers "eingebaut", was entscheidend für die Supraleitfähigkeit der Probe ist (vgl. Kap. 2.9.2). Da der Sauerstoffgehalt der Probe so essentiell für das Gelingen dieses Versuchs ist, wird in der Literatur (z. B. [37]) in der Regel empfohlen, einen Ofen mit Sauerstoffzufuhr zu verwenden, um eine konstante Sauerstoffversorgung im Ofen zu gewährleisten. Der von mir verwendete Ofen verfügt jedoch über keine Sauerstoffzufuhr. Wie sich im Abschnitt Auswertung zeigen wird, gelang es mir trotzdem, supraleitende YBCO-Pellets herzustellen, was damit zu erklären ist, dass die Brennkammer des Ofens mit circa 33 l groß genug ist, um das Pulver dennoch mit genügend Sauerstoff zu versorgen. Wäre dies nicht der Fall, würde sich die grünliche, nicht-supraleitende Modifikation von  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  mit x > 0,5 ausbilden (vgl. Kap. 2.9.2). Nach dem Ende der 600 °C-Phase wird der Ofen abschließend mit einer Rate von  $50 \,^{\circ}C/h$  auf Raumtemperatur abgekühlt.



Abbildung 4.4: Temperaturverlauf des Sintervorgangs [Eigene Aufnahme].

Im Anschluss an den ca. 50-stündigen Sinterprozess können die Sinterschalen aus dem Ofen entnommen und das anthrazitfarbene Pulver aus den Schalen gekratzt werden. Das gebackene Pulver sollte dabei locker in den Sinterschalen sitzen (vgl. Abb. 4.5, a) und sich leicht entfernen lassen. Ist das Pulver an den Sinterschalen festgeschmolzen (vgl. Abb. 4.5, b) oder lässt sich nur mühsam entfernen, war die Temperatur im Ofen zu hoch, was sich negativ auf die Supraleitfähigkeit der Proben auswirkt. Diese Erfahrung musste ich selbst machen, da die Temperatur in der Brennkammer des Ofens (Typ *Arnold Schröder* ASM10), den ich für die ersten beiden von insgesamt drei Chargen verwendet habe, rund 50 °C über der eingestellten Temperatur lag. Wie sich im Nachhinein herausstellte, waren beschädigte Heizdrähte in der Brennkammer die Ursache dieses Problems.



Abbildung 4.5: a) YBCO-Pulver nach einem korrekten Sintervorgang. b) YBCO-Pulver nach einem Sintervorgang mit zu hoher Temperatur [Eigene Aufnahmen].

### c) Pressen der Pellets

In diesem Arbeitsschritt wird das gesinterte Pulver zu einheitlichen Pellets gepresst. Dazu wird das grobkörnige Ausgangspulver zunächst in einem Mörser zerkleinert und anschließend zu Portionen von je 6, 0g abgewogen. Das feinkörnige Pulver wird daraufhin in die zusammengebaute und mit Kontaktspray eingesprühte Pressform gegeben.

Die von mir verwendete Pressform (vgl. Abb. 4.6, a) wurde eigens für diese Arbeit von der Wissenschaftlichen Werkstatt der Fakultät für Physik und Astronomie angefertigt. Die Vorlage für die technische Zeichnung (siehe Anhang Kap. A.2) stammt dabei aus einer Facharbeit von Fabian Ebert [19] aus dem Jahr 2006, die ebenfalls von Dr. Stephan Lück betreut wurde.



Abbildung 4.6: a) Eigens angefertigte Pressform inkl. Zylinder zum Durchdrücken der Pellets (links). Der Pressbolzen hat einen Durchmesser von 20 mm.
b) Die Pressform wird mithilfe einer hydraulische Presse vom Typ Paul-Otto Weber GmbH PW Series zusammengepresst [Eigene Aufnahmen].

Die Pressform wird nun auf das Tableau der hydraulischen Presse (vgl. Abb. 4.6, b) gestellt und 10 Minuten lang mit einer Kraft von  $100 \, kN$  bzw. ca.  $10 \, t$  zusammengepresst. Nach dem Pressvorgang wird die Pressform aus dem Gerät geholt und die unteren vier Schrauben der Form gelöst, sodass das Pellet zu sehen ist. Die Pressform wird nun zusammen mit dem Stahlzylinder in die Presse gestellt und das Pellet vorsichtig mit dem Bolzen durchgedrückt. In der Regel erhält man nun ein gleichmäßiges, schwarzes YBCO-Pellet mit einem Durchmesser von  $20 \, mm$  und einer Dicke von ca.  $3 \, mm$ . Nach Beendigung des Pressvorgangs wird die Pressform unter laufendem Wasser mit einer Becherbürste gereinigt, um ein Verkeilen des Bolzens bei nachfolgenden Pressvorgängen zu vermeiden.

### d) Abschließendes Sintern der Pellets

Die gepressten Pellets werden nun ein weiteres Mal im Ofen behandelt, wobei wieder das in Abbildung 4.4 zu sehende Temperaturprogramm verwendet wird. Es hat sich dabei bewährt, zu Beginn der  $600 \,^{\circ}C$ -Phase die Ofentür für einige Minuten zu öffnen, um die Ofenluft auszutauschen und für ausreichend Sauerstoff in der Brennkammer zu sorgen. Nach dem Ende des zweiten Sintervorgangs sind die Proben fertig und können aus dem Ofen entnommen werden. Die Pellets sollten nun in einem verschließbaren Behälter mit Trockenmittel (z. B. Silica-Gel) aufbewahrt werden, da YBCO hygroskopisch ist und die Proben ansonsten die Luftfeuchte binden würden, was sich negativ auf die supraleitenden Eigenschaften der Pellets auswirken würde [51].



Abbildung 4.7: Die fertigen YBCO-Pellets der dritten Charge [Eigene Aufnahme].

### Auswertung

### a) Meißner-Ochsenfeld-Effekt

Die Supraleitfähigkeit der hergestellten Pellets kann leicht mithilfe des Meißner-Ochsenfeld-Effekts (vgl. Kap. 2.3.2) überprüft werden<sup>5</sup>. Sollten die Proben supraleitend sein, würde ein Magnet aufgrund dieses Effekts über den Pellets schweben. Die Schwebehöhe würde dann Auskunft über die Güte der supraleitfähigen Proben geben. Versuchsaufbau und -durchführung sowie die Erklärung des Effekts sind dabei analog zu Kapitel 4.3.3. Abbildung 4.8 zeigt das Ergebnis des Meißner-Ochsenfeld-Effekts an einem YBCO-Pellet der dritten Charge. Der verwendete Neodym-Würfelmagnet (5 mm) schwebt in einer Höhe

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Den hierfür nötigen flüssigen Stickstoff habe ich über die Abteilung für Tieftemperaturtechnik der Wissenschaftlichen Werkstatt der Fakultät für Physik und Astronomie bezogen.

von ca. 4 mm über dem Supraleiter, was die supraleitenden Eigenschaften des Pellets bestätigt. Im Endeffekt erwiesen sich alle zehn Pellets der dritten Charge als supraleitend, wobei die Schwebehöhe im Bereich von  $\pm 1 mm$  schwankte.



Abbildung 4.8: Der Neodym-Magnet schwebt aufgrund des Meißner-Ochsenfeld-Effekts über einem selbst hergestellten YBCO-Pellet [Eigene Aufnahme].

Die Pellets der ersten beiden Chargen waren dagegen nicht supraleitend, was wohl an einer zu hohen Ofentemperatur und/oder einer zu kleinen Brennkammer des ersten Ofens lag. Abbildung 4.9 zeigt die Pellets der drei Chargen im Vergleich. Das Pellet der dritten Charge ist etwas dunkler und deutlich matter als die anderen beiden Pellets. Im Gefüge der ersten beiden Pellets sind zudem schimmernde Segmente erkennbar, die auf aufgeschmolzene Bestandteile - verursacht durch eine zu hohe Ofentemperatur - hindeuten.



Abbildung 4.9: Vergleich der selbst hergestellten Pellets (links: 1. Charge, mitte: 2. Charge, rechts: 3. Charge) [Eigene Aufnahme].

#### b) Röntgenstrukturanalyse

Ein YBCO-Pellet der dritten Charge wurde nach dem finalen Sintervorgang zusätzlich mithilfe eines Röntgendiffraktometers (engl. X-ray diffractionmeter = XRD) vom Typ *Bruker* D8 Advance (vgl. Abb. 4.10) untersucht.

Im Diffraktometer wird das YBCO-Pellet mit monochromatischer Röntgenstrahlung bestrahlt und die Intensität der von der Probe zurückgeworfenen Strahlung am Energiedetektor gemessen. Anhand der Lage und der Intensität der Peaks im daraus resultierenden Diffraktogramm kann anschließend auf die Kristallstruktur der untersuchten Probe geschlossen werden. Ursache der reflektierten Strahlung ist die Beugung der einfallenden Röntgenstrahlung an einer Schar paralleler Netzebenen sowie die anschließende Interferenz dieser Strahlung. Die Intensität der reflektierten Strahlung ist dabei abhängig vom Winkel  $\Theta$  zwischen der einfallenden Strahlung und der Netzebenenschar, weshalb selbige im Versuchsgang für verschiedene Einfallswinkel gemessen wird. Um den Einfallswinkel  $\Theta$ zu variieren, rotiert die Röntgenquelle im Diffraktometer um den Probenteller, wobei sich der Detektor stets um denselben Winkel mitbewegt. Der Winkel zwischen der einfallenden und zurückgeworfenen Strahlung beträgt folglich immer 2 $\Theta$  und ist im gemessenen Diffraktogramm (vgl. Abb. 4.11) auf der Abszisse aufgetragen [15].



Abbildung 4.10: Probenraum des *Bruker* D8 Advance Röntgendiffraktometers [Eigene Aufnahme].

Für die Messung wurde der Winkel  $2\Theta$  zwischen  $10^{\circ}$  und  $60^{\circ}$  variiert und die entsprechenden Intensitäten der reflektierten Strahlung gemessen. Das ermittelte Diffraktogramm ist in Abbildung 4.11 dargestellt.

Das gemessene Beugungsbild enthält einige markante Peaks, die sich stark vom Grundrauschen abheben. Die Lage und die Intensität dieser Peaks decken sich sehr gut mit denen einer YBCO-Referenzprobe [18], wodurch sich das untersuchte Pellet eindeutig als  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  identifizieren lässt. Die geringen Intensitätsschwankungen abseits der Hauptpeaks lassen zudem auf eine sehr reine Probe mit wenigen bis gar keinen Nebenphasen schließen.



Abbildung 4.11: Röntgendiffraktogramm eines  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$ -Pellets der dritten Charge nach dem zweiten Sintervorgang [Eigene Aufnahme].

#### Weitere Anmerkungen

- Sollte man trotz einer korrekten Ofentemperatur und ausreichend Sauerstoff in der Brennkammer funktionsuntüchtige Pellets erhalten, kann es hilfreich sein, die missglückten Pellets erneut zu zermahlen und zu sintern. Dieser Zyklus kann prinzipiell beliebig oft wiederholt werden [51].
- Für die Durchführung und die Auswertung sollten bei unmittelbarem Gelingen der Pellets drei Arbeitstage à 3-4 Arbeitsstunden eingeplant werden.
- Auffällig war, dass die selbst hergestellten YBCO-Supraleiter den supraleitenden Zustand außerhalb des Flüssigstickstoffbads mit ca. 60*s* deutlich länger aufrechterhalten als der gekaufte YBCO-Supraleiter (vgl. Kap. 4.3.3) mit ca. 10*s*.

# 4.3.2 Bestimmung der Sprungtemperatur

Grundsätzlich gibt es zwei Möglichkeiten, die Sprungtemperatur eines Supraleiters mithilfe von schulischen Mitteln zu bestimmen. Zum einen kann ein Komplettset einer Lehrmittelfirma erworben werden, zum anderen kann der Versuch mit schulischen Geräten selbst aufgebaut werden, was aufgrund der nötigen Vierpunktmessung recht anspruchsvoll ist. Da letztgenannte Möglichkeit ausführlich in der Handreichung von Koppelmann et al. [48] beschrieben ist, wird sich nachfolgend auf das käufliche Komplettset beschränkt. Als Beispiel wird das "Experimentierkit Supraleiter" von Leybold Didactic vorgestellt, das für 770,00 € zzgl. Mwst. auf der Homepage der Herstellerfirma erworben werden kann [50].

## Mitgelieferte Materialien

- Messadapter mit integrierter hochkonstanter Stromquelle
- $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$ -Hochtemperatursupraleiter ( $T_C \approx 110 K$ ) mit 4 Kontaktpunkten zur Spannungsmessung und integriertem Temperatursensor
- Aluminium-Dose
- Kältebeständiges Isoliergefäß

### Zusätzlich benötigte Materialien

- Flüssiger Stickstoff (LN2)
- Sensor-CASSY 2



Abbildung 4.12: Mitgelieferte Materialien. Entnommen aus [50].

- Messlaptop inkl. CASSY Lab 2
- Vier Experimentierkabel

### Versuchsaufbau, -durchführung und -auswertung

Zur Bestimmung der Sprungtemperatur wird der Versuch, wie in Abbildung 4.13, a) zu sehen, aufgebaut und verkabelt. Grundprinzip des Versuchs ist, dass der Supraleiter allmählich mit LN2 abgekühlt und dabei der Widerstand des Supraleiters gemessen wird. Fällt der Widerstand auf null, ist der supraleitende Zustand erreicht und die Sprungtemperatur kann im aufgezeichneten Graphen (vgl. Abb. 4.14) abgelesen werden.

Abbildung 4.13, b) zeigt den Schaltplan des Messbausteins, der den Supraleiter sowie einen Platin-Iridium-Temperaturwiderstand enthält. Da eine reguläre Widerstandsmessung des Supraleiters (Spannungsabfall an stromdurchflossener Probe) aufgrund des hohen Kontaktwiderstandes der Messspitzen die Messung des Probenwiderstandes - der um einige



Abbildung 4.13: a) Versuchsaufbau zur Bestimmung der Sprungtemperatur. b) Schaltplan des Messbausteins. Entnommen aus [49].

Größenordnungen kleiner ist als der Kontaktwiderstand - verfälschen würde, wird sich in diesem Versuch der Vierpunktmessung bedient. Hierzu wird ein konstanter Strom von 140 mA an den Messpunkten 1 und 4 des Supraleiters angelegt und der Spannungsabfall über den Messpunkten 2 und 3 gemessen. Dieser Spannungsabfall ist proportional zum Probenwiderstand und wird vom CASSY-Sensor aufgezeichnet. Gleichzeitig wird mithilfe des Platin-Iridium-Widerstandes die Temperatur des Supraleiters gemessen. Dieses Signal wird anschließend linearisiert und in ein temperaturproportionales Spannungssignal umgewandelt, das ebenfalls vom CASSY-Sensor aufgezeichnet wird [49].

Für die Durchführung wird der Messbaustein in das mit LN2 gefüllte Isoliergefäß getaucht und die Messung in CASSY Lab 2 gestartet. Die jeweiligen Messparameter sind der Bedienungsanleitung des Versuchs [49] zu entnehmen. Die beiden Spannungssignale werden anschließend in CASSY Lab 2 in einem R-T-Diagramm gegeneinander aufgetragen. Sobald der in Abbildung 4.14 zu sehende Widerstandsabfall zu beobachten ist, kann die Messung beendet und die Sprungtemperatur im Graphen abgelesen werden [49].



Abbildung 4.14: Beispielmessung des Widerstandes (Ordinate) in Abhängigkeit der Temperatur (Abszisse) eines HTSL. Entnommen aus [50].

# 4.3.3 Meißner-Ochsenfeld-Effekt

### Benötigte Materialien

Alle für diesen Versuch benötigten Materialien sind in den käuflichen Demonstrationskits CSDK1 - Meissner Effect ( $80,00 \\ \\mbox{ }$ ) sowie CSDK2 - Strong Levitation Force ( $195,00 \\ \\mbox{ }$ ) von Can Superconductors<sup>6</sup> enthalten. Zuletzt Genanntes (vgl. Abb. 4.16) wurde im Rahmen dieser Zulassungsarbeit für die Physiksammlung des Lehrstuhls angeschafft und umfasst neben der Möglichkeit den Meißner-Ochsenfeld-Effekt durchzuführen auch die Option, das Flux-Pinning zu demonstrieren (vgl. Kap. 4.3.4).

Im Detail werden folgende Materialien für den Meißner-Ochsenfeld-Effekt benötigt:

- Flüssiger Stickstoff (LN2)
- Polykristalliner YBCO-Supraleiter  $(T_C = 90 K; d = 22 mm)$
- Kältebeständiges Experimentiergefäß
- kleiner Neodym-Magnet (NdFeB)
- Pinzette



Abbildung 4.15: Benötigte Materialien (Ohne LN2) [Eigene Aufnahme].

### Versuchsaufbau und -durchführung

Der Supraleiter wird in das Experimentiergefäß gelegt und solange mit flüssigem Stickstoff übergossen, bis dieser komplett bedeckt ist. Nach ca. 60 Sekunden ist der Supraleiter hinreichend abgekühlt und befindet sich damit in der supraleitenden Phase. Anschließend wird der Neodym-Magnet mithilfe der Pinzette über dem Supraleiter platziert und das Verhalten des Magneten beobachtet (vgl. Abschnitt *Beobachtung*).

Da der flüssige Stickstoff mit der Zeit verdampft, ist es nötig, ab und an etwas Stickstoff nachzuschütten, um den Supraleiter in der supraleitenden Phase zu halten.

Nach Beendigung des Versuchs kann der überschüssige Stickstoff zurück in das Dewar-Gefäß gekippt werden. Die verwendeten Materialien sollten abschließend abgetrocknet werden, bevor sie in der Aufbewahrungsbox verstaut werden.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Zum Webshop: https://shop.can-superconductors.com/index.php.



Abbildung 4.16: Inhalt des Demonstration Kits 2 von Can Superconductors [Eigene Aufnahme].

### Beobachtung

Der Neodym-Magnet schwebt über dem Supraleiter, solange sich der Supraleiter im Flüssigstickstoffbad bzw. unterhalb seiner kritischen Temperatur befindet (vgl. Abb. 4.17). Durch ein Anschubsen des Magneten, kann der Magnet in eine Rotation um die Achse parallel zur Supraleiter-Oberfläche versetzt werden. Die Bewegung erfolgt dabei in guter Näherung reibungsfrei (vgl. Video *Rotation.mp4* im Ordner *Meißner-Ochsenfeld-Effekt* auf der beiliegenden DVD<sup>7</sup>).

Wird der Magnet mithilfe der Pinzette aus seiner Gleichgewichtslage ausgelenkt, relaxiert er kurze Zeit später wieder in seine Ausgangsposition. Wird der Magnet zu weit ausgelenkt, verlässt er den Wirkungsbereich des Supraleiters und fällt herunter (vgl. Video Auslenkung.mp4 im Ordner Meißner-Ochsenfeld-Effekt auf der beiliegenden DVD).

Es ist ebenso möglich, den Magneten zuerst auf den (warmen) Supraleiter zu legen und anschließend beide Gegenstände mit flüssigem Stickstoff zu übergießen. Bei dieser Versuchsreihenfolge hebt der Magnet selbständig von der Oberfläche des Supraleiters ab, sobald der Supraleiter seine Sprungtemperatur unterschreitet. Das Herausdrängen des Magnetfelds aus dem Supraleiter lässt sich bei diesem Versuchsgang besonders schön nachvollziehen.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Für den kompletten Inhalt der beiliegenden DVD siehe Anhang Kap. A.1.

### Physikalische Erklärung

Ursache der Levitation ist der Meißner-Ochsenfeld-Effekt, der in Kapitel 2.3.2 vorgestellt wurde. In der Gleichgewichtslage heben sich die repulsive Kraft zwischen Supraleiter und Magnet sowie die Gewichtskraft des Magneten gerade auf. Wird der Magnet aus der Gleichgewichtslage ausgelenkt, so wird das System instabil und es wirkt eine Kraft, die den Magneten in die Ausgangsposition zurückführt. Eine Rotation des Magneten um die Achse parallel zur Supraleiter-Oberfläche ist möglich, weil sich das Magnetfeld im Inneren des Supraleiters durch die Rotation nicht ändert.

### Weitere Anmerkungen

- Aufgrund der einfachen Handhabung und den vergleichsweise geringen Anschaffungskosten von 80,00 € in der Basisvariante eignet sich dieser Versuch hervorragend, um von den Schülerinnen und Schülern alleine oder zu zweit durchgeführt zu werden. Vor der eigenständigen Durchführung sollten die Schülerinnen und Schüler jedoch unbedingt über den fachgerechten Umgang mit LN2 unterwiesen werden, um Verletzungen und Zwischenfälle vorzubeugen (siehe Anhang Kap. A.3).
- Ebenso ist eine Demonstration des Experiments als Lehrerversuch denkbar. Hierbei sollte bedacht werden, dass das experimentelle Setup sehr klein ist und der Versuch z. B. mit einer Dokumentenkamera abgefilmt werden könnte, um der Klasse einen einwandfreien Blick auf das Geschehen zu ermöglichen.



Abbildung 4.17: Der Neodym-Magnet schwebt aufgrund des Meißner-Ochsenfeld-Effekts über dem Supraleiter [Eigene Aufnahme].

# 4.3.4 Flux-Pinning

### Benötigte Materialien

- Flüssiger Stickstoff (LN2)
- YBCO-Levitator  $(T_C = 90 K; d = 21 mm)$
- Kältebeständiges Experimentiergefäß
- Großer Neodym-Magnet (NdFeB)
- Abstandshalter
- Magnethalter
- Metallkreisel
- Pinzette

### Versuchsaufbau und -durchführung



Abbildung 4.18: Benötigte Materialien (Ohne *LN2*) [Eigene Aufnahme].

Der YBCO-Levitator, der Abstandshalter und der Neodym-Magnet werden, wie in Abbildung 4.19 zu sehen, übereinander geschichtet und in das Experimentiergefäß gelegt. Daraufhin wird der YBCO-Levitator mit flüssigem Stickstoff übergossen und gewartet, bis ebenjener hinreichend abgekühlt ist und den supraleitenden Zustand erreicht hat. Anschließend kann der Abstandshalter mithilfe der Pinzette entfernt werden. Der Magnet sollte nun seine Position beibehalten und über dem Supraleiter "schweben".

Da der flüssige Stickstoff mit der Zeit verdampft, ist es nötig, ab und zu etwas Stickstoff nachzugießen, um den Levitator in der supraleitenden Phase zu halten.



Abbildung 4.19: Aufbau zur Demonstration des Flux-Pinnings [Eigene Aufnahme].

### Beobachtung

Auch bei dieser Experimentieranordnung "schwebt" der Neodym-Magnet augenscheinlich über dem Supraleiter. Beim Versuch, den Magneten im Einflussgebiet des Levitators zu bewegen, stellt man jedoch fest, dass der Magnet - im Gegensatz zum Meißner-Ochsenfeld-Effekt - nicht frei beweglich ist. Es scheint so, als würden Magnet und Supraleiter wie durch Geisterhand zusammengehalten werden. Eine Rotation des Magneten um eine Achse orthogonal zur Levitator-Oberfläche ist hingegen möglich (vgl. Abb. 4.20, a bzw. das Video *RotierenderMagnet.mp4* im Ordner *Flux-Pinning* auf der beiliegenden DVD).

Die Strong Levitation, wie dieser Effekt von der Produktionsfirma Can Superconductors genannt wird, ist dabei so stark, dass der beiliegende Metallkreisel (m = 0, 1 kg) problemlos auf den Magneten gesetzt und in eine annähernd reibungsfreie Rotation versetzt werden kann (vgl. Abb. 4.20, b bzw. das Video Metallkreisel.mp4 im Ordner Flux-Pinning auf der beiliegenden DVD).

Ebenso können Magnet und Levitator mithilfe des Magnethalters aus dem Flüssigstickstoffbad geholt und in der Luft gewendet werden, ohne dass der Levitator herunterfällt (vgl. Abb. 4.21 bzw. das Video *StrongLevitation.mp4* im Ordner *Flux-Pinning* auf der beiliegenden DVD).

Außerhalb des Flüssigstickstoffbads halten die gerade beschriebenen Effekte lediglich für ca. 10 Sekunden an, da der Levitator sich in dieser Zeit auf eine Temperatur  $T > T_C$  erwärmt und dadurch in die nicht supraleitende Phase übergeht.

Bringt man den Magneten erst nach dem Herunterkühlen des Levitators in dessen Nähe, so stoßen sich Magnet und Levitator ab (vgl. das Video *Abstoßen.mp4* im Ordner *Flux-Pinning* auf der beiliegenden DVD).





(b)

Abbildung 4.20: a) Rotierender Magnet über Levitator. b) Rotierender Kreisel über Levitator [Eigene Aufnahmen].

### Physikalische Erklärung

Die Ursache der *Strong Levitation* ist das in Kapitel 2.6.3 vorgestellte Flux-Pinning, das unbedingt vom Meißner-Ochsenfeld-Effekt zu unterscheiden ist. Während beim Meißner-Ochsenfeld-Effekt der Magnet vom Supraleiter abgestoßen wird, wird beim Flux-Pinning der Supraleiter im Magnetfeld des Neodym Magneten "eingefroren". Dadurch ist es nur unter sehr großer Energiezufuhr möglich, Supraleiter und Magnet relativ zueinander zu verschieben, was u. a. durch die in diesem Unterkapitel vorgestellten Versuche demonstriert werden kann. Eine Rotation des Magneten (vgl. Video *RotierenderMagnet.mp4*) bzw. des Levitators (vgl. Video *StrongLevitation.mp4*) ist hingegen möglich, da sich durch die Rotationsbewegung die Anzahl der Flussschläuche im Supraleiter nicht ändert und entsprechend auch keine Energie aufgewendet werden muss, um Flussschläuche zu erzeugen bzw. aufzubrechen.

### Weitere Anmerkungen

- Die Anmerkungen zur Eignung dieses Versuchs als Schüler- bzw. Demonstrationsexperiment sind analog zu Kapitel 4.3.3. Der Anschaffunsgpreis des erforderlichen Demonstrationskits 2 beträgt in diesem Fall 195,00 € pro Stück.
- Anstelle des mitgelieferten Abstandhalters können auch anderweitige und v. a. dickere nicht ferromagnetische Materialien (z. B. Aluminium, Holz etc.) verwendet werden, um den Levitator im Magnetfeld des Neodym-Magneten "einzufrieren". Dadurch können teilweise deutlich größere Levitations-Höhen erreicht werden.



Abbildung 4.21: Demonstration der Strong Levitation [Eigene Aufnahme].

## 4.3.5 Supraleitendes Fallrohr

### Benötigte Materialien

Für die beiden Versuche Supraleitendes Fallrohr (vgl. dieses Kapitel) sowie Supraleitendes Ringpendel (vgl. Kap. 4.3.6) wird ein supraleitender Ring benötigt. Im Rahmen dieser Zulassungsarbeit wurde daher ein Ring aus Bi-2223 ( $Bi_2Sr_2Ca_2Cu_3O_{10}$ ) von der Herstellerfirma Can Superconductors für einen Preis von 80,00  $\in$  angeschafft.

- Flüssiger Stickstoff (LN2)
- Supraleitender Ring  $(d = 15 \, mm)$
- Isolierendes Styroporgefäß
- Kältebeständiges Experimentiergefäß
- Kleiner Neodym-Magnet (NdFeB)
- Pinzette



Abbildung 4.22: Benötigte Materialien (Ohne *LN2*) [Eigene Aufnahme].

### Versuchsaufbau und -durchführung

Das Styroporgefäß wird zunächst mit flüssigem Stickstoff befüllt. Nachfolgend wird der supraleitende Ring bzw. das supraleitende Rohr in das Styroporgefäß gestellt und solange gewartet, bis der Ring hinreichend abgekühlt ist. Daraufhin wird der Ring mithilfe der Pinzette aus dem Flüssigstickstoffbad genommen und auf das blaue Experimentiergefäß gestellt. Der Neodym-Magnet wird anschließend aus einigen Zentimetern Höhe mittig über dem Rohr fallen gelassen und das Verhalten des Magneten beobachtet.

### Beobachtung

Solange sich das Rohr unterhalb der Sprungtemperatur von Bi-2223 ( $T_C = 110 K$ ) befindet, wird der Magnet im Rohr so stark abgebremst, dass er zum Stillstand kommt und für einige Zeit schwebt (vgl. Abb. 4.24). Erwärmt sich das Rohr auf eine Temperatur größer als 110 K, fällt der Magnet langsam nach unten (vgl. Videos Fallrohr1.mp4, Fallrohr2.mp4 und Fallrohr3.mp4 im Ordner Supraleitendes Fallrohr auf der beiliegenden DVD). Befindet sich der Neodym-Magnet in der Schwebe, kann er mithilfe der Pinzette im Rohr neu positioniert werden, ohne dass der Magnet dabei hinunterfällt. Ebenso kann das gesamte Rohr hochgehoben werden, ohne dass der Magnet seine Position verändert.

#### Physikalische Erklärung und Vergleich zu konventionellen Fallrohren

Durch den fallenden Neodym-Magneten ändert sich der magnetische Fluss durch die Querschnittsfläche des supraleitenden Fallrohrs mit der Zeit, was zu einer Induktionsspannung im Rohr führt. Diese Induktionsspannung verursacht wiederum Ringströme, deren Magnetfelder nach der Lenz'schen Regel ihrer Entstehungsursache (dem Magnetfeld des fallenden Neodym-Magneten) entgegen gerichtet sind (vgl. Abb. 4.23). Die Wechselwirkung der induzierten Magnetfelder mit dem Magnetfeld des Neodym-Magneten führt letztendlich zu einem Abbremsen bzw. im Falle des supraleitenden Fallrohrs zu einem Stopp des Magneten. Der gerade beschriebene Effekt kann grundsätzlich in allen nicht ferromagnetischen, elektrisch leitfähigen Rohren (z. B. aus Kupfer, Aluminium oder Bi-2223) beobachtet werden und dient als Nachweis der Lenz'schen Regel.

Der entscheidende Unterschied zwischen einem konventionellen Fallrohr (z. B. aus Kupfer) und einem supraleitenden Rohr ist, dass im supraleitenden Rohr der Magnet komplett zum Stillstand gebracht wird, während im konventionellen Rohr der Magnet lediglich langsamer fällt, wobei der Magnet umso stärker gebremst wird, je größer die elektrische Leitfähigkeit des Rohrmaterials ist. Die Ursache dieses Verhaltens ist der verchwindende elektrische Widerstand des supraleitenden Rohrs (vgl. Kap. 2.3.1) im Vergleich zum endlichen Widerstand der konventionellen Rohre. Im supraleitenden Rohr klingen dadurch die induzierten Wirbelströme mit der Zeit nur minimal ab und die Magnetfelder, die den Magnet in der Schwebe halten, bleiben aufrechterhalten.

Erwärmt sich der Supraleiter auf eine Temperatur  $T > T_C$ , verschwindet die ideale Leitfähigkeit des Rohrs und die induzierten Wirbelströme inkl. Magnetfelder klingen allmählich ab, wodurch der Neodym-Magnet langsam zu Boden fällt.



Abbildung 4.23: Schematische Darstellung der Magnetfeldlinien im Inneren eines Fallrohrs. Entnommen aus [72].

### Weitere Anmerkungen

- Dieser Versuch kann sowohl als Schüler- als auch als Demonstrationsexperiment durchgeführt werden. Die entsprechenden Anmerkungen sind analog zu Kap. 4.3.3.
- Außerhalb des Flüssigstickstoffbads erwärmt sich der supraleitende Ring innerhalb von ca. 10 s, weshalb man in der Regel nur einen Versuch hat, den Magneten korrekt in das Rohr zu befördern.



Abbildung 4.24: Der Neodym-Magnet wird im supraleitenden Rohr abgebremst und schwebt für kurze Zeit [Eigene Aufnahme].

## 4.3.6 Supraleitendes Ringpendel

### Benötigte Materialien

- Flüssiger Stickstoff (LN2)
- Supraleitender Ring (d = 15 mm)inkl. Faden
- Aluminium-Ring inkl. Faden
- 2 Standfüße
- 2 Stativstangen (lang, kurz)
- Muffe, Haken und Greifarm
- 10 Neodym-Würfelmagnet<br/>e $(5\,mm)$
- 20 Neodym-Quadermagnete  $(8 mm \times 8 mm \times 4 mm)$



Abbildung 4.25: Benötigte Materialien (Ohne *LN2*) [Eigene Aufnahme].

### Versuchsaufbau und -durchführung

Der Stofffaden wird zunächst um den supraleitenden Ring gebunden, sodass der Ring aufrecht aufgehängt werden kann. In das gegenüberliegende Ende des Fadens wird zudem eine Schleife geknotet. Mit dem Aluminium-Ring wird identisch verfahren.

Der Standfuß, die lange Stativstange und der Haken werden, wie in Abbildung 4.26 zu sehen, zusammengebaut und dienen als Aufhängung für die Ringe. Der zweite Standfuß, die kleine Stativstange, die Muffe und der Greifarm werden ebenfalls zusammengesteckt und dienen als Gestell für den Permanentmagneten. Da es relativ schwierig ist, einen Permanentmagneten zu erwerben, der problemlos durch den supraleitenden Ring (d = 15 mm) geschoben werden kann, muss an dieser Stelle improvisiert werden. Eine praktikable Lösung ist es, einige Neodym-Würfelmagnete (5 mm) zu einem langen Magneten zusammen zu stecken. Das dadurch erzeugte Magnetfeld entspricht in guter Näherung dem eines großen Stabmagneten. Der zusammengebaute Stabmagnet wird anschließend, wie in Abbildung 4.26 zu sehen, im Greifarm befestigt. Zum Schluss wird die Höhe des aufgehängten Rings noch an die Höhe des Stabmagneten angepasst.

Die anschließende Versuchsdurchführung gliedert sich in vier Teilversuche, wobei der verwendete Ring jeweils variiert. Folgende Ringe werden verwendet:

- a) Supraleitender Ring bei Raumtemperatur c) Aluminium-Ring bei Raumtemperatur
- b) Mit LN2 gekühlter supraleitender Ring d) Mit LN2 gekühlter Aluminium-Ring

Grundlegend geht es bei der Durchführung darum, eine Relativbewegung zwischen dem jeweiligen Ring und dem Magneten herzustellen und das Verhalten des Rings dabei zu beobachten. Um dieses Ziel zu erreichen, kann etwa der Magnet langsam dem Ring genähert oder der Magnet durch den Ring geschoben und ruckartig entfernt werden.



Abbildung 4.26: Versuchsaufbau zum supraleitenden Ringpendel [Eigene Aufnahme].

### Beobachtung

### a) Supraleitender Ring bei Raumtemperatur

Wird der Magnet ruckartig aus dem ca.  $20 \,^{\circ}C$  warmen supraleitenden Ring gezogen, so kann keine außergewöhnliche Reaktion des Rings beobachtet werden. Der Magnet lässt sich problemlos entfernen, während der Ring seine Ausgangsposition beibehält (vgl. Video *SupraleitenderRing.mp4* im Ordner *Supraleitendes Ringpendel* auf der beiliegenden DVD).

### b) Mit LN2 gekühlter supraleitender Ring

Wird der supraleitende Ring vor dem Versuch für ca. 30 Sekunden im Flüssigstickstoffbad abgekühlt, verhält sich der Ring bei der Durchführung komplett unterschiedlich. Beim abrupten Herausziehen des Magneten folgt der Ring nun für einige Zentimeter der Bewegungsrichtung des Magneten, bevor er wieder in seine Ausgangslage zurückpendelt (vgl. Abb. 4.27). Umgekehrt wird der Ring abgestoßen bzw. im Fall einer Pendelbewegung stark abgebremst, wenn er sich auf den ruhenden Magneten zubewegt (vgl. Video *SupraleitenderRing.mp4* im Ordner *Supraleitendes Ringpendel* auf der beiliegenden DVD).

### c) Aluminium-Ring bei Raumtemperatur

Der Aluminium-Ring verhält sich bereits bei Raumtemperatur analog zum abgekühlten supraleitenden Ring. Die Reaktionen des Rings (Anziehung und Abstoßung/Abbremsen) sind jedoch etwas schwächer ausgeprägt als beim Supraleiter (vgl. Video *AluRingRaum-temperatur.mp4* im Ordner *Supraleitendes Ringpendel* auf der beiliegenden DVD).

### d) Mit LN2 gekühlter Aluminium-Ring

Wird der Ring zusätzlich mit LN2 abgekühlt, verstärken sich diese Effekte (vgl. Video *AluRingKalt.mp4* im Ordner *Supraleitendes Ringpendel* auf der beiliegenden DVD).



Abbildung 4.27: Durchführung von *Teilversuch b* [Eigene Aufnahme].

### Physikalische Erklärung

Die hier auftretenden physikalischen Effekte sind weitestgehend identisch zu denen beim supraleitenden Fallrohr (vgl. Kap. 4.3.5). Auch hier treten Induktionsströme im Ring auf, die so fließen, dass das von ihnen erzeugte Magnetfeld seiner Ursache (dem zunehmenden bzw. abnehmenden magnetischen Fluss durch den Ring) entgegenwirkt. Bewegt sich der Magnet folglich auf den Ring zu, bildet sich das induzierte Magnetfeld so aus, dass es dem Magnetfeld des Permanentmagneten entgegengerichtet ist, was eine Abstoßung des Rings zur Folge hat. Bewegt sich der Magnet vom Ring weg, sind beide Magnetfelder gleichgerichtet, was zu einer Anziehung des Rings führt.

Die Stärke der Anziehung bzw. Abstoßung ist abhängig von der induzierten Magnetfeldstärke, die wiederum direkt proportional zur Induktionsstromstärke ist. Bei konstanter Induktionsspannung hängt die Induktionsstromstärke und damit die Intensität der Reaktionen somit nur vom elektrischen Widerstand der entsprechenden Ringe ab.

Der elektrische Widerstand des supraleitenden Rings ist bei Raumtemperatur (*Teilversuch* a) sehr groß, weshalb das induzierte Magnetfeld äußerst schwach ausgeprägt ist und die Induktionsströme schnell abklingen. Die beobachtbaren Effekte sind entsprechend klein. Befindet sich der Ring dagegen in der supraleitenden Phase (*Teilversuch* b), verschwindet der elektrische Widerstand des Rings nahezu vollständig (vgl. Kap. 2.3.1). Eine hohe Induktionsströmstärke und damit einhergehend eine hohe Magnetfeldstärke sind die Folgen. Die auftretenden Effekte sind entsprechend deutlich ausgeprägt.

Aluminium ist bereits bei Raumtemperatur ein guter Leiter, weswegen der Aluminium-Ring schon in *Teilversuch c* die erwarteten Reaktionen zeigt. Wird der Aluminium-Ring anschließend mit LN2 abgekühlt (*Teilversuch d*), sinkt der elektrische Widerstand des Materials deutlich, da der Beitrag der Phononen zum Widerstand erheblich kleiner wird (vgl. Kap. 2.3.1). Die Reaktionen des Rings sind demgemäß stärker ausgeprägt.

### Weitere Anmerkungen

- Für die Teilversuche mit dem Aluminium-Ring bietet es sich an, stärkere Neodym-Magnete (z. B.  $8 mm \times 8 mm \times 4 mm$  Quadermagneten) zu verwenden, um die auftretenden Effekte zu vergrößern. Ein quantitativer Vergleich der unterschiedlichen Ringe ist dadurch zwar nur noch schwer möglich, allerdings lässt sich eine qualitative Aussage treffen, was auch Ziel dieses Versuchs sein soll.
- Da die Versuchsdurchführung mit dem supraleitenden Ring viel Fingerspitzengefühl und Zeit erfordert, empfiehlt es sich, den Versuch im Voraus abzufilmen und den Schülerinnen und Schülern die fertigen Videos zu zeigen. Alternativ kann auf die Videos der beiliegenden DVD zurückgegriffen werden.

### 4.3.7 Gedankenexperiment zum Thomson'schen Ringversuch

Der im letzten Kapitel behandelte Versuch *Supraleitendes Ringpendel* kann grundsätzlich zu dem hier vorgestellten *Thomson'schen Ringversuch* umgebaut werden, da beide Versuche ähnlich aufgebaut sind und auf den gleichen induktiven Effekten basieren.

Abbildung 4.28 zeigt einen von Koppelmann und Kollegen [48] vorgeschlagenen Versuchsaufbau zum Thomson'schen Ringversuchs mit einer supraleitenden Scheibe (und einem Aluminium-Ring). Die Magnetspule erzeugt bei Betrieb ein Magnetfeld, das durch einen Eisenkern und einen Weicheisenstab  $(d = 10 \, mm)$  verstärkt und gebündelt wird. Wird nun eine mit flüssigem Stickstoff gekühlte, supraleitende Scheibe vor das Ende des Weicheisenstabs gehängt und die Spule eingeschaltet, wird die Scheibe dauerhaft aus ihrer Gleichgewichtslage ausgelenkt. Erwärmt sich die Scheibe auf eine Temperatur  $T > T_C$ , kehrt sie langsam in ihre Gleichgewichtslage zurück. Dieser Effekt würde sich noch deutlich verstärken, würde man anstatt einer supraleitenden Scheibe einen supraleitenden Ring verwenden, der so aufgehängt wird, dass er den Weicheisenstab umschließt. Hintergrund dessen ist, dass das Magnetfeld rund um den Weicheisenstab um ein bis zwei Zehnerpotenzen größer ist als an dessen Ende [48]. Dadurch würde sich die Stromstärke der induzierten Wirbelströme und damit die Auslenkung des supraleitenden Rings deutlich erhöhen (vgl. Abschnitt *Physikalische Erklärung* in Kap. 4.3.6). Da es gegenwärtig jedoch sehr schwierig ist, einen supraleitenden Ring zu erwerben, der problemlos auf den Weicheisenkern geschoben werden kann und der noch genügend Spiel hat, um einige Zentimeter in der Horizontalen ausgelenkt zu werden, bleibt es bei der Realisierung dieses Versuchs als Gedankenexperiment.

Grundsätzlich wäre mit einem supraleitenden Ring aber auch eine vertikale Anordnung - wie es eigentlich für den Thomson'schen Ringversuch üblich ist - denkbar, bei der der Ring beim Einschalten der Spule einige Meter in die Höhe geschossen wird.



Abbildung 4.28: Versuchsaufbau zum Thomson'schen Ringversuch mit einem Supraleiter. Entnommen aus [48].

# 5 Schlussbemerkung

Wie bereits in der Einleitung dargelegt, hat die vorliegende Zulassungsarbeit das Ziel, Möglichkeiten und Umsetzungen aufzuzeigen, wie das Themenfeld der Supraleitung in den schulischen Physikunterricht integriert werden kann und richtet sich als eine Art Handreichung direkt an interessierte Physiklehrkräfte, die diese Arbeit als Nachschlagewerk sowie für die Unterrichtsvorbereitung nutzen können.

Die für ein tiefgründiges Verständnis des Themas notwendigen physikalischen Grundlagen sind gemeinhin recht anspruchsvoll. Die wichtigsten Phänomene der Supraleitung können dennoch mit schulischen Physikkenntnissen, idealerweise ab der 10. Jahrgangsstufe, verstanden und interpretiert werden.

Wie die didaktische Analyse nach Wolfgang Klafki und die übergreifenden Bildungs- und Erziehungsziele des LehrplanPLUS zeigen, ist es auch aus didaktischer Sicht sinnvoll, das Thema der Supraleitung im Physikunterricht aufzugreifen. Dies liegt vor allem darin begründet, dass die Supraleitung sowohl für die Gegenwart als auch die Zukunft der Schülerinnen und Schüler von Bedeutung ist, dass man anhand ihrer Geschichte einen typischen naturwissenschaftlichen Erkenntnisweg aufzeigen kann sowie daran, dass die Phänomenologie derselben so beeindruckend ist, dass man Jugendliche durchaus für das Fach Physik begeistern kann.

Weiterhin bietet das Themenfeld der Supraleitung zahlreiche Anknüpfungspunkte an den Lehrplan des bayerischen Gymnasiums. Gerade die Oberstufe sowie der Profilbereich des NTG-Zweiges gewähren den hierfür nötigen Freiraum. Mit einer Projekt- bzw. Facharbeit, verschiedenen Demonstrations- und Schülerexperimenten sowie einem Gedankenexperiment wurde eine breite Palette an Möglichkeiten vorgestellt, das Themenfeld der Supraleitung praktisch in den Physikunterricht zu integrieren. Alle diese Umsetzungen haben jedoch gemeinsam, dass bestimmte Voraussetzungen erfüllt sein müssen, damit die Einbindung in den Unterricht erfolgreich ist. Dazu gehören beispielsweise ausreichend Unterrichtszeit, ein gewisses Budget für die Anschaffung der Materialien sowie eine interessierte und leistungsstarke Klasse. Abschließend lässt sich festhalten, dass die Thematisierung der Supraleitung in der Schule einen eindeutigen Mehrwert für das Fach Physik bietet und eine verbindliche Behandlung dieser Thematik in dem bald erscheinenden LehrplanPLUS, zumindest für die Oberstufe, wünschenswert wäre. Darüber hinaus wurde ich durch die Experimente, die ich im Rahmen dieser Zulassungsarbeit durchgeführt habe, in meiner Absicht bestärkt, in meiner zukünftigen Arbeit als Physiklehrer an einem Gymnasium auch meinen Schülerinnen und Schülern die Gelegenheit zu geben, Supraleitung auch in der Praxis zu erkunden, nicht zuletzt, um deren Theorie besser zu begreifen.

# Literaturverzeichnis

- [1] N. W. ASHCROFT und N. D. MERMIN. Festkörperphysik. De Gruyter, 2011.
- [2] ASSIGNMENT POINT. About BCS-Theory. URL: https://www.assignmentpoint.c
   om/science/physics/about-bcs-theory.html (besucht am 06.05.2021).
- [3] BILFINGER NOELL GMBH. Homepage. URL: https://www.noell.bilfinger.com // (besucht am 06.09.2021).
- [4] O. BRÜNING. Magnete im LHC unverzichtbar und sensibel. URL: https://www.w eltderphysik.de/gebiet/teilchen/experimente/teilchenbeschleuniger/lh c/lhc-magnete/ (besucht am 17.09.2021).
- [5] W. BUCKEL und R. KLEINER. Supraleitung: Grundlagen und Anwendungen. John Wiley & Sons, 2013.
- [6] T. BUTTLER. "Herstellung, Charakterisierung und Untersuchung hochgeordneter Y-123 Einkristalle". Diss. TU München, 2009.
- [7] W. D. CALLISTER und D. G. RETHWISCH. Materials Science and Engineering: An Introduction. Bd. 9. Wiley New York, 2018.
- [8] CENTRAL JAPAN RAILWAY COMPANY. The Review. Superconducting Maglev(SCMaglev). URL: https://global.jr-central.co.jp/en/company/\_pdf/superconducting \_maglev.pdf (besucht am 21.09.2021).
- [9] J. CLARKE. "SQUIDs". In: Scientific American 271.2 (1994), S. 46–53.
- [10] C. D. COGDELL et al. "A Convenient, One-Step Synthesis of  $YBa_2Cu_3O_{7-x}$  Superconductors: An Undergraduate Inorganic/Materials Laboratory Experiment". In: *Journal of Chemical Education* 72.9 (1995), S. 840.
- [11] COMMISSION ON ISOTOPIC ABUNDANCES AND ATOMIC WEIGHTS. Standard Atomic Weights. URL: https://www.ciaaw.org/atomic-weights.htm (besucht am 02.06.2021).
- [12] COURSE HERO. Nuclear Magnetic Resonance (NMR) Spectroscopy. URL: https: //www.coursehero.com/sg/organic-chemistry/nuclear-magnetic-resonance -nmr-spectroscopy/ (besucht am 21.09.2021).

- [13] G. CZYCHOLL. Supraleitung. Vortrag im Rahmen der Fortbildungsreihe "Fundamentale Fragen der Physik" im Rahmen der von der Universität Bremen angebotenen Fortbildung für Lehrkräfte. URL: https://www.uni-bremen.de/fileadmin/user \_upload/kooperationen/schule/Fortbildungen\_fuer\_Lehrkraefte/Frgen\_de r\_Physik/Supraleitung.pdf (besucht am 17.05.2021).
- [14] W. DEMTRÖDER. Experimentalphysik 2: Elektrizität und Optik. Springer-Verlag, 2016.
- [15] W. DEMTRÖDER. Experimentalphysik 3: Atome, Moleküle und Festkörper. Springer-Verlag, 2016.
- [16] A. DROZDOV et al. "Conventional superconductivity at 203 kelvin at high pressures in the sulfur hydride system". In: *Nature* 525.7567 (2015), S. 73–76.
- [17] A. DROZDOV et al. "Superconductivity at 250 K in lanthanum hydride under high pressures". In: *Nature* 569.7757 (2019), S. 528–531.
- [18] Z. DUGHAISH. Effect of Annealing and Addition of Fine Metal Powders on the Mechanical Properties of YBa<sub>2</sub>Cu<sub>3</sub>O<sub>7</sub> High Temperature Superconductor (HTS).
   2016. URL: https://www.researchgate.net/publication/301219250\_Effect\_o f\_Annealing\_and\_Addition\_of\_Fine\_Metal\_Powders\_on\_the\_Mechanical\_Pro perties\_of\_YBa\_2\_Cu\_3\_0\_7\_High\_Temperature\_Superconductor\_HTS (besucht am 22.08.2021).
- [19] F. EBERT. Herstellung und Charakterisierung eines Hochtemperatursupraleiters. 2006.
- [20] C. ENSS und S. HUNKLINGER. *Tieftemperaturphysik*. Springer-Verlag, 2011.
- [21] T. FLIESSBACH. Elektrodynamik: Lehrbuch zur theoretischen Physik II. Springer-Verlag, 2012.
- [22] FRAUNHOFER-INSTITUT FÜR WINDENERGIESYSTEME. Energy cost optimization using superconducting wind generators. URL: https://www.iwes.fraunhofer.d e/de/forschungsprojekte/abgeschlossene-projekte-2019/ecoswing.html (besucht am 20.09.2021).
- [23] R. GAST. Raumtemperatur-Supraleitung. Weltrekord bei 15 Grad. URL: https: //www.spektrum.de/news/weltrekord-bei-15-grad/1782155 (besucht am 06.09.2021).
- [24] I. GRAFENSCHÄFER. Yttrium-Barium-Kupferoxid. URL: https://www.fh-muenst er.de/ciw/downloads/personal/juestel/juestel/chemie/2019-05-07\_YBa2 Cu307-Steckbrief.pdf (besucht am 03.09.2021).

- [25] R. GROSS und A. MARX. *Festkörperphysik*. De Gruyter, 2018.
- [26] GYMNASIUM DONAUWÖRTH. Kurzbeschreibung zur Wahl eines W-Seminars durch die Schülerinnen und Schüler der Jahrgangsstufe 10. URL: https://www.gymnasi um-donauwoerth.de/images/Oberstufe/W-\_und\_P-Seminare\_gesamt\_pdf.pdf (besucht am 24.05.2021).
- [27] R. HACKL. "Superconductivity in copper-oxygen compounds". In: Zeitschrift für Kristallographie 226 (2011), S. 323–342.
- [28] M. HAUCK. Supraleitung Eine Unterrichtsidee von Dr. Matthias Hauck.
- [29] P. HÄUSSLER und R. LAUTERBACH. Ziele Naturwissenschaftlichen Unterrichts: Zur Begründung Inhaltlicher Entscheidungen. Beltz, 1976.
- [30] R. P. HUEBENER. Geschichte und Theorie der Supraleiter. Springer-Verlag, 2017.
- [31] R. P. HUEBENER. "Harte Nuss für Theoretiker: Hundert Jahre Supraleitung". In: *Physik in unserer Zeit* 42.1 (2011), S. 14–20.
- [32] S. HUNKLINGER. Festkörperphysik. Oldenbourg Verlag, 2009.
- [33] H. IBACH und H. LÜTH. Festkörperphysik: Einführung in die Grundlagen. Springer-Verlag, 2009.
- [34] INDUSTRIEGASVERBAND E. V. Sicherheitshinweise. Umgang mit tiefkalt verflüssigtem Stickstoff in ortsbeweglichen Kryobehältern. URL: https://www.zchl.uni-sb.de/l eistungen/stickstoff-fluessig/sicherheitshinweise-fluessigstickstoff #:~:text=Tiefkalt%20verfl%C3%BCssigter%20Stickstoff%20hat%20eine,Gro %C3%9Ffl%C3%A4chige%20Erfrierungen%20sind%20lebensbedrohend. (besucht am 14.09.2021).
- [35] INTERESSENSVERBAND SUPRALEITUNG E. V. Supraleitende Kabel. URL: https: //ivsupra.de/produkte/kabel/ (besucht am 21.09.2021).
- [36] ITER ORGANIZATION. Magnets. URL: https://www.iter.org/mach/magnets (besucht am 17.09.2021).
- [37] A. JACOB und A. B. ELLIS. "A double-decker levitation experiment using a sandwich of superconductors". In: *Journal of Chemical Education* 65.12 (1988), S. 1094.
- [38] JAPAN RAIL PASS. Der japanische Maglev: Der schnellster Zug der Welt. URL: http s://www.jrailpass.com/blog/de/japanische-maglev (besucht am 21.09.2021).
- [39] H. KAMMERLINGH ONNES. Communications Leiden 124c. 1911.
- [40] H. KAMMERLINGH ONNES. Communications Leiden, Suppl. Nr. 34. 1913.

- [41] KARLSRUHER INSTITUT FÜR TECHNOLOGIE. Presseinformation 012/2012. Weltweit längstes Supraleiterkabel. URL: https://www.kit.edu/kit/pi\_2012\_8761.ph
   p (besucht am 21.09.2021).
- [42] M. KATHKE. Supraleitung. Eine Einführung. 1999. URL: https://itp.uni-frank furt.de/~hees/faq-pdf/supraleitung.pdf (besucht am 14.06.2021).
- [43] E. KIRCHER, R. GIRWIDZ und H. E. FISCHER. *Physikdidaktik*. Springer-Verlag, 2015.
- [44] C. KITTEL. *Einführung in die Festkörperphysik*. De Gruyter, 2002.
- [45] W. KLAFKI. Studien zur Bildungstheorie und Didaktik. Beltz, 1974.
- [46] P. KOLLER. Weltweit längstes Supraleiter-Kabel "SuperLink". Start frei für Münchens Super-Supraleiter. URL: https://www.bayern-innovativ.de/seite/supraleite r-kabel-superlink (besucht am 21.09.2021).
- [47] F. KONITZER. Vakuumfluktationen. URL: https://www.weltderphysik.de/gebie t/teilchen/quanteneffekte/vakuumfluktuationen/ (besucht am 12.05.2021).
- [48] G. KOPPELMANN, W. SCHNEIDER und G. SINN. Experimente zur Hochtemperatur-Supraleitung. 1992.
- [49] LEYBOLD DIDACTIC GMBH. Determining the transition temperature of a hightemperature superconductor. URL: https://www.ld-didactic.de/documents/de-DE/EXP/P/P7/P7261\_e.pdf?\_\_hstc=162901667.ca03284063082ab866266802b12
  b3aa5.1627849873797.1631107644219.1631118223810.4&\_\_hssc=162901667.1
  3.1631118223810&\_\_hsfp=2230120939&\_ga=2.107572738.1229546162.1631107
  642-818126325.1627849873 (besucht am 08.09.2021).
- [50] LEYBOLD DIDACTIC GMBH. Experimentierkit Supraleiter. URL: https://www.le ybold-shop.de/physik/geraete/festkoerperphysik/leitungsphaenomene/su praleitung/667553.html (besucht am 08.09.2021).
- [51] LEYBOLD DIDACTIC GMBH. Supraleiter, Experimentierkit zur Herstellung. Gebrauchsanweisung. URL: https://www.leybold-shop.de/physik/geraete/fest koerperphysik/leitungsphaenomene/supraleitung/667550.html (besucht am 24.05.2021).
- [52] K. O. LÖFKEN. Unter Hochdruck Supraleiter bei Raumtemperatur. URL: https: //www.wissenschaft-aktuell.de/artikel/Unter\_Hochdruck\_\_ndash\_\_Supral eiter\_bei\_Raumtemperatur1771015590851.html (besucht am 06.09.2021).
- [53] A. MALOZEMOFF, J. MANNHART und D. SCALAPINO. "Hochtemperatur-Supraleiter in der Technik: 20 Jahre Hochtemperatur-Supraleitung". In: *Physik in unserer Zeit* 37.4 (2006), S. 162–169.
- [54] A. MANN. Supraleitung. Noch immer in der Schwebe. URL: https://www.spektru m.de/news/noch-immer-in-der-schwebe/1121801 (besucht am 31.08.2021).
- [55] M. B. MAPLE. 20th Anniversary of High T<sub>C</sub> Superconductivity 'Woodstock' Session. URL: https://mbmlab.ucsd.edu/history/WoodstockHistoryMBM07rev14.pdf (besucht am 31.08.2021).
- [56] MAX-PLANCK-GESELLSCHAFT. Supraleitung: Widerstandslos bei Rekordtemperaturen. Schwefelwasserstoff verliert seinen elektrischen Widerstand unter Hochdruck bei minus 70 Grad Celsius. URL: https://www.mpg.de/9362409/supraleitung-s chwefelwasserstoff-hochdruck (besucht am 06.09.2021).
- [57] MELANCHTHON GYMNASIUM NÜRNBERG. W-Seminar Quantenphysik (2020-2022).
   URL: https://www.melanchthon-gymnasium.de/die-faecher/physik/seminar
   /2020-2022-w/ (besucht am 24.05.2021).
- [58] A. NAICA-LOEBELL. Die gespaltene Persönlichkeit der Hochtemperatursupraleiter. 2002. URL: https://www.heise.de/tp/features/Die-gespaltene-Persoenlich keit-der-Hochtemperatursupraleiter-3425883.html (besucht am 26.04.2021).
- [59] NATIONAL RESEARCH COUNCIL AND OTHERS. "Committee on Opportunities in High Magnetic Field Science". In: Solid State Sciences Committee (2005).
- [60] M. NOE. Widerstand zwecklos Supraleiter erobern Smart Grids. URL: https://w ww.vde-kassel.de/resource/blob/692538/5d8215a0bcd72745d6ca8c649d84df 29/widerstand-zwecklos---supraleiter-erobern-smart-g-download-folien zumvortrag-pdf-5mb--d2628e13821-data.pdf (besucht am 21.09.2021).
- [61] H. OHSAKI. Review and update on MAGLEV. URL: https://publikationen.bib liothek.kit.edu/1000075557 (besucht am 20.09.2021).
- [62] OSWALD ELEKTROMOTOREN GMBH. Forschung und Entwicklung. Supraleitende Torquemotoren. URL: https://www.oswald.de/forschung/ (besucht am 06.09.2021).
- [63] D. PATEL et al. "Niobium-titanium (Nb-Ti) superconducting joints for persistentmode operation". In: Scientific reports 9.1 (2019), S. 1–7.
- [64] F. PATTINI. "Growth of oxide thin films for energy devices by Pulsed Electron Deposition". Diss. Universita'degli studi di Parma, 2009.

- [65] P. PECZKOWSKI et al. "Effects of Forming Pressure on Physicochemical Properties of YBCO Ceramics". In: Journal of Superconductivity and Novel Magnetism 31.9 (2018), S. 2719–2732.
- [66] J. PFLAUM. Moderne Physik 2 Vorlesung über Elektronen im Festkörper. 2020.
- [67] J. PFLAUM. Moderne Physik 2 Vorlesung über Supraleitung. 2020.
- [68] M. POLLMANN. Geschichte der Supraleitung. URL: https://www.weltderphysik .de/gebiet/materie/supraleiter/geschichte/ (besucht am 09.03.2021).
- [69] M. RANDELHOFF. Chūō-Shinkansen: 500 km/h schnelle Magnetschwebebahn zwischen Tokio und Osaka (Fertigstellung: 2045). URL: https://www.zukunft-mobil itaet.net/2590/zukunft/chuo-shinkansen-maglev-japan-tokio-nagoya-osa ka/ (besucht am 20.09.2021).
- [70] D. SASSE. Supraleitung statt Hochspannungskabel Längenrekord in Essen. URL: https://www.weltderphysik.de/gebiet/materie/news/2012/supraleitung-s tatt-hochspannungskabel-laengenrekord-in-essen/ (besucht am 21.09.2021).
- [71] F. SCHWAIGERER et al. "Strom eiskalt serviert: Supraleitfähigkeit". In: *Chemie in unserer Zeit* 36.2 (2002), S. 108–124.
- SCIPHILE.ORG. Slow Motion Magnets. URL: https://sciphile.org/lessons/slo w-motion-magnets (besucht am 03.08.2021).
- [73] K. SHIMIZU et al. "Superconductivity in the non-magnetic state of iron under pressure". In: Nature 412.6844 (2001), S. 316–318.
- [74] E. SNIDER et al. "Room-temperature superconductivity in a carbonaceous sulfur hydride". In: *Nature* 586.7829 (2020), S. 373–377.
- [75] SPACE SYSTEMS DESIGN STUDIO. *Flux-Pinned Spacecraft*. URL: https://www.sp acecraftresearch.com/flux-pinning (besucht am 04.05.2021).
- [76] SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT. Lexikon der Physik: Fluβschlauchwandern. URL: https://www.spektrum.de/lexikon/physik/flussschlauchwandern/5176 (besucht am 14.05.2021).
- [77] SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT. Lexikon der Physik: Leidenfrost-Phänomen. URL: https://www.spektrum.de/lexikon/physik/leidenfrost-phaenomen/8923 (besucht am 14.09.2021).
- [78] SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT. Lexikon der Physik: Normaldruck. URL: http s://www.spektrum.de/lexikon/physik/normaldruck/10415 (besucht am 29.08.2021).

- [79] SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT. Lexikon der Physik: SQUID. URL: https://www .spektrum.de/lexikon/physik/squid/13714 (besucht am 22.09.2021).
- [80] SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT. Lexikon der Physik: Supraleitung. URL: https ://www.spektrum.de/lexikon/physik/supraleitung/14210 (besucht am 13.09.2021).
- [81] STAATSMINISTERIUM FÜR SCHULQUALITÄT UND BILDUNGSFORSCHUNG MÜNCHEN. Die Seminare in der gymnasialen Oberstufe. URL: https://www.isb.bayern.de/s chulartspezifisches/materialien/d/die-seminare-in-der-gymnasialen-ob erstufe/ (besucht am 25.05.2021).
- [82] STAATSMINISTERIUM FÜR SCHULQUALITÄT UND BILDUNGSFORSCHUNG MÜNCHEN. Lehrplan des achtjährigen Gymnasiums. Jahrgangsstufen 11/12 Physik. URL: http s://www.gym8-lehrplan.bayern.de/contentserv/3.1.neu/g8.de/id\_27147.h tml (besucht am 22.05.2021).
- [83] STAATSMINISTERIUM FÜR SCHULQUALITÄT UND BILDUNGSFORSCHUNG MÜNCHEN. LehrplanPLUS Bayern. URL: https://www.lehrplanplus.bayern.de/ (besucht am 22.05.2021).
- [84] STAATSMINISTERIUM FÜR SCHULQUALITÄT UND BILDUNGSFORSCHUNG MÜNCHEN. Schulart- und fächerübergreifende Bildungs- und Erziehungsziele sowie Alltagskompetenz und Lebensökonomie. URL: https://www.lehrplanplus.bayern.de/ueber greifende-ziele/gymnasium (besucht am 27.05.2021).
- [85] F. STEGLICH et al. "Superconductivity in the Presence of Strong Pauli Paramagnetism:  $CeCu_2Si_2$ ". In: *Physical Review Letters* 43.25 (1979), S. 1892.
- [86] D. SUTER. Struktur der Materie Vorlesung über Supraleitung. 2020.
- [87] TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN. Sicherheitshinweise für den Umgang mit flüssigem Stickstoff (LN2) und Helium (LHe). URL: https://www.ph.tum.de/ab out/services/cooling/instructions/Sicherheitshinweise%20LHe%20und%20 LN2%202016.pdf (besucht am 15.09.2021).
- [88] THE NOBEL PRIZE. The official website of the Nobel Prize. URL: https://www.no belprize.org/ (besucht am 16.03.2021).
- [89] M. UHLENBROCK, V. NORDMEIER und H. J. SCHLICHTING. "Die Magnetschnellbahn Transrapid im Experiment". In: *MNU* 53.4 (2000), S. 220–226.
- [90] J. UNGAR. Scanning Quantum Interference Device (SQUID). URL: https://wiki .tum.de/pages/viewpage.action?pageId=415007349 (besucht am 23.09.2021).

- [91] UNIVERSITÄT BAYREUTH. Atomare Ursachen von Supraleitung: Bayreuther Forscher erzielen neue Erkenntnisse zu Metallhydriden. URL: https://www.uni-bayr euth.de/de/universitaet/presse/pressemitteilungen/2019/099-Supraleit er/index.html (besucht am 06.09.2021).
- [92] VDI VERLAG GMBH. Premiere für den supraleitenden Generator. URL: https: //www.ingenieur.de/technik/fachbereiche/energie/premiere-fuer-den-su praleitenden-generator/ (besucht am 20.09.2021).
- [93] WELT DER PHYSIK. Häufige Fragen zum LHC. URL: https://www.weltderphys ik.de/gebiet/teilchen/experimente/teilchenbeschleuniger/lhc/lhc-faq/ (besucht am 17.09.2021).
- [94] WIKIMEDIA COMMONS. Datei: BCS-electron-phonon-interaction.svg. URL: https: //de.wikipedia.org/wiki/Datei: BCS-electron-phonon-interaction.svg (besucht am 27.08.2021).
- [95] WIKIMEDIA COMMONS. File: Magnet 4.jpg. URL: https://commons.wikimedia.o rg/wiki/File:Magnet\_4.jpg (besucht am 30.08.2021).
- [96] WIKIMEDIA COMMONS. File: NIST Light Source Illuminates Fusion Power Diagnostics (5940503323).jpg. URL: https://commons.wikimedia.org/wiki/File
   :NIST\_Light\_Source\_Illuminates\_Fusion\_Power\_Diagnostics\_(5940503323).jpg (besucht am 19.09.2021).
- [97] WIKIMEDIA COMMONS. File: YBCO.jpg. URL: https://commons.wikimedia.org /wiki/File:Ybco.jpg (besucht am 24.04.2021).

# A Anhang

### A.1 Inhalt der beiliegenden DVD

Die beigefügte DVD enthält einige Videos zur Versuchsdurchführung der in Kapitel 4.3 vorgestellten Versuche. Die übergeordneten Ordner der DVD besitzen dabei den gleichen Dateinamen wie die entsprechenden Unterkapitel. Auf die relevanten Videos wird im jeweiligen Textabschnitt verwiesen. Die DVD besitzt folgende Dateistruktur:

- Ordner "Flux-Pinning"
  - Abstoßen.mp4
  - Metallkreisel.mp4
  - RotierenderMagnet.mp4
  - StrongLevitation.mp4
- Ordner "Meißner-Ochsenfeld-Effekt"
  - Auslenkung.mp4
  - Rotation.mp4
- Ordner "Supraleitendes Fallrohr"
  - Fallrohr1.mp4
  - Fallrohr2.mp4
  - Fallrohr3.mp4
- Ordner "Supraleitendes Ringpendel"
  - AluRingKalt.mp4
  - AluRingRaumtemperatur.mp4
  - SupraleitenderRing.mp4

### A.2 Vorlage der Pellet-Pressform



Abbildung A.1: Technische Zeichnung der Pellet-Pressform - Blatt 1. Eigene Darstellung nach [19].



Abbildung A.2: Technische Zeichnung der Pellet-Pressform - Blatt 2. Eigene Darstellung nach [19].

### A.3 Sicherheitshinweise für den Umgang mit flüssigem Stickstoff

Beim Umgang mit flüssigem Stickstoff (LN2) sollten einige Sicherheitsmaßnahmen befolgt werden, um Verletzungen und Personenschäden vorzubeugen. Grundsätzlich gehen von flüssigem Stickstoff drei Gefahren aus [28]:

#### 1. Gefahr von Erfrierungen

Flüssiger Stickstoff hat bei Normaldruck einen Siedepunkt von circa  $196 \,^{\circ}C$  [34]. Entsprechend kann ein längerer Körperkontakt mit flüssigem Stickstoff zu starken Erfrierungen führen, weshalb es unbedingt nötig ist, beim Umgang mit selbigem lange Kleidung, feste Schuhe und Schutzausrüstung (Schutzbrille, Tieftemperatur-Handschuhe und eine Tieftemperatur-Schürze) zu tragen. Die Schutzausrüstung (s. Abbildung A.3) kann z. B. von der Abteilung für Tieftemperaturtechnik der Wissenschaftlichen Werkstatt der Fakultät für Physik und Astronomie ausgeliehen werden.



Abbildung A.3: Schutzausrüstung für den Umgang mit LN2 [Eigene Aufnahme].

Ein kurzer Kontakt mit Flüssigstickstoff ist dagegen unbedenklich, solange man keine guten Wärmeleiter wie z. B. einen Ring trägt. Ursache dessen ist der Leidenfrost-Effekt, der das Phänomen beschreibt, dass der an der Haut verdampfende Stickstoff eine isolierende Dampfschicht bildet, die die Haut schützend umgibt [77].

#### 2. Erstickungsgefahr

Beim Verdampfen dehnt sich Stickstoff um den Faktor 694 aus, wodurch die Sauerstoffkonzentration der Umgebungsluft beim Vermischen von Stickstoff und Luft stark sinken kann. Das kann zu einem Sauerstoffmangel (Hypoxie) des menschlichen Körpers führen, der vom Körper nicht registriert werden kann. Abrupte Bewusstlosigkeit sowie Ersticken können die Folgen sein. Aus diesem Grund sollte man beim

[87]

Arbeiten mit Flüssigstickstoff auf eine gute Durchlüftung der Arbeitsräume achten und niemals mit selbigem in kleinen, geschlossenen Räumen hantieren [34].

#### 3. Explosionsgefahr

Flüssiger Stickstoff nimmt beim Gebrauch unweigerlich Wärme aus der Umgebung auf, wodurch er mit der Zeit verdampft und sein Volumen rund versiebenhundertfacht (vgl. Punkt *Erstickungsgefahr*). Im geschlossenen Behälter ohne Druckausgleich kann diese Expansion zum Bersten der Behältnisse führen, weshalb flüssiger Stickstoff niemals in abgeschlossenen Behältern ohne Druckausgleich aufbewahrt werden solllte [34].

### Verhalten im Notfall

- Räumlichkeiten unverzüglich verlassen.
- Sicherstellen, dass keine Personen den Raum betreten.
- Feuerwehr alarmieren (Notruf: 112).
- Erste Hilfe bei Verletzten leisten:
  - Bei Sauerstoffmangel die betroffenen Personen an die frische Luft bringen und gegebenenfalls Beatmung oder Wiederbelebung durchführen.
  - Bei Erfrierungen die betroffenen Stellen mit kaltem oder lauwarmem Wasser absp
    ülen und sterile Kompressen auflegen.

#### A Anhang

## Danksagung

Zum Abschluss dieser Arbeit möchte ich mich bei all denjenigen bedanken, die auf unterschiedlichste Art und Weise zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

- An erster Stelle sei hier mein Betreuer **Dr. Stephan Lück** zu nennen, der mir die Möglichkeit und die nötige Freiheit gab, dieses spannende Thema zu bearbeiten. Für zahlreiche Ratschläge, Anregungen sowie das sehr angenehme Betreuungsverhältnis, auch während der Covid-19-Pandemie, möchte ich mich herzlich bedanken.
- Auch **Prof. Dr. Thomas Trefzger**, der es mir ermöglichte, meine Zulassungsarbeit am Lehrstuhl für Physik und ihre Didaktik anzufertigen, gilt mein Dank. Für die Bereitstellung finanzieller Mittel für die Anschaffung einiger Chemikalien, des Demonstration Kits 2 sowie des supraleitenden Rings sei an dieser Stelle ebenfalls gedankt.
- Ein besonderer Dank gilt **Isabell Biermann** vom Lehrstuhl für Funktionswerkstoffe der Medizin und der Zahnheilkunde, die mir bei der Herstellung des YBCO-Hochtemperatursupraleiters sowie der Röntgenstrukturanalyse mit Rat und Tat zur Seite stand. Ihr Engagement und ihr Interesse an meiner Zulassungsarbeit ging weit über das selbstverständliche Maß hinaus.
- Den Mitarbeitern der Wissenschaftlichen Werkstatt der Fakultät für Physik und Astronomie danke ich für die Herstellung der Pellet-Pressform.
- Anton Hofmann und Harald Hümpfer von der Wissenschaftlichen Werkstatt der Zahnklinik danke ich für verschiedene praktische Ratschläge zum Pressvorgang der Supraleiter-Pellets.
- Cornelius Ziga und Moritz Rogalla von der Abteilung für Tieftemperaturtechnik sowie Florian Stimmler vom Technischen Dienst danke ich für die regelmäßige Bereitstellung eines Dewargefäßes sowie von flüssigem Stickstoff "in rauen Mengen".
- Prof. Dr. Hartmut Buhmann und Prof. Dr. Jens Pflaum danke ich für einige organisatorische Hinweise.

- Meinem Kommilitonen **Simon Wander** danke ich für einige praktische Tipps zur Anschaffung der Chemikalien sowie für zahlreiche interessante Diskussionen zum aktuellen Stand meiner Zulassungsarbeit.
- Meinem langjährigen Schulfreund **Nicolai Sartorius** danke ich für die Unterstützung bei der Anfertigung der technischen Zeichnung der Pellet-Pressform.
- Meinen **Eltern und Großeltern** danke ich für die emotionale und finanzielle Unterstützung während meines gesamten Studiums. Ein spezieller Dank gilt zudem meiner Mutter für das akribische Korrekturlesen dieser Arbeit.

# Selbstständigkeitserklärung

Ich versichere an Eides statt durch meine Unterschrift, dass ich die vorstehende Arbeit selbständig und ohne fremde Hilfe angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich, annähernd wörtlich oder dem Sinn nach aus Veröffentlichungen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Des Weiteren erkläre ich, dass ich mich keiner anderen als der angegebenen Literatur oder sonstiger Hilfsmittel bedient habe. Diese Versicherung gilt auch für Abbildungen, Tabellen und Ähnliches. Die vorliegende Arbeit wurde in dieser oder ähnlicher Form an keiner weiteren Prüfungsstelle eingereicht.

Ort, Datum

Unterschrift